Déterminisme, chaos et cosmologie relativiste

Philosophie des sciences et vulgarisation

Mise à jour : 25/03/2022

Daniel Martin

Présentation de l'ouvrage

Après des études d'ingénieur et d'astronomie suivies de cinq années d'enseignement-recherche, Daniel Martin a fait une carrière internationale d'informaticien spécialiste des bases de données.

Ce livre commence par critiquer le déterminisme traditionnel, qui ne peut régir certaines lois de la nature. Il construit ensuite en trois étapes une définition qui les régit toutes : le déterminisme *scientifique* pour les lois de Newton et de Maxwell ; son extension au déterminisme *statistique* pour la physique quantique et les systèmes dynamiques ; enfin l'inclusion de ces doctrines dans celle du déterminisme *étendu,* pour les synthèses, les décompositions, les transitions de phase, ainsi que les principes d'incertitude, d'exclusion, de conservation, de symétrie, etc.

On voit alors comment toutes les lois physiques s'inscrivent dans un cadre logique rigoureux, et pourquoi il en existe deux catégories complémentaires : les lois d'évolution et les lois d'interruption. On voit aussi pourquoi les lois conservatives sont toutes symétriques, et pourquoi la thermodynamique oriente le déroulement du temps.

Une conclusion nette se dégage alors, que confirment Kant et des médaillés Fields : *le hasard n'existe pas, c'est un effet de notre ignorance*. Mais le déterminisme a lui-même des limites sérieuses de prédictibilité, de calculabilité et de complétude qu'il faut connaître.

Pour approfondir ensuite l'effet du déterminisme, le texte explique de manière à la fois complète et didactique la Relativité générale. Il en déduit et clarifie les phénomènes des trous noirs et de l'inflation après le Big Bang, puis l'évolution de l'Univers selon les théories de Friedmann et de Grande unification.

A travers des dizaines d'exemples et de diagrammes, ce livre rend simple à comprendre la Théorie des systèmes dynamiques, avec ses effets de chaos et de sensibilité aux conditions initiales, ainsi que ses relations avec les fractales ; ce déterminisme des évolutions par étapes complète celui des évolutions continues.

Le livre explique enfin les découvertes récentes comme le boson de Higgs et le temps quantique, et situe le déterminisme humain par rapport au problème philosophique classique du libre arbitre.

Déterminisme, chaos et cosmologie relativiste

Philosophie des sciences et vulgarisation

Lui qui croyait savoir ce qu'est le déterminisme,
et qui croyait aussi à l'effet du hasard,
n'avait en fait compris ni l'un ni l'autre.

Table des matières

Réponse aux questions

La lecture de cet ouvrage suscitera des questions. On pourra chercher la réponse :

- Dans la *Table des matières*, très détaillée ;
- Dans les annexes de philosophie, de mathématiques, de physique macroscopique et de Mécanique quantique ;
- Dans l'annexe *Vocabulaire*, dont les mots sont en ordre alphabétique croissant ;
- Dans l'annexe *Notes, ouvrages et articles cités*, où on trouvera aussi de nombreux compléments accessibles sur Internet ;
- Dans l'annexe *Textes complémentaires de Daniel Martin sur l'Internet*.

Lecture des équations

La lecture des nombreuses équations n'est pas indispensable à la compréhension du texte ; elles sont destinées aux lecteurs désirant une rigueur mathématique que des périphrases ne peuvent remplacer. Leur signification et leurs conséquences sont toujours explicitées en français.

1. Doctrine du déterminisme

Cette section décrit des définitions successives du déterminisme, correspondant aux étapes historiques de progrès de la physique. Elles ont été postulées par Daniel Martin pour rendre compte de l'approfondissement de nos lois de la nature.

Les références entre crochets […] ou "Voir…" pointent vers ce texte-ci.

1.1 Origine historique : déterminisme philosophique

Dans l'*Essai philosophique sur les probabilités* [B31-1] de Laplace on lit page 3 :

> "Les événements actuels ont, avec les précédents, une liaison fondée sur le principe évident, qu'une chose ne peut pas commencer d'être, sans une cause qui la produise. Cet axiome, connu sous le nom de *principe de la raison suffisante,* s'étend aux actions mêmes que l'on juge indifférentes. La volonté la plus libre ne peut sans un motif déterminant, leur donner naissance ; […] L'opinion contraire est une illusion de l'esprit qui, perdant de vue les raisons fugitives du choix de la volonté dans les choses indifférentes, se persuade qu'elle s'est déterminée d'elle-même et sans motifs."

Dans ce texte de 1814, l'astronome et mathématicien Laplace affirme le déterminisme sans utiliser ce terme ; c'est parce qu'il parle de « motif déterminant » que sa doctrine a reçu le nom de *déterminisme*.

D'après cette doctrine, appelée *déterminisme philosophique* :

- Rien ne peut exister sans cause : une cause précède nécessairement toute existence de chose ; et elle suffit, lorsqu'elle existe, pour que la chose soit ou apparaisse.
- Laplace était athée, sa doctrine est matérialiste. Pour lui, l'existence d'une chose n'est jamais due à une volonté transcendante, sa cause est toujours naturelle ; et il n'y a ni libre arbitre humain ni phénomène sans cause.

Laplace écrit à la suite :

> "Nous devons donc envisager l'état présent de l'Univers comme l'effet de son état antérieur et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence [le « démon » de Laplace] qui pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée, et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'Univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir comme le passé, serait présent à ses yeux. L'esprit humain offre, dans la perfection qu'il a su donner à l'Astronomie, une faible esquisse de cette intelligence. Ses découvertes en Mécanique et en Géométrie, jointes à celle de la pesanteur universelle, l'ont mis à portée de comprendre dans les mêmes expressions analytiques les états passés et futurs du système du monde."

Selon le déterminisme philosophique :

- Les causes provoquent l'enchaînement des états d'un système qui évolue, ces états successifs formant une *chaîne de causalité*.
- La science humaine doit permettre de *comprendre* l'état présent d'un système et de reconstituer par la pensée l'historique complet des évolutions dont il résulte conformément aux lois. Cela implique la possibilité pour l'homme de comprendre tous les phénomènes dont il connaît les causes successives, *promesse d'intelligibilité des phénomènes et de pouvoir explicatif pour la science* ;
- Les lois de la science doivent aussi permettre de *prévoir* les évolutions futures et de *prédire* les situations correspondantes, *promesse de prédictibilité*.

1.2 Du déterminisme philosophique au déterminisme statistique

Laplace ne connaissait pas le phénomène de décomposition radioactive naturelle, *qui se produit sans cause apparente* et constitue un contre-exemple fatal à la possibilité de son déterminisme philosophique de prédire un phénomène ou d'en retrouver la cause ; la radioactivité n'a été découverte par Henri Becquerel qu'en 1896.

Un morceau de corps radioactif comme l'uranium 238 (noté ^{238}U) se décompose spontanément : de temps en temps un de ses atomes se brise en deux atomes : du thorium 234 (^{234}Th) et de l'hélium 4 (^{4}He), ce qu'on note : $^{238}U \rightarrow {}^{234}Th + {}^{4}He$.
Mais contrairement aux promesses du déterminisme philosophique :

- *Cette décomposition a lieu sans cause apparente* : les physiciens disent seulement que l'atome ^{238}U est instable, ce qui n'explique rien ;
- *L'instant de la décomposition est imprédictible*.

  La loi qui décrit la décomposition d'un échantillon ne donne qu'une *période de demi-vie*, durée au bout de laquelle 50% de son ^{238}U se sera décomposé ; et cette demi-vie n'est qu'une moyenne statistique, vraie pour un nombre significatif d'échantillons.

  Si un atome d'un échantillon observé est du ^{234}Th, il s'est probablement formé lors de la décomposition d'un atome ^{238}U, mais il ne peut exister de loi pour savoir à quelle date. Insistons : ce n'est pas qu'on ne connaît pas de « loi de date de la prochaine décomposition naturelle d'un atome de ^{238}U », c'est qu'*il ne peut y avoir de loi au niveau d'un atome pour cette décomposition*. Nous verrons plus bas quelle loi décrit ce phénomène.

Le phénomène de décomposition radioactive d'un atome n'a donc ni cause suffisante, ni date prévisible. Il est régi par une loi ne permettant pas de prédire quoi que ce soit pour un atome donné, mais seulement statistiquement pour une population d'atomes. Et l'état actuel d'un échantillon ^{238}U contenant du ^{234}Th ne permet pas de reconstituer en pensée la succession des décompositions (quel atome, à quelle date).

Conclusions

1. *Rejet du déterminisme philosophique*
Au niveau des atomes de ^{238}U, la doctrine du déterminisme philosophique ne tient pas ses promesses de prédiction des états futurs et de reconstitution en pensée de l'historique des états passés. Elle n'associe même pas une cause nécessaire au phénomène de décomposition.

Cet unique contre-exemple suffit pour qu'on rejette cette doctrine en tant que principe, car un principe doit être vérifié dans tous les cas. En outre, la physique connaît aujourd'hui de nombreux exemples de viols de ce « principe ».

2. *Adoption provisoire d'une autre définition de l'adjectif « déterministe »*

« L'adjectif déterministe qualifie une opération, une évolution ou une règle dont le résultat ne dépend que des données ou circonstances initiales parce qu'il est soumis à des lois. »

Cette définition réserve le qualificatif « déterministe » à un changement, en ne citant pas d'état initial ou final. Or beaucoup de gens définissent à tort un résultat d'évolution comme une *valeur de variable* ou *l'état du système* qui a évolué, habitude malheureuse car nous verrons que *le déterminisme n'entraîne pas toujours la prédictibilité d'un tel résultat*.

Retenons donc que le résultat causal déterministe de circonstances initiales ne peut être qu'une *évolution selon une loi*.

Sont déterministes, par exemple : un programme d'ordinateur ; la loi physique de la chute des corps ; la loi d'Ohm décrivant la différence de potentiel aux bornes d'une résistance parcourue par un courant électrique.

Déterminisme : une doctrine philosophique
Le qualificatif de déterministe s'applique aux évolutions naturelles de systèmes, régies selon des lois dans le cadre d'une doctrine philosophique, le *déterminisme*. Qualifier un système de déterministe c'est affirmer que son évolution est régie par des lois, et seulement par des lois (sans effet du hasard ou d'une transcendance).

3. *Nécessité d'un déterminisme statistique*
Le phénomène de décomposition radioactive fait apparaître le besoin d'un nouveau type de déterminisme, que nous qualifierons de *statistique*. Il s'agit bien d'un déterminisme et non de hasard : cette décomposition n'est pas imprévisible, elle est bien régie par des lois.

Ces lois ne sont pas au niveau d'un atome, mais à celui d'une population : la nature remplace le niveau de précision atome-par-atome (que nous souhaiterions) par un niveau plus global. La période de demi-vie de l'élément ^{238}U résulte de lois d'évolution physique précises et déterministes décrites par un outil mathématique appelé *Mécanique quantique*, dont les prédictions ont une interprétation statistique bien que leur équation soit déterministe au sens traditionnel.

On connaît aujourd'hui beaucoup de phénomènes d'évolution dont les lois donnent des prédictions statistiques. Elles décrivent des états de système dont certaines variables sont elles-mêmes de type stochastique : leurs valeurs sont distribuées

selon une loi statistique précise, elles ne sont pas au hasard. Ces lois donnent des résultats entachés d'une imprécision chiffrée qui ne sont donc pas n'importe quoi.

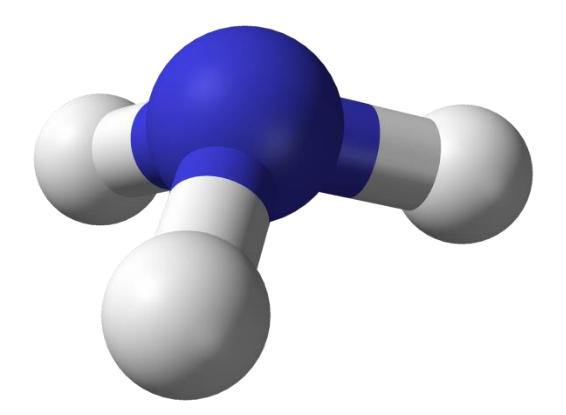
1.2.1 Evolution vers une superposition d'états

Les philosophes conçoivent traditionnellement l'évolution d'un système comme une chaîne de causalité unique : chaque état a un seul prédécesseur et un seul successeur. C'est pourquoi le dictionnaire philosophique [B152] donne du déterminisme la définition suivante :

> "Doctrine philosophique suivant laquelle tous les événements de l'univers, et en particulier les actions humaines, sont liés d'une façon telle que les choses étant ce qu'elles sont à un moment quelconque du temps, il n'y ait pour chacun des moments antérieurs ou ultérieurs, qu'un état et un seul qui soit compatible avec le premier."

Cette définition est correcte concernant l'unicité de l'état antérieur d'un état donné *S*, mais pas concernant l'état ultérieur : en physique atomique, l'état *S* peut évoluer vers plusieurs états simultanément, dits *superposés*. L'équation d'évolution a alors plusieurs solutions, chacune assortie d'une probabilité d'apparition lors d'un grand nombre d'essais identiques.

> Exemple : la Mécanique quantique montre que dans une molécule d'ammoniac NH_3 l'atome d'azote N peut se trouver au-dessus ou au-dessous du plan des trois atomes d'hydrogène H ; l'équation d'état aura donc deux solutions, correspondant à une molécule *qui existe dans deux états en même temps, de même probabilité*.



Molécule d'ammoniac NH_3 – Bleu : atome d'azote N – Gris : atomes d'hydrogène H
(un seul des deux états possibles est représenté : N au-dessus du plan des H)
Les liaisons chimiques entre l'azote et les hydrogènes partagent un électron

Le déterminisme doit donc prendre en compte ce phénomène de superposition pour régir aussi les lois du niveau atomique.

<u>Ce qu'on peut voir d'une superposition d'états</u>

La superposition d'états existe bien dans certaines expériences de physique atomique en tant que résultat d'évolution, mais l'homme ne peut jamais la voir physiquement. Toute tentative humaine de voir ou de mesurer au niveau atomique implique un échange d'énergie, qui perturbe suffisamment une superposition d'états

pour la décomposer en ne retenant qu'un seul de ses états initiaux, état qui seul devient visible.

Cette perturbation n'est pas décrite par la loi d'évolution qui a produit la superposition, son résultat ne peut donc être prédit par elle ; en général elle ne peut pas être décrite du tout, car elle met en jeu une énergie de niveau macroscopique infiniment plus grande que les énergies en jeu dans l'expérience d'origine. Le choix de l'état visible qu'elle produit parmi les états superposés n'est donc pas prévisible, car la violente perturbation de la mesure ne peut être décrite avec précision. Cette imprédictibilité a été à tort attribuée à la loi d'évolution, qu'on a de ce fait qualifiée de non-déterministe, alors que le déterminisme ne peut évidemment concerner que des évolutions que l'on peut décrire fidèlement.

1.3 Les trois premiers niveaux de déterminisme

A ce point de l'exposé, nous avons identifié trois niveaux de déterminisme :

1. Le déterminisme philosophique, idéal mais illusoire ;
2. Le déterminisme scientifique, qui régit toutes les lois de physique traditionnelle connues jusqu'en 1915, date de publication de la théorie de la Relativité générale. Ces lois sont basées sur les deux groupes de lois fondamentales :
   - Les lois de Newton, régissant ce qui est matière ;
   - Les lois de Maxwell, régissant ce qui est charge électrique.

   La physique macroscopique sépare ces deux groupes de lois, car on ne peut convertir une charge électrique d'un signe donné en matière ou l'inverse. Le seul cas de conversion d'énergie en charges électriques est celui des photons de haute énergie, qui se décomposent en une paire particule-antiparticule dont les deux membres ont des charges égales de signes opposés – et ce cas relève du déterminisme statistique.

   La Relativité générale, construite à partir des lois de Newton et de Maxwell, relève elle aussi du déterminisme scientifique. C'est aussi le cas de la Thermodynamique, ensemble d'outils régissant globalement des populations de particules.
3. Le déterminisme statistique, sur-ensemble du déterminisme scientifique, qui régit aussi les lois des systèmes dynamiques (chaos) et de la physique atomique.

   Ces dernières sont décrites par les outils mathématiques de la Mécanique quantique, de l'Electrodynamique quantique et de la Chromodynamique quantique. La Mécanique quantique, à la base des deux autres, est reliée aux lois de la physique macroscopique par le *Principe de correspondance* qui fournit des règles de passage.

Lois d'évolution et lois descriptives

Les lois d'évolution du déterminisme statistique (donc aussi celles du déterminisme scientifique) décrivent des variations de variables en fonction des valeurs des mêmes variables ou d'autres ; leur expression mathématique utilise donc des *équations différentielles*.

Toutefois, conformément à la définition précédente de l'adjectif déterministe, nous ajouterons à l'ensemble des lois physiques d'évolution les lois descriptives comme

les lois d'optique. Ces dernières ne décrivent pas une évolution, mais un trajet de rayons lumineux ; elles peuvent être qualifiées de déterministes car tout trajet est fonction des conditions initiales (le système optique) et respecte des lois.

1.4 Lois conditionnelles

La physique moderne comprend aussi des lois faisant intervenir des conditions. En voici des exemples.

- Le Principe d'incertitude de Heisenberg limite la précision des évaluations simultanées des variables de certains couples, comme {position et vitesse} ou {énergie et durée} : si, lors d'une expérience, l'erreur sur une des variables diminue, l'erreur sur l'autre augmente, le produit de ces erreurs ayant un minimum. Ce principe s'interprète aussi comme une indétermination ou une instabilité.
- Le Principe d'exclusion de Pauli est une contrainte d'existence des états quantiques à laquelle sont soumis tous les *fermions* (exemples : les électrons, les protons et les neutrons).

  Ainsi, dans un atome il ne peut y avoir qu'un seul électron dans un état quantique (orbite, spin, etc.) donné. Mais plusieurs *bosons*, particules comme le photon qui ne respectent pas ce principe, peuvent être dans le même état quantique, notamment au même endroit dans l'espace ; voir :
  - *Statistique de Bose-Einstein* ;
  - *Condensat de Bose-Einstein – Particules géantes – Lumière ralentie*.
- Les invariances, comme la conservation de l'énergie d'un système fermé ou celle de sa charge électrique.

  On peut citer aussi la *symétrie CPT*, où une loi d'interaction de particules se conserve, lorsqu'on remplace simultanément :
  - Le signe de leur charge électrique par son opposé (C) ;
  - Leur position par sa symétrique par rapport à un plan (P) ;
  - Et le sens de variation du temps par le sens opposé (T).
- Les lois de stabilité ou décomposition de noyaux atomiques ou de molécules.
- Les lois de fusion de noyaux et de synthèse de molécules.
- Les lois d'hystérésis.
- Les lois de transition de phase (comme le changement d'état de l'eau en glace ou en vapeur).
- Les synthèses de plusieurs lois. Le mouvement d'un bouchon flottant à la surface de l'eau d'un torrent dépend simultanément des lois de Mécanique des fluides de l'eau et des lois de Newton. La nature fait constamment et instantanément la synthèse de toutes les lois qui s'appliquent à un système donné, quel qu'il soit.

  Or la seule manière d'exprimer tous les ensembles de conditions physiques possibles est d'utiliser un algorithme comprenant le nombre d'étapes de raisonnement nécessaires, avec des conditions de la forme :

« Si <condition> Alors <loi à appliquer avec ses paramètres, ou à interrompre> ».

On doit donc postuler :

- Que le déterminisme des lois naturelles peut toujours décrire les conditions de début ou fin d'exécution d'une loi, c'est-à-dire l'algorithme correspondant ;
- Que toutes les lois physiques que l'homme peut définir sont soumises à des conditions de lancement ou arrêt descriptibles par des algorithmes ;
- Que la nature gère automatiquement tous les cas d'évolution de tous les systèmes, dans toutes les circonstances, avec les lois synthétiques appropriées.

Lois d'évolution et lois d'interruption

Compte tenu de ces postulats, toutes les lois physiques possibles appartiennent à l'une des deux catégories suivantes :

- *les lois d'évolution*, comprenant les lois descriptives, les lois de décomposition ou de fusion et, de manière générale, toutes les lois physiques, qu'un échange d'énergie y intervienne, ou non comme dans les lois d'optique géométrique ;
- *les lois conditionnelles* comme le principe d'incertitude de Heisenberg, sans échange d'énergie, qu'on appellera désormais *lois d'interruption* car elles interrompent l'application d'une loi d'évolution.

Ces lois sont complémentaires : une loi d'évolution ne se conçoit pas sans loi d'interruption qui en déclenche ou interrompt l'application ; et une loi d'interruption n'existe que pour régir des lois d'évolution.

1.4.1 Evolutions non déterministes

Voir d'abord *Système conservatif ou dissipatif – Force conservative ou dissipative*.

A l'échelle macroscopique beaucoup d'évolutions sont *dissipatives*, c'est-à-dire accompagnées de frottements et/ou d'échanges d'énergie divers impossibles à connaître avec précision ; de telles évolutions ne peuvent être déterministes, parce qu'on ne connaît pas avec précision leurs conditions de déroulement.

Le caractère déterministe s'applique donc aux évolutions de systèmes fermés, qualifiés de *conservatifs* car leur énergie se conserve pendant l'évolution.

- Le mouvement des planètes est donc conservatif, la vie physiologique d'un être vivant est dissipative.
- A l'échelle atomique, la décohérence d'un système en superposition d'états est nécessairement dissipative et irréversible. Son résultat est un choix, par nature imprédictible, d'un des états superposés. (Voir *Définition du déterminisme statistique*.)
- Les modèles mathématiques de systèmes sont réducteurs et déterministes par souci de simplicité, nous en verrons des exemples ; ils ne pourront donc qu'être approximatifs pour les systèmes dissipatifs.

1.5 Déterminisme étendu

Le déterminisme régissant toutes les lois ci-dessus, d'évolution ou d'interruption, sera appelé *déterminisme étendu*. Par construction, il régit toutes les lois naturelles que l'homme peut définir. Nous reviendrons en détail sur ce sujet ultérieurement.

1.6 Hasard

Le qualificatif « déterministe » a pour opposé « au hasard ». Relève du hasard toute situation ou évolution qui n'est régie par aucune règle (selon le contexte où on l'applique : d'existence, ou de structure, ou de dimension, etc.).

> Comme toute affirmation, cette absence de règle devrait être démontrable : l'ignorance de l'existence d'une règle par une personne ne justifie pas qu'elle qualifie le système de « au hasard ». Mais comme il est impossible de démontrer (en raisonnant par l'absurde) que cette existence de règle contredirait une certitude établie, on doit toujours postuler le hasard en assumant son caractère hypothétique.

Au hasard

Une variable est au hasard quand sa valeur ne relève d'aucune loi statistique, d'aucune possibilité de prédiction d'une valeur future connaissant une ou des valeurs passées. Cette variable n'est connue, en plus de son type (numérique, binaire…) que par un domaine d'existence comme un intervalle ou un ensemble de valeurs discrètes.

Stochastique

Stochastique signifie « qui relève d'une probabilité », comme le résultat d'un lancer de dé. Une variable est stochastique lorsque ses valeurs sont distribuées selon une loi de probabilité comme la Loi normale, la Loi de Poisson, la Loi Binomiale ou la Loi Uniforme (dont les valeurs sont équiprobables, comme celles d'un lancer de dé).

Différence entre stochastique et déterministe
Dans les mêmes circonstances initiales :

- Un processus stochastique donne des valeurs distinctes, distribuées selon sa loi de probabilité ;
- Un processus déterministe reproduit une même valeur (à l'échelle macroscopique), ou un même ensemble de valeurs superposées si son résultat n'est pas unique (à l'échelle atomique).

Le hasard est étudié en détail plus bas : voir *Hasard*.

1.7 Ensemble des niveaux de déterminisme

Voici le classement par niveaux des divers types de déterminisme :

Déterminisme cognitif humain
- Héritage génétique
- Héritage culturel et connaissances acquises
- Contexte de l'instant

Déterminisme étendu

Lois d'interruption
- Principe d'incertitude de Heisenberg, principe d'exclusion de Pauli, invariance CPT...
- Principes de conservation et de symétrie
- Lois de stabilité et de décomposition
- Lois de fusion et de synthèse
- Lois d'hystérésis
- Lois de transition de phase, etc.

Lois d'évolution
- Lois d'évolution et loi globale d'évolution

Lois de représentation, manipulation et stockage de l'information

Déterminisme statistique
- Mécanique, Electrodynamique et Chromodynamique quantiques
- Systèmes dynamiques (chaos)

Principe de correspondance

Déterminisme scientifique de la physique classique
- Lois de Newton
- Equations de Maxwell
- Relativité
- Thermodynamique

1.8 Utilité du déterminisme : compréhension, prévision, prédiction

Avant d'agir, l'homme a besoin de *comprendre* la situation, ainsi que de *prévoir* son évolution et de *prédire les conséquences* exactes de cette évolution.

Faute de comprendre une situation ou de prévoir son évolution, l'homme est inquiet : pour lui, instinctivement, ce qui est incompris ou imprévisible est peut-être menaçant ou empêche de profiter d'une opportunité.

Compréhension et prévision de l'évolution naturelle d'un système sont régies par un principe philosophique : le déterminisme ; croire qu'il en est ainsi, c'est adopter la doctrine du déterminisme.

- *Comprendre* la situation d'un système, c'est décrire :
  - son état actuel dans son environnement ;
  - son évolution passée, prélude à une compréhension causale du phénomène et une réponse à la question : était-elle inévitable ?
- *Prévoir l'évolution d'un système,* c'est :
  - décrire qualitativement cette évolution :
    - ✓ déroulement, variables et domaine de définition ;
    - ✓ est-elle bornée ou diverge-t-elle (va-t-elle à l'infini) ;
    - ✓ diagramme des bifurcations ;
    - ✓ a-t-elle un résultat unique ou y a-t-il un ensemble de résultats (et si oui, quelle est la structure de cet ensemble - par exemple une distribution statistique de valeurs) ?
    - ✓ a-t-elle des symétries, une auto-similitude, des propriétés statistiques ?
    - ✓ a-t-elle des solutions sensibles aux conditions initiales ?
    - ✓ si elle est bornée va-t-elle vers une forme limite, par exemple asymptotique à une courbe (voir *Systèmes dissipatifs par frottements*) ou oscille-t-elle indéfiniment ? ;
    - ✓ répond-elle aux conditions d'universalité ? (voir *Diagramme des bifurcations - Universalité - Constante de Feigenbaum*) ;
    - ✓ Si elle ne va pas vers une forme limite, est-elle au moins stable ou est-elle chaotique ?
  - décrire quantitativement cette évolution par une loi physique, qu'il faut donc connaître.
- *Prédire les conséquences* de l'évolution future d'un système, c'est :
  - décrire les états futurs du système, avec la précision attendue des valeurs de leurs paramètres ;

    si cette précision n'est valable qu'à un horizon limité – comme c'est le cas pour le déplacement d'une particule atomique dont le paquet d'ondes s'étale progressivement, ou pour un système dynamique chaotique – chiffrer cet horizon ;
  - évaluer les interactions de ce système avec son environnement.

1.8.1 Différence entre prévoir et prédire

Dans ce texte :

- *Prévoir* une évolution, c'est conjecturer qu'elle se produira par application d'une loi physique connue ; l'évolution est supposée possible, mais non certaine : elle peut n'être qu'une conjecture en fonction des conditions initiales.
  Exemple : je tiens une pierre à la main ; si je la lâche, je prévois qu'elle tombera d'un mouvement uniformément accéléré.

Prévoir c'est aussi décrire qualitativement l'évolution (comme ci-dessus).

- *Prédire* une situation, c'est annoncer le résultat de l'évolution prévue, et en décrire les détails. Exemple : je prédis que la pierre tombera à la position précise *x* (à *Δx* près) à l'instant *t* (à *Δt* près).
  - En physique classique, la prédiction porte sur une situation unique, précise ;
  - En Mécanique quantique, la prédiction porte sur un ensemble de valeurs, chacune associée à une probabilité ou une densité de probabilité :
    la Mécanique quantique substitue une probabilité à la certitude du déterminisme scientifique.

Conséquences déterministes

1. Le comportement évolutif d'un système déterministe est prévisible par définition ; mais il peut :
   - ne pas être prédictible, par exemple s'il est chaotique : nous verrons cela à propos du *Chaos* ;
   - n'être prédictible qu'en tant qu'élément indéterminé d'un ensemble prédictible, s'il est à l'échelle atomique où les lois d'évolution sont celles (statistiques) de la Mécanique quantique.
2. La loi d'évolution d'une situation donnée ne dépend pas du système d'axes de référence (le référentiel).

   On peut *prévoir* la même évolution selon cette loi dans tout référentiel. Mais *prédire* les résultats numériques de cette loi dépend du mouvement relatif de l'observateur-prédicteur par rapport au référentiel où l'évolution a lieu. Nous verrons cela à propos de la *Relativité restreinte*.
3. Le déterminisme entraîne la prévisibilité, mais pas la prédictibilité.
   Cela se produira en physique quantique et pour les phénomènes chaotiques.

1.8.2 Le caractère déterministe ne doit pas être jugé à l'aide de situations

Le principe du déterminisme a vocation à régir toutes les lois de la nature. Les philosophes ont souvent l'habitude de juger le caractère déterministe d'une telle loi d'après le résultat de son application, par exemple en vérifiant qu'il ne dépend pas de causes autres que la situation initiale.

Or un résultat est une notion humaine définie par des conditions arbitraires : « à la fin de », « à tel endroit », etc. En jugeant le caractère déterministe d'une évolution naturelle d'après son résultat on applique des critères humains, à validité limitée aux conditions arbitraires définissant ce résultat : instant, lieu, valeur d'une variable, etc. Mais pour être objectif, le résultat d'une loi d'évolution ne doit pas dépendre de critères arbitraires. C'est pourquoi dans la condition « …est déterministe parce que son *résultat* ne dépend que… » le mot « résultat » doit être remplacée par « évolution » : la dépendance aux seules conditions initiales doit être vérifiée pendant toute l'évolution, pas seulement dans des circonstances arbitraires.

Le caractère ininterrompu de la cause d'une évolution doit se traduire par l'ininterruptibilité de l'application de sa loi. On ne peut étudier et juger cette application à des instants distincts, et la loi doit s'appliquer continuellement tant que les hypothèses initiales restent vraies.

Critique des raisonnements par chaînes de causalité

Cette remarque implique une critique du modèle d'évolution causale de philosophes comme Kant, qui ne raisonnent qu'avec des chaînes de causalité faites de situations successives distinctes dans le temps. Leurs raisonnements souffrent alors de problèmes de commencement et de fin du temps. Ils souffrent aussi de problèmes de causalité, dus à l'incompatibilité logique entre la continuité de l'évolution et la discontinuité des instants de jugement. Avec une chaîne causale de situations distinctes la situation infiniment lointaine dans le passé ou l'avenir n'existe pas (de même que l'infini n'est pas un nombre).

Des questions comme « le monde a-t-il un commencement, une fin ? » et « y a-t-il une cause première, une fin ultime ? » doivent donc s'étudier comme une fonction continue du temps lorsque celui-ci tend vers l'infini du passé ou du futur, en prenant en compte les possibilités de convergence et de divergence à distance finie ou à l'infini. Les études de phénomènes continus par raisonnement philosophique à étapes purement logiques butent sur des impossibilités comme le *Paradoxe d'Achille et de la tortue* (voir ce titre).

1.9 Postulat du déterminisme scientifique

Enoncé :

L'évolution dans le temps d'un système physique est régie par deux postulats : le postulat de causalité et la règle de stabilité.

1.9.1 Définition du postulat de causalité

Le postulat de causalité est une condition nécessaire et suffisante.

Condition nécessaire

Tout phénomène (situation ou évolution constatées) a nécessairement dans l'Univers une cause efficace (situation ayant déclenché une évolution) qui l'a précédé et dont il résulte.

Conséquences :

- Tout ce qui existe, a existé ou existera dans l'Univers a une chaîne de causalité remontant au Big Bang, commencement de l'Univers ;
- Aucune intervention transcendante (de l'extérieur de l'Univers ou précédant son existence) n'est possible : aucune n'a créé, ne créera ou ne modifiera quelque chose dans l'Univers, parce que l'Univers étant en expansion plus rapide que la vitesse de la lumière c = 299 792 458 mètres/seconde *exactement*, cette intervention se propagerait plus vite qu'elle, ce que la Relativité interdit.
- Aucune cause de l'Univers ne peut agir à l'extérieur – si cet extérieur existe (même raison : la Relativité).

Condition suffisante

Il suffit que la cause efficace (situation) existe dans l'Univers pour que la conséquence (évolution) y ait lieu immédiatement : c'est une certitude.

Exemple : je tiens une pierre dans ma main ;

- Si elle tombe, c'est que je l'ai lâchée : condition nécessaire ;

- Si je la lâche elle tombe, condition suffisante :
  la cause (lâcher la pierre) est alors aussi appelée *cause efficace*.

La condition suffisante d'évolution ne suffit pas pour que celle-ci ait un caractère déterministe : il faut en plus qu'elle soit régie par une loi, c'est-à-dire qu'elle respecte la *Règle de stabilité* suivante.

Remarque importante : la définition du postulat de causalité ne promet qu'une évolution conforme à une loi stable ; elle ne promet aucune prédictibilité de résultat.

1.9.2 Conséquences déterministes du postulat de causalité

Dans certains cas favorables, le postulat de causalité répond aux besoins de la pensée rationnelle de comprendre et de prévoir :

- La condition nécessaire permet théoriquement *d'expliquer* au moins en partie une constatation (évolution ou situation), en remontant le temps jusqu'à sa cause : « si la pierre tombe, c'est que je l'ai lâchée » ;
- La condition suffisante permet *de prévoir* une conséquence, en suivant le temps vers l'avenir depuis sa cause : l'évolution immédiate est déclenchée à coup sûr : « si je lâche la pierre, elle tombe (c'est certain) ».

Le postulat de causalité fait partie des principes de l'entendement

Kant écrit, page 647 de la *Critique* : "Si ce sont des principes de l'entendement (par exemple, celui de la causalité)…"

Ce postulat est utilisé si spontanément qu'on fait parfois l'erreur de considérer la causalité comme un principe de la Logique. Or il n'y a de causalité que pour les phénomènes physiques comprenant un échange d'énergie (on parle aussi de cause efficace, ou efficiente ou suffisante) ; les causes matérielle, finale et formelle d'Aristote ne sont pas soumises à une loi naturelle de causalité.

Précisions sur la notion d'évolution utilisée dans ce texte

Une évolution concerne un système qui change sous l'effet d'une cause efficace.
Quand je dis : « Une pierre lâchée tombe » :

- Le *système* qui évolue est la pierre ;
- *L'évolution* est la chute. Elle est régie par deux lois :
  - La loi de gravitation, qui exerce une force attractive,
  - La deuxième loi de Newton, qui décrit l'évolution de la hauteur de la pierre en fonction du temps.
- La *cause efficace* est la force du champ de gravitation terrestre.

L'échange d'énergie

Dans ce texte, une cause efficace met en œuvre une énergie. Toute évolution suppose donc un échange d'énergie ; en tombant, la pierre perd de l'énergie potentielle de gravitation et gagne de l'énergie cinétique en prenant de la vitesse.

- Bien que déterministe, la trajectoire d'un rayon lumineux réfléchie par un miroir n'est pas une évolution : il n'y a pas d'échange d'énergie.

- Dans une tige métallique plus chaude à une extrémité qu'à l'autre la chaleur se propage de la première à la seconde. L'énergie du système étant constante, cette propagation déterministe de la chaleur, soumise à la loi de diffusion thermique de Fourier, n'est pas non plus une évolution.
- Une planète décrivant sa trajectoire elliptique dans l'espace vide autour du Soleil n'échange aucune énergie, en l'absence d'influence gravitationnelle d'autres corps célestes : son mouvement n'est pas non plus une évolution.
- Dans une casserole d'eau au-dessus d'un brûleur l'eau qui bout subit une évolution : son changement de phase (passage de l'état liquide à l'état gazeux dû à l'apport de chaleur) est une évolution.
- Deux des trois lois de Newton (la première et la troisième) ne sont pas des lois d'évolution, faute d'échange d'énergie : voir en annexe *Lois du mouvement et de la gravitation universelle de Newton*.

Evolution conservative ou évolution dissipative
Cette évolution à échange d'énergie est conservative ou dissipative : voir plus bas *Système conservatif ou dissipatif – Force conservative ou dissipative*.

1.9.3 Règle de stabilité (universalité, reproductibilité, invariance)

Enoncé :

« La même cause produira le même effet, partout et toujours. »
(Toute évolution est soumise à une loi de la nature)

Cette règle postule que pour toute situation identique à une situation donnée S_0, qui entraîne une évolution ayant pour conséquence une situation S :

- *La même loi d'évolution de la nature* produira une situation identique à S au bout d'un certain temps ;
- Cette loi étant *unique*, une cause donnée entraînera toujours la même évolution ;
- Cette loi *ne varie pas*, le même énoncé s'appliquant :
  - dans tout l'espace, lorsqu'on y considère des points d'application successifs distincts,
  - dans le présent, le passé et l'avenir.

Conséquence
Si deux systèmes fermés sont identiques, ils le resteront en subissant la même évolution, quel que soit leur éloignement dans l'espace ou le temps.

1.9.4 Tout changement de cause suffisante est régi par une loi d'interruption

Une évolution se poursuit, régie par la même loi d'évolution, tant qu'une loi d'interruption n'intervient pas pour déclencher l'application d'une autre loi d'évolution.

- *Exemple d'évolution 1*
  Quand on chauffe de l'eau liquide à pression constante :
  - sa température croît tant qu'elle n'a pas atteint le point d'ébullition ;
  - la poursuite du chauffage entraîne une ébullition à température constante tant qu'il reste du liquide ;

- elle entraîne ensuite une élévation de température de la vapeur.

  Il y a dans cette expérience 3 lois d'évolution différentes séparées par 2 lois d'interruption ; ainsi, il y a 3 chaleurs spécifiques (en joules/kg et par degré) : celle de l'eau liquide, celle de la vaporisation et celle de la vapeur.

- *Exemple d'évolution 2*
  A l'échelle atomique, lorsqu'une évolution décrite par l'équation de Schrödinger a produit une *superposition cohérente d'états*, celle-ci persiste jusqu'à ce qu'une intervention extérieure ayant la violence d'un phénomène de l'échelle macroscopique (comme une mesure ou un choc thermique) vienne la perturber ; la superposition est alors détruite (on dit qu'il y a *décohérence*) et l'évolution du système perturbé se poursuit avec un seul des états précédemment superposés.

1.9.5 Limites du déterminisme scientifique

Nous avons vu que toutes les lois naturelles d'évolution ne peuvent pas être régies par le postulat de causalité ci-dessus, traditionnellement qualifié de « scientifique » et destiné à la physique macroscopique ; nous allons donc l'étendre plus bas :

- D'abord pour couvrir les lois de la physique atomique et les modèles itératifs d'évolution des systèmes dynamiques, sous le nom de *déterminisme statistique* ;
- Ensuite pour couvrir toutes les lois de la physique, sous le nom de *déterminisme étendu*.

Autres noms du déterminisme scientifique

- Kant a appelé ce principe *Principe de raison suffisante*.
- Schopenhauer l'a appelé *Principe de raison suffisante du devenir* dans [B11].

Le déterminisme scientifique est approfondi plus bas : voir *Déterminisme scientifique*.

1.10 Déterminisme statistique

1.10.1 Evolution vers un ensemble d'états superposés

L'expérience nous a appris qu'à l'échelle atomique l'unicité d'un résultat d'évolution n'est pas certaine : l'évolution d'un système à partir d'une situation de départ peut s'interpréter comme *un ensemble d'évolutions simultanées,* produisant chacune un état final ; et ces états finaux existent (ou peuvent exister) tous en même temps : on les dit *superposés*.

Ce type d'évolution multiple à partir d'un état initial ne relève pas du déterminisme scientifique traditionnel, mais d'un déterminisme particulier : le *déterminisme statistique*.

Exemple : voir le sous-titre *Exemple de différence entre physique newtonienne et Mécanique quantique* au paragraphe *La Mécanique quantique, outil mathématique de l'échelle atomique*.

A l'échelle atomique on ne peut plus décrire un résultat physique unique, car sa description comprend des variables stochastiques ; et l'évolution d'une situation initiale produira *un ensemble* de résultats, chacun assorti d'une probabilité : la certitude déterministe est devenue statistique.

Einstein a proposé en 1904 une théorie sur les ondes électromagnétiques selon laquelle leur énergie existe et se propage sous forme de paquets indivisibles (quanta) appelés photons ; cette théorie s'opposait sur ce point-là à celle de Maxwell, admise à l'époque, pour qui une onde électromagnétique est continue. Une synthèse du modèle corpusculaire d'Einstein avec le modèle continu de Maxwell ne fut établie par Schrödinger et Heisenberg que dans les années 1920.

Selon la physique atomique actuelle, dont l'outil mathématique est la Mécanique quantique, le comportement d'un photon est stochastique, mais le comportement moyen d'un grand nombre de photons est régi par les équations de Maxwell sous forme d'ondes continues.

Un ensemble de résultats d'évolution est parfois aussi *corrélé*

L'ensemble des solutions d'une équation d'évolution décrite par la Mécanique quantique est parfois aussi *corrélé* (on dit aussi *intriqué*), c'est-à-dire issu de la même situation initiale, décrit par la même fonction d'onde et respectant des conditions évidentes d'invariance connues à l'échelle macroscopique, comme la conservation de la matière-énergie et la conservation de la charge électrique. Nous en parlons au paragraphe *Déterminisme statistique*, sous-titre *Admettre les vérités mathématiques même contraires à notre intuition*.

Une nouvelle réalité multiple : la superposition d'états quantiques

Du point de vue métaphysique, l'expérience nous conduit à accepter un nouveau concept de réalité physique, celui d'un objet existant simultanément sous forme d'un ensemble d'états réels ayant en commun les invariants de l'objet initial comme la masse et la charge électrique. La métaphysique doit accepter et prendre en compte cette réalité physique dans ses réflexions sur le déterminisme.

Exemple de superposition d'états

Voir au paragraphe *La contingence des situations du passé, appréciation spéculative* l'exemple de la molécule d'ammoniac NH_3.

1.10.2 Décohérence : passage d'une superposition cohérente à un de ses objets

Mais avant d'accepter cette forme d'existence multiple, l'homme a désiré la voir, la mesurer, et cela ne fut pas possible : à chaque tentative physique de mesure faite à l'échelle macroscopique, celle-ci interfère avec l'objet étudié car elle met en œuvre nécessairement une énergie : pour savoir qu'un photon existe, par exemple, il faut l'absorber sur une plaque photographique ou dans une cellule photoélectrique, donc le détruire.

Toute interférence avec un objet en superposition cohérente à l'échelle atomique détruit cette superposition en ne retenant qu'un des objets superposés, parce que l'énergie de l'échelle macroscopique mise en œuvre pour voir l'objet superposé à l'échelle atomique est infiniment plus grande que les énergies mises en œuvre pour parvenir à la superposition et la conserver.

Une superposition d'états est toujours très fragile : la moindre perturbation la détruit ; l'ordinateur quantique de Rigetti, maintenu à une température de 1°K (-272°C) pour que sa mémoire en aluminium puisse être supraconductrice, ne peut garantir la durée des superpositions plus de 90 µs (moins d'un dix-millième de seconde) du fait de l'agitation thermique [B153].

1.10.2.1 A l'échelle atomique toute mesure perturbe le système mesuré

Pour fournir un résultat visible, une mesure utilise un dispositif macroscopique. Or ce dispositif ne peut pas ne pas échanger de l'énergie (par exemple un photon) avec l'objet qu'il mesure, énergie qui fait donc nécessairement partie de l'expérience, qui doit donc être conçue pour en tenir compte.

1.10.2.2 Réduction de la fonction d'onde – Preuve physique de la décohérence

Pour bien comprendre ce paragraphe, lire d'abord :

- En annexe : *Application linéaire, opérateur linéaire, valeur propre, vecteur propre*
- Ci-dessous : *Fonction d'onde*.

Le passage d'une superposition cohérente à un de ses états, donc le choix d'un élément de l'ensemble des résultats superposés d'une évolution, réduit cette superposition d'états à un état unique visible à l'échelle macroscopique.

Cette réduction, appelée *décohérence*, réduit la fonction d'onde du système complet {objet en états superposés + dispositif de mesure} à celle d'une valeur propre particulière de l'observable du dispositif. Elle choisit l'un des objets superposés, lui attribue les paramètres globaux de l'objet initial comme la masse, et le laisse subsister à l'échelle macroscopique. Il est impossible de prévoir lequel des objets superposés sera choisi, car on ne peut décrire avec précision les paramètres de l'énorme perturbation macroscopique infligée à la superposition à l'état atomique par la décohérence, et *c'est cette mesure perturbante qui crée l'état observé à partir de la superposition*.
(Preuves expérimentales : [B52], [B156]).

Les lois physiques de l'échelle atomique sont donc régies par un déterminisme incorporant les possibilités de résultats d'évolution multiples, d'état d'objet en superposition cohérente, et de décohérence choisissant un des objets superposés : ce sera le *déterminisme statistique*.

1.10.2.3 C'est la mesure qui crée son résultat ; avant il n'existait pas

Il faut bien comprendre que l'évolution d'un système à l'échelle atomique crée un ensemble de résultats, pas un résultat particulier. De même qu'en mathématiques on ne confond pas un ensemble et un de ses éléments, en physique quantique une évolution crée un ensemble de résultats potentiels ; à la fin de cette évolution le résultat mesuré n'existe pas encore :

> **C'est la mesure qui crée le résultat, en le choisissant parmi les éléments de l'ensemble de résultats virtuels créé par l'évolution ;**
>
> **contrairement à la physique macroscopique, aucune observable de physique quantique n'a une valeur indépendamment de sa mesure.**

<u>Mais qu'est-ce que ce processus de choix, quel est son mécanisme physique ?</u>

Le déroulement physique du choix de l'élément de l'ensemble de résultats virtuels de l'évolution dépend du dispositif de mesure, il n'y a pas de règle générale. Mais dans tous les cas il fait intervenir de l'énergie, il n'est pas neutre ; et cette énergie est suffisante pour être cause d'un résultat visible à l'échelle macroscopique.

Exemple : un photon est détruit par son impact sur une cellule photoélectrique qui produit un signal électrique au résultat visible.

Dans tous les cas, la mesure amplifie l'énergie qu'elle échange avec le dispositif expérimental dont elle fait partie : sans cette amplification l'homme ne pourrait rien voir, ses sens n'étant pas assez sensibles. Or cette amplification met en jeu une énergie beaucoup plus importante que celle de l'échelle atomique, énergie qui ne fait pas partie de l'expérience, qui n'est pas intervenue dans l'évolution de celle-ci, dont la loi d'évolution ne peut donc tenir compte.

1.10.3 Définition du déterminisme statistique

Le déterminisme *scientifique* de Newton et Maxwell ne pouvant régir toutes les évolutions physiques, notamment celles de l'échelle atomique et des systèmes dynamiques (chaotiques), nous en avons défini une extension : le déterminisme *statistique*. C'est une doctrine selon laquelle l'évolution dans le temps d'une situation sous l'effet des lois de la nature est régie par le postulat de causalité et la règle de stabilité (comme le déterminisme scientifique), mais *l'application de ces lois peut donner des résultats à distribution stochastique* : la prédictibilité est statistique.

1.10.4 Lois d'évolution régies par le déterminisme statistique

Le déterminisme statistique est un sur-ensemble du déterminisme scientifique, en plus duquel il régit des lois d'évolution dont le résultat est un ensemble d'états :

- Dont les éléments sont prédictibles :
  - Chacun avec une probabilité d'occurrence, dans le cas des ensembles discrets ;
  - Chacun avec une densité de probabilité d'occurrence, dans le cas des ensembles continus (voir en annexe *Densité de probabilité*).
- Dont l'ensemble des éléments :
  - Soit coexistent en superposition cohérente qui peut subir une décohérence ; celle-ci choisit un des éléments de manière nécessairement imprédictible (comme pour l'ammoniac ; voir aussi *Théorie de la résonance chimique*).
  - Soit subissent un choix stochastique produisant un élément unique (comme dans le cas d'un lancer de dé).

Le déterminisme statistique est étudié de manière détaillée plus bas :
voir *Déterminisme statistique*.

2. Philosophie du déterminisme

2.1 Epistémologie

D'après le dictionnaire [B152], l'épistémologie est essentiellement l'étude critique des principes, des hypothèses et des résultats des diverses sciences, destinée à déterminer leur origine logique (non psychologique), leur valeur et leur portée objective.

Ce livre est une épistémologie des lois physiques, en tant qu'elles sont régies par le déterminisme.

- L'ouvrage affirme qu'il y a des lois de la nature *parce que c'est l'homme qui les fait*, en leur faisant régir les phénomènes qu'il perçoit et en ignorant leur adéquation à la réalité inconnaissable ; c'est un point de vue kantien.
- L'ouvrage décrit les lois physiques d'un point de vue philosophique, en proposant une structure qui les organise et sous-tend leur déterminisme.

  Exemple : nous verrons à propos de la Relativité qu'il y a un principe régissant toutes les lois physiques valables dans un référentiel d'inertie, le *Principe de relativité* qui s'énonce :

  « Les lois physiques sont les mêmes dans tous les référentiels inertiels. »

2.2 Caractéristiques déterministes des lois de la nature

Voici un résumé d'affirmations concernant la causalité et le déterminisme des lois de la nature, que nous préciserons avec leurs conditions de possibilité et leurs limitations. Tous les termes scientifiques seront définis le moment venu.

1. Une cause est une situation à un instant *t* donné, avec <u>tous</u> ses paramètres.
   Cette définition n'est pas triviale.
   - *A l'échelle atomique*
     Considérons une situation de Mécanique quantique avec superposition d'états simultanés qui subit une décohérence pour devenir un état unique. On pourrait penser qu'il s'agit d'un cas où *plusieurs causes* (les états superposés) ont évolué vers *une conséquence unique*, ce qui constituerait une causalité différente de celle où une cause unique évolue vers un ensemble de conséquences. En fait, la superposition d'états constitue bien une situation à considérer *dans son ensemble*, donc une cause unique.
   - *A l'échelle astronomique*
     L'ensemble des paramètres à prendre en compte pour tirer toutes les conséquences d'une situation à l'instant *t* ne peut être limité à ceux d'un système particulier, car il pourrait exister des paramètres extérieurs qui l'influencent ; exemple : des rayons cosmiques issus d'une galaxie lointaine. La seule manière d'être exhaustif est de considérer l'Univers entier, au moins dans un raisonnement philosophique.

     Et là intervient la Relativité générale, avec son espace-temps quadridimensionnel : il n'y a pas d'instant *t* absolu dans tout l'Univers relativiste, comme dans celui de Newton, un instant et une position sont *par rapport à un certain repère*. Et il n'y a pas, non plus, de simultanéité entre des événements se produisant en des lieux distincts.

2. La conséquence d'une cause est tirée, automatiquement et immédiatement, par la nature sous forme d'un ensemble d'évolutions simultanées de certaines variables (si aucune n'était affectée, il n'y aurait pas d'évolution).

   - *Superposition d'états*
     Cet ensemble d'évolutions peut ne comprendre qu'une évolution unique (en physique classique) ou comprendre plusieurs évolutions simultanées en superposition (en physique quantique). Cette superposition prend fin par une *décohérence*, au bout d'un temps en général court, et d'autant plus court que le système considéré interagit fortement avec son environnement, rendant ainsi la superposition instable.

     La loi d'évolution qui s'applique à une situation donnée prévoit l'ensemble des états superposés en fonction du temps ; mais elle ne peut prévoir le déroulement ou le résultat de la décohérence qui suit l'évolution, car celle-ci n'est pas décrite par cette loi d'évolution.

   - *Décohérence*
     Dans la nature, la décohérence est un des rares cas d'évolution où le hasard intervient (par déterminisme statistique), si l'on considère les fluctuations quantiques comme étant des phénomènes sans cause préalable qui ne sont pas des évolutions, parce qu'ils résultent d'indéterminations intrinsèques échappant au concept même de causalité.

     (Voir en annexe *Résumé des cas d'imprédictibilité*.)

   - *Trajectoires d'une particule libre*
     Une particule peut parcourir une infinité de trajectoires à la fois, solutions de l'équation de Schrödinger, autour d'une trajectoire la plus probable calculée en pondérant chacune des trajectoires individuelles avec sa probabilité.

     Cas particulier intéressant : un ensemble de particules décrites par un état quantique global, comme une paire de photons corrélés (on dit aussi "intriqués" ou "non séparables"), conserve certaines propriétés de cet état global même lorsque les particules s'éloignent les unes des autres. Si un événement affecte alors l'une des particules (exemple : l'absorption d'un photon d'un ensemble intriqué lors d'une mesure) ses conséquences sont propagées instantanément à toutes les autres particules « à une vitesse infinie » : on dit qu'il y a *non-séparabilité* des particules corrélées.

   - *Etats corrélés*
     Deux ou plusieurs particules décrites par une même fonction d'onde (par exemple parce qu'elles ont été générées ensemble comme un photon qui se décompose en 2 photons de polarisations opposées) sont dites *corrélées* ou *intriquées*. Elles ont une propriété qui n'existe pas en physique macroscopique : une d'entre elles peut s'éloigner très loin tout en conservant des propriétés communes avec l'autre ou les autres ; notamment, ces particules forment toujours un même objet, avec une énergie d'ensemble : si on en détruit une toutes disparaissent *instantanément*, sans qu'aucune information ait pris le temps de se transmettre aux autres.

3. Dans la nature, l'instabilité peut constituer une cause d'évolution.

   - L'instabilité peut résulter d'une énergie cinétique traduisant la température, source de l'agitation incessante appelée *mouvement brownien*.
   - L'instabilité peut se manifester par des fluctuations énergétiques ; il s'agit alors d'une indétermination régie par le *principe d'incertitude de Heisenberg*.

- L'instabilité des systèmes non linéaires (par exemple les systèmes dissipatifs comme les êtres vivants, en déséquilibre thermodynamique), peut être source d'auto-organisation (comme l'évolution des espèces ou l'assimilation de nourriture).
- L'instabilité peut résulter d'une solution particulière d'un modèle d'évolution, comme l'inflation de l'Univers qui résulte de la *Relativité générale*.
- L'instabilité peut résulter de la nature même d'un système dynamique ; ses lois d'évolution peuvent changer en certains points de bifurcation (voir *Changements de phase d'un corps pur* au paragraphe *Limites d'application d'une loi d'évolution*).

4. Toute évolution physique d'un système laisse invariante la quantité d'informations qui le décrit (conséquence de la réversibilité de l'équation de Schrödinger).

   Conséquence : le déterminisme implique la possibilité de remonter le temps (en pensée) ; voir *Principe de fatalisme*.

5. La nature ne connaît pas le concept humain de « résultat d'une évolution » et elle n'a pas de finalité (contrairement à la croyance idéaliste).
6. Par définition, un résultat (notamment la durée d'un phénomène) est l'ensemble des valeurs des variables (numériques, de forme ou de structure) qui nous intéressent, nous hommes, considérées à un instant donné. Il peut venir d'une ou plusieurs des évolutions déclenchées par une cause donnée.
7. Une cause donnée ne déclenche qu'une évolution (ou un ensemble d'évolutions en Mécanique quantique), dont elle ne garantit ni la prédictibilité des résultats, ni la précision de chaque résultat, préoccupations strictement humaines ; c'est l'évolution qui produit un résultat, pas la situation-cause qui l'a déclenchée.
8. Chaque évolution déclenchée est gouvernée par une loi physique, selon le principe déterministe « les mêmes causes produisent les mêmes effets », principe qui implique ce qui suit :
   - La stabilité (l'invariance) des lois physiques dans le temps et l'espace (au moins à l'échelle qui nous est accessible).
   - L'absence de hasard dans une loi d'évolution non stochastique d'une situation ; dans une évolution régie par une loi stochastique, il y a une distribution statistique des valeurs.
   - En Mécanique quantique, lors d'une évolution dont le modèle peut avoir plusieurs solutions, celles-ci constituent un ensemble prédéterminé, dont chaque élément a une probabilité connue d'apparaître si on fait un grand nombre d'expériences identiques.

     Le choix statistique d'une valeur lors d'une décohérence est un type de décomposition naturelle particulier, faisant passer d'une superposition prédictible de valeurs à une valeur unique affectée d'une probabilité également prédictible : ce n'est pas un choix au hasard.
   - Dans le cas d'une bifurcation, la loi choisie dépend d'un paramètre de contrôle qui a une valeur critique au point de bifurcation.
   - En cas d'évolution sensible aux conditions initiales, le résultat est imprédictible à long terme au départ, du fait d'une amplification mathématique d'inévitables imprécisions de données ou de calcul.

9. La nature est *complète* : elle a toutes les lois qu'il faut pour réagir à toutes les situations. Elle « n'improvise » jamais de conséquence et n'en « oublie » jamais.
10. Il n'y a pas dans l'Univers de situation parfaitement stable pour l'éternité, situation sans loi d'évolution pour au moins une des variables d'état considérées.
11. Les lois physiques constituent un ensemble cohérent : leurs effets se complètent sans jamais se contredire.

    Exemple : en Mécanique quantique, les différentes trajectoires éventuelles d'une particule unique, qui les emprunte toutes à la fois, sont parcourues à des vitesses telles que la particule arrive en une fois à une destination unique, pas à plusieurs dates dépendant des diverses trajectoires. Mais des différences de longueur de trajectoire peuvent produire des interférences.
12. La nature ignore les concepts d'échelle d'espace ou de temps, qui ne sont que des abstractions commodes de l'esprit humain : c'est le *principe de correspondance*.
    - Une loi physique s'applique à toutes les échelles, mais ses effets peuvent être négligeables ou trop difficiles à calculer à certaines échelles.
    - Certains phénomènes sont modélisés par des structures géométriques *fractales*, qui ont la même forme quelle que soit l'échelle, c'est-à-dire « le grossissement ».
13. Les lois physiques respectent un certain nombre de symétries (invariances) résultant de l'uniformité de l'Univers (homogénéité du temps et de l'espace, isotropie), de la symétrie droite-gauche de l'espace, etc.

    Elles respectent aussi des *concepts universels*, qui seraient les mêmes aussi pour des habitants d'une autre galaxie : nombre entier, point, ligne droite, etc., ainsi que des *principes de logique*. Le déterminisme ne peut que les respecter.

    Elles respectent également le théorème de Noether : « L'invariance d'une théorie physique par rapport à une transformation continue se traduit toujours par l'existence d'une loi de conservation d'une quantité ».
14. La causalité et le déterminisme tiennent compte de la Relativité, de la Mécanique quantique, de l'Electrodynamique quantique, de la Chromodynamique quantique et de la Conservation de l'information, théories et ensembles d'outils mathématiques de lois de la nature.
15. La causalité et le déterminisme s'appliquent aux situations et aux évolutions physiques de la nature, pas à la pensée humaine. Nous verrons pourquoi celle-ci est non-déterministe et imprévisible, et que le libre arbitre n'est réel que psychologiquement.

Conclusions

Ce n'est pas à la nature de s'adapter à notre besoin de représentations mentales simples, c'est à nous (qui les créons) d'adapter celles-ci et l'échelle que nous considérons à la nature, même si ces représentations s'imposent comme abstraites, probabilistes, imprécises ou indéterminées.

2.3 Déterminisme des processus itératifs

Le déterminisme régit le déroulement des processus itératifs imaginés par l'homme en plus des évolutions naturelles. Un tel processus comprend des étapes successives dont le déroulement et le résultat sont déterministes : ils ne dépendent que des conditions initiales.

> Exemple : une population a une croissance naturelle de 1.5% par an, mesurée par des statistiques annuelles. Cette croissance entraîne une consommation croissante d'une ressource naturelle limitée, consommation mesurée chaque année en même temps que la population. Connaissant la limite de la ressource et la population initiale (de l'année zéro) calculer son évolution à court terme (années 1, 2, 3…) et à long terme.

Une évolution déterministe itérative bornée peut produire 4 sortes de résultats
Nous verrons en étudiant le *chaos* que l'évolution bornée d'un tel processus déterministe itératif peut, selon le cas, produire un résultat unique fini, un résultat infini, une oscillation asymptotique entre un certain nombre de résultats ou une suite infinie de résultats uniques.

<u>En résumé</u>
Le déterminisme régit l'évolution qui résulte de la cause initiale ; il ne garantit pas que le résultat de cette évolution puisse être prédit avant, ou mesuré après avec une précision arbitraire : *le déterminisme, toujours respecté par les lois de la nature, ne garantit ni la prédictibilité du résultat ni la précision de sa mesure ; il garantit seulement que la cause déclenche une évolution selon la loi qui s'applique*.

2.4 Philosophie de la causalité

2.4.1 Définition d'une cause

Certains philosophes estiment impossible de définir clairement le concept de *cause* ([B148] §2.1). Nous trouvons un tel pinaillage stérile, car il suffit de constater que le *Dictionnaire de l'Académie* [B60] définit une *cause* comme *ce qui produit un effet* (c'est-à-dire… une cause) ; pour nous, dans la suite de ce texte, la notion de cause sera un concept de base, compris de tous sans explication.

<u>Concepts dérivés</u>
Du concept de base de *cause* Aristote a dérivé les concepts suivants : [B150]

- La cause *efficace* (ou efficiente, ou agissante, ou suffisante ou déterminante) est le phénomène physique, la situation ou l'être à l'origine d'une évolution produisant une autre situation ; le postulat de son pouvoir est le déterminisme ;

  Une cause efficace a un caractère : la loi de sa causalité.

  Complément : [B11] - Arthur Schopenhauer : *De la quadruple racine du principe de la raison suffisante.*

- La cause *finale* est le but (la fin) d'une action, lorsque celle-ci a un auteur pensant susceptible d'avoir un but ; pour cet auteur on pense souvent à Dieu ; Voir dans le vocabulaire : *Téléologie*.

- La cause *matérielle* est la substance ou le matériau nécessaire à l'action ou à la réalisation d'un objet : en l'absence de matière cet objet n'existerait pas, et l'attraction entre deux objets n'existerait pas non plus.
- La cause *formelle* est l'Idée, le plan ou le cahier des charges nécessaire à la détermination (définition intégrale) d'un objet, pour sa construction comme pour son évolution et son interaction avec son environnement ; c'est aussi la prémisse dont se déduit une conclusion.

<u>Complément</u>

Dans le paragraphe *Conséquences déterministes du postulat de causalité* voir le sous-titre *Le postulat de causalité fait partie des principes de l'entendement*.

2.4.2 Causalité, réalisme et idéalisme

Il y a deux doctrines métaphysiques concernant l'existence d'une réalité, indépendamment de l'homme qui s'en construit des représentations mentales : *le réalisme* et *l'idéalisme*.

<u>Réalisme</u>

Les philosophes matérialistes considèrent que les objets matériels existent vraiment, que la réalité objective existe aussi et qu'elle est perceptible par nos sens : « Je vois une table, donc elle existe et elle existe objectivement aussi pour mon voisin. »

Postulat de réalité

Le matérialisme postule que la réalité (l'Univers physique) existe indépendamment de l'homme qui se la représente mentalement, mais l'esprit d'un homme est incapable de distinguer entre un phénomène et sa représentation (voir la citation de Kant : *La définition et l'existence d'un concept sont indépendants*). Ce postulat d'indépendance entre la réalité et ses représentations mentales est connu sous les noms de « postulat de réalité », « postulat de réalisme » ou « postulat de réalisme métaphysique ».

Critique de la notion de loi naturelle indépendante de l'homme

Les réalistes considèrent donc que la nature a des lois d'évolution, indépendamment de l'homme qui les découvre (et ne les crée pas). Ils raisonnent alors sur ces lois, en les formulant et en déduisant d'elles diverses affirmations. Ils ne se rendent pas compte que les lois en elles-mêmes leur sont inaccessibles (Platon : l'homme n'a pas accès à la réalité, mais seulement à la représentation qu'il s'en construit) ; ils ne se sont pas aperçus que le fait de les formuler en fait des lois d'origine humaine. La seule approche logiquement rigoureuse de ce sujet est celle de Kant : *l'Idéalisme transcendantal* [B76].

<u>Idéalisme</u>

Le postulat opposé au réalisme est l'idéalisme, qui n'admet pas que la réalité externe soit la cause de nos représentations :

- Soit parce que la réalité matérielle n'existe pas, car seul existe réellement l'esprit qui la perçoit (postulat *d'immatérialisme* de Berkeley et Nietzsche) ;

- Soit parce que toute réalité externe n'est accessible qu'en tant que représentation d'un sujet pensant : c'est l'*idéalisme transcendantal de Kant* (voir ce paragraphe en annexe) ;
- Soit parce qu'on confond et désigne d'un même mot, comme Platon, l'existence et l'*essence* (ensemble de propriétés d'une Idée, voir annexe) : l'homme ne voit que « la projection de la réalité sur le mur de la caverne ».

<u>Comparaison du matérialisme et de l'idéalisme</u>

1 - Matérialisme

Dans le langage courant, un matérialiste est une personne qui s'attache essentiellement aux valeurs, aux biens et aux plaisirs matériels. Nous n'utiliserons pas ce sens du mot dans la suite du texte, où le mot matérialisme ne nous intéressera que dans son sens philosophique : principe métaphysique affirmant que « tout est matière ou issu de la matière ».

> Complément : voir *De la vraie nature du matérialisme et de la séduction légitime qu'il exerce*.

2 - Idéalisme

Les philosophes non matérialistes, appelés spiritualistes ou idéalistes, considèrent qu'il existe un principe spirituel, l'âme, distinct et indépendant du corps de l'homme, et que l'esprit est « supérieur » à la matière.

> (Je n'ai jamais vu d'énoncé clair et convaincant des supériorités de l'esprit sur la matière ; je ne connais que le concept de Platon pour qui un objet matériel n'est qu'une copie imparfaite et périssable d'une Idée parfaite et éternelle.)

Les idéalistes pensent que les concepts et opérations intellectuelles de l'homme ne peuvent s'expliquer par les seuls phénomènes physiologiques du cerveau : pour eux, penser implique nécessairement une transcendance. Ils pensent aussi qu'il y a dans l'homme deux types de besoins différents :

- les *besoins* physiologiques (manger, dormir...)
- les *désirs* proprement humains (être apprécié, aimer…)

Pour un idéaliste comme Descartes l'homme a deux dimensions : l'âme et le corps, l'âme étant supérieure au corps (toujours sans définition précise de l'âme et sans qu'on sache clairement en quoi réside cette supériorité).

A partir de la description de l'idéalisme qui précède, une première remarque s'impose : ses concepts de base ("principe spirituel", "esprit", "âme", "impossibilité de réduire l'esprit de l'homme à une émanation de son corps", "supériorité"…) sont vagues ; *il n'en existe aucune définition précise et leur compréhension fait appel à l'imagination irrationnelle de chacun*. C'est pourquoi Kant appelle sa doctrine de la connaissance *Idéalisme transcendantal* [B76] (voir cette importante note).

Comparaison succincte du réalisme et de l'idéalisme

Selon le domaine de connaissance considéré, une des deux approches peut être préférée à l'autre.

- En physique traditionnelle, la doctrine réaliste permet de décrire au moyen de lois et formules des phénomènes ou situations réels, et le passage d'une situation à sa conséquence. Par exemple, une formule permet de prévoir avec une précision acceptable ce qui se passera dans une situation donnée, c'est-à-dire comment elle évoluera. La causalité est alors précise et fiable.
- En psychologie, la doctrine idéaliste s'impose, car la réalité de l'esprit humain est trop complexe pour être représentée de manière complète et claire. On ne connaît que certains mécanismes mentaux, et seulement de manière approximative, avec beaucoup de cas particuliers et peu ou pas d'informations chiffrées. La causalité est alors peu précise et peu fiable, faisant appel à des intuitions et des non-dits. La seule manière de connaître et d'étudier le psychisme humain est de s'en construire des modèles mentaux simplifiés, qu'on confronte ensuite avec les résultats ou mesures de l'expérience.

  De nos jours, la psychologie cognitive et la neuropsychologie utilisent des enregistreurs cérébraux pour décrire les mécanismes psychiques associés à des messages sensoriels et des pensées simples. De son côté, le modèle informationnel du psychisme a permis de comprendre les mécanismes de la conscience de soi et de l'impression de libre arbitre : voir chapitre *Conscience et conscience de soi*.

Conclusion philosophique

A la causalité précise et fiable de la physique, base du *déterminisme scientifique*, du *déterminisme statistique* et du *déterminisme étendu*, s'ajoute donc la causalité approximative et de fiabilité incertaine des actions humaines, à laquelle nous associons, par définition, un *déterminisme humain* que les psychologues et neuropsychologues approfondissent.

2.4.3 Causalité, nécessité et explication du monde

La raison *justifie* l'existence des causes des situations et phénomènes en postulant que tout ce qui existe ou arrive a une cause, et que rien n'existe ou n'arrive sans cause ; elle prévoit l'évolution des situations en appliquant les lois physiques.

La cause *explique pourquoi* cela existe, est arrivé ou arrivera, connaissance plus approfondie qu'une simple certitude d'existence. L'existence de la cause implique nécessairement la conséquence, mais attention à la réciproque : si on ne connaît pas la loi d'évolution qui y a conduit, une situation constatée peut avoir *plusieurs* causes possibles.

> Exemple : un homme trouvé mort a 3 balles dans la tête. Il n'a donc pu se suicider, mais *plusieurs* personnes qui l'ont fréquenté peuvent l'avoir assassiné.

Le *principe de raison suffisante* énonce une relation certaine, suffisante : l'existence de la cause implique nécessairement la conséquence (l'évolution qui en résulte).

2.4.3.1 Absurdité du concept « d'être absolument nécessaire »

D'après ce qui précède, l'expression « un être absolument nécessaire » (que l'on rencontre dans des textes philosophiques), où « absolument » signifie « indépendamment de toute condition, donc de toute cause » et « nécessaire » signifie « dont le contraire est impossible », est absurde : *il n'existe ni être ni situation absolument nécessaire !* L'existence d'un être absolument nécessaire est un argument de la « preuve cosmologique de l'existence de Dieu », preuve dont Kant a démontré l'impossibilité. Voir [B32] article *Preuves possibles de l'existence de Dieu (2 : preuve cosmologique)*.

Exemple de pensée métaphysique creuse extrait de la biographie du philosophe Avicenne publiée dans [B36] :

"Le point extrême auquel la pensée puisse s'élever, après avoir parcouru toute la série de la causalité, est celle de l'Être absolument Nécessaire dont le contraire est le Possible. L'absolument Nécessaire est ce qui, supposé comme non existant, serait nécessairement inconcevable, tandis que le Possible est ce qui se peut également bien concevoir comme existant et comme non existant."

Commentaires sur cette citation : il n'y a pas de limite à ce que l'imagination humaine peut concevoir, il y a seulement des objets dont l'existence est possible parce qu'elle ne contredit ni loi physique ni la logique, et d'autres qui ne peuvent exister ailleurs que dans l'imagination. « *Ce qui, supposé comme non existant, serait nécessairement inconcevable* » est une absurdité : pour supposer que quelque chose n'existe pas il faut d'abord l'avoir conçu (défini), ce qui l'empêche d'être inconcevable ! En outre, l'existence physique d'un concept ne peut pas être une propriété de son essence (c'est-à-dire de sa définition).

Une abstraction ne peut causer une existence matérielle, en vertu :

- du principe d'homogénéité ;
- du principe de conservation de l'énergie (toute création ou transformation physique d'objet nécessite de l'énergie qu'une abstraction n'a pas).

« Dieu existe » est une affirmation à la fois indémontrable en antiscientifique
L'affirmation de l'existence physique d'un Dieu *créateur* du monde est à la fois indémontrable et infalsifiable : Kant l'a expliqué dans la *Critique de la raison pure* en 1781 [B12]. Et dans ce même ouvrage, Kant explique aussi qu'un Dieu *omnipotent* (capable d'intervenir dans notre Univers) est incompatible avec les lois de la nature que l'homme définit : celui-ci doit donc choisir entre croire les lois qu'il crée ou croire en un Dieu aux pouvoirs transcendants.

Il est surprenant qu'un grand philosophe comme Spinoza ait, lui aussi, défini Dieu comme un être absolument nécessaire à la première ligne de son œuvre majeure, *l'Ethique* :

> « I. J'entends par *cause de soi* ce dont l'essence enveloppe l'existence, ou ce dont la nature ne peut être conçue que comme existante. »

Un homme peut concevoir une définition d'un être ou d'un objet sans qu'il existe, avec toutes les qualités qu'il veut ; et cette même définition pourra aussi s'appliquer à un ou plusieurs êtres ou objets existants. C'est la conséquence d'un principe de logique : une définition ne peut, par elle-même, comprendre ni son existence, ni son inexistence ; il faut pour cela un raisonnement invoquant une réalité physique indépendante de la définition.

2.4.3.2 Pourquoi les croyants ne peuvent concevoir un Dieu inexistant

La raison pour laquelle certains croyants ont affirmé l'inconcevabilité de l'inexistence de Dieu est d'abord psychologique : leur croyance en Dieu est si profonde, si absolue qu'il leur est impossible d'imaginer son inexistence ; et ils ne peuvent l'accepter si on leur montre la contradiction du concept de Dieu omnipotent avec les lois physiques admises et vérifiables de l'Univers, qui excluent la transcendance.

Ensuite, un croyant sait qu'une *régression à l'infini* (un parcours de la chaîne de causalité d'une situation donnée remontant le temps des conséquences aux causes, voir ce titre) ne peut s'achever car toute situation a une cause qui l'a précédée. Donc :

- ou ce croyant admet que l'Univers a un passé infiniment distant, donc qu'il n'a pas été créé parce qu'il a toujours existé, donc qu'il n'y a pas de Dieu créateur – conclusion inacceptable pour un croyant ;
- ou ce croyant admet qu'à une certaine date du passé il y a eu une cause absolue, c'est-à-dire sans cause ; et c'est ce qu'il fait en affirmant que cette cause sans cause est Dieu, créateur incréé. Il ne peut concevoir l'inexistence de Dieu parce qu'il *veut croire* à cette cause première.
  Et il a de la chance : la science lui dit que l'Univers est né lors du Big Bang, événement dont l'existence est aujourd'hui certaine bien qu'inexpliquée.

  Objections
  Mais l'existence d'une cause première de l'Univers, le Big Bang, ne prouve pas qu'elle soit un être, Dieu. Rien ne prouve que ce Dieu créateur est omnipotent, omniprésent, omniscient, infini, parfait, etc., pouvoirs avec lesquels il peut intervenir dans l'Univers aujourd'hui : une loi physique produit des effets physiques, pas des abstractions ; aucune loi physique ne produit de tels jugements. Pire, même : nos lois physiques sur l'énergie et la Relativité, par exemple, rendent impossibles des actions transcendantes. Enfin, une abstraction (Dieu) n'a pas d'effets physiques, et aucune logique ne peut en déduire de tels effets.

2.4.4 Comment l'homme produit les lois de la nature

L'homme postule une loi à partir d'un enchaînement de causes et de conséquences
Lorsque l'homme constate qu'une situation *S* a été plusieurs fois précédée d'une situation S_0, il généralise par induction et postule que S_0 est *toujours* cause de *S* : toute situation future identique à S_0 produira *S* ; c'est la *Règle de stabilité* vue plus haut.

2.4.4.1 Importance de la vitesse et de l'amplitude d'une évolution

En pratique, la stabilité (l'invariance) d'une loi physique d'évolution est soumise à des incertitudes, comme une variable physique : ses paramètres sont entachés d'erreurs.

- Une loi d'évolution décrit celle-ci à partir d'une situation initiale en appliquant des règles de calcul. Mais une variable (qui a une valeur initiale à un instant initial et des règles de calcul) n'est connue avec une précision parfaite que lorsque c'est une unité internationale, définie arbitrairement, comme la vitesse de la lumière *c* = 299 792 458 mètres/seconde *exactement* ; toutes les autres variables sont entachées d'erreurs, donc le résultat aussi : *la prédiction d'une évolution est, en pratique, entachée d'erreurs*.

- Un système est stable lorsque ses variations sont trop petites et/ou trop lentes pour être observées. Un système qui paraît stable en ce moment a peut-être évolué de manière perceptible dans le passé, mais de plus en plus lentement, ou avec de moins en moins d'amplitude jusqu'à paraître stable en ce moment ;
et peut-être évoluera-t-il de plus en plus vite ou de plus en plus fort à l'avenir.

Exemple

Au début d'un cours d'astronomie on considère seulement la direction dans laquelle se trouve une étoile, en ignorant sa distance et son éventuel mouvement par rapport à la Terre. Les étoiles sont alors censées se trouver sur une immense sphère céleste appelée « sphère des fixes », modèle cosmographique qui postule la fixité de la direction de visée de chaque étoile. En effet, à l'échelle de quelques siècles et à fortiori à celle d'une vie humaine, les étoiles paraissent immobiles sur la sphère des fixes : leurs directions et leurs positions relatives ne changent pas.

En fait, l'immobilité apparente des étoiles n'existe que si on mesure leurs directions angulaires avec une précision modeste, notamment lorsqu'un homme compare un ciel de sa jeunesse, vu à l'œil nu, avec un ciel de son âge mur. Dès qu'on effectue des mesures de vitesse précises par *effet Doppler* (déplacement des raies spectrales : voir ce titre en annexe) on s'aperçoit que les étoiles bougent par rapport à la Terre : les positions stables connues ont été complétées par des lois de mécanique céleste.

Conclusions

- La vitesse mesurée d'évolution d'un phénomène n'a pas de raison d'être constante. Une évolution lente aujourd'hui peut avoir été beaucoup plus rapide dans le passé. Exemples :
  - L'expansion de l'Univers, dont le rayon augmente aujourd'hui plus vite que la vitesse de la lumière, *c*, a été des milliards de fois plus rapide peu après la naissance de l'Univers (le Big Bang), pendant une phase appelée inflation. Cette expansion hyperrapide n'a duré qu'un très court instant, de l'ordre de 10^{-35} seconde.
  - Considérons un système physique fermé (n'échangeant rien avec l'extérieur) tel qu'un tube allongé plein d'air. Supposons qu'au début de l'expérience l'air de la partie gauche du tube a été chauffé, pendant que l'air de la partie droite restait froid. Lorsqu'on arrête le chauffage et qu'on laisse l'air du tube fermé évoluer sans intervention extérieure, sa température tend vers une température limite, uniforme, *en variant de plus en plus lentement*.

    La température stable constatée au bout d'un temps assez long pour que notre thermomètre de mesure ne bouge plus est le résultat d'une évolution convergente, pas le résultat d'une absence d'évolution. Un observateur qui ne voit qu'un thermomètre qui ne bouge pas aurait tort d'en conclure que l'air du tube a toujours été à la même température.

  En résumé : compte tenu de l'imprécision inévitable de toute mesure physique, on ne peut conclure d'un état actuel de stabilité ni qu'il n'a jamais évolué, ni qu'il n'évoluera jamais, ni depuis combien de temps il n'évolue pas, ni qu'il n'évoluera pas beaucoup plus vite dans l'avenir…

Exemple : si on photographie le balancier d'un pendule oscillant avec un temps d'exposition de un dixième de seconde lorsque ce balancier est au sommet de sa course, on aura une photo nette car il bouge alors lentement ; mais une photo de même temps d'exposition au point le plus bas du balancier sera « bougée ».

Du point de vue philosophique, on doit tenir compte de la possibilité qu'une évolution dans le temps ait une vitesse et une amplitude variables, c'est-à-dire décrites par des fonctions non linéaires. La vitesse et l'amplitude d'évolution d'un phénomène, trop petites pour être mesurables à un instant donné, ne l'ont pas nécessairement toujours été, et ne le resteront pas nécessairement toujours à l'avenir.
Complément important : voir *La sensibilité aux conditions initiales*.

2.4.5 Principe de raison suffisante (en abrégé : Principe de raison)

Ce principe est apparu chez Leibniz dans la seconde moitié du XVIIe siècle, avant d'être cité par Kant ([B149] page 58), puis étudié en détail par Schopenhauer [B11].

2.4.5.1 Nécessité d'une cause déterminée

Le postulat du déterminisme scientifique (postulat de causalité + règle d'unicité et de stabilité ci-dessus) suppose un préalable : que tout ce qu'on constate, situation ou évolution, ait, pour un système, une cause bien définie (on dit souvent : *déterminée*) :

- Dont la présence *est nécessaire pour que cette évolution ait lieu ;*
- Dont la présence *suffit pour déclencher une évolution*, qui sera toujours la même dans les mêmes circonstances, car régie par une loi ;

c'est-à-dire une cause répondant à une *condition nécessaire et suffisante*.

Pour comprendre le besoin d'une cause nécessaire en plus de la cause suffisante, nous devons d'abord préciser la notion de *cause* ; et comme une cause s'applique à un *état de système* (des circonstances), nous devons définir aussi la notion d'état.

2.4.5.2 Etat (situation) d'un système

<u>L'état (situation) d'un système à un instant donné est défini par ses variables d'état</u>

Appelons *situation* l'état d'un système physique quelconque à un instant *t*. Cet état est défini par l'ensemble des *variables d'état* (informations) nécessaires pour le construire par la pensée à partir de matière-énergie. Ces informations sont soit *internes* au système (inhérentes), soit *externes* (relatives à son environnement : mouvement et forces par rapport à lui, rayonnements échangés, etc.).

Matière-énergie
La *Relativité restreinte* d'Einstein enseigne depuis 1905 que la matière et l'énergie sont deux formes d'une même réalité physique, la *matière-énergie*, souvent désignée simplement par le mot *énergie* entendu au sens large.

L'équivalence entre une masse de matière *m* (en kg), supposée immobile, et son énergie *E* (en joules) est donnée par la célèbre formule d'Einstein :

$$E = mc^2$$

où *c* est la vitesse de la lumière dans le vide, *c* = 299 792 458 mètres/seconde.

Exemple
La transformation en énergie de la masse d'une enveloppe de 20 grammes donne 0.02 x 299792458 x 299792458 = 1 797 510 357 473 635 joules ; c'est l'ordre de grandeur (énorme !) de l'énergie que produirait la chute de l'eau d'une piscine pleine de 50 x 8 x 2 mètres d'une hauteur de 229 000 kilomètres (60% de la distance de la Terre à la Lune). Dans une centrale électrique nucléaire convertissant de la masse d'uranium en électricité il faut peu de matière pour produire beaucoup d'électricité.

Variables d'état internes et externes

L'évolution d'un système à partir d'un instant donné dépend à la fois de son état interne et (s'il n'est pas fermé) de l'environnement avec lequel il interagit : ses variables d'état sont donc de deux types : internes et externes.

L'Univers est tout ce qui existe

On postule que l'Univers étant fermé (parce que sa vitesse d'expansion supérieure à la vitesse de la lumière exclut qu'un éventuel extérieur interagisse avec lui) il n'est défini que par des informations internes, et régi par les lois naturelles d'interruption et d'évolution définies précédemment.

2.4.5.3 Définition d'une cause suffisante – Domaine causal d'application

Une cause suffisante (on dit aussi : *efficace*) est une situation (état d'un système) qui entraîne son évolution selon une loi (dite *de causalité*) unique et universelle. L'ensemble des situations (causes efficaces) entraînant l'application d'une loi d'évolution particulière est appelé *domaine causal d'application* de cette loi, ou simplement *domaine d'application* ; la loi n'existe que dans ce domaine, mais dans ce domaine elle s'applique partout (en toutes circonstances).

Exemple : attraction universelle
La loi d'attraction universelle de Newton affirme que deux objets matériels de masses *M* et *M'* distants de *d* s'attirent avec une force *F* donnée par :

$$F = G\frac{MM'}{d^2}$$

où *G* est la constate universelle de gravitation, $G = 6.67 .10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

Cette attraction entraîne la chute des corps, le mouvement des planètes, etc. C'est une cause qui agit à distance sans contact, du seul fait des masses.

Cette loi d'attraction s'applique à toutes les masses séparées par une certaine distance, dans tout l'Univers ; et elle s'est toujours appliquée et s'appliquera toujours.

L'accélération communiquée par un champ de gravitation donné (comme celui qui règne à la surface de la Terre) est la même quels que soient la masse, le volume et les autres caractéristiques d'un corps. Son domaine d'application est donc :

- Pour l'origine et la cible d'une force d'attraction : tout ensemble de plusieurs masses considérées en tant que masses, à l'exclusion d'autres variables ;
- Pour le lieu où ces masses existent : tout l'Univers.

- Pour l'instant où elles commencent à s'appliquer après une évolution quelconque des masses : dès que l'image lumineuse de l'évolution arrive au lieu d'application considéré (en Relativité générale une conséquence physique se propage à la vitesse de la lumière).

L'effet d'une cause suffisante n'existe que dans son domaine d'application

Le domaine d'application d'une loi de causalité comprend, par définition, toutes les situations où elle s'applique : dans ce domaine elle s'applique partout, en dehors de ce domaine elle ne s'applique pas ; la cause d'évolution d'une loi est donc à la fois suffisante et nécessaire pour toute situation du domaine.

Dans l'exemple ci-dessus de l'attraction universelle, considérons deux particules qui ont une masse : l'électron (0.9 **.**10^{-30} kg) et le proton (1.67 **.**10^{-27} kg).
La loi d'attraction universelle s'applique bien entre ces particules, du fait de leurs masses.

Mais leurs charges électriques opposées provoquent une attraction selon une autre loi, *l'attraction électrostatique de Coulomb* entre des charges Q_1 et Q_2 (mesurées en coulombs) :

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{d^2},$$ où :

- F est la force en newtons ;
- d est la distance en mètres ;
- ε_0 est la permittivité du vide 8.854 **.**10^{-12} coulombs par (volt **.**mètre).

A une distance donnée d, l'attraction électrostatique étant beaucoup plus forte que l'attraction universelle (environ 10^{36} fois pour deux protons), le domaine d'application de ces deux lois est si différent que l'attraction des masses est négligeable par rapport à l'attraction (ou la répulsion) électrostatique lorsque les deux coexistent.

On voit sur cet exemple qu'en dehors de son domaine d'application (celui des masses n'agissant qu'en tant que masses gravitationnelles) la loi d'attraction universelle ne s'applique pas (exactement : n'a pas d'effet sensible). Autre conséquence : en physique atomique on ne calcule les évolutions de systèmes avec l'équation de Schrödinger qu'en tenant compte de la seule force électromagnétique, qui comprend celle de Coulomb (voir *Equations de Maxwell*).

2.4.6 Limites d'application d'une loi d'évolution

Le caractère nécessaire d'une cause suffisante ci-dessus n'existe que parce qu'on a supposé une *évolution continue*.

Une évolution discontinue (apparition d'une situation de système existant sans cause préalable, ou existence de système sans cause préalable) est exclue par le postulat de causalité.

L'évolution de tout système de l'Univers est nécessairement continue depuis le Big Bang. Une loi d'évolution s'applique exactement tant que sa cause suffisante existe, mais la cause d'évolution d'un système peut changer. Voici un exemple de changement de loi d'évolution : le *changement de phase*, appelé aussi *transition de phase*.

2.4.6.1 Changements de phase d'un corps pur

Un corps pur peut changer de phase, passant à un autre de ses trois états - solide, liquide ou gazeux - lorsque sa température et/ou sa pression varie(nt).

Si, pour une certaine évolution en température et/ou pression, on essaie d'expliquer l'état initial, à l'instant *t-1*, d'un corps dont l'état est connu à l'instant ultérieur *t*, selon qu'il y a eu ou non changement de phase entre *t-1* et *t* il y a 0, 1 ou 2 changements de phase, transitions accompagnées d'un échange d'énergie et d'un changement de loi d'évolution. Voici le diagramme des phases de l'eau.

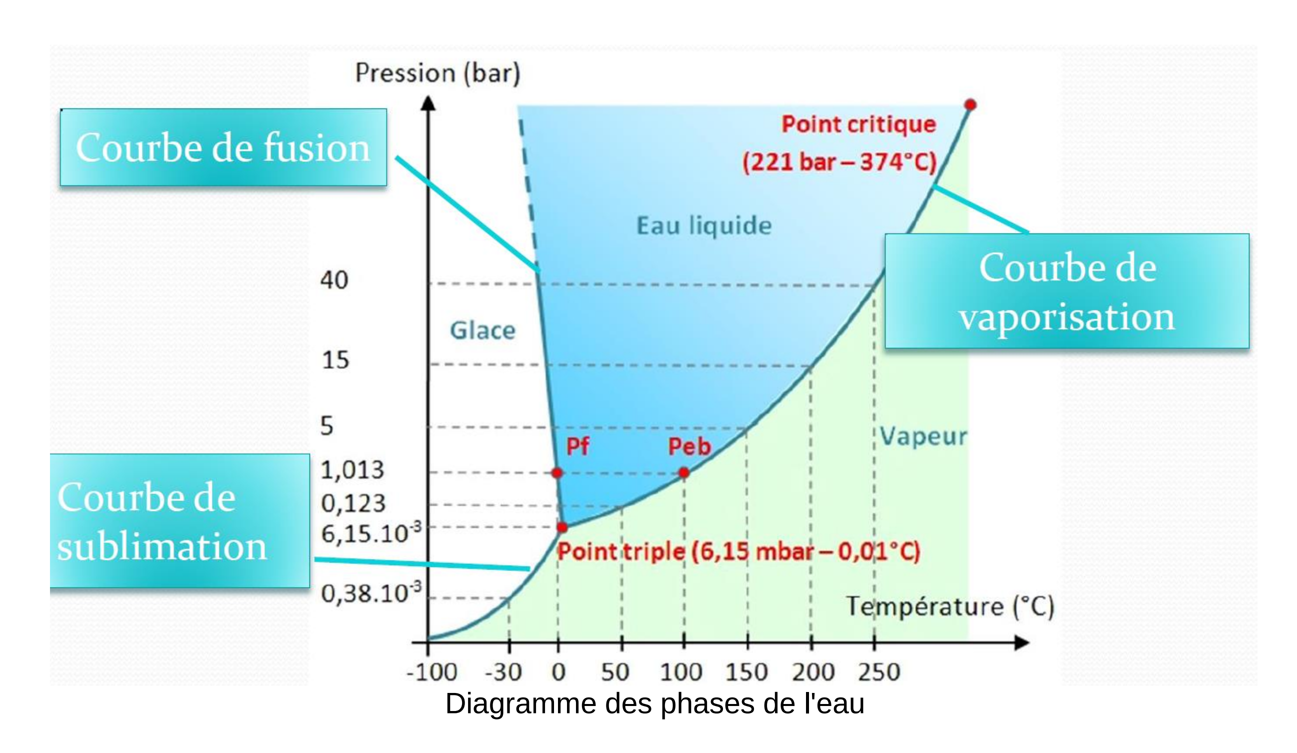


Diagramme des phases de l'eau

On voit que l'évolution de la phase d'une masse d'eau entre deux instants ne se fait pas nécessairement selon la même loi. Pour qu'un raisonnement de causalité s'applique correctement pour prédire l'avenir ou reconstituer le passé il faut que la loi d'évolution soit la même. Considérer des situations successives (c'est-à-dire une chaîne de causalité) sans certitude que leur relation est une même loi garantit seulement l'existence d'une cause.

2.4.6.2 Diagramme des phases d'un phénomène d'évolution

Pour représenter l'évolution d'un phénomène dont l'état est représenté par *N* variables interdépendantes on trace, dans un diagramme à *N* axes, la courbe reliant les points de proche en proche.

Ainsi sur le diagramme ci-dessus où *N=2* phases (température et pression), à la pression constante de 5 bar (506 625 newtons/m²), lorsque la température augmente de -30°C à 200°C on passe successivement de l'état solide (glace) à l'état liquide, puis à l'état gazeux (vapeur). Les chaleurs spécifiques (quantités de chaleur par degré en joules par kg de masse) des 3 états sont différentes, et il faut aussi prendre en compte les deux chaleurs latentes (quantités de chaleur de fusion et de vaporisation par kg de masse) : il y a 5 lois d'évolution successives différentes.

Mais comme la transition liquide-vapeur s'arrête au *point critique C*, à une température supérieure à 374°C et/ou une pression supérieure à 221 bars l'état de l'eau ne fait plus de distinction entre liquide et vapeur : une évolution qui resterait au-delà du point *C* n'aurait pas de changement de phase et serait due à une condition initiale à la fois nécessaire et suffisante.

2.4.6.3 Continuité dans le temps des évolutions naturelles

Les évolutions naturelles sont continues

Le choix de Kant de se représenter les évolutions des systèmes par une succession de situations distinctes (une *chaîne de causalité*) en omettant l'hypothèse de continuité est un choix malheureux ; et ce choix est d'autant plus étonnant qu'il savait que les changements sont ininterrompus parce que leur cause est ininterrompue. Il écrit dans la *Critique de la raison pure* [B12] :

- Page 265 : "…ce n'est que dans les phénomènes que nous pouvons connaître empiriquement cette continuité caractéristique de la manière dont les temps s'enchaînent."
- Page 270 - "Tout changement n'est […] possible que par une action continue de la causalité, laquelle, en tant qu'elle est uniforme, s'appelle un *moment*. Le changement n'est pas constitué par ces moments, mais il est produit par eux comme leur effet."

<u>Kant et la physique de Newton</u>

Au moment où Kant écrivait sa célèbre *Critique*, Newton avait déjà publié son ouvrage en latin *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica (Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, [B145]) depuis près d'un siècle, et les idées révolutionnaires de cet ouvrage s'étaient imposées à tous les savants, car à l'époque tous savaient lire le latin. On y apprenait notamment qu'une évolution physique (le déplacement d'une masse, par exemple) a une causalité exprimée par une fonction dérivée : la force *F* est la dérivée de la quantité de mouvement $p = mv$:

$$F = \frac{dp}{dt}$$

Le paradigme « chaîne discontinue de causalité » que Kant utilise pour cette évolution aurait donc dû être remplacé par un paradigme « cause (situation) entraîne (sans interruption) fonction d'évolution, conformément à l'équation différentielle de la loi de Newton » : « cause entraîne fonction » et non « cause entraîne résultat ».

C'est pourquoi nous énonçons la condition suffisante du postulat de causalité sous la forme « cause entraîne évolution », qui est une prévision de changement, pas une prédiction de résultat, et de changement continu décrit par une fonction continue car dérivable.

Nous nous représenterons donc les évolutions causales comme continues :

- La conséquence certaine d'une situation S_0 sera une évolution continue, pas une situation *S* (dont la prédictibilité n'est pas garantie) ;
- Dans un passé infiniment lointain (à l'origine du monde : pour nous le *Big Bang*) toutes les évolutions auront un état initial – il n'y aura pas (comme pour Kant) de

problème de chaîne infinie de situations dont la régression ne peut s'achever « parce qu'on ne peut compter jusqu'à l'infini ».

Remarque sur la continuité des évolutions physiques

La règle de stabilité : « La même cause produira le même effet, partout et toujours », qui s'entend pour toute comparaison de situations à des *instants distincts*, s'applique aussi à des *intervalles continus* de temps :

- Soit comme une action ininterrompue, d'un seul tenant, pendant une durée totale significative : c'est la *continuité dans l'intervalle de temps entre* t_1 *et* t_2.

  (Continuité signifie ici absence d'interruption).

- Soit comme une action en cours à l'instant *t* qui a existé et existera encore à tout instant $t - \varepsilon$ ou $t + \varepsilon$, quelle que soit la petitesse de l'intervalle de temps positif ε : c'est la *continuité à l'instant t*.

La continuité d'une cause entraîne celle de la loi d'évolution qui en résulte

Cette continuité causale entraîne celle des lois d'évolution de la nature : si je postule qu'une cause suffisante a pour conséquence l'application d'une loi d'évolution, celle-ci doit rester vraie aussi longtemps que sa cause, ni plus ni moins :

> **Toute loi d'évolution s'applique sans discontinuer aussi longtemps que sa cause suffisante existe** (c'est-à-dire tant que l'état du système considéré reste dans le domaine d'application de la loi).

Une loi d'évolution continue ne garantit pas des résultats continus

L'applicabilité continue d'une loi n'implique pas la continuité des variables d'état qu'elle affecte, qui peuvent à l'occasion avoir un domaine de définition discontinu - par exemple un domaine quantifié comme celui des valeurs d'une charge électrique, toujours multiple de celle d'un électron : $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ coulomb.

> (Lorsque je charge une batterie pendant un temps *t* – variable évidemment continue - le nombre de coulombs chargés est un multiple de *e*, pas un nombre réel ou fractionnaire à variation continue.)

Condition de continuité d'un résultat d'évolution

Une fonction *f(t),* résultant de l'application d'une loi naturelle pendant un certain temps *t* ou à l'instant *t,* est continue si et seulement si son domaine d'application est continu : pendant un intervalle de temps *dt* petit la fonction *f(t)* subit alors une variation *df* elle-même petite et proportionnelle à *dt*.

> *Exemple*
> La quantité d'électricité chargée dans la batterie précédente est discontinue quel que soit le temps de charge *t* si et seulement si la précision de nos mesures de charge permet d'apprécier des différences de l'ordre de « quelques *e* », sinon nous pouvons la considérer comme continue.

Les lois de Kepler gouvernant les orbites des planètes sont continues, un instant bref correspondant à un déplacement petit. Mais les lois de l'électromagnétisme de Maxwell (en annexe) ne sont continues qu'en apparence : les fonctions de leurs équations sont continues parce que la petitesse des quantités comme *e* et *h* (la

constante de Planck *h* = 6.6261 **.**10^{-34} joule **.**seconde) rend cette approximation acceptable.

C'est l'homme qui définit les lois de la nature, et ses définitions sont simples – notamment avec des lois continues – chaque fois que cette simplicité ne produit pas d'erreur décelable, particulièrement dans le domaine macroscopique.

Nous parlons donc de loi continue lorsque son énoncé admis utilise des variables et fonctions continues.

2.4.6.4 Nécessité de situations-limites

Par raison de simplicité, nos raisonnements sur l'évolution se feront donc à loi constante due à une cause unique, à la fois nécessaire et suffisante.

Mais ils devront aussi prendre en compte la notion de domaine d'application, pour préciser la situation où la loi d'une cause donnée *cesse* de s'appliquer et celle de la cause suivante *commence* à s'appliquer (exemple : le point de bifurcation des courbes de changement de phase du diagramme précédent, appelé « point triple »).

2.4.6.5 Enoncé du Principe de raison suffisante

(Ce « principe » est en réalité un postulat philosophique ; on l'appelle principe par tradition, car on ne peut le déduire de présuppositions.)

Pour que l'ensemble des conditions suffisantes de l'Univers soient régies par un principe supérieur commun on a défini le *Principe de raison suffisante* :

Tout ce qui existe* (objet) *ou qui se produit* (événement) *a une cause efficace
(Il existe, pour tout ce qu'on observe dans la nature,
une raison qui a suffi pour que cela existe ou se produise.)

L'existence (la constatation) d'une situation ou d'une évolution particulières a nécessairement une cause responsable de cette existence, celle qui l'a déclenchée en vertu du principe de raison suffisante.

C'est là un *principe*, un apriori imposé sans preuve logique ou expérimentale. Par ce principe, l'homme justifie la recherche des causes de ce qu'il constate et leur description sous forme de lois de la nature permettant ultérieurement la prévision d'évolutions et (si possible) la prédiction de situations.

Mais une situation simplement constatée peut éventuellement résulter de plusieurs causes suffisantes possibles : une pierre qui touche le sol peut avoir été lâchée par ma main ou jetée par quelqu'un d'autre.

2.4.6.6 Les 4 domaines régis par le principe de raison suffisante

Source : Schopenhauer [B11]

Remarques préalables

- Toute connaissance est une relation entre un *sujet* qui connaît et un *objet* qu'il connaît ; sans l'une de ces notions, l'autre n'a pas de sens.

- Un sujet ne peut se connaître lui-même complètement, car il ne peut se placer « à l'extérieur » de lui-même, où il connaîtrait par exemple sa connaissance, c'est-à-dire l'état actuel et le fonctionnement de sa conscience.

<u>Définition des 4 domaines de pensée régis par le principe de raison suffisante</u>

Décomposons les domaines de pensée où intervient la causalité comme suit.

- Ou la causalité est celle de la nature, régie par des lois physiques objectives, indépendantes de l'homme, conformément à la doctrine de *réalisme*. Schopenhauer parle alors de *raison suffisante du devenir*, pour justifier chaque évolution par sa <u>nécessité physique</u>. Dans tout cet ouvrage nous appelons ce principe le *déterminisme*.
- Ou la causalité est celle de la pensée humaine, et il y a deux cas :
  - *La pensée régie par la raison, c'est-à-dire logique*
    On peut alors distinguer les *propositions* proprement dites (affirmations, certitudes) des mécanismes logiques fondamentaux de l'esprit qui les créent et les manipulent.
    - ✓ Dans le cas d'une proposition, Schopenhauer attribue sa cause à une *raison suffisante du connaître*, pour la justifier par sa <u>nécessité logique</u>.
    - ✓ Dans le cas des mécanismes fondamentaux de l'esprit, Schopenhauer parle de *raison suffisante de l'être* [c'est-à-dire d'existence], pour décrire les concepts de base <u>nécessaires à la représentation et la manipulation</u> dans l'esprit de réalités matérielles (objets, situations ou phénomènes), ou d'êtres abstraits comme en mathématiques.

      La nécessité de ces concepts provient de la manière dont notre esprit se représente l'espace, le temps, les grandeurs physiques fondamentales et les abstractions diverses, avec les opérations mentales rationnelles permises sur eux.
  - *La pensée dominée par des affects, des intuitions, « le cœur » dirait Pascal*
    Celui-ci écrivait dans ses Pensées : « Le cœur a ses raisons que la raison ne connaît point ; on le sait en mille choses. ». Dans ce cas, Schopenhauer attribue la cause à un *principe de raison suffisante de vouloir*, ou *loi de la motivation*, <u>nécessité de satisfaire ses désirs</u> en vertu de laquelle le sujet *veut* :
    - ✓ soit *connaître* un objet pour l'apprécier par rapport à ses valeurs ;
    - ✓ soit *agir* sur lui.

Les 4 domaines de pensée du principe de raison suffisante sont donc :

1. La nécessité physique des lois de la nature,
   d'où le Principe de raison suffisante du devenir et le Déterminisme.
2. La nécessité logique résultant d'une démonstration,
   d'où le Principe de raison suffisante du connaître.
3. La nécessité des concepts de base a priori, à partir desquels l'esprit construit tous ses autres concepts,
   d'où le Principe de raison suffisante de l'être (possibilité de représentation).
4. La nécessité des désirs qui fondent les acquisitions de connaissances et les actions, d'où le Principe de raison suffisante de vouloir, ou loi de la motivation.

Les désirs sont aussi les fondements et les justifications des valeurs de l'homme, selon Spinoza, pour qui « l'homme apprécie parce qu'il désire, il ne désire pas parce qu'il apprécie ».

Critique
Autant les trois premiers domaines cités ci-dessus par Schopenhauer appartiennent évidemment à la causalité, autant le dernier y est inacceptable car il y introduit une dimension psychologique. Cette dimension inutile pollue, hélas, la pensée de Schopenhauer jusque dans son œuvre majeure [B74].

Voyons les détails des 4 domaines.

<u>1 - Principe de raison suffisante du devenir - Déterminisme</u>
Le principe de raison suffisante du devenir affirme la *nécessité physique* de l'évolution d'une situation initiale dont elle est la conséquence par l'action d'une loi de la nature, c'est-à-dire le déterminisme physique. Il implique une succession dans le temps : la conséquence suit la situation qui la cause.

Affirmer qu'une évolution est déterministe c'est affirmer que son résultat est prévisible par application d'une loi physique, d'une formule de calcul ou d'un algorithme ; c'est aussi affirmer que ce résultat ne sera pas dû au hasard. Nous verrons des exceptions importantes à cette prévisibilité au paragraphe *Cas dans lesquels une évolution a un résultat imprédictible.*

Une situation décrit un objet physique dans son environnement. Exemple : l'état initial d'un objet décrit par des variables d'état, comme *l'état quantique.* C'est cet état qui est cause de l'évolution de l'objet, pas l'objet lui-même ; et *la conséquence de la situation initiale est cette évolution*, pas l'état de l'objet à une date finale arbitrairement choisie.

Une situation est une abstraction, une représentation sous forme de « photographie instantanée ». Ce n'est pas elle qui est visible, ce sont ses objets. Une situation est une représentation construite par l'esprit de ces objets et des relations entre eux, et c'est elle (non ses objets ou relations en tant que tels) qui est cause de son évolution.

L'évolution affecte les objets et leurs relations, pas la situation initiale, photographie d'un passé immuable. L'état d'ensemble de ces objets, à un instant qui suit l'état initial, définit une nouvelle situation. Le caractère final éventuel de celle-ci est purement arbitraire, l'instant de fin de l'évolution étant lui-même un choix humain ; une même situation initiale, cause de son évolution, a donc une infinité de situations-conséquences, selon l'instant de chacune.

Déterminisme d'évolution et déterminisme de traduction
Un cas particulier d'évolution est *la traduction instantanée d'un concept en un autre, par application d'une formule ou d'un algorithme*. Exemple : la loi d'attraction universelle de Newton entre deux points matériels de masses *M* et *M'* distants de *d* s'exprime par la formule

$F = G\frac{MM'}{d^2}$, où G est la constate universelle de gravitation.

Connaissant *M*, *M', G* et *d*, on en déduit immédiatement la force d'attraction *F* ; cette force existe sans délai d'évolution, dès qu'existent deux masses séparées. *Le déterminisme régit donc, en plus des lois d'évolution dans le temps de la nature, des lois et méthodes de calcul traduisant des données initiales en un résultat final qui est leur conséquence, sans délai d'évolution*.

2 - Principe de raison suffisante du connaître

Ce principe justifie des propositions (affirmations qui ne peuvent être que toujours vraies ou toujours fausses) par leur *nécessité logique*. La justification implique une succession : les prémisses précèdent les conséquences. Une proposition ne peut être jugée vraie que si on sait pourquoi ; sa vérité appartient alors à l'une des 4 catégories suivantes.

2.1 - Vérité transcendantale (résultant de nos facultés logiques a priori)

Une vérité *transcendantale* [D2] est une affirmation a priori (qui ne peut se déduire d'aucune autre ni de l'expérience) considérée comme nécessaire à une connaissance possible. C'est un résultat de l'application de nos facultés logiques à des concepts a priori. Exemple d'affirmation :

> « Il existe des *nombres entiers* (concept a priori) et des opérations sur ces nombres entiers comme l'addition ou la comparaison ».

2.2 - Vérité métalogique

Pour Schopenhauer, une vérité métalogique repose immédiatement (=sans intermédiaire) sur la structure et les mécanismes de l'esprit ; exemples : les principes cités au paragraphe *Principes de logique*.

2.3 - Vérité logique (formelle)

C'est un théorème ou la vérité d'un théorème, proposition résultant d'une démonstration basée sur une ou plusieurs propositions vraies préexistantes dans le cadre d'une *axiomatique* ; exemples :

- Conséquence d'une définition ;
- Démonstration par déductions successives à partir d'axiomes ou de théorèmes.

Attention : une vérité formelle n'a pas de valeur sémantique. Une proposition formellement vraie n'est vraie que dans sa forme, établie dans le cadre logique de son axiomatique. Une éventuelle vérité sémantique ne peut se juger qu'avec des comparaisons avec des objets extérieurs à l'axiomatique : voir *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*.

2.4 - Vérité empirique

C'est une vérité résultant de nos sens ou d'une expérience. On la considère comme vraie par application du *Postulat de réalité* cité au paragraphe *Causalité, réalisme et idéalisme*.

3 - Principe de raison suffisante de l'être (possibilité de représentation)

Ce principe décrit les concepts de base nécessaires à la représentation dans l'esprit de *réalités matérielles* (objets, situations ou phénomènes) ou *d'êtres abstraits* comme les concepts mathématiques. La nécessité de ces concepts provient de la

manière dont notre esprit se représente l'espace, le temps, les grandeurs physiques fondamentales, les concepts mathématiques et les opérations mentales permises sur eux. Ces concepts décrivent des propriétés :

- *Du genre espace ou temps* (concepts fondés sur des intuitions a priori, ne faisant pas partie des attributs de la chose en soi) : la position d'un objet dans l'espace est définie par rapport à un repère (référentiel), jamais dans l'absolu ; de même, un événement est repéré par rapport à une origine et un sens des temps ;
- *Du genre des grandeurs fondamentales de la physique* : masse-énergie, charge électrique, spin, etc. L'importance de ces grandeurs fondamentales, indispensables pour caractériser un objet réel chaque fois qu'il existe, n'était pas reconnue à l'époque de Kant et de Schopenhauer ; or chacune est un concept de base irréductible à un ou plusieurs autres.
- *Du genre mathématique ou logique*. Exemples : chaque nombre entier (ou élément d'une suite ordonnée) est défini à partir de son prédécesseur ; théorèmes basés sur une axiomatique.

Les concepts nécessaires pour représenter une réalité matérielle en sont déduits par intuition, mesure expérimentale et/ou abstraction. Les formules et opérations mathématiques sont utilisées soit pour se représenter une loi physique, soit pour situer un concept d'objet par rapport à d'autres tels que des unités, des axes orientés, etc.

Le principe de raison suffisante de l'être implique une succession de représentations : les concepts fondamentaux sont associés par l'esprit qui crée une représentation de réalité matérielle ou d'être abstrait par entendement, c'est-à-dire prise de conscience.

<u>4 - Principe de raison suffisante de vouloir, ou loi de la motivation</u>

La raison suffisante de vouloir est la *nécessité de satisfaire ses désirs.*
Le sujet *veut* :

- soit *connaître* l'objet, pour l'apprécier ensuite par rapport à ses valeurs ;
- soit *agir* sur lui plus tard.

Dans les deux cas, ce principe implique une succession de représentations : le motif est suivi par l'acte.

Quelques éléments de psychologie
Du fait même qu'il est conscient, un homme veut quelque chose à tout instant. Chaque volonté a des degrés, depuis un faible désir jusqu'à une passion, et chacune correspond à une valeur au moins. Chaque *affect* d'un homme correspond à une valeur et à quelque chose qu'il veut ; chaque état de conscience d'un sujet comprend au moins un affect et une volonté. Le sujet qui connaît (par sa *conscience*) est le même que celui qui apprécie une valeur et celui qui veut : dans le psychisme *connaissance, jugement de valeur et volonté sont indissociables*. Mais, à un instant donné, un sujet connaît mieux ce qu'il veut que lui-même, c'est-à-dire ce qu'il est.

Consciemment (ou plus souvent inconsciemment), l'homme juge la situation selon ses valeurs. Ces jugements sont des raisons suffisantes pour une action destinée à en savoir davantage ou à obtenir un résultat désirable. Il y a là une forme de causalité, un automatisme très rapide régissant le psychisme humain, causalité due au lien entre les trois dimensions d'un sujet : conscient, appréciant et voulant.

Le principe de raison suffisante de vouloir est la forme humaine du déterminisme de la nature. Déterminisme *humain* par opposition au déterminisme *physique*, il gouverne la traduction d'une sensation, d'un affect ou d'une idée en volonté de connaître ou d'agir, comme le déterminisme *physique* gouverne l'évolution d'une situation par application d'une loi de la nature ou la traduction d'une donnée en une autre. Ces deux déterminismes sont différents et indépendants, comme la physique et la psychologie : il n'est pas question d'introduire des motivations psychologiques dans des lois de la nature sous prétexte que, réciproquement, les circonstances matérielles influencent notre ressenti, donc nos pensées.

2.4.6.7 Réciproques d'une raison suffisante d'évolution

L'existence d'une raison suffisante d'évolution entraîne celle de sa conséquence, l'évolution elle-même ; inversement, l'absence constatée d'évolution entraîne l'absence de raison suffisante d'évolution. Ces propositions sont évidentes.
Par contre :

- L'absence d'une raison suffisante d'évolution n'entraîne pas l'absence de sa conséquence, si l'évolution correspondante peut résulter d'une autre raison suffisante.

  Exemple : l'absence de clou sur la chaussée ne garantit pas que mon pneu avant droit ne se dégonflera pas ; il pourrait le faire parce qu'il est mal monté sur sa jante ou parce que j'ai heurté un trottoir.

- L'existence (la constatation) d'une évolution n'entraîne celle d'une raison suffisante particulière que si d'autres raisons suffisantes n'ont pas pu produire le même effet. Exemples :
  - La victime est morte d'une balle de pistolet tirée à deux mètres ; on ne peut être sûr que l'assassin est son beau-frère, qui la détestait et a un pistolet de ce calibre-là, que si aucun autre porteur de ce type de pistolet n'a pu être présent lors du meurtre.
  - Une statistique montre que 40 % des gens qui ont pris un certain remède homéopathique ont guéri en un mois au plus ; pour en déduire que la prise de ce remède guérit probablement environ 40 % des malades il faudrait être sûr qu'aucune autre cause de guérison n'était possible : ni guérison spontanée, ni effet placebo, ni autre traitement concomitant, etc.

2.4.6.8 Raison suffisante et chaîne de causalité

Structure d'une chaîne de causalité
Toute raison suffisante est basée sur une cause, elle-même basée sur une autre cause, etc. La suite de ces causes définit une *chaîne de causalité* qui remonte le temps jusqu'à une « cause première », postulée faute d'en connaître la cause ou pour que la chaîne reste finie (ce qui constitue une exception à la causalité, en inventant une cause sans cause absolument nécessaire mais logiquement absurde,

comme Dieu) ; Kant a dit : *La définition et l'existence d'un concept sont indépendants* : on ne peut déduire l'existence physique d'une définition.

Dans notre Univers, toutes les causes physiques remontent dans le temps jusqu'à l'ère de Grande unification qui a suivi le Big Bang, parce que nos connaissances physiques ne nous permettent pas de penser ce qui précéderait l'inflation autrement que de manière spéculative : voir *Théories de Grande unification*.

2.4.7 Le déterminisme ne garantit pas la prédictibilité

On peut s'étonner que les promesses du déterminisme (comprendre, prévoir et prédire) aient distingué prévoir et prédire : pouvoir prévoir n'est-ce pas pouvoir prédire ?

Eh bien, non ! Il existe des phénomènes naturels dont les lois d'évolution sont connues, mais dont l'application ne permet pas de formuler toutes les prédictions souhaitables ; voir *Cas dans lesquels une évolution a un résultat imprédictible*.
Voici l'important exemple de la radioactivité.

2.4.7.1 Décomposition radioactive d'un élément chimique

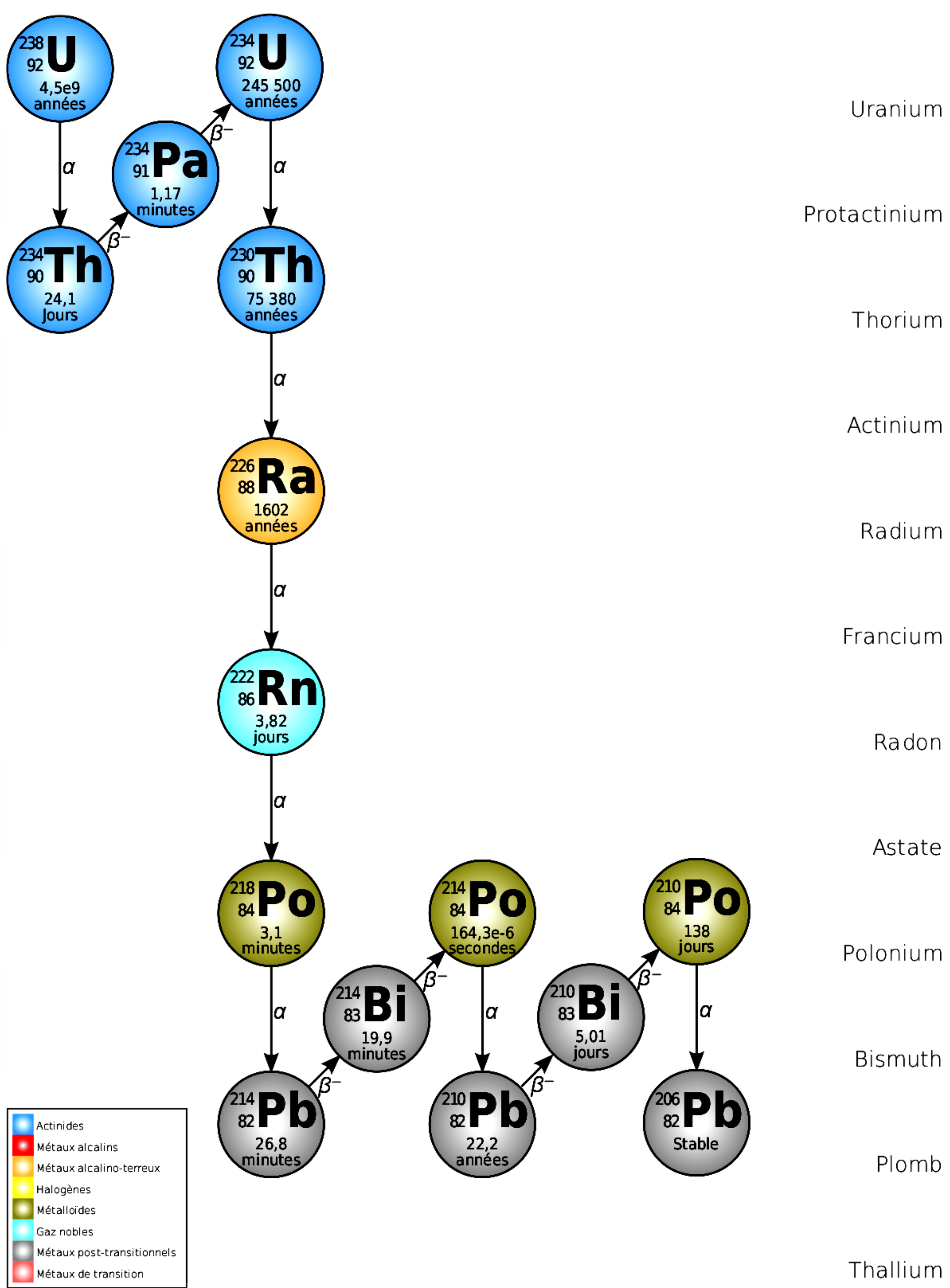
2.4.7.1.1 Radioactivité alpha : émission d'une particule alpha

(Les atomes, leurs noyaux et les particules atomiques cités ci-après sont décrits plus bas.)

Les noyaux d'atomes d'éléments radioactifs se décomposent spontanément au bout d'un certain temps par *effet tunnel* (voir ce paragraphe). Un atome d'uranium 238 produit ainsi un atome de thorium 234 et un atome d'hélium 4 (appelé aussi *particule alpha*, d'où le nom de cette radioactivité) :

$$^{238}U \rightarrow {}^{234}Th + {}^{4}He$$

Cette décomposition libère une énergie de 4.268 MeV (millions d'électrons-volts, 1eV = $1.6.10^{-19}$ joule). Il se trouve que le thorium ^{234}Th se décompose à son tour en 24 jours (demi-vie) en protactinium ^{234}Pa, qui se décompose à son tour…, la décomposition se terminant en plomb ^{206}Pb stable.



Décomposition radioactive de ^{238}U - © Microsoft Bing Creative Commons
Dans le cercle coloré de chaque isotope comme ^{238}U on trouve
son numéro atomique (92) et sa demi-vie (4,5e9=4.5 $.10^9$ années).
La flèche qui en part indique le type de décomposition (α)

Il n'existe pas (et ne peut exister, c'est prouvé) de loi permettant de prédire, pour *un atome* ^{238}U particulier d'un échantillon, au bout de combien de temps il se

décomposera ; on ne peut prédire, non plus, au bout de combien de temps un premier atome se décomposera, ni dans quel ordre divers atomes se décomposeront. La loi de décomposition est statistique, s'appliquant seulement à *la population* d'atomes d'un échantillon ; elle prévoit que 50% de cette population se décomposera en 4.51 milliards d'années, durée appelée « demi-vie de ^{238}U », qui se trouve être aussi l'âge approximatif du système solaire.

L'impossibilité de prévoir l'instant de décomposition d'un atome particulier provient de la nature statistique de la loi de décomposition, décrite par une condition d'indétermination : le *principe d'incertitude de Heisenberg* (voir ce titre). Cette impossibilité est donc un refus de la nature de nous laisser prédire certains résultats d'une évolution avec le niveau de détail ou la précision que nous souhaitons ; ce refus apparaît aussi dans l'énoncé de la loi d'évolution de cette décomposition :

> **Dans une population d'atomes donnée d'un élément radioactif pur, 50% se décomposent au bout d'un temps fixe τ appelé *demi-vie* de cet élément.**
>
> Le nombre *N* d'atomes non décomposés d'un échantillon qui en comptait N_0 à l'instant $t=0$ décroît selon la loi exponentielle :
>
> $$N = N_0 e^{-\lambda t}$$
>
> où *e* = 2.7182818, λ est appelée *constante de décomposition* et $\tau = \frac{log2}{\lambda}$.

Cette loi est *statistique* : la proportion « 50% en τ secondes » est la limite de la moyenne des proportions observées lorsqu'un nombre d'échantillons tend vers l'infini.

L'isotope ^{238}U n'est pas le seul à se décomposer spontanément. En voici quelques autres, avec les demi-vies correspondantes :

Isotope	Elément	Demi-vie (années)
^{3}H	Tritium	12.3
^{90}Sr	Strontium	28.9
^{232}U	Uranium	68.9
^{14}C	Carbone	5730
^{239}Pu	Plutonium	24110
^{230}Th	Thorium	75400
^{244}Pu	Plutonium	80.10^{6}
^{238}U	Uranium	$4.47.10^{9}$
^{50}V	Vanadium	$1.4.10^{17}$

Demi-vies de divers isotopes
Pour comparaison : l'âge de l'Univers est $4.6.10^{9}$ années

Enfin, quelques isotopes se décomposent vite : l'einsteinium ^{253}Es en 20.5 jours, le mendelévium ^{256}Md en 78 minutes et l'ununhexium ^{293}Uuh en 6 millisecondes.

Conclusions physiques

La nature n'a pas – et ne peut avoir, on l'a démontré - de loi permettant de connaître le moment où *un* atome particulier se décomposera, ou de savoir *quel* est le premier atome d'un échantillon qui se décomposera : sa loi de décomposition ne s'applique – et ne peut s'appliquer - qu'à *une population* d'atomes.

Dans le cas de la décomposition radioactive on peut *prévoir* une évolution (les produits de la décomposition), mais on ne peut pas *prédire* certains de ses résultats quantitatifs (comme l'heure où un atome particulier se décomposera et l'heure de la première décomposition d'un atome).

Il y a de nombreux phénomènes naturels dont l'évolution peut ainsi être prévue, mais pas prédite. Comme les exemples que nous allons citer sont à l'échelle atomique, nous aurons besoin de présenter l'outil mathématique des lois de physique atomique, la *Mécanique quantique*, qui explique aussi la décomposition radioactive :
voir *La Mécanique quantique, outil mathématique de l'échelle atomique*.

Conclusions philosophiques

Le déterminisme naturel peut donc se manifester par de l'instabilité, où l'état présent évoluera *sans cause externe* vers un état plus stable au bout d'un temps plus ou moins long, un phénomène expliqué en Mécanique quantique par le *Principe d'incertitude de Heisenberg*. Nous devons donc en conclure qu'en plus de l'irréversibilité qui l'accompagne parfois, le déterminisme peut être :

- *Multiétapes* (lorsque des décompositions s'enchaînent comme celle de ^{238}U) ; Tout système naturel évolue sans cesse, et évoluera jusqu'à la fin des temps ; ainsi, par exemple, tout corps rayonne ou absorbe du rayonnement sans cesse.
- *Plus ou moins rapide en ce qui concerne la durée d'une évolution-conséquence* (et la durée est elle-même relative, puisque variant de manière relativiste avec la vitesse de l'observateur : une horloge en mouvement rapide semble tourner plus lentement qu'une horloge au repos) ;
- *Stochastique*, en ce sens que nul ne peut prédire l'ordre dans lequel les noyaux d'un objet se décomposeront, ni l'instant où un noyau donné se décomposera ; la loi de décomposition s'applique à une population, pas à un de ses éléments.

La causalité qui agit dans la décomposition de noyaux ou de particules ne s'explique pas parfaitement de nos jours.

Elle se modélise cependant en faisant intervenir des mécanismes de liaison entre nucléons comme la tension superficielle d'une goutte de liquide, la répulsion électrostatique (force de Coulomb), la force nucléaire et la force faible. Nous reviendrons sur ces forces plus loin.

On sait malgré tout que certains noyaux lourds, synthétisés à l'origine dans des supernovas, ont une faible énergie de liaison par nucléon. Si un tel noyau est déformé - par exemple par un choc ou par une forte agitation thermique de ses nucléons - la répulsion entre ses protons amplifie la déformation : le noyau lourd a tendance à se rompre. Et comme une décomposition de noyau se fait avec

perte de masse, donc dégagement d'énergie et augmentation de l'entropie, il peut y avoir fission spontanée.

L'instabilité énergétique n'est pas une cause agissante, *c'est une propriété* ; et la conséquence - qui n'apparaît qu'au bout d'un certain temps, d'ailleurs variable - n'agit pas sur un noyau ou une particule donnée, mais statistiquement sur un nombre de noyaux ou de particules. Nous touchons là aux limites des postulats de causalité et de déterminisme, certaines propriétés des évolutions-conséquences étant imprévisibles au niveau atomique ; la solution philosophique est l'existence des *lois d'interruption* dans le cadre du *déterminisme étendu*.

Pour le moment retenons que *certains effets déterministes ne peuvent être décrits correctement que de manière statistique portant sur toute une population, pas sur un élément individuel,* c'est une réalité objective.

Mais terminons d'abord la description de la radioactivité, qui contredit le déterminisme philosophique.

2.4.7.1.2 Radioactivité bêta : émission d'une particule bêta

Ce type de radioactivité émet une *particule bêta*, dont il existe deux types :

- La particule bêta$^-$ (dite « bêta moins » car sa charge électrique est négative), qui est un électron. L'émission bêta moins se produit lorsqu'un neutron se décompose en générant un proton (positif), un électron (négatif) et un antineutrino (neutre).

  Exemple : $^{60}Co \Rightarrow {}^{60}Ni^{+} + e^{-} + \bar{\nu}_e$
  (un atome de cobalt 60 se décompose en un ion nickel 60, un électron et un antineutrino électron).

- La particule bêta$^+$ (« bêta plus »), qui est un positron (antiparticule identique à l'électron mais de charge électrique opposée). L'émission bêta plus se produit lorsqu'un proton se décompose en un neutron, un positron et un neutrino électron.

  Exemple : $^{18}F \Rightarrow {}^{18}O + e^{+} + \nu_e$
  (un atome de fluor 18 se décompose en un oxygène 18, un positron et un neutrino électron).

<u>Une radioactivité due à la force nucléaire faible</u>

Cette radioactivité est due à une force fondamentale de la nature dite *force nucléaire faible*, *interaction faible* ou simplement *force faible*, dont la portée est minuscule : environ 2.10^{-18} m (500 fois moins loin que la force nucléaire).

Cette force agit au niveau d'un quark, composant d'un proton ou d'un neutron.

La demi-vie des noyaux susceptibles de se décomposer par radioactivité bêta est très variable : de $0.85.10^{-2}$ s pour le lithium ^{11}Li à 10^9 années pour le potassium ^{40}K.

Complément important : voir *Particules W et radioactivité bêta* dans *Théorie électrofaible – Champ et boson de Higgs*.

2.4.7.1.3 Radioactivité gamma : émission d'un photon de haute énergie

La décomposition alpha ou bêta crée parfois un noyau instable, d'énergie plus élevée que le minimum possible appelé *état fondamental d'énergie*. Ce noyau se désexcite en libérant l'énergie excédentaire sous forme d'un photon ou plusieurs de haute énergie, le *rayonnement gamma*, qui peut être mortel.

2.4.7.1.4 Conversion d'énergie électromagnétique en matière

Le rayonnement gamma peut, lorsque ses photons ont une énergie supérieure à environ 1.2 MeV (millions d'électrons-volts, 1MeV=1.6.10^{-13} joules), se matérialiser en une paire particule-antiparticule : un électron et un positron, conformément à l'équation d'Einstein $E = mc^2$. La masse d'un électron ou d'un positron au repos est 0.9. 10^{-30}kg, équivalente à une énergie d'environ 0.5 MeV car la vitesse de la lumière dans le vide est c = 2.997. 10^8m/s.

2.4.7.1.5 Nécessité d'un autre déterminisme, adapté aux décompositions

La radioactivité, dont nous venons de décrire les trois types, montre le caractère à la fois prévisible et imprédictible de ses décompositions.

Dans chaque type, les produits de la décomposition d'un noyau ou d'une de ses particules (proton ou neutron) sont parfaitement prévisibles, ainsi que les émissions de rayonnements qui les accompagnent : ***une décomposition n'est pas l'évolution d'une particule, mais sa transformation en un ensemble connu de particules***.

En outre, l'instant de décomposition d'un noyau ou d'une de ses particules ne peut être prédit, car il ne résulte pas d'une *loi d'évolution* formulable, mais d'une *condition de stabilité* entre forces antagonistes ; par nature celles-ci varient continuellement, et on ne peut les déterminer à un instant *t* précisément parce que leurs intensités résultent du *Principe d'incertitude de Heisenberg* (voir ce titre) qui rend une telle détermination exacte impossible.

Enfin, on ne peut prédire l'ordre dans lequel des atomes se décomposeront.

La nature a donc, en plus de lois déterministes d'évolution à résultat prédictible (comme la loi de la chute des corps), des conditions de stabilité/instabilité qui rendent l'état de certains atomes fondamentalement instable ; la nature ne permet alors de formuler que des lois statistiques sur le pourcentage de décompositions d'un échantillon de matière par unité de temps : une telle loi ne régit pas l'évolution d'un objet particulier, mais celle d'un ensemble d'objets.

Un phénomène comme la décomposition radioactive n'est pas déterministe de la même façon que la chute des corps, car on ne peut, pour le prochain atome qui se décomposera, ni l'identifier ni préciser l'heure de sa décomposition : *ces deux résultats semblent dépendre d'autre chose que du seul état initial*.

<u>Nécessité d'un déterminisme statistique</u>

Ces lois statistiques sont régies par un déterminisme différent des déterminismes philosophique et scientifique, le *déterminisme statistique,* dont nous venons de montrer la nécessité. Cet autre déterminisme prévoit que *le résultat de l'évolution d'un état initial de système ou d'objet est un ensemble de systèmes ou d'objets* dont on peut prédire la *liste des éléments* et le *rythme de génération en pourcentage*

d'une population, c'est-à-dire une statistique valable pour tous les systèmes ou objets identiques, sans certitude pour un en particulier.

Le déterminisme statistique régit donc les phénomènes où la nature refuse de répondre à certaines questions précises, tout en fournissant des précisions statistiques. Qualifier les choix de la nature dans ces cas-là de « hasard » est un déni de réalité : l'homme qualifierait ainsi de « n'importe quoi » ou « sans loi d'évolution » des réponses que la nature ne peut fournir.

Par exemple, le choix de l'état macroscopique unique d'un système en superposition d'états quantiques subissant une décohérence lors d'une mesure dépend de paramètres que l'homme ne peut décrire, les paramètres de l'interaction infiniment brutale de la mesure macroscopique avec la superposition à l'échelle atomique ; l'homme ne peut exiger, alors, de prédire ce choix, puisqu'il ne peut décrire avec précision le déroulement de l'interaction brutale de mesure. En qualifiant le choix de hasard, l'homme exigerait une réponse précise à une question qu'il ne sait formuler avec précision.

Le déterminisme le plus simple, qui permet à la fois la compréhension, la prévision et la prédiction d'une évolution est le déterminisme scientifique. Le déterminisme statistique n'existe que pour les évolutions à résultats multiples.

2.4.7.2 Conditions nécessaires pour un déterminisme à résultats prédictibles

Pour qu'une loi déterministe de la nature produise un résultat prédictible, son caractère déterministe ne suffit pas : savoir qu'un résultat ne dépend que des conditions initiales et d'une loi ne garantit pas son unicité, sa calculabilité et sa précision.

A - Il faut d'abord un algorithme de prévision de l'évolution à partir de l'état initial

L'existence d'une loi d'évolution déterministe implique l'existence d'un « algorithme de prévision en fonction du temps » de l'évolution qui suit un état initial de système, méthode mathématique qui garantit sa calculabilité. Exemples d'algorithme :

1. La deuxième loi de Newton reliant la force *F*, la masse sur laquelle elle agit *M* et l'accélération γ communiquée à cette masse est : $F = M\gamma$; l'accélération étant la dérivée seconde de la position par rapport au temps, un calcul de la loi de position met en œuvre une équation différentielle.

   Le respect d'une équation (ou d'un système d'équations) différentielle(s) est caractéristique d'une évolution, et présent dans l'expression mathématique de toutes les lois d'évolution régies par les déterminismes scientifique et statistique.

2. Une suite de valeurs comme celle de la fonction logistique $f(x) = rx(1-x)$ (voir *La fonction logistique*) permettant de calculer les valeurs successives connaissant le coefficient r et la valeur initiale : $x_{n+1} = rx_n(1-x_n)$. On rencontre une telle suite dans un système dynamique.

3. Un système d'équations différentielles comme celui du modèle de système dynamique de Lotka-Volterra (voir *Equations différentielles à 2 variables – Modèle de Lotka-Volterra*).

B – Il faut ensuite que cette évolution soit unique

- Le premier exemple précédent donne un résultat d'évolution unique pour chaque état initial. Mais à l'échelle atomique où l'évolution d'un système est décrite par l'équation de Schrödinger, les résultats sont des variables stochastiques : la position d'une particule en mouvement n'est pas unique, elle dépend d'une loi de probabilité. Bien que l'équation de Schrödinger soit déterministe, le caractère probabiliste de ses résultats empêche leur prédictibilité, tout en imposant à leur ensemble des contraintes d'appartenance à un domaine d'existence précis, condition qui les empêche d'être « au hasard ».

  La Mécanique quantique, outil mathématique des évolutions à l'échelle atomique, impose de définir un modèle de déterminisme plus riche que le déterminisme scientifique de la physique classique : le *déterminisme statistique*.

- Les exemples 2 et 3 donnent parfois des résultats multiples tels qu'une oscillation périodique entre plusieurs états successifs, une évolution vers un cycle limite « attracteur » (voir *Cycle limite attracteur de Van der Pol*), etc.

  Une évolution déterministe produit donc parfois des résultats multiples calculables, éventuellement prédictibles en adoptant des valeurs limites. Ses résultats sont alors soumis au déterminisme statistique.

Unicité de l'évolution de l'Univers
L'exigence d'unicité appliquée au modèle d'évolution de l'Univers entier est celle du déterminisme philosophique de Laplace et celle de l'espace-temps de la *Relativité générale* d'Einstein. Elle implique l'existence d'une chaîne de causalité unique reliant les situations du passé, du présent et de l'avenir. Elle implique aussi la réversibilité théorique de toutes les lois d'évolution de la nature, exigence qui à son tour implique leur caractère conservatif (voir *Système conservatif ou dissipatif – Force conservative ou dissipative*).

C – Il faut, enfin, que le résultat prédit par calcul soit précis
Du point de vue logique, il faut qu'un résultat d'évolution prédit représentant une grandeur physique puisse être exact, c'est-à-dire que sa définition n'offre aucune indétermination ou ambigüité.

Cette exigence est incompatible avec la Mécanique quantique, dont les résultats sont entachés d'incertitude probabiliste. En outre, à l'échelle macroscopique, nous verrons que certaines évolutions présentent une *sensibilité aux conditions initiales* qui limite la précision d'un résultat ou son horizon de prédiction même quand les calculs et les données initiales sont précis.

Conclusion : le déterminisme d'une évolution ne peut garantir dans tous les cas la prédictibilité des situations futures, bien que celles-ci dépendent d'une loi.

2.4.7.3 Autres exemples de phénomènes déterministes à résultats imprédictibles

2.4.7.3.1 Résultat imprédictible d'un algorithme

Problématique
Un processeur d'ordinateur exécute des instructions qui sont déterministes par nature : chacune a un résultat prédictible connaissant les données de base qu'elle

trouve. Mais une suite d'instructions comprend en général des ruptures de séquence basées sur des tests de valeurs du contexte à l'instant de son exécution :

> « Si x<4 continuer à l'instruction suivante, sinon aller à l'instruction JD45 »

La valeur de x pouvant résulter de calculs précédents on ne peut savoir, avant exécution du programme et au seul vu de son texte (la suite de ses instructions et l'ensemble de ses données initiales), s'il y aura ou non rupture de séquence à l'instruction précédente. Et s'il y a plusieurs ruptures de séquence dans le programme son résultat est imprédictible : on ne peut l'obtenir qu'en exécutant le programme.

> **« Le résultat d'un algorithme n'est pas prédictible en général, il faut exécuter celui-ci et attendre la fin de cette exécution »**

2.4.7.3.2 Machine de Turing

Modélisation d'un algorithme en général par un ordinateur simplissime

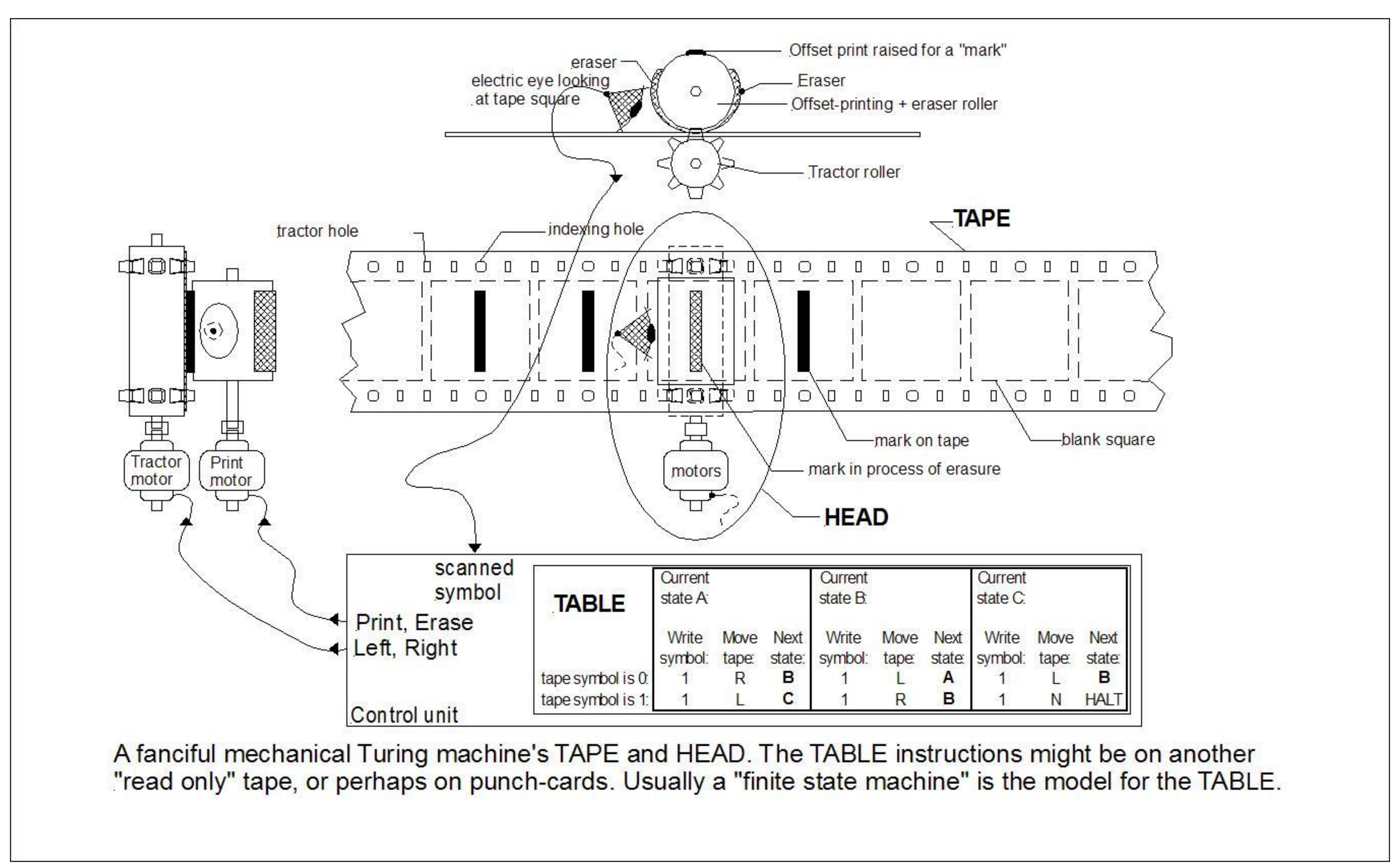
Le génial mathématicien anglais Alan Turing a montré que n'importe quel raisonnement logique à étapes, c'est-à-dire n'importe quel algorithme de décision ou de calcul - même complexe - peut être représenté par une suite d'opérations élémentaires extrêmement simples, exécutables par un ordinateur théorique simplissime appelé depuis "machine de Turing".

Principe de la machine de Turing

La machine comprend une mémoire linéaire (exemple : ruban perforé) de longueur infinie. Une tête de lecture-écriture accède à cette mémoire en exécutant le jeu d'instructions personnalisable de son mécanisme de contrôle. La tête peut se déplacer d'une position mémoire à la suivante ou la précédente pour y lire, effacer ou écrire un caractère.

Le jeu d'instructions commandant la tête constitue un programme ayant un certain nombre d'états prédéfinis appelé « automate d'états finis » ; à tout instant, le programme est dans un de ces états et l'instruction suivante qu'il exécute le fait passer à un autre état en tenant compte du dernier caractère que la tête a lu sur la bande.

Le résultat d'une exécution est disponible lorsque la machine s'est arrêtée - et seulement à ce moment-là ; dans certains cas (exemple : les propositions indécidables de Gödel) le programme ne s'arrête jamais.



	Current state A: Write symbol:	Move tape:	Next state:	Current state B: Write symbol:	Move tape:	Next state:	Current state C: Write symbol:	Move tape:	Next state:
tape symbol is 0:	1	R	**B**	1	L	**A**	1	L	**B**
tape symbol is 1:	1	L	**C**	1	R	**B**	1	N	HALT

A fanciful mechanical Turing machine's TAPE and HEAD. The TABLE instructions might be on another "read only" tape, or perhaps on punch-cards. Usually a "finite state machine" is the model for the TABLE.

Machine de Turing © raganwald.com - Microsoft Bing Creative Commons

Compléments : [B25], [B268].

Importance de la machine de Turing

La démonstration de Turing a une importance considérable, en permettant de modéliser tous les raisonnements logiques par un algorithme. Aujourd'hui un ordinateur peut démontrer ou vérifier des théorèmes dans le cadre d'une axiomatique. Il suffit d'écrire le programme correspondant… et que son exécution s'achève en un temps raisonnable.

2.4.7.3.3 Mouvement brownien - Flocons de neige

Mouvement brownien

Les molécules d'un fluide (gaz, liquide ou plasma) n'arrêtent pas de bouger. Leur agitation, appelée mouvement brownien, résulte de la température du fluide. A la température absolue T chaque molécule a une énergie cinétique moyenne de $(3/2)k_BT$, où k_B est la constante de Boltzmann, $k_B = 1.38066 .10^{-23}$ joule par degré Kelvin.

En bougeant sans cesse, chacune indépendamment des autres, les molécules s'entrechoquent. Leur nombre étant très grand ($2.7\ 10^{25}$ molécules/m^3 de gaz à la pression atmosphérique normale) et leur vitesse considérable, le nombre de chocs par seconde dans un tel volume est colossal. *La trajectoire d'une molécule particulière est donc trop complexe pour être prédictible, bien qu'entre deux chocs son mouvement soit rectiligne et uniforme car sans frottement, et que les chocs aient lieu sans perte d'énergie*. Si on perce un petit trou dans la paroi de l'enceinte contenant le gaz, la prévision de la première molécule qui sortira par ce trou est impossible.

Forme des flocons de neige

Un flocon de neige résulte de la formation d'un ou plusieurs cristaux de glace à symétrie hexagonale. Du fait du nombre de variables qui interviennent, la complexité du phénomène de formation de ces cristaux est telle qu'ils peuvent prendre des dizaines de formes différentes [B73]. Le nombre de combinaisons de ces formes en flocons est si grand qu'on peut considérer qu'un flocon donné a une forme unique, ou que dans un lieu donné on ne rencontrera peut-être un flocon identique que dans cent ans. Les phénomènes physiques intervenant dans la formation des cristaux de glace et leur regroupement en flocons sont déterministes et assez bien connus. Pourtant on ne peut jamais prévoir quelle forme exacte de flocon se formera dans des conditions données, même lorsque celles-ci sont créées avec précision en laboratoire.

Ces exemples sont généralisables : *chaque fois qu'un grand nombre de phénomènes déterministes interagissent, l'évolution de l'un quelconque de ces phénomènes est imprédictible, de même que l'évolution du résultat de leur interaction*. Le déterminisme n'est pas en cause, l'imprédictibilité du résultat provient de la seule multitude des interactions. Pour rendre compte de cette cause naturelle d'imprédictibilité, *le déterminisme doit être complété par la précision que l'action simultanée de trop nombreux phénomènes déterministes donne un résultat impossible à prédire ou extrêmement difficile à calculer*.

Le résultat d'un grand nombre de phénomènes déterministes simultanés est imprédictible parce que trop difficile à calculer.

Cependant, on peut souvent représenter *la situation d'ensemble* (c'est-à-dire statistique) des variables d'un système (comme sa température moyenne, sa pression moyenne, et les proportions des corps qui le composent s'il s'agit d'une solution chimique) par celle de la *densité de probabilité* d'apparition de son point représentatif dans un *espace des phases* rapporté à ces variables (voir *Espace des phases – Stabilité des lois physiques d'évolution*).

Exemples de ce qu'on peut savoir :

- A chaque instant *t* on saura pour chaque volume élémentaire au voisinage d'un point de cet espace la probabilité qu'il a d'être atteint.
- Pour un ensemble donné de valeurs des variables, on pourra connaître l'évolution de sa probabilité d'existence dans le temps.

Cette approche probabiliste utilisant l'espace des phases diffère de l'approche traditionnelle basée sur des trajectoires dans l'espace géométrique ; elle a été étudiée notamment par Ilya Prigogine, qui l'a décrite dans [B24] ; elle convient aussi aux systèmes dont l'évolution est irréversible, contrairement à l'approche basée sur les trajectoires.

Voir aussi le sous-titre *Mécanique statistique* au paragraphe *Mécaniques rationnelle, analytique et statistique*.

2.4.7.4 Déterminisme et durée d'exécution

<u>Un résultat n'est dit calculable que s'il est produit en un temps raisonnable</u>

Le mathématicien anglais Alan Turing a démontré en 1936 qu'*il n'existe pas d'algorithme universel permettant de savoir si un programme (logiciel) donné finira de s'exécuter ou non en un temps fini*. Or si le calcul d'un résultat demande un temps infini ou très grand, ce résultat ne peut pas être qualifié de calculable, car il arrive qu'on ne puisse pas le connaître ou en deviner une approximation avant la fin du calcul.

Un algorithme est un processus déterministe, car on sait exactement ce qu'il fait et il satisfait aux conditions de la définition du *déterminisme scientifique*. Mais il peut s'avérer non calculable en pratique si le temps nécessaire pour que son résultat apparaisse est infini ou plus grand que notre patience [B122].

Et comme d'après la démonstration de Turing on ne peut savoir d'avance, en général, au vu d'un algorithme et de ses données initiales, si son temps d'exécution sera infini, il faut exécuter le logiciel de l'algorithme et considérer arbitrairement comme infini un temps qui nous paraît trop long… Pour aller plus loin, il faut si possible étudier mathématiquement sa vitesse de convergence en appliquant les méthodes de l'Analyse numérique.

Le déterminisme lui-même, lorsqu'il régit l'évolution d'une situation initiale (la cause) à une situation finale (la conséquence), implique un intervalle de temps « acceptable » entre ces deux situations.

- *Un intervalle de temps nul* fait qu'on ne parle plus de déterminisme mais de *conséquence logique ou calculable*. On ne peut plus séparer cause et conséquence en tant que phénomènes successifs, la conséquence est une simple déduction nécessaire de la cause.

  Exemple : si la cause du phénomène est "$X > 6$", la conséquence "$X + 1 > 7$" est vraie en même temps et ne constitue pas une évolution. D'ailleurs la transition cause $\rightarrow$ conséquence n'échange pas d'énergie (condition nécessaire pour qu'elle soit une évolution déterministe).

  Voir aussi plus bas l'importante discussion *Conséquence philosophique des inégalités de Bell : la non-séparabilité*.

- *Un intervalle de temps infini,* ou simplement beaucoup plus long que l'échelle de temps du phénomène, fait qu'on n'attend plus la conséquence ; parfois on la découvre des années après.

  Exemple : en général le temps de réponse de mon PC est de l'ordre d'une seconde. Il m'est arrivé plusieurs fois, après une longue minute d'attente, de considérer qu'il tournait en rond et d'interrompre brutalement le traitement ; comme ce système exécute environ 1 milliard d'instructions par seconde, je n'imagine pas qu'une application de bureautique puisse prendre si longtemps pour traiter une transaction. Parmi la vingtaine d'applications que j'utilisais jusqu'en 2006 une seule demandait 30 à 40 minutes de traitement, la conversion des 450 pages d'un de mes livres du format ".doc" de WORD en format ".pdf" d'Adobe Reader, et après l'avoir interrompue à tort deux fois, j'ai appris à patienter. Heureusement, depuis la version WORD 2007, ce logiciel de traitement de textes effectue lui-même la conversion de son format natif en format ".pdf", et le fait en une trentaine de secondes pour le même document.

- *Un intervalle de temps acceptable* a une durée du même ordre que celle que notre esprit ou la théorie associent à la cause, le résultat attendu ou l'évolution de l'une à l'autre. L'acceptabilité est un critère subjectif, bien entendu, mais par quoi pourrait-on le remplacer ?

  Exemple : le service public de *La Poste* doit acheminer une lettre neuf fois sur dix en 1 jour ouvrable. En considérant qu'une lettre qui n'est pas arrivée au bout de 5 jours n'est pas partie ou a été perdue, on ne se trompe que rarement.

2.4.7.5 Calculabilité, déterminisme et prévisibilité

Considérons deux nombres réels calculables pour lesquels il est important de savoir s'ils sont égaux ou non. Si on connaît une démonstration (par raisonnement) de cette égalité ou inégalité, on a une réponse théorique à la question. Mais si on n'en connaît pas, on peut se demander s'il existe un algorithme à qui la donnée de ces deux nombres (ou la comparaison de paires de décimales successives, une de chaque nombre) permet de répondre à la question de leur égalité.

Hélas, la réponse à la question sur leur égalité est « *en général, non* ». Par exemple, deux nombres réels irrationnels égaux ayant une suite infinie et non périodique de décimales, un algorithme qui comparerait une par une leurs décimales de même rang ne se terminerait pas s'il continuait à comparer les décimales tant qu'elles sont égales ; on n'en connaîtrait donc jamais, alors, le résultat certain.

La comparaison de deux nombres irrationnels n'est pas la seule opération de durée éventuellement infinie, donc par définition non calculable, puisque nous savons que :

- Un algorithme est toujours déterministe, car il effectue seulement des opérations déterministes (voir les hypothèses [B122]).
- La calculabilité exige le déterminisme : un phénomène non déterministe au sens scientifique traditionnel, s'il existait, ne pourrait être modélisé de manière calculable.
- Partant de données initiales, un algorithme peut :
  - S'arrêter après un nombre fini d'opérations, et son résultat est alors, par définition, calculable ;
  - Ne pas s'arrêter, et son résultat est alors, par définition, non calculable.

  Mais avec des données initiales différentes son comportement peut être autre.

  (Et comme signalé dans *Déterminisme et durée d'exécution*, il n'existe pas d'algorithme général pour savoir d'avance, sans l'exécuter, si un algorithme s'arrêtera.)

  Il y a autant d'algorithmes qui ne s'arrêtent pas que l'on veut, puisque :
  - On peut écrire autant de programmes qui bouclent que l'on veut ;
  - Il existe une infinité de programmes qui bouclent pour certains cas de données initiales et pas pour d'autres ;
  - Un programme calculant une suite ou une série non convergente peut tourner indéfiniment sans converger.

  Exemple : $\sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ ne tend vers aucune limite fixe lorsque $x \to \infty$ car la fonction sinus oscille indéfiniment.
- Autre cas de non-calculabilité : dans certaines théories physiques mal adaptées à la réalité le résultat à calculer est infini [B126-2].

D'où la confirmation de la conclusion déjà énoncée : *il y a des processus déterministes dont le résultat n'est pas calculable, parce qu'il faudrait :*

- Soit un nombre infini d'opérations, donc un temps infini. Ce sont en fait des processus multiétapes, qui en comptent un nombre infini dont chacune a une durée finie (et non infiniment courte) ;
- Soit calculer des valeurs infinies, ce qui n'a pas de sens ;
- Soit parce qu'ils définissent un nombre ou un concept non calculable ;
- Soit parce qu'ils ont construit une proposition indécidable.

  Exemple informatique : étant donné un nombre entier *n*, valeur initiale fournie à un algorithme, affecter au résultat de l'algorithme la valeur 1 si la *machine de Turing* de rang *n* lancée avec le nombre *n* s'arrête, et 0 si elle ne s'arrête pas. Puisqu'on ne peut savoir d'avance (sans la faire tourner) si la machine de Turing s'arrêtera dans ce cas, la proposition est indécidable et l'algorithme peut ne jamais s'arrêter, son résultat étant donc non calculable. [B268]

  Exemple psychologique : les processus psychiques se déroulent dans l'inconscient sous forme de changement de l'état et des interconnexions de

neurones. Comme tout processus de la vie est une combinaison, au plus bas niveau, de réactions de biologie moléculaire (régies par le *déterminisme statistique*) on pourrait s'attendre à ce que les processus inconscients soient aussi déterministes. Ils ne le sont pas parce que leurs fonctions dépendent de paramètres corporels et psychiques qui varient constamment selon le contexte, et que nous ignorons car ils sont inaccessibles puisque hors de la conscience ; en outre, l'inconscient effectue des associations et transformations d'images mentales et de représentations indépendamment des règles de logique et d'écoulement du temps.

Les "pensées" de l'inconscient (images mentales indifférentes au temps et à la logique) apparaissent donc d'une manière imprévisible et non reproductible. Lorsque la conscience a accès à une de ces pensées ou subit l'influence d'un processus inconscient, la pensée dont elle est consciente est apparue de façon inexplicable ; *ses qualités de véracité, de non-contradiction, etc. sont donc indécidables*.

Autre exemple de processus déterministe à résultat non calculable

Source : [B67] page 243. Les équations différentielles de propagation d'onde sont déterministes au sens traditionnel : leurs solutions sont telles que les données de l'instant initial déterminent complètement l'onde à tout instant ultérieur. Or il existe des cas où une solution a des données initiales calculables et des valeurs ultérieures non calculables [B126-2] ; dans une telle solution à un problème physique déterministe, certaines fonctions ont des valeurs tantôt calculables, tantôt non calculables. Et pourtant la nature n'hésite pas : à partir de toute situation initiale elle déclenche une évolution conforme à ses lois d'interruption.

Conclusion

Dans des cas particuliers rares, en physique ou dans des expériences de pensée construites à cet effet, le résultat d'une formule ou d'un processus physique déterministe peut être non calculable, ou tantôt calculable tantôt non calculable. Si le processus est une évolution physique, la non-calculabilité n'empêche pas l'évolution, elle empêche seulement de prédire son résultat.

2.4.7.5.1 Calculabilité d'une prédiction

En généralisant par induction nos observations sur les évolutions des systèmes physiques, nous avons postulé que les phénomènes de l'Univers sont déterministes. A part comprendre une situation, connaître le déterminisme sert à prévoir et prédire l'avenir. Il est important de savoir si, dans une situation donnée, il existe nécessairement un algorithme de prédiction de son évolution. Cette question se pose d'autant plus qu'il y a des processus déterministes dont le résultat n'est pas calculable ; nous savons aussi déjà qu'un algorithme est toujours déterministe, mais qu'il ne fournit pas toujours un résultat.

Indécidabilité prouvée et indécidabilité pratique

Considérons l'affirmation inquiétante : « La guerre atomique qui détruira l'humanité commencera dans 30 ans. » Nous ne savons pas si cette affirmation est décidable, c'est-à-dire s'il existe aujourd'hui un algorithme (raisonnement déductif formel) permettant de la déclarer vraie ou fausse. Nous savons, en revanche, que le nombre de paramètres d'un tel algorithme permettant d'y répondre est immense, tellement

immense que l'effort pour trouver cet algorithme est décourageant. *En pratique*, donc, nous considérerons cette affirmation comme indécidable.

D'où une première constatation : une proposition peut être indécidable *à coup sûr*, parce que cette indécidabilité a été démontrée dans le cadre d'une axiomatique, ou être indécidable *en pratique*, parce que l'effort pour le savoir est hors de portée ou parce que nous n'avons pas les connaissances nécessaires.

> Remarquons aussi, en passant, que l'affirmation ci-dessus est *infalsifiable* : il n'existe pas de moyen pratique de prouver qu'elle est fausse 30 années à l'avance. C'est le cas de toutes les prédictions « boule de cristal » que les auteurs d'horoscopes formulent soigneusement pour qu'elles soient infalsifiables.

Considérons à présent l'affirmation « La guerre atomique qui détruira l'humanité commencera dans 30 *minutes*. » Cette affirmation a beaucoup de chances d'être fausse, parce que la situation mondiale grave conduisant à une telle guerre n'existe pas en ce moment, et qu'il faudrait plus de 30 minutes pour qu'elle apparaisse. On voit qu'une différence minime, le remplacement du mot "ans" par le mot "minutes", peut changer la prédictibilité pratique d'un résultat d'évolution. Cette calculabilité (ou, plus généralement, cette prédictibilité) pratique n'est donc pas une propriété exclusivement formelle, elle dépend aussi de la sémantique. Donc, *en général* :

- On ne peut prédire le résultat du déroulement d'un algorithme au vu de son texte et de ses données initiales, il faut attendre la fin de son déroulement ; cela peut prendre du temps, et si ce temps est trop long…
- On ne peut prédire l'évolution d'une situation complexe par un simple raisonnement déductif formel, il faut prendre en compte les valeurs de ses paramètres, leur signification et leur impact. Parfois, il faudra attendre que la situation ait déjà un peu évolué avant de pouvoir prédire la suite de cette évolution.

Déterminisme et prédiction de l'avenir

Nous savons maintenant qu'il y a des phénomènes déterministes dont le résultat n'est pas prédictible par raisonnement logique ou calcul, en théorie ou en pratique. Mais leur caractère déterministe n'en est pas moins certain puisqu'ils satisfont les deux critères de la définition du *déterminisme scientifique* : la condition nécessaire et suffisante et la stabilité.

> C'est ainsi que tous les phénomènes biologiques du vivant sont déterministes en tant que résultats d'un ensemble de phénomènes composants déterministes (de biologie moléculaire), alors que les conséquences des mécanismes physiologiques et psychologiques basés sur eux sont souvent imprévisibles :
>
> - Parce qu'on ne connaît pas – ou pas assez bien - tous ces composants - notamment lorsqu'interviennent des mécanismes mentaux non conscients ; nous verrons plus bas cette conséquence de la complexité.
> - Parce que la reproductibilité des conditions (stabilité des circonstances complexes) n'est pas assurée.
>
> L'homme est souvent imprévisible bien qu'il fasse partie de l'Univers, dont les phénomènes *physiques* sont tous déterministes, mais dont les interactions (exemple : phénomènes *psychologiques*) ne le sont pas nécessairement (en

psychologie du fait de l'inconscient comme de la complexité). Il faut donc bien, en pratique, limiter la promesse de prédictibilité du déterminisme traditionnel, que ce soit celui de Laplace ou le déterminisme scientifique.

2.4.7.5.2 Phénomènes déterministes à conséquences imprévisibles et erreurs philosophiques

Nous savons à présent qu'il existe des phénomènes dont le déroulement est déterministe, mais dont le résultat ne peut être prédit au départ :

- Soit parce qu'*il faut un temps de calcul infini ou inacceptable* pour que l'algorithme calcule le résultat.
- Soit parce qu'*au vu d'un algorithme et de ses données initiales on ne peut savoir à l'instant du lancement s'il s'arrêtera, s'il se bloquera sur une opération impossible comme une division par zéro, ou s'il fournira un résultat en un temps assez court pour que nous l'attendions*.
- Soit parce que *la complexité* du phénomène (nombre de phénomènes déterministes composants trop élevé, interactions trop complexes), la présence d'*imprécisions* (paquet d'ondes, Compton) ou celle d'*instabilités* (Heisenberg), ou de *fluctuations quantiques* rendent son évolution imprévisible en pratique, même si elle est prévisible en théorie.

  Le cas le plus grave d'impossibilité de prédire une évolution est certainement celui dû au *principe d'incertitude de Heisenberg*. Lorsque, conformément à ce principe, la valeur d'une variable à un instant donné n'est pas définie et peut changer sans cause, *on ne peut même pas décrire l'état actuel* ; il est alors impensable de décrire son évolution. Ainsi, on ne peut prédire les *fluctuations quantiques* (voir ce paragraphe).
- Soit parce que *l'instabilité du contexte* du phénomène ou sa *sensibilité aux conditions initiales* rend celui-ci imprévisible en pratique ;
- Soit parce qu'*il n'existe pas d'algorithme pour calculer le résultat* (exemple : problème du pavage du plan avec des carreaux polygonaux, qui n'a pas d'algorithme dans le cas général).

Cette situation a été à l'origine d'erreurs de raisonnement sur le déterminisme, commises par des gens qui confondaient impossibilité de toujours prédire par algorithme (raisonnement logique) le résultat d'une évolution, et non-déterminisme. Voir *Propositions indécidables – Théorèmes d'incomplétude de Gödel* et [B234].

2.4.7.5.3 Calculabilité par limitations et approximations

Dans un ordinateur, un programme ayant un nombre d'instructions fini de durée individuelle finie, ne peut durer indéfiniment que s'il exécute un nombre infini d'opérations, soit en bouclant, soit en exécutant un algorithme non convergent. Ces cas impliquent l'oubli par le programmeur d'inclure des tests de convergence. Excluons-le pour la suite de ce paragraphe.

Un programme qui manipule des nombres réels travaille sur des approximations binaires finies de ces nombres ; chaque opération de calcul a donc une durée finie. L'égalité de deux nombres est définie à une décimale du dernier ordre près. Les opérations (comme la multiplication et la division) qui génèrent plus de décimales

que le logiciel n'en peut traiter se terminent par une troncature des décimales en surnombre du résultat. Les calculs approchés ayant des règles précises, ils sont déterministes. L'utilisation de valeurs numériques approchées est justifiée parce que :

- la précision des grandeurs physiques, scientifiques, financières ou autres qu'elles représentent est elle-même limitée ;
- nous ne savons pas créer et manipuler des nombres de précision infinie.

L'esprit humain effectue, lui aussi, des opérations approchées, notamment lorsqu'il raisonne par analogie, lorsqu'il compare deux objets en ne considérant qu'une partie de leurs propriétés, ou lorsque l'inconscient fait des rapprochements surprenants. Cette possibilité est bénéfique, car une connaissance exhaustive est rare, et un résultat approché obtenu rapidement est souvent plus utile dans la vie courante qu'un résultat plus précis obtenu trop tard.

Ces opérations mentales approchées sont en général non déterministes, parce qu'elles mettent en œuvre des critères de qualité (précision, rigueur, etc.) non reproductibles ; ces critères peuvent être basés, par exemple, sur des quantités de neurotransmetteur (molécules d'anticipation, de désir) positives (agréables) ou négatives (désagréables) dans le cortex préfrontal du cerveau, quantités qui peuvent varier avec les circonstances externes (environnement, santé, etc.)

2.4.7.5.4 Nombres réels et problèmes non calculables

Définitions

Adjectif calculable

Par définition, un nombre réel est dit *calculable* s'il existe un algorithme permettant de le calculer *en un temps fini*. Une racine carrée, par exemple, est calculable avec toute précision (nombre de chiffres exacts) désirée.

- Un résultat est dit calculable s'il existe un algorithme permettant de l'obtenir en un nombre fini d'opérations de durée finie (donc en un temps fini). [B122]

  Tout algorithme parcourant un nombre fini d'étapes de durée finie est donc calculable ; sa logique est déterministe.
- Un ensemble d'entiers *E* est dit calculable s'il existe un algorithme permettant de savoir en un nombre fini d'étapes si un entier donné *X* appartient à *E*. Il existe des ensembles d'entiers *non calculables*, dont un exemple est cité par [B67] page 158.

S'il est bien conçu, un algorithme comprend des tests de fin lui permettant de s'arrêter lorsque le nombre de décimales calculées ou de termes calculés est suffisant, ou que le temps de calcul a dépassé une certaine durée ; cet arrêt est indispensable pour que l'algorithme fournisse un résultat, s'il n'en imprime pas une partie (une des décimales successives ou des termes successifs) à chaque étape.

Nombres réels non calculables

Hélas, il existe des nombres réels *non calculables*. Un exemple de procédé pour prouver l'existence d'un tel nombre (sans le calculer) est cité dans [B67] page 108 ; ce nombre a une infinité de décimales telle que sa décimale de rang *n* est définie comme prenant la valeur 1 ou la valeur 0 selon que la *machine de Turing* de rang *n*

calculant sur le nombre *n* s'arrête ou non, ce qu'il est impossible de savoir d'avance au moyen d'un algorithme (impossibilité démontrée par Turing). [B268]

> On peut être pris de vertige en songeant à un nombre réel (bien nommé, car il existe vraiment !) qu'on ne peut écrire parce qu'on ne peut le calculer ! Et il y a des gens, *les intuitionnistes* (voir ce paragraphe), qui refusent de croire à l'existence d'un tel nombre.

On connaît un exemple d'onde définie par sa fonction de propagation dont l'amplitude à l'instant $t=0$ est calculable et l'amplitude à l'instant $t=1$ est continue mais non calculable [B123].

Enfin, Gödel a démontré l'existence de propositions vraies qui sont indémontrables bien qu'on puisse les écrire. Voir *Théorèmes d'incomplétude de Gödel*.

<u>Conséquence pour le déterminisme</u>

L'existence de nombres réels non calculables - il en existe une infinité - illustre une limite de prédictibilité du déterminisme : il y a des algorithmes déterministes qui prouvent *l'existence* de quelque chose (ici un nombre) *qui ne peut être décrit* (sa représentation n'est pas calculable) *à l'exception de propriétés particulières* (l'unicité par exemple, dans le cas de nombres réels de propriétés données). L'algorithme permet alors d'en prévoir l'existence et certaines propriétés, mais pas la valeur.

> Nous avons défini le déterminisme étendu comme un principe régissant toutes les lois *de la nature*. La définition du *déterminisme scientifique* traditionnel s'applique aussi aux algorithmes, processus intellectuels qui ne sont pas des évolutions naturelles ; mais la convergence d'un algorithme en un temps fini et la régularité d'une suite de résultats qu'il génère ne sont pas nécessairement garantis. Plus généralement, la pensée humaine est imprévisible à partir de la hiérarchie des phénomènes qui la composent, hiérarchie commençant avec la génétique et se terminant par les divers niveaux du « logiciel » psychique ; cela vient, par exemple, de l'effet de l'inconscient ou des raisonnements par analogie.

L'existence de nombres réels non calculables peut sembler n'intéresser que des mathématiciens. Mais la limite correspondante du déterminisme apparaît aussi dans des phénomènes physiques observables :

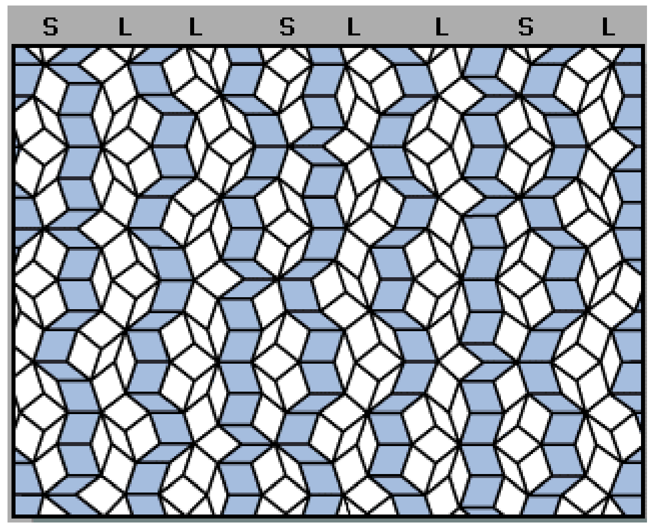
- dans l'Univers il existe de la matière noire (on dit aussi : sombre) dont l'existence est prouvée mais dont on ne peut rien « voir » d'autre que l'effet gravitationnel à distance ;
- les particules atomiques ne sont « visibles » que sous forme mathématique.

Voir en complément le paragraphe *Conditions de prise en défaut du déterminisme*.

<u>Exemple de problème non calculable : le pavage du plan</u>

Enoncé : étant donné un ensemble fini de formes planes polygonales différentes, existe-t-il un algorithme pour décider si en les juxtaposant d'une certaine façon on peut paver (c'est-à-dire recouvrir) la totalité du plan ?

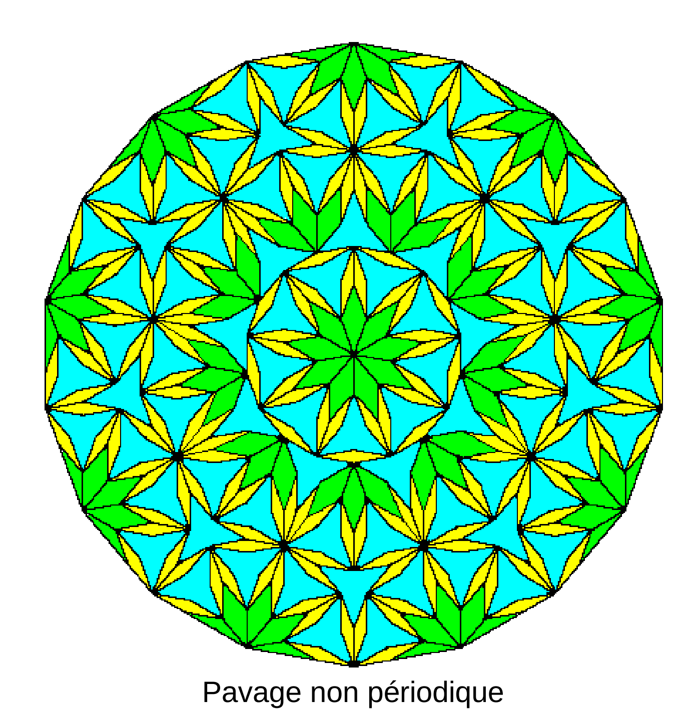
C'est le « problème du carreleur » : comment disposer ses carreaux pour couvrir un sol sans trou ni recouvrement ? Voici un exemple issu de [B124] :



Pavage de Penrose

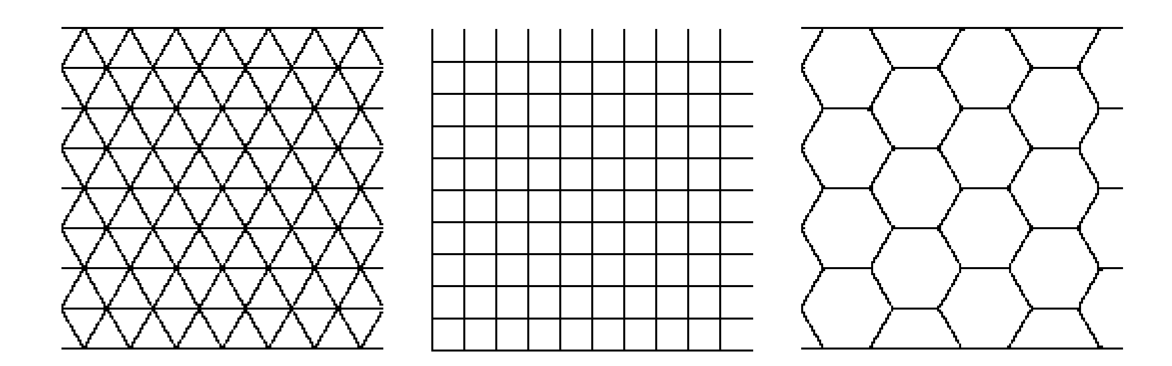
Le plan est pavé de carreaux en forme de losange. Les carreaux à bords parallèles horizontaux sont grisés et alignés en colonnes séparées tantôt par des intervalles étroits *(S)* ou larges *(L)*. Le pavage forme des motifs qualifiés de *quasi périodiques* ; *il est déterministe* en ce sens que l'ordre de juxtaposition des carreaux peut être généré par un algorithme.

Selon [B67] page 176, Robert Berger a démontré en 1966 qu'*il n'existe pas, en général, d'algorithme permettant de disposer des carreaux polygonaux donnés de manière à paver le plan : ce problème-là est sans solution*. Sa démonstration prouve l'existence de pavages du plan *qui ne contiennent pas de parallélogramme répétitif*, appelés « pavages non périodiques ». En voici un exemple venant de [B125] :



Pavage non périodique

Voici trois exemples de pavage répétitif issus de [B125] :



2.4.7.5.5 Il y a infiniment plus de réels non calculables que de réels calculables

Les programmes que l'on peut écrire dans un langage de programmation donné (exemple en langage Java : [B95]) forment un ensemble dénombrable (ensemble qui compte autant d'éléments-programmes que l'ensemble des entiers naturels 0, 1, 2, 3… compte d'entiers. En effet, un tel programme est une combinaison de taille finie d'un nombre fini de symboles de base (signes alphanumériques). Un programme, défini comme un couple (formule de calcul, données initiales) sans instruction permettant de boucler, peut donc calculer un nombre réel et un seul. *Le nombre de nombres réels calculables par une formule est donc une infinité dénombrable*.

Or l'ensemble des nombres réels n'est pas dénombrable : il y a infiniment plus de nombres réels que de nombres entiers naturels (on dit que l'ensemble des réels a « la puissance du continu »). Comme le nombre de programmes de taille finie est une infinité dénombrable, *il y a nécessairement une infinité de nombres réels qui ne sont pas calculables*.

Nombre réels algébriques ou transcendants

Approfondissons un peu cette situation en partitionnant l'ensemble des nombres réels en deux catégories, les nombres *algébriques* et les nombres *transcendants* :

- On appelle nombre algébrique un nombre réel qui est racine d'un polynôme à coefficients entiers, c'est-à-dire d'une équation de la forme :

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_n = 0$$

  où les coefficients a_i et l'exposant n sont tous entiers.
- Un nombre réel non algébrique comme π est dit *transcendant* : il n'est racine d'aucune équation polynomiale à coefficients entiers.

On démontre que :

- L'ensemble des nombres réels algébriques est dénombrable, c'est-à-dire que chaque nombre algébrique peut être associé à un entier naturel et un seul ;
- L'ensemble des nombres réels, algébriques ou transcendants, n'est pas dénombrable ; il y a infiniment plus de nombres réels que de nombres entiers naturels ; il y a donc infiniment plus de nombres transcendants que de nombres algébriques ;

- Tout nombre algébrique est *calculable* : on peut écrire au moins un programme informatique qui le calcule en un nombre fini d'étapes ;
- L'ensemble des nombres réels transcendants comptant infiniment plus d'éléments que l'ensemble des entiers naturels, il existe une infinité de réels pour lesquels on ne peut écrire de programme de calcul, c'est-à-dire de *réels non calculables*.

2.4.7.5.6 Propositions indécidables

Il y a une limite du déterminisme sur laquelle nous reviendrons à propos de la pensée humaine : certaines affirmations grammaticalement correctes et ayant un sens peuvent être formulées, mais ni démontrées ni infirmées avec un algorithme calculable [B122] ; lorsqu'on peut *prouver* que leur véracité ne peut être ni démontrée ni infirmée on les qualifie d'*indécidables*.

Certaines de ces affirmations se révéleront exactes dans de très nombreux cas et ne seront fausses dans aucun cas connu, mais on ne pourra pas prouver qu'elles sont *toujours* vraies ; d'autres se révéleront fausses, un seul cas suffisant alors si on fait l'hypothèse qu'une affirmation est une proposition logique, toujours vraie ou toujours fausse.

Nous préférerons désormais l'expression *proposition logique* (ou simplement *proposition*) à celle *d'affirmation*, car on a pris l'habitude de parler de *calcul des propositions* [B120].

Une proposition logique est indécidable dans deux cas :

- Si on peut prouver qu'il n'existe pas d'algorithme pour calculer si elle est vraie ou si elle est fausse ;
- Ou si la démonstration de sa valeur logique ("vrai" ou "faux") peut exiger un algorithme qui ne s'arrête pas, obligeant ainsi à attendre indéfiniment sa réponse.

2.4.7.5.7 Certaines lois déterministes ne décrivent pas une évolution

Toute loi décrivant un état physique par un calcul est déterministe : connaissant un état initial par une ou plusieurs variables et un algorithme de calcul, le résultat est acquis, qu'il soit unique ou statistique. Exemples :

1. Lois d'optique décrivant des trajectoires de rayons lumineux, comme la loi de la réfraction de Descartes $sin\, i = n\, sin\, r$, où *n* est l'indice de réfraction, *i* est l'angle d'incidence, *r* est l'angle de réfraction.
2. Lois de propagation d'ondes sonores comme celles de la membrane d'un tambour que l'on vient de frapper : une telle propagation est décrite en coordonnées cylindriques par une équation différentielle de la forme

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}\right)$$

3. Equation de diffusion de la chaleur de Fourier des zones chaudes vers les zones froides, de la forme

$\frac{\partial u}{\partial t} = k\Delta u$, où Δ est l'opérateur laplacien.

Les lois ci-dessus sont déterministes sans décrire des évolutions : si toute évolution est déterministe (au sens du déterminisme étendu), la réciproque n'est pas vraie : toute description déterministe n'est pas nécessairement celle d'une évolution ; l'effet de la causalité peut être instantané, ou permanent en l'absence de frottements.

2.4.7.6 Déterminisme + complexité = imprédictibilité

L'effet d'un grand nombre de processus déterministes simultanés *régis par une même loi d'évolution* peut rendre le résultat de chacun d'eux imprédictible en pratique. Il n'est donc pas étonnant que l'effet global d'un grand nombre de processus déterministes simultanés *régis par des lois distinctes* soit en général également imprédictible, particulièrement lorsque certains interagissent.

Ce phénomène d'imprédictibilité se présente aussi dans les logiciels complexes comme les systèmes d'exploitation d'ordinateurs ou les logiciels de simulation de vol, ainsi que dans les processus physiologiques.

Exemples
Un système d'exploitation de la famille Windows exécute en général un millier de *threads*, processus qui se déroulent en parallèle en se démarrant ou s'arrêtant l'un l'autre, en s'envoyant des messages, en échangeant des données, en s'attendant ou en se donnant rendez-vous dans certaines circonstances, etc. C'est ainsi que pendant que j'écris ce texte avec WORD sous Windows, mon système d'exploitation exécute 1413 threads en parallèle, appartenant à 89 processus (programmes) distincts.

De son côté, un corps humain a des centaines de mécanismes indépendants ou interdépendants, régis par la logique hypercomplexe du génome interprété par la machinerie cellulaire, ainsi que par le cerveau et ses ~100 milliards de neurones.

Importance de l'expérience
Le comportement de ces systèmes complexes nous paraît cependant d'autant plus prévisible que les circonstances se reproduisent fréquemment. Leur réponse à un événement fréquent a alors été observée si souvent qu'elle est devenue *prévisible par habitude*. Je sais parfaitement déplacer un fichier d'un répertoire à un autre de mon PC, et n'ai jamais de surprise en constatant son comportement lorsque je fais un « glisser-déposer » de l'icône du fichier avec la souris. Je sais aussi prévoir la réponse de mon organisme à des situations particulières comme la pose de ma main sur un objet trop chaud, qui provoque une sensation de brûlure. Mais des circonstances ou événements rares entraînent des comportements imprévisibles et surprenants d'un système complexe.

> Exemple : un message hostile reçu par Internet, qui provoque un débordement de buffer (zone mémoire tampon) dans mon PC en exploitant un défaut de protection d'un objet logiciel du système d'exploitation, peut se transformer en logiciel de prise de contrôle qui asservira mon PC à un autre système, situé à des milliers de kilomètres, pour le faire participer à des attaques dévastatrices de serveurs bancaires. Si les concepteurs du système d'exploitation de mon PC avaient pu prévoir ce type d'attaque, ils auraient mis en place les protections nécessaires. Mais comme il existe des attaques auxquelles ils n'ont pas pensé, le message Internet en question provoque une réaction imprévue.

Conclusion
Bien que tous les logiciels aient des algorithmes déterministes, une combinaison complexe de logiciels et de circonstances (événements et données) peut avoir un effet imprévisible, et même difficile à expliquer après coup connaissant ses effets. *Tout se passe alors comme si la complexité d'un système parfaitement déterministe l'avait rendu imprévisible, le faisant apparaître comme non déterministe aux personnes qui (hélas !) croient que le déterminisme entraîne la prédictibilité*.

De même, il y a des cas où un médecin ne sait pas diagnostiquer le mal de son malade. Certaines douleurs, par exemple, peuvent demeurer inexpliquées malgré d'innombrables examens et la prise de médicaments. Le corps humain est non seulement complexe, mais ses processus sont loin d'être aussi bien connus que les algorithmes des logiciels ; et la complexité de l'esprit est encore plus grande.

En résumé, la complexité d'un système, et des circonstances ou enchaînements de circonstances rares, peuvent le rendre imprévisible même si tous ses processus sont déterministes.

2.4.7.7 Modélisation des systèmes complexes, notamment ceux du vivant

Jusqu'à ce point de l'exposé nous avons considéré une situation physique comme cause d'une évolution déterministe prévisible. C'est là une simplification qui ne convient pas à des systèmes vraiment complexes comme un corps humain, son psychisme, ou l'économie d'un pays. Dans un tel système, une situation à un instant donné prend en compte des milliers de processus se déroulant en même temps, certains interagissant avec d'autres. Dans le corps humain, par exemple, le génome contrôle des milliers de réactions chimiques participant au fonctionnement de tous les organes. Dans un cerveau humain, un grand nombre de pensées se déroulent en même temps dans l'inconscient, en plus de la pensée consciente.

Le nombre et la variété des processus qu'on rencontre dans des systèmes comme les êtres vivants fait qu'en général on ne les connaît pas assez pour en décrire un modèle ; l'absence de modèle rend alors la prévision de leur comportement impossible.

Un système modélisable ne comprend que des processus et interactions à logique connue et descriptible en langage informatique. Le nombre de processus se déroulant en parallèle ne pose pas problème, dans la mesure où un ordinateur moderne peut exécuter des logiciels simulant des milliers de processus simultanés. La connaissance d'un processus ou d'une interaction implique celle de ses variables d'entrée (reçues de l'extérieur du système ou d'autres processus), de ses variables de sortie (fournies à l'extérieur ou à d'autres processus), de la logique de réponse aux diverses sollicitations avec les temps de réponse correspondants, etc.

Un modèle informatique à processus simultanés multiples se comporte comme autant d'ordinateurs indépendants, calculant en même temps et capables de communiquer entre eux et avec l'extérieur. Un processus peut en lancer ou en arrêter un autre, échanger avec lui des messages, attendre un événement venant de l'extérieur ou d'un autre processus, exécuter un calcul en fonction de données reçues ou trouvées en mémoire, tenir compte du temps pour aller à la même vitesse que la réalité qu'il simule, etc. Un processus peut en coordonner d'autres. Il peut aussi leur

fournir des services comme la reprise sur incident, la gestion des files d'attente de messages, la journalisation des événements du système à des fins de traçabilité, la protection contre des intrusions, les télécommunications, etc.

Ne pas confondre modèle informatique et algorithme d'intelligence artificielle

Créer un modèle informatique suppose l'aptitude à en décrire tous les processus qui ont un effet important, en étant certain de ne pas en omettre. Mais il y a de nombreux cas où cette connaissance exhaustive et/ou sa description sont impossibles ou trop onéreux : on peut alors tenter une approche par *intelligence artificielle*.

Celle-ci consiste à fournir à un programme d'auto-apprentissage un nombre suffisant de circonstances pour qu'il en déduise les lois de décision nécessaires sans qu'un programmeur doive les écrire.

> Exemple 1 : si on connaît les recherches faites sur Internet par quelques milliers d'utilisateurs à propos d'un sujet donné et les réponses correctes correspondantes, le programme peut en déduire des règles de détermination des réponses convenant à une question, règles qui ne seront mises en défaut que par des cas particuliers dont le logiciel n'a pas eu « l'expérience ». Voir ci-dessous *Acquisition d'expérience – Intelligence artificielle*.
>
> Exemple 2 : connaissant les règles du jeu d'échecs et l'objectif (« échec et mat ! »), un programme d'auto-apprentissage a pu jouer contre lui-même des millions de parties et devenir si bon qu'aucun *Grand maître* n'a pu lui résister.

2.4.7.7.1 Des avancées très prometteuses en matière de modélisation

Pour modéliser un système à processus multiples simultanés, on simule ceux-ci par un ensemble de processus qui interagissent. Le programme informatique est écrit avec un *logiciel orienté objets* comme C++ ou CSharp (C#), où chaque processus est un objet indépendant. Les divers objets peuvent être exécutés simultanément dans un même processeur d'ordinateur en utilisant des tâches et/ou des threads simultanés ; on peut aussi les répartir entre plusieurs ordinateurs qui communiquent en réseau, pour ajouter leurs puissances de calcul. Cette architecture matérielle-logicielle permet d'exécuter simultanément des dizaines de milliers de processus, donc d'émuler le fonctionnement de systèmes extrêmement complexes.

Modélisation de processus cellulaires à partir de la biologie moléculaire déterministe

L'article [B93] rend compte de la simulation de *toutes* les fonctions d'un microorganisme dont le génome comprend 525 gènes, sur 128 ordinateurs tournant en parallèle. A partir de la connaissance des mécanismes individuels de niveau moléculaire, y compris ceux de l'ADN, de l'ARN, des protéines et des métabolites, on a simulé ainsi *tous* les événements et processus de la vie de ce microorganisme, un microbe pathogène autonome.

Les conséquences de cette possibilité de modélisation sont considérables :

- On peut ainsi désormais remplacer des tests biologiques de laboratoire par des simulations informatiques, processus reproductible, plus rapide et moins coûteux ; la compréhension des comportements simples du vivant et la mise au point de médicaments efficaces en sera considérablement facilitée.

- On a une preuve matérielle de la possibilité, avec une grande puissance de calcul et une architecture logicielle à processus parallèles, de simuler tous les processus du vivant, des fonctions cellulaires de bas niveau à celles de la pensée, en décomposant chacune en niveaux hiérarchiques dont le plus bas est celui de la biologie moléculaire, complètement régi par le déterminisme statistique. Avec le temps et la croissance de la puissance informatique disponible, on pourra constituer une bibliothèque de fonctions et comportements de base du vivant, sur laquelle on basera la compréhension de comportements de plus en plus complexes.

Des modèles si fiables qu'on peut leur confier la vie humaine

On sait faire des modèles informatiques complexes si fiables qu'on peut leur confier la vie humaine ; c'est le cas, par exemple, des commandes électriques de vol des avions modernes et de leurs systèmes de pilotage et d'atterrissage automatique sans visibilité.

Le danger, alors, vient d'un *défaut de spécification* où l'homme aurait oublié de prévoir certains événements ou situations, et n'aurait pas introduit dans le modèle la logique nécessaire pour y répondre. On résout ce problème en faisant de nombreux tests – certains avec des valeurs aléatoires de variables initiales (comme dans la méthode de Monte-Carlo avec algorithme Metropolis), d'autres en accumulant de l'expérience ; par souci de sécurité on permet toujours à un homme de reprendre le contrôle en cas d'urgence.

La modélisation informatique permet, par exemple, de reconstituer des phénomènes astronomiques ayant duré des millions d'années comme la formation d'un système planétaire à partir de gaz et poussières interstellaires. Elle le permet parce que les lois de la dynamique sont connues, ainsi que les paramètres à fournir au départ de la simulation.

Il reste cependant beaucoup à faire

Notre connaissance actuelle de l'économie ne nous permet de réaliser que des modèles trop grossiers pour prévoir les crises économiques ou même simplement financières, même lorsque la situation politique est supposée stable (détails : [B94]).

2.4.7.7.2 Analyse statistique de systèmes complexes

Il est fréquent que nous n'ayons pas besoin des niveaux de compréhension et de précision fournis par un modèle à processus déterministes pour résoudre un problème. C'est ainsi que, pour soigner certaines maladies, il n'est pas nécessaire d'avoir un modèle de certaines fonctions vitales de l'homme ; il suffit d'avoir le bon médicament ou la bonne association de médicaments. On peut donc souvent se contenter d'étudier la réponse d'un système complexe à *certaines* actions ou circonstances sans chercher vraiment à le comprendre.

On fait alors des expériences (ou des statistiques sur une population) où l'on fait varier certains paramètres en notant à chaque fois la réponse du système. C'est ainsi, par exemple, qu'on teste sous un certain climat et dans un certain type de sol le rendement de diverses variétés d'une céréale alimentaire, en présence d'apports de divers engrais avec divers dosages. L'organisation des expériences doit alors produire le plus possible d'informations avec le minimum d'expériences ou la population testée la plus réduite possible. On utilise pour cela des méthodes

statistiques dont nous nous contenterons ici d'évoquer des noms : analyse de variance, plans factoriels, carrés latins, analyse de régression, corrélations, etc.

Ces méthodes apportent des informations sur la réponse à certaines combinaisons de valeurs de certaines variables, sur le niveau de confiance qu'on peut avoir dans ces informations, et sur l'influence probable d'autres variables non prises en compte.

Ces méthodes permettent même parfois de *trouver la combinaison de valeurs de paramètres qui maximise une fonction économique, c'est-à-dire l'ensemble de valeurs de variables qui conduit à un optimum*. C'est ainsi que Daniel Martin a fait pendant quatre ans des expériences permettant de trouver les paramètres de conception, d'affûtage et d'utilisation de forets qui maximisent la vitesse de perçage dans divers types de fonte ou d'acier, tout en garantissant une qualité géométrique de trou et une durée de vie imposée entre affûtages ; les résultats ont été spectaculaires, un brevet a été déposé et l'industrie automobile française en a profité.

2.4.7.7.3 Complexité et décisions médicales

Le domaine de la médecine comprend de nombreux cas de situation complexe.
Les connaissances disponibles sont *partielles* et *incertaines* :

- Partielles parce qu'on ne connaît qu'une partie des phénomènes qui interviennent ;
- Et incertaines parce que les lois d'évolution qui s'appliquent sont du type "avec ce médicament on observe 70 % de guérisons à 5 ans, et sans ce médicament on observe 80 % de décès dans les 2 ans."

Dans de tels cas il n'existe pas de décision sans risque, alors que – s'il s'agit d'un malade – sa vie est parfois en jeu. On peut envisager des raisonnements probabilistes si des statistiques sur une population suffisante sont disponibles et significatives. Mais si ce n'est pas le cas, par exemple parce qu'il s'agit d'une maladie rare où les statistiques portent sur une population réduite, que faire ?

Les raisonnements probabilistes consistent à envisager toutes les décisions possibles et à évaluer expérimentalement pour chacune la probabilité de succès, ainsi que le bénéfice et les effets secondaires escomptables (exemple : nombre d'années de survie, pathologies pendant ce temps-là, etc.). On résume les conclusions dans un tableau, qu'elles soient ou non chiffrées et quelle que soit leur précision, on discute entre médecins et si possible avec le patient, et on décide.

Dans des cas moins graves ou moins urgents, les médecins appliquent souvent un raisonnement basé sur des *facteurs de risque* et des *facteurs de protection*.

<u>Facteur de risque</u>

On appelle facteur de risque un facteur qui prédispose à la pathologie concernée. Exemple : fumer est un facteur de risque dans le cancer du poumon. Un facteur de risque donné accroît le risque de développer la maladie, mais il ne suffit pas pour la déclencher : il y a de gros fumeurs morts à un âge avancé sans avoir souffert de cancer du poumon (exemple : Winston Churchill) ; mais des statistiques sur une

population importante montrent que les gros fumeurs ont bien plus souvent un cancer du poumon que les non-fumeurs.

Une circonstance est un facteur de risque lorsque d'autres facteurs interviennent, qu'ils soient connus ou non, et qu'on dispose de statistiques significatives ou seulement de corrélations. Un cas particulier important est celui où un facteur de risque *A* ne joue qu'en présence d'un autre facteur de risque, *B*.

- Si *A* exige *B*, il peut se faire qu'en réalité le risque de développer la maladie n'est pas associé à *A* mais seulement à *B*, et que le plus souvent quand *B* est présent *A* l'est aussi, d'où la tendance à penser que *A* est un facteur de risque. Il faut alors des études sérieuses pour déterminer les rôles respectifs de *A* et *B*.
- Si *A* exige *B*, il peut aussi arriver qu'il y ait une interaction entre *A* et *B*. Par exemple, *B* renforce l'effet de *A* lorsqu'il est présent au-delà d'une certaine limite.

D'un point de vue quantitatif, on associe à un facteur de risque, chaque fois que c'est possible, un *taux de risque* ou *risque relatif* qui est un coefficient multiplicateur de la probabilité que le facteur de risque induise la maladie. On dit, par exemple, qu'une personne qui présente ce facteur de risque a 15% de chances de plus que la population moyenne de développer la maladie avant 50 ans.

Facteur de protection

Il est fréquent qu'on sache qu'un facteur de risque joue moins en présence d'un autre facteur, appelé pour cette raison *facteur de protection*. Un facteur de protection n'a pas nécessairement en lui-même de rôle bénéfique, il ne joue que pour atténuer le risque d'une pathologie ou l'effet d'un de ses facteurs de risque. Cela peut se produire de deux manières :

- Soit le facteur de protection est défini comme la négation du facteur de risque. Affirmer, alors, la présence du facteur de protection revient à nier celle du facteur de risque, ou à affirmer que sur une échelle continue de risque on est plutôt du côté « protégé » ou plutôt du côté « à risque ».

  Exemple : un fort taux de cholestérol est un facteur de risque d'obstruction des artères coronaires, alors qu'un faible taux de cholestérol est un facteur de protection pour cette pathologie.

- Soit le facteur de protection est défini comme une cause qui s'oppose à la pathologie ou à un de ses facteurs de risque, qui l'empêche de jouer ou diminue son effet.

  Exemple : l'acquisition d'une immunité par vaccination empêche le plus souvent de développer la maladie.

Exemple de raisonnement (chiffres tirés d'expériences sur une population malade)

- J'ai une arythmie cardiaque (exactement : une fibrillation auriculaire paroxystique) qui, compte tenu de mes autres facteurs de risque et de protection, a une probabilité de 12% de déclencher un infarctus mortel dans l'année qui suit. Si je prends un médicament anti-arythmique appelé Amiodarone 200mg, ma probabilité d'infarctus est divisée par 3, ce médicament apportant un facteur de protection ; l'Amiodarone ayant de redoutables effets secondaires, la division du risque par 3 en tient compte pour l'infarctus, mais pas pour d'autres

inconvénients comme l'effet perturbateur de l'iode qu'il contient. Ai-je intérêt à prendre ce médicament ?

Si j'en prends la dose recommandée, ma probabilité de mourir d'infarctus dans l'année passe de 12% à 4 %, effets secondaires pris en compte : du point de vue du seul infarctus, j'ai intérêt à prendre ce médicament.

- Supposons à présent qu'un autre médicament, le Kardegic 160 mg, puisse lui aussi diviser par 3 ma probabilité de décès d'infarctus dans l'année, mais sans effet secondaire. Si on peut le prendre en même temps que l'Amiodarone, pour que leurs effets s'ajoutent, il faut le faire. Mais s'il faut choisir entre les deux traitements, c'est celui qui a le moins d'effets secondaires qui devient préférable.

Conclusions

Cette approche paraît correcte, compte tenu de l'état des connaissances en médecine. Mais on constate qu'à force de réfléchir et de décider dans un domaine où les connaissances manquent tellement, certains médecins ont souvent des raisonnements peu rigoureux : désaccords entre eux sur les faits et sur les méthodes statistiques, prises de position idéologiques et manque d'ouverture d'esprit. Peut-être que l'enseignement de la médecine et les pratiques en matière de publication ne prédisposent pas assez à la rigueur intellectuelle, exactement comme une formation en sciences exactes ne développe pas le sens de l'humain.

2.4.7.7.4 Algorithme de calcul de Pi - Suite pseudo-aléatoire de nombres entiers

Définition d'un algorithme

Suite d'étapes de calcul parcourues en tenant compte de valeurs de données au moyen de choix (dits *procéduraux*) du type :

« Si telle condition est remplie continuer à l'étape E_n, sinon continuer à l'étape E_p ».

Le résultat d'un tel parcours, donc du raisonnement, dépend des valeurs de départ et de valeurs calculées par l'algorithme avant ce choix : il est donc imprévisible au vu des seules données de départ.

Exemple : calcul de Pi

Considérons la suite des décimales du nombre Pi (π = 3.1415926535…), nombre parfaitement calculable dont on connaît, paraît-il, les 200 premiers *milliards* de décimales (voir programme Java [B95]). D'après les tests d'autocorrélation effectués, la représentation décimale connue de Pi ne présente aucune régularité permettant de prédire une décimale *connaissant certaines des précédentes* ; c'est une raison de la considérer comme entièrement imprédictible… jusqu'à preuve du contraire.

Exemple : la formule de calcul de Pi donnée par John Machin au XVIIIe siècle est :

$$\pi = 16\,Arctg\,\frac{1}{5} - 4Arctg\,\frac{1}{239} \quad \text{où} \quad Arctg\,x = \sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\,\frac{x^{2k+1}}{2k+1}$$

En calculant avec 30 chiffres, on trouve $\pi = 3.14159265358979323846264338328$.

On peut aussi calculer $\frac{\pi}{4}$ en sommant directement la série $Arctg\;1 = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2k+1}$:

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \cdots$$

Comme il n'existe pas de logiciel de calcul de précision infinie, mais seulement des logiciels garantissant une précision de *N* chiffres dans chaque opération (où *N* peut atteindre des milliers de décimales), le calcul de la somme d'une série comme *Arctgx* a une précision limitée, d'autant plus limitée qu'il faut sommer de nombreux termes.

L'algorithme de calcul de Pi est bien déterministe au sens traditionnel. Son résultat, le nombre réel Pi est calculable avec une approximation qui ne dépend que de la précision des calculs. Comme la représentation décimale de Pi ne présente aucune régularité connue permettant de prédire une décimale connaissant tout ou partie des précédentes, on a là un exemple de processus à déroulement déterministe dont une représentation numérique du résultat présente des irrégularités imprévisibles.
Cette imprévisibilité existe quelle que soit la base, même si ce n'est pas 10.

En somme, *pour tout entier M>0, tout algorithme de calcul de Pi est un générateur de suites de nombres entiers imprévisibles de M chiffres*, nombres obtenus en considérant des « tranches » successives de *M* chiffres dans la suite (infinie et non périodique) des décimales de Pi. Comme on ne peut prouver que cette suite de chiffres est aléatoire, on l'appelle *pseudo-aléatoire*.

Le caractère déterministe d'un processus n'entraîne donc pas nécessairement l'existence d'une représentation de son résultat qui ait une régularité ou une prévisibilité quelconque : précision, périodicité, symétrie, etc.

> Contrairement à une fraction, par exemple, dont la suite des décimales est nécessairement périodique (exemple : 22 / 7 = 3.142857 142857 142857 où la suite de 6 chiffres 142857 se répète indéfiniment) certains nombres réels comme Pi ont une représentation décimale sans périodicité ni loi permettant de prévoir la décimale de rang *p* connaissant tout ou partie des décimales précédentes.

<u>Conclusion</u>

Lorsqu'une suite de valeurs ou de concepts semble aléatoire parce que nous n'y trouvons pas de régularité, elle peut résulter d'un phénomène déterministe apériodique comme celui des suites de groupes de *M* décimales successives de Pi générées par un algorithme ; mais nous n'avons *la certitude* ni de son caractère imprévisible (hasard postulé), ni de son caractère stochastique (relevant du calcul des probabilités).
Pour des exemples d'évolutions déterministes générant des suites apériodiques de valeurs de variables voir le chapitre *Chaos*.

2.4.7.8 Acquisition d'expérience – Intelligence artificielle

Le mécanisme naturel d'acquisition d'expérience est assez bien compris pour être mis en œuvre dans des logiciels d'application, dits d'« intelligence artificielle », et dans des logiciels appelés « réseaux neuronaux ».

<u>Réseaux neuronaux</u>

Voici un exemple d'application de réseau neuronal. La reconnaissance des billets de banque (exemple : billets de 100 €) pour déterminer s'ils sont vrais ou faux est effectuée par un appareil comprenant un scanner (qui numérise l'image de billets

qu'on lui présente), un ordinateur (qui exécute l'application de reconnaissance) et un voyant qui affiche le résultat : vert si le billet est vrai, rouge s'il est faux, jaune clignotant s'il y a une erreur ou une décision impossible.

Pour l'apprentissage, on fait numériser par l'appareil de nombreux billets en lui donnant à chaque fois le diagnostic humain : vrai ou faux. Plus on lui donne de tels exemples, plus il accumule d'expérience et moins il se trompe par la suite en déclarant faux des billets vrais ou vrais des billets faux. Avec une expérience de quelques milliers de billets on arrive à des taux d'erreur très faibles, même en présence de billets usagés ou sales. *L'appareil a appris par accumulation d'expérience ; à aucun moment on ne lui a donné de règle de raisonnement explicite*.

Ce mode de fonctionnement est celui de la mémoire associative de l'homme, où les associations se font automatiquement grâce à l'aptitude du cerveau à trouver des analogies entre informations mémorisées, à les évaluer, et à relier les informations associées utiles en une relation mémorisée à son tour. Il y a là une auto-organisation des informations, capable, par exemple, de corriger des informations erronées, de compléter des informations incomplètes, de généraliser par induction à partir d'un nombre de cas limités et de reconnaître des formes ou des situations pour pouvoir ensuite les évaluer à leur tour.

Nous sommes là dans un cas de déterminisme particulier : l'algorithme déterministe du réseau neuronal *construit* ses règles de calcul de la conséquence d'une cause *par apprentissage de cas d'espèce*, et les applique avec une marge d'erreur de type statistique due aux inévitables erreurs de la numérisation et de la comparaison.

<u>Acquisition d'expérience par un homme</u>

L'apprentissage des cas d'espèce est un processus à étapes. Chaque étape commence par une perception, une expérience ou un essai, puis analyse son résultat en fonction des valeurs existantes, en déduit les erreurs de pensée ou de comportement lorsque la qualité du résultat s'éloigne de l'objectif, corrige ces erreurs et passe à l'étape suivante. A chaque étape qu'il réussit à franchir, le cerveau a une sensation de récompense : le plaisir correspondant est sa manière de savoir qu'il a réussi quelque chose.

Exemples :

- C'est ainsi qu'un jeune enfant apprend à marcher : d'abord il apprend à se tenir debout et à effectuer sans y penser les efforts musculaires nécessaires à cette station debout, puis il apprend à rompre cet équilibre pour déplacer une jambe, etc.
- Tout le monde connaît les expériences de Pavlov, sur les « réflexes conditionnés » acquis par un animal suite à des expériences vécues. L'animal peut ainsi apprendre à associer l'audition d'un bruit à l'apparition de nourriture qui le fait saliver ; par la suite, même si le bruit apparaît sans nourriture, l'animal salive quand même. Pavlov est ainsi parvenu à préciser des aspects de l'activité nerveuse supérieure qui concernent l'excitation et l'inhibition.
- Lorsqu'un étudiant apprend une théorie scientifique nouvelle, il se représente ses divers aspects (concepts, méthodes…) au moyen d'abstractions, qu'il complète et précise progressivement au vu des textes qu'il lit et des exercices

qu'il fait, jusqu'à ce qu'il ait le sentiment d'avoir compris. Il s'est ainsi construit progressivement des représentations abstraites, et des processus mentaux qui les relient de manière plus ou moins automatique. Une fois habitué aux nouvelles représentations et processus, il trouve la théorie bien moins abstraite.

Apprendre ainsi présente d'immenses avantages : *l'adaptabilité à toutes sortes de situations nouvelles, et la prise de décisions malgré des informations incomplètes ou partiellement contradictoires*. S'il ne savait appliquer que des recettes toutes faites, comme un robot, l'homme ne pourrait vivre que dans un environnement précis, celui pour lequel ces recettes ont été faites ; il n'aurait pas survécu dans la compétition des espèces où seuls les meilleurs survivent. L'adaptabilité est une caractéristique de l'intelligence : l'homme est capable d'adaptation à plus de situations que les animaux parce qu'il est plus intelligent, ou il peut être qualifié de plus intelligent parce qu'il s'adapte mieux. Chaque homme profite de l'expérience qu'il a acquise lui-même, mais aussi de celle que lui ont transmise les autres hommes ; et l'invention de l'écriture, puis des techniques de communication, a fortement amplifié l'accumulation et la transmission des connaissances.

Pendant qu'il apprend et mémorise, *le cerveau (aidé par le cervelet) se construit des raccourcis lui permettant de représenter et de déclencher des procédures multiétapes avec un seul signal*, comme la pression sur une touche de fonction de téléphone déclenche toute la procédure d'appel d'un correspondant. Ces procédures, enregistrées dans la mémoire, permettent de gagner du temps en remplaçant des étapes précédées chacune d'une réflexion par une procédure multiétapes devenue une habitude. L'entraînement d'un danseur, d'un instrumentiste ou d'un sportif consiste notamment à construire ces habitudes pour en faire des automatismes.

L'acquisition d'expérience détermine l'évolution de chaque homme, de chaque peuple et de l'humanité. Un de ses aspects les plus importants est la culture, transmise de génération en génération. Une fois incorporée à l'inconscient par un homme, la culture l'influence tellement qu'elle engendre un *déterminisme culturel*.

2.4.8 Ensemble de définition d'une loi déterministe

2.4.8.1 Structure

Une structure est un agencement d'un ensemble construit d'éléments qui en fait un tout cohérent à qui nous associons un nom. Elle a des *relations* :

- propriétés *statiques*, qui décrivent les règles d'assemblage de ses éléments ;
- propriétés *dynamiques* qui décrivent leur comportement d'ensemble.

Comme toute abstraction a priori (construite sans référence à une réalité) une structure est éternelle : elle n'a pas été créée physiquement et ne peut disparaitre, c'est une Idée au sens de Platon ; et elle peut exister même sans homme pour l'imaginer.

Une structure est aussi une *classe d'ensembles* munis des mêmes lois de définition et de mise en relation (isomorphes) ; l'étude de certains problèmes relatifs à un ensemble d'une classe donnée peut alors être remplacée par une étude sur un autre ensemble de cette classe, si cette dernière est plus simple.

Une classe existe indépendamment du nombre de ses réalisations physiques, car elle est définie par des propriétés dont l'existence ne peut faire partie. Le même ensemble de propriétés peut décrire 0, 1, 2… ou une infinité d'objets qui les partagent ; ce n'est pas parce que j'imagine une classe des anges qu'il y en a.

1er exemple physique

Un atome d'hydrogène est une structure comprenant un noyau (proton) et un électron.

- Parmi les propriétés statiques d'un tel atome on peut citer la structure en couches de niveaux d'énergie potentielle : on ne peut le trouver sous forme d'atome d'hydrogène qu'à des niveaux d'énergie précis.
- Parmi les propriétés dynamiques de cet atome on peut citer l'aptitude de deux d'entre eux à se grouper sous forme de molécule d'hydrogène en dégageant une énergie de 4.45 eV (électrons-volts, 1 eV = 1.6 $.10^{-19}$ joule).

Les propriétés (statiques ou dynamiques) d'une structure sont en général plus riches que la réunion de celles de ses éléments, dont on ne peut les déduire.

On ne peut déduire des propriétés réunies du proton et de l'électron ni la possibilité de lier deux atomes d'hydrogène en molécule, ni l'énergie dégagée. La Mécanique quantique décrit les propriétés stationnaires et dynamiques de l'atome et de la molécule d'hydrogène dans un champ électrique.

2e exemple physique : assemblage d'atomes en quasi-cristaux.

Exemples mathématiques

Une structure mathématique est un ensemble d'éléments muni d'une ou plusieurs lois de définition et souvent aussi de lois de mise en relation. Exemples :

- L'ensemble des solides réguliers, qui n'a que 5 éléments : le tétraèdre, le cube, l'octogone, le décaèdre et l'icosaèdre.
  - Lois de définition d'un tel solide : les faces sont identiques ; ce sont des polygones réguliers (faisant entre arêtes des angles égaux) ;
  - Lois de mise en relation : les faces ont le même nombre de côtés, les sommets ont le même nombre d'arêtes, les angles sont égaux.
- L'ensemble $\mathbb{Z}$ des entiers positifs, nul ou négatifs {…-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ….} est muni de 2 relations :
  - Une loi d'addition, opération définie pour toute paire d'éléments de l'ensemble, commutative, associative, munie de l'élément neutre 0 et d'un élément opposé de chaque entier.
  - Une loi de multiplication, opération définie pour toute paire d'éléments de l'ensemble, commutative, associative, munie de l'élément neutre 1 et distributive par rapport à l'addition.

Une structure mathématique est indépendante de règles de représentation : elle reste la même quelles que soient les manières de représenter les éléments de l'ensemble et les lois de définition ; *c'est un être universel*. Exemples de structure :

- nombres entiers positifs ou nul $\mathbb{N}$ = {0, 1, 2, 3, ….} ;

- nombres entiers positifs, nul ou négatifs $\mathbb{Z}$ = {…-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ….},
- fractions $\mathbb{Q}$ = {n, d} où n,d $\in \mathbb{N}$ et d>0.

Richesse d'une structure en informations

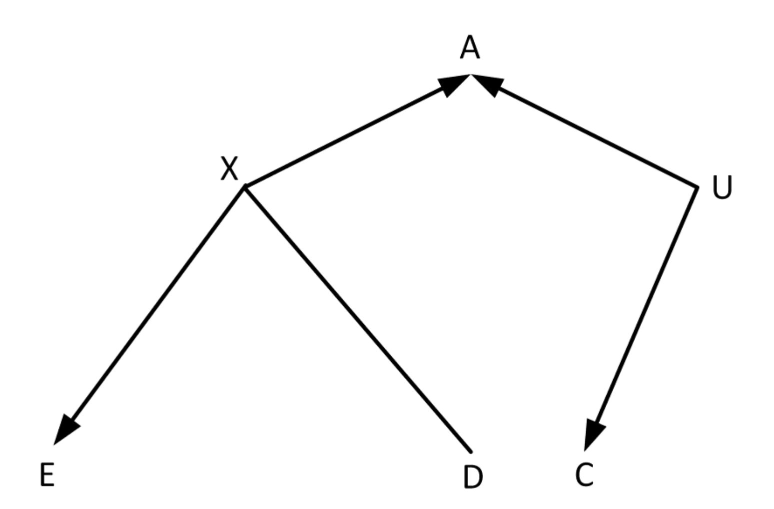
Parce qu'elle a un *comportement d'ensemble*, une structure est décrite par plus d'informations que ses éléments considérés séparément. *Ce supplément d'informations décrit des relations des éléments de la structure entre eux et avec l'extérieur.* Chaque définition de relation peut exiger une description en langage ordinaire et un énoncé d'algorithme ou d'équations. Exemple :

> A partir de couples d'éléments de l'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$ auquel on a ajouté une loi de division (sauf par 0) on peut définir l'ensemble $\mathbb{Q}$ des *fractions*. Cet ensemble est plus riche que celui des entiers naturels, car on a ajouté à ce dernier la structure apportée par la loi de division.

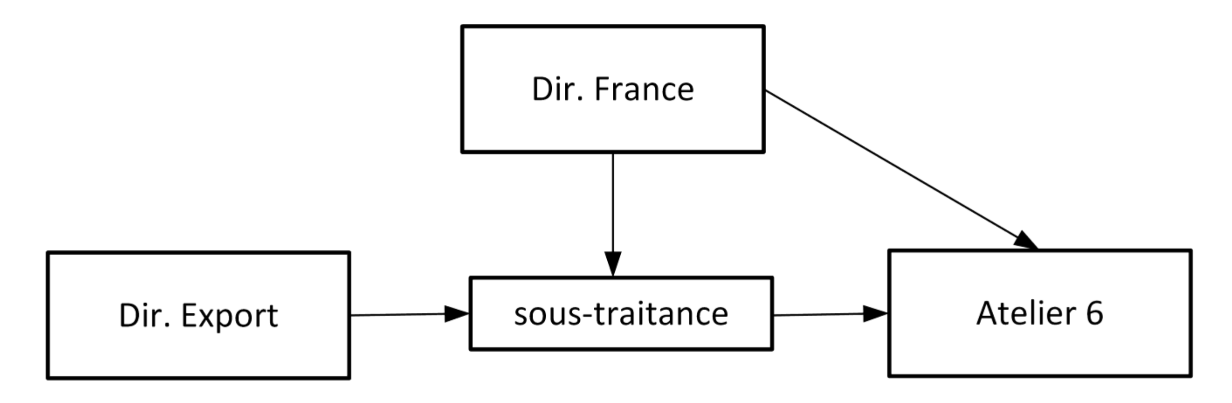
On peut résumer l'existence du supplément d'informations dû aux relations (internes et externes) d'une structure par :

Le tout est plus riche que la somme des parties.

On peut représenter les relations *internes* définissant une structure par un graphe dont les sommets sont les éléments de l'ensemble et chaque arc entre deux sommets décrit une relation interne avec son (ses) sens.



Les relations *externes* entre ensembles peuvent être représentées par des arcs reliant des boîtes.



Propriétés internes et propriétés dynamiques externes

Les propriétés statiques (d'assemblage) d'une structure ne permettent pas, à elles seules, d'en déduire les propriétés dynamiques externes.

> Le dessin d'un moteur de voiture ne permet d'en déduire ni la puissance maximum, ni les courbes de couple et de consommation en fonction du régime. Ces propriétés de fonctionnement dépendent de lois mécaniques et thermodynamiques absentes du dessin, même si la conception du moteur en a tenu compte.

On ne peut donc réduire le comportement d'une structure en tant qu'ensemble, par rapport à son environnement, à des propriétés statiques et dynamiques de ses éléments, bien qu'il en dépende. *L'assemblage en structure ajoute de l'information*.

Concepts fondamentaux et principes de logique

Certains *concepts* a priori figurent dans toute représentation de la réalité comme dans nombre d'abstractions humaines comme les structures. Exemples : le nombre entier, la ligne droite, l'espace et le temps. Comme on ne peut les définir à partir de concepts qui nous paraissent plus simples, nous les considérons comme *concepts de base*. Nous pensons que même des êtres différents, dans une autre galaxie, les utiliseraient aussi. Ce sont des bases à partir desquelles nous définissons des concepts secondaires comme la fraction rationnelle et la vitesse.

Notre pensée rationnelle repose aussi sur des *règles de manipulation des propositions*, qui nous paraissent tout aussi fondamentales, universelles (voir *Principes de logique*). Elle repose également sur des règles fondamentales de calcul comme celles de l'addition et des règles de logique formelle pour définir et manipuler des ensembles, comme l'appartenance, la comparaison et l'ordre d'apparition.

2.4.8.2 Ensemble de définition

Une loi déterministe est définie pour un certain ensemble de situations initiales, dont elle décrit l'évolution. Ne pas confondre une situation initiale (état physique) et *l'ensemble de définition* de la loi au sens mathématique, qui regroupe les situations à partir desquelles la loi (ou la fonction qui la représente) est définie.

> Exemple : une fonction d'onde $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$ a pour ensemble de définition un espace vectoriel de fonctions dit *de Hilbert* et pour résultat (valeur de la fonction) un nombre complexe.

Considérons un système *E*, réunion de plusieurs sous-systèmes *a*, *b*, *c*, etc., chacun muni de sa propre loi d'évolution. En général on ne peut pas déduire la loi d'évolution de *E* de celles de *a*, *b*, *c*, etc., parce que leur regroupement en structure *E* apporte des propriétés supplémentaires d'interaction irréductibles à celles de *a*, *b*, *c*, etc.

> Ainsi, un gène humain est une longue chaîne de bases (molécules) dont il n'existe que 4 types : *A, C, G* et *T*. Chacune de ces bases a ses propriétés, mais les propriétés d'un gène sont bien plus riches : elles sont définies par des suites de bases définissant des programmes de génération de milliers de protéines par la machinerie cellulaire. Et celle-ci prend en compte, en général, plusieurs gènes à la fois.

Il est impossible de déduire de l'ensemble des propriétés des 4 bases ci-dessus celles du génome humain : par sa structure en chaînes de bases interprétable par la machinerie cellulaire, celui-ci constitue un programme très riche qui régit les synthèses de protéines. Le fonctionnement de chacun de ces mécanismes résulte de l'ordre des bases d'une chaîne particulière, comme *GAAGACT*… Le déterminisme d'un tel mécanisme agit au niveau de sa chaîne entière, constituant son ensemble de définition, pas au niveau d'une base.

2.4.8.3 Une erreur de certains philosophes

Certains philosophes ont oublié l'enrichissement en propriétés d'un objet dû à sa structure : ils ont essayé de déduire directement les propriétés d'ensemble de l'objet de celles de ses parties, évidemment sans réussir.

Certains ont ainsi affirmé que le matérialisme était incapable d'expliquer les propriétés d'un être vivant à partir de celles des molécules de ses cellules, donc que la vie était « quelque chose de plus ». Raisonnement non probant : la pensée et la conscience de l'homme résultent de *l'interprétation psychique* par le cerveau d'états de ses neurones à un instant donné - et seulement de cette interprétation : la conscience est la manière dont notre cerveau perçoit son propre fonctionnement.

Les mécanismes psychiques ne se déduisent pas des seuls mécanismes électrochimiques des neurones, leur description exige en plus des mécanismes élémentaires *psychiques*. Les mécanismes cellulaires interprètent des chaînes du génome écrites avec l'alphabet à 4 lettres *A, C, G, T* pour fabriquer les protéines à la base de fonctions de l'être vivant.

Le matérialisme n'a qu'un seul rapport avec cette démarche : il exclut les explications magiques, basées sur des concepts vagues comme « l'esprit » ou « l'âme ». Et sa conséquence en matière d'évolution physique, le déterminisme, n'entraîne pas la prédictibilité, ne serait-ce qu'à cause des mécanismes cachés de l'inconscient.

2.5 Déterminisme scientifique

2.5.1 Définition du déterminisme scientifique

Le déterminisme scientifique est une doctrine selon laquelle l'évolution dans le temps d'une situation est régie par des lois de la nature en respectant le postulat de causalité et la règle de stabilité. L'application de ces lois peut donner un résultat unique ou des oscillations périodiques (amorties ou non).

Par rapport au déterminisme philosophique, le déterminisme scientifique :

- Prédit qu'une situation évoluera certainement sous l'action d'une loi naturelle, mais pas qu'on en connaîtra la valeur future des variables d'état ; (exemples : voir *Chaos*).
- N'affirme pas la possibilité de reconstituer mentalement le passé.

<u>Principe d'intelligibilité</u>

Le déterminisme scientifique est basé sur les lois de la physique, imaginées puis vérifiées par l'homme au moins sous forme de non-contradiction avec une

expérience. Il suppose le *Principe d'intelligibilité* issu des Lumières [B75] et la doctrine de *l'Idéalisme transcendantal* de Kant [B76] :

> **Rien n'interdit à l'esprit humain rationnel de tout connaître du Monde.**
> **La Science permet d'en comprendre, prévoir et prédire de plus en plus de phénomènes.**

<u>Remarques importantes</u>

- Le déterminisme scientifique affirme donc que *la nature déclenche automatiquement et instantanément une évolution lorsque ses conditions sont réunies* ; cette évolution est définie par une loi de transformation, pas par une situation résultante à un instant futur arbitraire.
- Le déterminisme scientifique n'affirme rien sur la prédictibilité des valeurs des variables d'état d'un système aux divers instants futurs, ni sur l'unicité de valeur d'une variable qui évolue à un instant donné. Nous avons vu (dans *Le déterminisme ne garantit pas la prédictibilité*) que la prédiction de la valeur d'une variable d'un système physique à un instant donné est parfois impossible ou imprécise, et parfois que cette valeur n'est même pas unique.

  Il y a évidemment beaucoup de cas où le déterminisme peut tenir ses promesses de compréhension, prévision et prédiction, notamment et surtout à l'échelle macroscopique. Le déterminisme régit alors les lois classiques de la physique, de la chimie, de l'astronomie, etc. Nous le qualifierons de *scientifique* par opposition au déterminisme *philosophique*.

Voici comment l'homme trouve et formule les lois de la nature.

2.5.2 Critère de vérité scientifique : l'examen contradictoire

Qu'est-ce qui garantit que la nature suit toujours la *règle de stabilité* ? Rien, c'est un pari que l'homme fait, celui d'avoir deviné une règle naturelle d'évolution ; il a postulé - par induction à partir de cas particuliers - que cette règle n'a pas d'exception, en se promettant de la modifier s'il en trouve une ou s'il découvre le moindre contre-exemple.

2.5.2.1 La preuve de vérité est remplacée par l'absence de preuve de fausseté

<u>La vérité-consensus</u>

Une loi de la nature ainsi définie n'a pas besoin de preuve théorique ou expérimentale pour être considérée comme toujours vraie : elle l'est *par définition*. La charge de la preuve de vérité est inversée : pour que la loi proposée soit fausse, il suffit *d'un seul* contre-exemple d'évolution ou de l'imprécision significative *d'une seule* prédiction.

- Cette doctrine de la vérité a été proposée par Kant dans [B235] §4 pages 43-44 : « La mathématique pure et la science pure de la nature […] contiennent des propositions qui sont universellement reconnues, les unes apodictiquement, certaines par la seule raison, les autres par le consentement universel que fait naître l'expérience et comme néanmoins indépendantes de l'expérience. »

  [La vérité par consensus, notamment celle des lois de la nature, est aujourd'hui universellement reconnue, même si elle doit être provisoire.]

Exemple du caractère provisoire des lois physiques : le mouvement des planètes
Après les tables de Ptolémée, il y a eu les lois de Kepler, puis leur démonstration théorique par les lois de Newton, puis la limitation due aux perturbations chaotiques de Henri Poincaré, puis l'explication des anomalies de Mercure par la Relativité générale d'Einstein : chaque fois, on a amélioré la précision des trajectoires et on a considéré comme réelles les représentations des astres vus.

- Nom actuel de cette doctrine : « Rationalisme critique de Karl Popper » [B236].

Une vérité scientifique est toujours provisoire

Quelle que soit son origine, une loi est donc réputée vraie jusqu'à ce que des personnes habilitées à en juger la véracité en aient trouvé un défaut : la vérité des scientifiques d'aujourd'hui est une vérité par consensus de non-fausseté, personne n'ayant trouvé de preuve théorique ou expérimentale de fausseté ou d'imprécision.

En pratique, une nouvelle loi est publiée par son auteur avec un texte justificatif. Ce texte est examiné par des gens supposés compétents : le comité de lecture de la publication qui a reçu le texte, puis les lecteurs de cette publication. Ces derniers cherchent à reproduire les résultats et/ou à valider les démonstrations déductives. Tant que ces vérifications n'ont pas eu lieu, la loi proposée n'est qu'une proposition, une conjecture.

En cas de désaccord, un dialogue et des tests contradictoires cherchent à conforter, déconforter ou modifier le texte proposé.

Origine de cette manière d'établir la vérité d'une loi scientifique

L'idée de remplacer les preuves expérimentales de vérité d'un texte, impossibles à satisfaire pour tous les cas possibles, par une preuve unique d'erreur, a été formulée en 1781 par Emmanuel Kant, dans la *Critique de la raison pure* page 650, où il écrit :

« …si même une seule et unique conséquence fausse peut être tirée d'une proposition, cette proposition est fausse. »

Cette idée a été reprise par Karl Popper dans sa doctrine, décrite en français par Renée Bouveresse en 1978 dans *Karl Popper ou le rationalisme critique* ; elle est appliquée de nos jours par tous les scientifiques.

Conclusion

Une loi scientifique n'a pas d'exception : elle est toujours vraie *par définition*.

L'objection de la variabilité du vivant

Mais une objection évidente apparaît : comment définir la vérité dans une science du vivant comme la médecine où « chaque patient est un cas particulier » ?

Le problème vient de la complexité des phénomènes du vivant.

Exemple : la transmission d'excitations nerveuses des vertébrés passe par des connexions entre neurones appelées synapses en utilisant 13 mécanismes moléculaires, dont l'un avec échange de 183 protéines différentes, le tout comptant environ 1000 protéines. Une loi proposée de comportement des synapses ne pourra faire l'objet que de tests très partiels : elle restera donc

« supposée vraie compte tenu des tests effectués » jusqu'à ce qu'une critique justifiée apparaisse. Et selon la gravité du risque considéré, on lui fera ou non confiance en attendant.

Le problème de l'intervention du hasard dans une évolution naturelle est donc celui de la validité sans exception du *Principe de raison* ci-dessus pour l'existence d'une loi, et de la règle de stabilité pour son unicité et son universalité. Voyons cela.

2.5.2.2 Le rationalisme critique de Karl Popper

Source : [B80]
L'idée essentielle sur la vérité scientifique de l'épistémologue du XXe siècle qu'était Popper - un des rares philosophes qui était en même temps un véritable scientifique - est que, la vérité absolue étant inaccessible, on peut toujours émettre des hypothèses et les soumettre à la critique, notamment de l'expérience ; celles qui sont fausses apparaîtront alors, et *leur fausseté sera, elle, une certitude* - un seul contre-exemple suffit.

Savoir qu'une hypothèse est fausse est une information en soi, qui réduit le nombre de vérités possibles et nous fait donc progresser vers la vérité cherchée.

2.5.2.2.1 La « vérité-consensus »

La véracité d'une affirmation scientifique (simple proposition ou théorie complexe) est caractérisée aujourd'hui par une *absence totale d'erreur*, que son origine soit théorique ou expérimentale ; il est en effet plus simple de prouver l'erreur (un seul cas suffit) que de tester tous les cas possibles (ce qu'on ne peut presque jamais faire).

Bien avant Popper (père du rationalisme critique moderne), Kant a préconisé de reconnaître la validité d'une proposition scientifique au consentement universel des spécialistes compétents, c'est-à-dire à l'absence de contestation :

> [B83] §4 pages 43-44 – "La mathématique pure et la science pure de la nature […] contiennent des propositions qui sont universellement reconnues, les unes apodictiquement, certaines par la seule raison, les autres par le consentement universel que fait naître l'expérience et comme néanmoins indépendantes de l'expérience."
>
> (La vérité par consensus, notamment celle des lois de la nature, est aujourd'hui universellement reconnue, même si elle doit être provisoire.)

2.5.2.2.2 Pour être acceptable une hypothèse scientifique doit être falsifiable

Une hypothèse n'est donc acceptable que si elle est falsifiable : elle doit donc être formulée de manière à ce qu'on puisse la réfuter. Son auteur doit accepter la critique et reconnaître ses éventuelles erreurs [B84], ce qui implique qu'il communique avec les autres personnes compétentes dans le sujet choisi. Il doit en plus chercher activement des conditions de falsification, car s'il n'en énonce pas son hypothèse n'est pas scientifique. Enfin, les tentatives de falsification doivent concerner les hypothèses d'une théorie autant que la théorie elle-même.

> Exemples d'affirmations dont Kant a démontré le caractère infalsifiable : « Dieu existe » et « L'âme est immortelle ».

Toute théorie qui n'est pas encore falsifiée doit être considérée comme provisoire ; elle peut toujours être remise en cause ou perfectionnée. Exemples :

- La physique de Newton, avec son espace et son temps absolus et sa masse invariable, est devenue deux siècles plus tard un sous-ensemble de la physique relativiste d'Einstein, car on a trouvé des cas particuliers où elle était fausse.
- On a cru en France que le soleil se lève et se couche tous les jours, tant qu'on n'a pas su ce qu'il en est au-delà des cercles polaires.

Puisqu'une vérification expérimentale n'apporte de certitude que dans son cas particulier, et que tant qu'une falsification est possible la certitude est impossible, [B80] conclut page 46 :

> **Un énoncé scientifique ne peut jamais être *vérifié*, mais seulement *falsifié*.**

2.5.2.2.3 Critères de vérité scientifique

Résumons ce qui précède, pour définir les critères de vérité scientifique admis aujourd'hui par la communauté mondiale des scientifiques. (Ces critères concernent les énoncés qu'on n'a pas pu établir par une démonstration déductive formelle dans le cadre d'une axiomatique, c'est-à-dire ceux qui nécessitent une vérification expérimentale.)

Un énoncé qui décrit un fait ou une loi de la nature est considéré comme vérité scientifique si et seulement si :

- *Il est falsifiable* (il permet d'en déduire des caractéristiques ou des prédictions permettant, si elles se révèlent inexactes, de considérer l'énoncé comme faux) ;
- *Il a été soumis à la communauté scientifique, qui l'a examiné et approuvé sans la moindre réfutation.* **Un unique contre-exemple suffit pour réfuter l'énoncé**.

  On voit que la véracité définie comme qualifiant "*un énoncé conforme aux faits*" s'est avérée si peu utilisable, à la suite de nombreux débats où sont intervenus philosophes et scientifiques, qu'on l'a remplacée par *un consensus de non-réfutation*.

Un tel énoncé *ne sera considéré comme vrai que de manière provisoire*, jusqu'à ce qu'on découvre des faits ou des prédictions qui le font considérer comme faux.

La véracité d'un énoncé scientifique est décrite par une variable logique (binaire) : il peut seulement être vrai ou faux ; il ne peut pas être « presque vrai », « en général vrai » ou « plus vrai qu'un autre texte vrai ». Par conséquent, des vérités scientifiques peuvent être tout aussi vraies bien que d'origines différentes, comme :

- Des lois construites par induction à partir de résultats d'expériences ;
- Des théorèmes, résultant de démonstrations basées sur des lois admises ;
- Des théories de sciences appliquées ;
- Des postulats construits par induction à partir de constatations empiriques (exemple : postulat de déterminisme induit de l'uniformité de l'Univers) ;
- La définition des unités du *Système international*, comme celle du mètre :

« Longueur parcourue par la lumière dans le vide en 1/299 792 458ème de seconde exactement » ;

- Des énoncés divers validés par la communauté scientifique…

2.5.2.2.4 Définition d'une théorie appliquée à un domaine pratique

Voici une définition d'une théorie d'une science expérimentale (science *empirique*, contrairement aux mathématiques, science *a priori* qui n'a pas besoin d'expériences). Elle suppose connue la définition suivante d'un théorème :
« Un théorème est une proposition démontrée dans le cadre d'une axiomatique ».

Une théorie d'une science expérimentale est un ensemble de théorèmes pour expliquer, prévoir et prédire des faits dans des circonstances initiales données.

Elle est dite *acceptée* si ses théorèmes sont falsifiables à l'aide d'expériences et ont recueilli un consensus de la communauté scientifique, sinon c'est une *conjecture*.

Remarque : les objectifs d'une telle théorie sont ceux du déterminisme, mais la théorie est un cadre scientifique pour les accomplir.

Exemple de théorie scientifique acceptée : la Mécanique quantique (voir son axiomatique dans *Les 6 postulats de la Mécanique quantique*.)

Formes positive ou négative d'une loi

Les lois d'évolution d'une axiomatique peuvent être exprimées sous forme positive ou négative. Exemple : le deuxième principe (loi) de la thermodynamique peut s'exprimer sous de multiples formes.

- Exemple de forme positive de cette loi physique :

  "Tout système macroscopique isolé évolue vers son état le plus probable, caractérisé par le maximum de désordre (c'est-à-dire d'entropie)."

- Exemples de forme négative de cette loi :
  - "*On ne peut pas convertir la totalité d'une quantité de chaleur en énergie mécanique ou électrique*".
  - *"Il n'y a pas de mouvement perpétuel de seconde espèce."*
    (Il n'y a pas de machine qui produit du travail en refroidissant une source de chaleur, transformant ainsi complètement de la chaleur en travail.)
  - "*Il n'existe pas de système isolé dont l'entropie totale décroît*."

Notre classement des lois en lois d'évolution et lois d'interruption permet de définir les lois physiques complètement et avec précision.

Critères d'acceptabilité d'une théorie scientifique

- Lorsqu'on publie une théorie on la présente avec une *justification* : qu'est-ce qui suggère que cette théorie est nécessaire, de quelles connaissances ou faits fournit-elle une explication ou permet-elle une synthèse, etc.

- Une théorie doit être *énoncée de manière complète et claire*, en recourant à une formulation axiomatique à syntaxe rigoureuse chaque fois que c'est possible

sans déformer ou limiter son énoncé. Cette formulation clarifiera ses postulats. On y ajoutera en langage naturel les exemples et explications nécessaires à une bonne compréhension :

- Pour qu'on puisse concevoir les expériences et les raisonnements qui vont la confirmer ou la réfuter.
- Pour qu'on puisse s'en servir pour prédire les résultats d'expériences futures. Si ces prédictions se révèlent fausses, elles la réfutent.

  Une théorie et le déterminisme ayant tous deux pour buts de comprendre, prévoir et prédire, *le caractère prédictif d'une théorie est important*, et d'autant plus important que les prédictions sont nouvelles et n'étaient pas possibles en l'absence de la théorie.

  C'est ainsi qu'Einstein a prédit une conséquence de la Relativité Générale : *la lumière est déviée dans un champ gravitationnel*. Cette prédiction a été vérifiée pour la lumière d'une étoile lointaine passant au ras du Soleil, lorsque la lumière de celui-ci est occultée par une éclipse. La déviation prévue de la lumière de l'étoile, voisine de 1.7 seconde d'arc, a été observée en 1919, assurant immédiatement la célébrité d'Einstein.

▪ La méthode utilisée pour acquérir des connaissances scientifiques doit être indépendante des processus psychiques accompagnant les raisonnements dans l'esprit du scientifique, processus qui varient d'une personne à une autre, dont la rationalité n'est nullement garantie et qui empêchent l'objectivité.

Une méthode d'acquisition de connaissances scientifiques est valable si et seulement si elle produit des énoncés falsifiables et communicables. Un scientifique n'a pas à justifier ses méthodes de raisonnement, dans la mesure où elles n'apparaissent pas dans un énoncé qu'il soumet à la communauté scientifique. Cette remarque permet des énoncés relevant de l'intuition ou de l'indécidabilité. Elle permet aussi de baser une théorie sur des faits incertains ou imprécis, car seul compte l'énoncé falsifiable. On trouve dans [B80] page 83 :

> *"L'objectivité de la connaissance réside dans sa testabilité, ou dans sa réfutabilité".*

Une théorie scientifique n'a pas obligatoirement à faire référence à des perceptions, c'est-à-dire des expériences accessibles aux sens humains.

La Mécanique quantique, par exemple, est basée sur des postulats abstraits et une modélisation mathématique de la réalité physique, réalité le plus souvent inaccessible aux perceptions humaines du fait de l'échelle des dimensions et énergies mises en œuvre.

De son côté, la cosmologie s'applique à des dimensions, des durées et des énergies si énormes qu'elles échappent, elles aussi, aux perceptions humaines.

Une théorie scientifique peut être *motivée* par des perceptions, des espoirs, des expériences ou la critique d'une autre théorie, mais ces motivations ne peuvent en justifier la validité. Seule l'absence de réfutation logique ou expérimentale peut la justifier, après examen par la communauté scientifique.

On ne doit jamais juger une théorie d'après son auteur, mais seulement d'après son contenu et ses prédictions [B84].

Si on avait jugé la vraisemblance des théories révolutionnaires que sont la Relativité restreinte et l'effet photoélectrique d'après la notoriété de son auteur, à l'époque obscur jeune ingénieur, leur publication [B85] n'aurait jamais été acceptée. Pourtant, l'effet photoélectrique a valu à Einstein un prix Nobel de physique en 1921.

L'expérience montre que les grands éditeurs acceptent rarement de publier un texte, scientifique ou non, d'un auteur non célèbre : ils craignent que l'ouvrage ne soit acheté que par un nombre de lecteurs insuffisant pour qu'ils y trouvent un profit. Un tel auteur n'a une chance d'être publié que si son ouvrage est suffisamment étonnant : scandaleux, inattendu, etc. Heureusement, il existe des sites Internet où les scientifiques peuvent publier tout ce qui n'est pas, ou pas encore, publié sur papier [B86].

- L'énoncé d'une loi peut avoir une forme négative, décrivant une impossibilité ; exemple : *Principe d'incertitude de Heisenberg*.

2.5.2.2.5 Risques et inconvénients d'une vérité scientifique par consensus

Les postulats de causalité et de déterminisme peuvent être considérés comme vrais
En vertu de ce qui précède, une vérité scientifique résulte d'un consensus et d'une absence de contre-exemple. Le postulat de causalité et le déterminisme, tous deux falsifiables, sont donc aussi vrais que s'ils étaient démontrés : puisque le *déterminisme étendu* régit les règles d'évolution de l'ensemble des lois de l'Univers, s'il était faux une au moins de ces lois serait fausse dans un cas au moins.

Reste le problème de l'examen par la communauté scientifique
Le problème est alors, pour l'auteur d'une nouvelle théorie, d'obtenir l'attention de la communauté scientifique. C'est souvent très difficile parce que la publication dans les revues qui font autorité comme *Physical Review, Science* ou *Nature* est filtrée par des comités de lecture dont l'ouverture d'esprit et la neutralité ne sont pas nécessairement toujours parfaites. Il reste la publication dans des revues de moindre notoriété, sur Internet ou chez un éditeur, mais sans garantie d'attirer suffisamment l'attention pour que le texte soit correctement examiné et critiqué. Ce problème n'est pas nouveau : déjà en 1906 Ludwig Boltzmann, immense savant père de la Mécanique statistique et précurseur des travaux de Planck et Einstein, s'était suicidé de désespoir devant l'attention insuffisante accordée à ses travaux.

Autre problème : le financement d'une recherche est souvent accordé par des politiciens dont les motivations sont tout sauf scientifiques ; il arrive aussi qu'il soit soumis à l'approbation de spécialistes concurrents qui voudraient les fonds et la notoriété pour leurs propres travaux…

2.5.2.2.6 Comparaison du rationalisme critique avec l'empirisme

Rationalisme critique
Popper admet avec les empiristes qu'*aucun ensemble fini d'expériences ne peut justifier une conclusion générale*, qui en serait nécessairement déduite par induction. Mais pour lui rien ne prouve, non plus, que l'induction n'est justifiée que par le confort psychologique de l'homme, que la généralité d'une théorie rassure. L'induction est aussi valable que n'importe quel autre processus psychique pour énoncer une loi générale, car *ce n'est pas le processus dont on doit juger la validité mais son résultat*, et ce jugement reposera sur une critique.

Popper recommande donc d'*examiner en priorité les conjectures les plus riches, les plus audacieuses* pour apprendre le maximum de choses nouvelles le plus vite possible. Un énoncé hypothétique peut même être indécidable, et être accepté jusqu'à preuve d'erreur s'il est falsifiable et qu'on ne lui a pas trouvé d'exemple prouvant qu'il est faux, alors qu'il a au moins un exemple qui le justifie.

Comparaison des preuves de l'empirisme et du rationalisme critique
Les empiristes justifient chaque induction en tentant d'en apporter le plus possible de preuves expérimentales, *démarche de vérification* qui à l'évidence ne peut être exhaustive, donc ne peut être probante. Les rationalistes critiques, au contraire, justifient leurs conjectures par une *démarche falsificatrice*, en cherchant à les réfuter, démarche où un seul contre-exemple suffit.

Pour qu'une théorie puisse être considérée comme acceptable au moins provisoirement, elle doit être falsifiable et résister à toutes les critiques. Mais *pour qu'une théorie soit critiquable il faut d'abord qu'elle existe, qu'on l'ait formulée*. *La recherche de la vérité doit donc partir d'une théorie énoncée, comme l'affirment les rationalistes du XVIIIe siècle, et non des expériences comme le recommandent les empiristes*.

> *Exemple*
> Lorsqu'il cherchait la forme de l'orbite de Mars à partir des relevés de positions célestes de Tycho Brahe, Kepler a essayé successivement de nombreux types de courbes planes avant de trouver (au bout d'une douzaine d'années !) que celle qui convient le mieux est une ellipse ayant le Soleil pour foyer. Chaque essai consistait à partir d'une forme de courbe (exemple : un ovale), à calculer ses paramètres à partir de quelques points observés, puis à vérifier si d'autres points observés étaient bien sur la courbe, aux erreurs d'observation près. La méthode de Kepler a bien consisté à partir d'une théorie (la forme testée) et à la soumettre à la critique, pas à partir d'observations pour en déduire une théorie des orbites.

On ne peut jamais prouver qu'une théorie est parfaite, c'est-à-dire qu'elle ne peut être rendue plus précise ou plus complète ; les empiristes considèrent à tort un résultat d'expérience comme une vérité absolue, à jamais infalsifiable.

2.5.2.2.7 Objection holistique à la falsifiabilité

Source : [B80] pages 52-53

L'interprétation holistique (appelée aussi "holiste", "globaliste" ou "de Duhem-Quine") affirme que ce n'est jamais une hypothèse isolée qui est testée, c'est un contexte entier, une axiomatique non (ou mal) explicitée dont l'hypothèse n'est qu'une partie. Donc lorsqu'une hypothèse testée est réfutée, il n'est pas facile de savoir si la réfutation porte sur elle seule, ou sur tout ou partie de son contexte, ou sur l'hypothèse dans son contexte ; et lorsqu'elle est vérifiée, elle l'est dans un certain contexte expérimental - et lui seul. Un appareil ou une expérience ne mesurent que ce qu'ils ont été faits pour mesurer, pas forcément ce que nous souhaitons mesurer.

Donc si une expérience réfute un énoncé, on est seulement certain que *quelque chose a produit une erreur*, mais pas forcément que c'est l'énoncé tel qu'il est. Il appartient donc à l'expérimentateur et à l'ensemble de la communauté scientifique

d'attribuer ou non la réfutation à l'énoncé en question, ou d'expliquer les causes de l'échec d'une manière satisfaisante.

2.5.2.2.8 Evolution d'une vérité, de la science et du monde selon Popper

Une vérité ne peut devenir définitive que si l'on cesse de la soumettre à la critique ! La science, ensemble de vérités établies conformément à la méthode scientifique, ne peut donc cesser de progresser que si l'homme cesse de remettre en cause ses connaissances.

Le seul domaine qui fournit des vérités absolues est celui des mathématiques, notamment celui de la logique formelle. Dans tous les autres domaines *toute vérité est provisoire, destinée à durer tant qu'on n'en a pas trouvé une meilleure, qui résiste à davantage de critiques ou fournit davantage de connaissances ou de prédictions.* Et nous pouvons nous contenter de vérités provisoires et perfectibles, comme nous le faisons en astrophysique.

2.5.3 Remarques philosophiques sur le déterminisme et le hasard

- Au sens du déterminisme traditionnel, le jet d'un dé est un phénomène aléatoire puisque le nombre résultant est imprévisible. En fait, ce résultat n'est pas n'importe quoi : *l'ensemble des résultats*, {1, 2, 3, 4, 5, 6}, est toujours le même : le résultat est *stochastique*, c'est-à-dire *déterministe statistique* ; la probabilité des divers résultats est égale, pas quelconque.

  Le résultat d'une évolution physique donnée n'est pas nécessairement unique, il peut s'agir d'un ensemble ; le déterminisme exige seulement qu'une cause donnée déclenche toujours le même phénomène d'évolution ; son résultat peut avoir plusieurs éléments lorsque le modèle mathématique qui le décrit a plusieurs solutions : ce sera le cas, par exemple, dans les systèmes dynamiques à évolution chaotique et en Mécanique quantique. Seul *le choix* d'un élément unique de l'ensemble-résultat produit par une évolution donnée peut être stochastique, et cette évolution se produit par exemple en Mécanique quantique sous le nom de *décohérence*.

  Conclusion : la nature a ses propres limites ; elle ne permet pas toujours la prédictibilité que l'homme souhaite, avec une solution unique et une précision parfaite. C'est pourquoi, par exemple, la position et la vitesse d'un électron en mouvement ne peuvent être connues qu'avec des probabilités dans un volume autour de chaque point.

- Le résultat d'un algorithme calculé par un ordinateur est nécessairement déterministe. Le fait que la succession des décimales de Pi n'ait aucune régularité connue, c'est-à-dire qu'elle semble aléatoire bien que calculable par un algorithme, montre qu'*un algorithme peut générer des suites de nombres paraissant aléatoires malgré son déterminisme* (le caractère aléatoire n'est que *probablement* vrai pour Pi, car aucun contre-exemple n'a jamais été trouvé et il n'existe pas de critère rigoureux de caractère aléatoire d'une suite de nombres). Les logiciels générateurs de nombres « aléatoires » sont très utilisés en informatique et pour concevoir des expériences de physique.

  La calculabilité d'un algorithme exige le déterminisme, mais la modélisation informatique d'un processus déterministe ne conduit pas nécessairement à un algorithme calculable.

Le chapitre sur le *Chaos* montre que ce phénomène déterministe produit des évolutions *prévisibles* (calculables) mais pas nécessairement *prédictibles* à long terme, avec parfois des oscillations entre des solutions multiples ou au voisinage d'une courbe appelée *attracteur*.

- Si, par une nuit noire, un désespéré se jette du haut d'un pont dans un fleuve pour se noyer, et qu'un homme qu'il n'a pas vu plonge et le sauve, le sauvetage était imprévisible. C'est un cas de déterminisme où il y a rencontre de deux chaînes de causalité indépendantes (celles des deux hommes) : voir *Définition par rencontre de chaînes de causalité indépendantes - Hasard par ignorance*.

2.5.4 Symétrie temporelle et réversibilité du déterminisme scientifique

Possibilité d'inverser le sens du temps pour les systèmes conservatifs

Les équations du déterminisme scientifique permettent au temps *de s'écouler du passé vers l'avenir ou du présent vers le passé*. Cette possibilité d'inverser le sens du temps en changeant *t* en *-t* dans les équations d'évolution est compatible avec les lois d'évolution de la physique. On dit que les équations régies par le déterminisme scientifique présentent une *symétrie temporelle*, pour affirmer qu'on peut remonter le temps en pensée pour aller d'une conséquence à sa cause.
Exemples :

- Les lois du mouvement de Newton
(voir *Exemple de loi symétrique par rapport au temps et réversible*) ;
- Les équations différentielles de Lagrange et de Hamilton ;
- Les équations de la Relativité générale d'Einstein ;
- Les équations de Maxwell de l'électromagnétisme ;
- L'équation de Schrödinger de la Mécanique quantique, etc.

Chaîne de causalité unique du déterminisme traditionnel

Nous savons que pour le déterminisme philosophique, tout état d'un système a une infinité de prédécesseurs et de successeurs, l'ensemble constituant *une chaîne de causalité unique*, où chaque état a un prédécesseur unique et un successeur unique. L'avenir qui suit la situation à un instant *t* donné ne dépend que de cet instant-là, à partir duquel on peut le prévoir sans tenir compte du passé, et le passé d'un présent donné peut être reconstitué en pensée.

Cette reconstitution n'est pas possible pour un système dissipatif, qui « oublie » toujours ses états précédents.

2.5.4.1 Différence entre symétrie temporelle et réversibilité

Il ne faut pas confondre *symétrie temporelle*, propriété qui laisse invariante une équation d'évolution lorsqu'on y remplace la variable *t* par *-t*, et *réversibilité physique*, propriété qui permet à un système d'évoluer tantôt dans un sens, tantôt en sens opposé. Entre deux états consécutifs *A* et *B*, une évolution réversible peut aller de *A* vers *B* comme de *B* vers *A*.

Symétrie temporelle

La symétrie temporelle est une *propriété des fonctions et équations* invariantes quand on inverse le sens du temps, ce qui revient à "dérouler à l'envers" le fil des événements, du présent vers le passé.

> *Toutes les évolutions dues à une interaction électromagnétique ou une interaction forte sont régies par des lois symétriques par rapport au temps.*
>
> *L'équation de Schrödinger, qui régit en principe toute évolution de système isolé dans le temps et l'espace, est également réversible : elle permet, en théorie, de reconstituer l'état passé du système. C'est pourquoi tout se passe comme si, pendant une évolution, la nature « se souvenait » de ses états passés, c'est-à-dire en conservait l'information.*

Réversibilité physique

La réversibilité physique est une *propriété des évolutions ou transformations* d'un système ; exemple d'évolution : une réaction chimique. Lorsqu'une évolution réversible change de sens, le temps continue à s'écouler dans le même sens, du présent vers l'avenir.

Exemple de symétrie temporelle

L'équation fondamentale de la dynamique $f = m\gamma$ relie une force *f*, une masse *m* et une accélération γ dérivée seconde de la fonction de position *x(t)*. Si on change *t* en *-t*, la vitesse (dérivée de la position par rapport au temps) change de signe et l'accélération (dérivée de la vitesse) change deux fois de signe : elle est donc inchangée. L'équation est donc invariante par un changement de *t* en *-t*. Cela se voit ci-dessous dans l'exemple *Exemple de loi symétrique par rapport au temps et réversible*.

Exemple de phénomène réversible

En chimie, certaines réactions entre deux produits *A* et *B* évoluent spontanément vers un état d'équilibre, où *A* et *B* coexistent dans une proportion donnée. S'il se forme trop de *A* aux dépens de *B*, la réaction s'inversera et formera du *B* aux dépens de *A* jusqu'à établir la proportion d'équilibre. Le temps, lui, s'écoule toujours du présent vers le futur.

Remarque philosophique sur la réversibilité

Dans [B23] page 121, André Comte-Sponville cite l'*Ethique à Nicomaque* d'Aristote :

> *Il y a une seule chose dont Dieu même est privé,*
> *c'est de faire que ce qui a été fait ne l'ait pas été.*

Il rappelle ainsi qu'on ne peut faire qu'un événement du passé n'ait pas eu lieu, même si on aimerait bien qu'il n'ait pas eu lieu ; on ne peut pas, non plus, faire que le présent soit autre que ce qu'il est : c'est le *principe d'identité*. Mais la réversibilité ne revient pas sur le passé, *elle recrée le passé* en effectuant une transformation en sens inverse sans pour autant que le sens d'écoulement du temps ait changé ; c'est une possibilité mentale déterministe, où l'action d'une loi réversible de la nature fait bien passer du présent au futur par une évolution inverse de celle du présent au passé.

2.5.4.2 Phénomènes irréversibles

Lorsqu'une évolution ne peut se faire que dans un seul sens, on dit qu'elle est *irréversible*. C'est le cas, par exemple, de la décomposition radioactive d'un noyau atomique : une fois décomposé en d'autres particules avec production éventuelle de photons, le noyau ne peut plus se recomposer pour revenir à l'état initial. Dans le cas d'un atome d'uranium ^{238}U cette impossibilité résulte d'une perte d'énergie de 4.268 MeV emportés à grande vitesse par la particule α (noyau d'hélium) produite. Voir *Radioactivité alpha : émission d'une particule alpha*.

Une équation qui décrit l'évolution d'un phénomène irréversible ne peut ni être invariante par changement de sens du temps, ni avoir un domaine de validité permettant d'envisager ce changement de sens.

<u>Exemples de phénomènes irréversibles</u>

- L'évolution d'un système dissipatif est par nature irréversible.
- Le deuxième principe de la thermodynamique impose à certains phénomènes comme la radioactivité d'être irréversibles.
- En physique quantique (physique de l'échelle atomique), toute mesure perturbe le système mesuré de manière irréversible, et la décohérence est irréversible.
- Malgré tous ses mécanismes de réparation et de renouvellement cellulaire, le corps humain vieillit et ce vieillissement est irréversible : un corps adulte n'a jamais pu rajeunir et redevenir un corps d'enfant.

<u>Remarque</u>

On a parfois tendance à parler de « réversibilité » lorsqu'on change par la pensée le sens d'écoulement du temps, mais c'est un abus de langage. Au lieu de parler de « réversibilité du temps » on devrait parler :

- Soit de « réversibilité de certains phénomènes » : le temps s'écoule toujours du présent vers l'avenir, mais certains phénomènes physiques sont dits réversibles parce qu'ils peuvent revenir de l'état d'arrivée à l'état de départ, comme on le voit dans certaines réactions chimiques.
- Soit de « symétrie par rapport au temps » (symétrie d'une équation par rapport à la variable temps), certaines lois physiques étant décrites par des équations invariantes si on change t en $-t$. Cette symétrie permet de reconstituer le passé *par la pensée*, en « passant à l'envers le film des événements ».

  Le déterminisme philosophique de Laplace affirme la possibilité théorique de remonter le temps par la pensée, c'est-à-dire d'expliquer la succession d'événements qui a conduit au présent. Il n'affirme rien :

  - Ni concernant la possibilité d'une inversion du sens d'écoulement du temps qui permettrait de revenir à une situation physique du passé ;
  - Ni concernant la possibilité de phénomènes réversibles.

  Attention : le terme « symétrie » est souvent utilisé par les physiciens pour parler d'invariance.

2.5.4.3 Exemple de loi symétrique par rapport au temps et réversible

Voici un exemple de déterminisme scientifique. Il est classique, car emprunté au domaine des lois de la dynamique et de la gravitation universelle de Newton.

Considérons l'équation fondamentale de la dynamique ***f*** = *m**r''*** (1) où le vecteur accélération ***r''*** est la dérivée seconde du vecteur position ***r*** par rapport au temps. Si l'on inverse le sens du temps, en changeant *t* en *-t* pour « dérouler à l'envers le film des événements » ou « permuter l'avenir et le passé », le vecteur vitesse (dérivée ***r'***(*t*) de la fonction de déplacement ***r***(*t*)) change de signe, et l'accélération (dérivée ***r''***(*t*) de ***r'***(*t*)) change aussi de signe par rapport à ***r'***(*t*) : *l'équation de départ est inchangée.* On dit qu'elle est *symétrique* (c'est-à-dire invariante) par rapport au sens du temps.

La symétrie temporelle change *le sens* des vitesses, mais pas celui des accélérations ; et elle ne change ni *les grandeurs* (valeurs absolues), ni les déplacements, ni l'accélération.

Exemple

L'interprétation de cette symétrie se comprend dans l'exemple suivant. Supposons que sur la Lune, donc en l'absence de frottements atmosphériques, on lance à l'instant *0* une balle à partir du sol avec un angle de *45°* vers le haut et une vitesse dont chacune des deux composantes, horizontale et verticale, vaut *2m/s*. La balle décrit une parabole d'axe vertical conforme à la loi (1) :

$$x = 2t$$
$$y = -\frac{1}{2} gt^2 + 2t$$

où *g* est l'accélération de la pesanteur sur la Lune, $g = 1.635\ m/s^2$ (environ un sixième de l'accélération terrestre). A l'instant *t = 1.22s*, la balle atteint sa hauteur maximale. A l'instant *t = 2s*, ses coordonnées sont *x = 4m* ; *y = 0.73m* et la composante verticale de sa vitesse est *-1.27m/s*.

Supposons qu'à l'instant *t = 2s* on relance la balle vers le haut avec une vitesse opposée à celle qu'elle avait en arrivant : une vitesse horizontale de *-2m/s* et une vitesse verticale de *+1.27m/s*. Si on choisit comme nouvel instant *0* l'instant de la relance, la balle décrira une parabole d'axe vertical conforme à la loi (2) :

$$x = -2t + 4$$
$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + 1.27t + 0.73$$

On remarque que cette nouvelle parabole a le même coefficient $-\frac{1}{2}g$ du terme t^2 que la première, la fonction *y(t)* ayant la même dérivée seconde, comme prévu. A l'instant *t = 2* depuis la relance, la balle arrive au sol (*x = y = 0*).

En éliminant *t* entre les équations (1) on trouve la trajectoire (3) :

$$y = (-1/8)gx^2 + x$$

Or en éliminant *t* entre les équations (2) on trouve la trajectoire (4) :

$$y = (-1/8)gx^2 + x$$

Les deux trajectoires (3) et (4) sont bien identiques. La balle a parcouru au retour exactement la même parabole qu'à l'aller, mais en sens inverse. On a donc bien une symétrie par rapport au temps permettant de « dérouler le film des événements à l'envers ».

On dit aussi que le mouvement de la balle est « réversible de manière artificielle », puisqu'on peut - dans le cadre de la même loi fondamentale de la dynamique - revenir de l'état final à l'état initial sans changer le sens du temps. C'est là un exemple à la fois de réversibilité et de symétrie temporelle. *Le déterminisme scientifique prévoit la symétrie temporelle et n'impose rien concernant la réversibilité*.

2.5.4.4 Système conservatif ou dissipatif – Force conservative ou dissipative

Définition d'un système conservatif

En Mécanique analytique (voir *Mécaniques rationnelle, analytique et statistique*), on appelle système *conservatif* un système matériel qui a une énergie constante car sans échange avec l'extérieur ; c'est le cas notamment des systèmes sans frottement (en pratique ceux où les frottements ne perturbent l'évolution que de manière négligeable) ; exemple : une planète qui tourne autour du Soleil. Le modèle mathématique d'évolution d'un système conservatif a une symétrie temporelle : c'est un système d'équations différentielles invariable par changement de t en $-t$.

Définition d'un système dissipatif

Un système qui n'est pas conservatif (qui échange de l'énergie avec l'extérieur) est dit *dissipatif*. Les équations différentielles qui en décrivent l'évolution changent lorsqu'on remplace t par $-t$. C'est le cas de toutes les évolutions où il y a un frottement.

Force conservative

Une force est dite conservative si et seulement si le travail qu'elle produit lorsque son point d'application se déplace de A à B est indépendant du chemin suivi ; elle dépend alors d'un *potentiel* (voir *Potentiel et gradient*) ; lorsque le chemin suivi par une telle force est une boucle fermée son travail est nul.

> Exemple 1 : une force centrale (dépendant de l'attraction ou de la répulsion d'un point, le centre, comme la force de gravité du Soleil pour les planètes ou la force de Coulomb d'un noyau atomique pour les électrons) est conservative.
>
> Exemple 2 : un corps soumis à la force de pesanteur terrestre, conservative, a une énergie potentielle qui ne dépend que de sa distance au centre de la terre ; lorsqu'il se déplace sans frottement d'une altitude à une autre, le travail de la force de pesanteur ne dépend que de ces altitudes, pas de la trajectoire suivie.

Force dissipative

Une force qui ne dépend pas d'un potentiel est dite dissipative : lorsque son point d'application se déplace de A à B, son travail dépend du chemin suivi.

2.5.4.5 Irréversibilité thermodynamique – Flèche du temps

La symétrie temporelle théorique du déterminisme philosophique est contredite en pratique par la thermodynamique. Le deuxième principe de celle-ci (dit « Principe de Carnot » ou de Carnot-Clausius) exige que l'entropie d'un système isolé en évolution croisse jusqu'au maximum possible, atteint à l'équilibre thermique, donc que le temps

s'écoule du passé vers l'avenir (on parle de « *flèche du temps* ») ; l'évolution du système est alors déterministe *du présent vers l'avenir* et interdite en sens opposé : nous devons étendre notre définition du déterminisme pour en tenir compte. Ce phénomène est abordé au paragraphe *Comprendre le deuxième principe de la thermodynamique*.

> *Remarque philosophique importante*
> **Ce principe de la thermodynamique est la seule loi de la physique qui distingue entre le passé et l'avenir**. C'est une *loi d'interruption*, alors que toutes les *lois d'évolution* sont symétriques par rapport au temps : à un instant donné d'une évolution dont on connaît la loi, on peut par la pensée appliquer celle-ci en inversant le sens du temps pour retrouver les conditions du départ. Voir le paragraphe *Lois d'interruption et lois d'évolution*.

> *Condition de réversibilité-irréversibilité*
> Le deuxième principe de la thermodynamique s'applique chaque fois que les énergies des molécules sont distribuées selon une loi stochastique de physique statistique, et il rend les évolutions des systèmes réels irréversibles ; *une transformation réversible n'est possible que si l'entropie totale du système qui se transforme reste constante : si elle croît ou décroît, la transformation est irréversible* ; ainsi, puisque effacer les données d'une zone mémoire d'un ordinateur en les remplaçant par d'autres est une opération irréversible, elle génère nécessairement de la chaleur. Voir [B102].

Le principe thermodynamique de croissance de l'entropie (c'est-à-dire de la désorganisation obligatoire) constitue une condition de possibilité statistique : un gramme de sel en cristaux ne peut se dissoudre dans un litre d'eau pure que parce que l'entropie de l'eau salée résultante est supérieure à celle du système où l'eau et le sel sont séparés ; et l'eau salée ne se sépare pas spontanément en eau pure et sel parce que l'entropie décroîtrait. La dissolution du sel dans l'eau pure est un exemple d'irréversibilité ; la radioactivité en est un autre exemple : voir *Décomposition radioactive d'un élément chimique*.

Il ne faut pas déduire de ce qui précède que l'irréversibilité d'un processus ne peut résulter que du deuxième principe de la thermodynamique. Une onde électromagnétique sphérique émise par un point P de l'espace à l'instant t_1 s'éloigne de P dans toutes les directions à la vitesse de la lumière, c ; à l'instant t_2 elle a atteint tous les points d'une sphère S de centre P et de rayon $c(t_2-t_1)$. Ce phénomène n'est pas réversible tout simplement parce qu'il n'existe pas de moyen physique de l'inverser, d'obliger la sphère S (sur laquelle l'énergie initiale est répartie) à se contracter jusqu'à se réduire au point P, ou de contracter tout l'espace comme lors de l'hypothétique "Big Crunch" de l'Univers (voir *Théorie cosmologique de la gravitation quantique*). Par contre, en « passant le film des événements à l'envers » on verrait la sphère se contracter : on voit là un exemple de la différence entre *réversibilité* (ici physiquement impossible) et *changement de sens du temps* (changement de t en $-t$ dans les équations de propagation).

Complément : lien entre variation d'entropie et échange d'information [B103].

2.5.5 Définitions relatives à un système et à son état

Revoir si nécessaire la définition *Etat (situation) d'un système*.

2.5.5.1 Degrés de liberté d'un système

C'est le nombre de valeurs indépendantes nécessaires pour décrire toutes les variables numériques du système. Par exemple, un point matériel (pesant) en mouvement a :

- 3 degrés de liberté pour décrire sa position à un instant donné, car il faut 3 coordonnées *x, y* et *z* dans le repère du système.
- 3 degrés de liberté pour décrire son vecteur vitesse à un instant donné, car ce vecteur a 3 composantes *x', y'* et *z'* selon les axes du repère.

Si le système comporte un très grand nombre *X* de points matériels (exemple : les milliards de milliards de molécules d'un gaz contenues dans un petit récipient, où elles s'agitent sans cesse du fait de leur température) il faut *6X* variables pour décrire toutes les positions et vitesses des molécules du système, qui a *6X* degrés de liberté.

Il est parfois possible, pour décrire le mouvement d'un solide, de décrire celui d'un de ses points (6 degrés de liberté) et les composantes d'un vecteur précisant sa rotation (axe : 3 composantes, vitesse angulaire : 1 composante).

Le nombre de degrés de liberté peut être réduit par des contraintes comme :

- L'obligation de se déplacer à la surface d'une sphère (la position n'a plus, alors, que deux degrés de liberté, appelés par exemple longitude et latitude) ;
- L'obligation de tourner autour d'un axe, comme un pendule oscillant, dont la position peut être décrite par une seule variable, l'angle avec la verticale.

Plus généralement, si l'état d'un système est décrit par *N* variables et *C* contraintes, on dit qu'il a *N-C* degrés de liberté.

2.5.5.1.1 Equipartition de l'énergie entre les degrés de liberté

La définition du mot « plasma » est dans le Vocabulaire en fin de volume.
Source de ce qui suit : [B5] article *Cinétique des fluides (théorie)*.

Il existe un principe de Mécanique statistique dit *d'équipartition de l'énergie*, qui s'énonce ainsi :

Dans un gaz, un liquide ou un plasma en équilibre thermique à la température absolue *T* (c'est-à-dire qui n'échange pas de chaleur avec l'extérieur du récipient qui le contient), chaque molécule ou particule de matière possède une énergie cinétique moyenne égale à $½k_BT$ par degré de liberté, où k_B est la constante de Boltzmann, $k_B = 1.38066 \cdot 10^{-23}$ joule par degré Kelvin. Et puisqu'il y a 3 degrés de liberté de vitesse :

Chaque molécule ou particule a une énergie cinétique moyenne de (3/2)k_BT.

Cette règle s'applique à la seule condition que les effets quantiques soient négligeables, ce qui est le cas pour les trois degrés de liberté de translation d'une molécule, qui ne sont pas quantifiés.

Elle ne s'applique pas pour des rotations et vibrations de molécules de gaz dont les énergies de rotation ou de vibration sont quantifiées. Pour étudier l'équilibre thermodynamique de tels gaz il faut utiliser les méthodes de la Mécanique statistique *quantique*. »

Exemples

- La règle d'équipartition de l'énergie s'applique, en plus, à l'énergie des molécules ionisées *sensibles à un champ électrique* : chaque degré de liberté associé à une énergie de champ apporte, lui aussi, une énergie de $\frac{1}{2}k_BT$, portant donc l'énergie totale à $3k_BT$ par molécule.
- La règle d'équipartition s'applique aussi à l'énergie des atomes d'un solide, due à deux vibrations distinctes, l'une de translation l'autre de rotation : les premières associées à de l'énergie potentielle, les secondes à de l'énergie cinétique ; l'énergie totale est, dans ce cas aussi, de $3k_BT$ par atome.

Voici des conséquences du principe d'équipartition de l'énergie.

2.5.5.1.2 Agitation thermique - Mouvement brownien des molécules

L'énergie cinétique d'un atome ou d'une molécule est proportionnelle à sa température absolue. Celle-ci étant toujours strictement supérieure au zéro absolu (-273.15°C), atomes et molécules ne peuvent s'empêcher de bouger ; et cette agitation n'a pas de cause autre que la température.

Chaque molécule d'un corps est entourée de vide. Dans un solide, chaque atome vibre et/ou oscille autour d'une position moyenne. Dans un liquide ou un gaz, les diverses molécules bougent sans cesse en s'entrechoquant et en rebondissant de temps en temps sur les parois de leur récipient : on dit qu'elles sont en *mouvement brownien*.

Il faut savoir que :

- La température est une cause nécessaire et suffisante d'agitation.
- Les chocs entre les molécules et sur les parois sont parfaitement élastiques et sans perte d'énergie par frottement.
- L'énergie cinétique d'une molécule ne dépend pas de la masse moléculaire, résultat qui n'a rien d'intuitif puisqu'on aurait tendance à penser qu'une molécule plus lourde emmagasine plus d'énergie cinétique qu'une plus petite.

  C'est ainsi qu'une molécule d'oxygène pesant *16* fois plus qu'une molécule d'hydrogène a la même énergie cinétique qu'elle à une température T donnée. Comme une énergie cinétique donnée E_c est reliée à la masse m et la vitesse v par la formule $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, à une masse *16* fois plus grande correspond une vitesse moyenne *4* fois plus petite, car $4^2 = 16$: à température égale, une molécule d'oxygène se déplace *4* fois moins vite qu'une molécule d'hydrogène.

2.5.5.1.3 Paradoxe de l'émission continue du corps noir

Définition d'un corps noir : voir en annexe *Rayonnement du corps noir.*

D'après la théorie électromagnétique de Maxwell un corps noir devrait émettre une infinité de fréquences

L'énergie cinétique moyenne de $\frac{1}{2}k_BT$ par degré de liberté ne dépend pas de la longueur d'onde du rayonnement concerné. Donc un corps noir chauffé doit pouvoir émettre simultanément des ondes de nombreuses longueurs d'onde, chacune apportant la même énergie, mais il n'émet pas dans toutes les fréquences.

Lord Rayleigh a montré que, dans la distribution des fréquences émises par un corps noir dans un intervalle de fréquences donné, aux fréquences basses le nombre de ces fréquences baisse ; mais dans les fréquences élevées il augmente sans limite comme le carré de la fréquence. Chacune de ces fréquences constitue une source de degrés de liberté pour le système, avec une énergie de $(3/2)k_BT$.

Puisque le principe d'équipartition de l'énergie prévoit que toutes les fréquences émises ont la même probabilité, la physique ondulatoire de Maxwell prédit donc que, pour les fréquences élevées, l'énergie totale rayonnée grandit indéfiniment, ce qui est absurde.

Une quantité d'énergie électromagnétique rayonnée est quantifiée
En 1900, Planck a montré qu'une quantité d'énergie électromagnétique rayonnée ne peut être continue, elle est multiple d'un minimum appelé « quantum d'énergie » valant $h\nu$, où h est la constante de Planck $h = 6.62618 \cdot 10^{-34}$ joule **.**seconde et ν est la fréquence.

L'explication finale d'Einstein
La solution de Planck, qui satisfaisait les constatations expérimentales, était purement mathématique : elle n'expliquait pas la raison physique de la quantification. Mais en appliquant la Mécanique statistique (thermodynamique) à ces rayonnements quantifiés, Einstein prouva que *c'est le rayonnement électromagnétique lui-même qui est constitué de « paquets » d'énergie discrets*, chacun d'énergie multiple de $h\nu$; les très hautes fréquences ne transportent pas d'énergie, ce qui exclut la possibilité paradoxale d'une énergie rayonnée infinie.

Le raisonnement d'Einstein était basé sur *l'effet photoélectrique*, découvert en 1887 par Hertz : une surface métallique éclairée éjecte des électrons. C'est en expliquant le mécanisme physique de ce phénomène qu'Einstein arriva à ses quanta d'énergie rayonnée, découverte qui lui valut un prix Nobel de physique en 1921.

Conséquence fondamentale pour la physique des rayonnements électromagnétiques
Cette découverte eut une conséquence fondamentale : selon l'expérience, un rayonnement électromagnétique peut être considéré tantôt comme un phénomène *continu* régi par les équations de Maxwell, tantôt comme un phénomène *discontinu* (quantifié) décrit par Planck et Einstein.

2.5.5.2 Espace des phases – Stabilité des lois physiques d'évolution

A un instant donné *t*, l'ensemble des valeurs des *N* variables *scalaires* qui décrivent l'état d'un système peut être représenté par un point dans un espace à *N* dimensions appelé « espace des phases ». Ainsi, lorsqu'un objet ponctuel se déplace dans l'espace habituel à 3 dimensions, ses coordonnées sont (*x, y, z*) et les composantes de sa vitesse en ce point sont les dérivées par rapport au temps (*x', y', z'*) ; les 6 coordonnées de l'espace des phases sont alors (*x, y, z, x', y', z'*).

Espace de configuration
Lorsque l'état du système évolue, le point se déplace et ces 6 coordonnées sont des fonctions du temps ; le déplacement est associé à une courbe de l'espace des phases à 6 dimensions dont chaque point correspond à un certain instant *t*. Lorsque les variables d'état sont toutes des variables de position, l'espace des états est parfois appelé « espace de configuration » : c'est la suite des états possibles au sens position - ou parfois (position + vitesse) ou (position + quantité de mouvement) - que

le système peut atteindre ; ses points successifs sont associés à des valeurs successives de la variable temps *t*.

<u>Exemples d'évolution dans l'espace des phases</u>

1 - Position d'un pendule simple

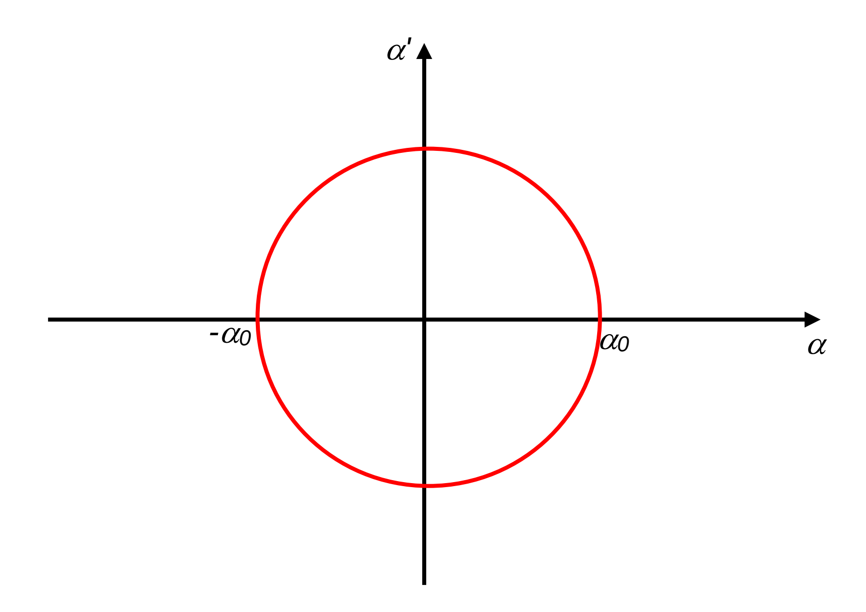
La position d'un pendule simple de longueur *l* qui se balance sans frottement de part et d'autre de la verticale est repérée par l'angle α qu'elle fait avec cette verticale. La vitesse de variation de α est sa dérivée α' par rapport au temps. Le mouvement est décrit par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{l} sin\alpha \ = 0$$

Cette équation, non linéaire à cause du sinus, le devient lorsque, l'angle α étant petit, on peut l'assimiler à son sinus ; le mouvement prend alors la forme :

$$\alpha = \alpha_0 cos(\omega t + \varphi) \text{ d'où } \alpha' = -\alpha_0 \omega sin(\omega t + \varphi)$$

Dans un espace des phases rapporté aux axes α et α' avec des unités judicieusement choisies, la courbe d'évolution dans le temps de l'angle du pendule est un cercle, parcouru une fois à chaque période d'oscillation (figure suivante).



2 - Diagramme pression-volume théorique d'un moteur à explosion

L'état du volume intérieur à un cylindre de moteur à explosion, où brûle le mélange combustible, peut être caractérisé à chaque instant par la pression *p* qui y règne et le volume *v* du cylindre délimité par la position du piston. L'espace des phases peut alors être rapporté à deux axes, "pression" et "volume". Lorsque le moteur tourne et le piston se déplace, sa position à un instant *t* correspond à un point de coordonnées (*p*, *v*) de l'espace des phases.

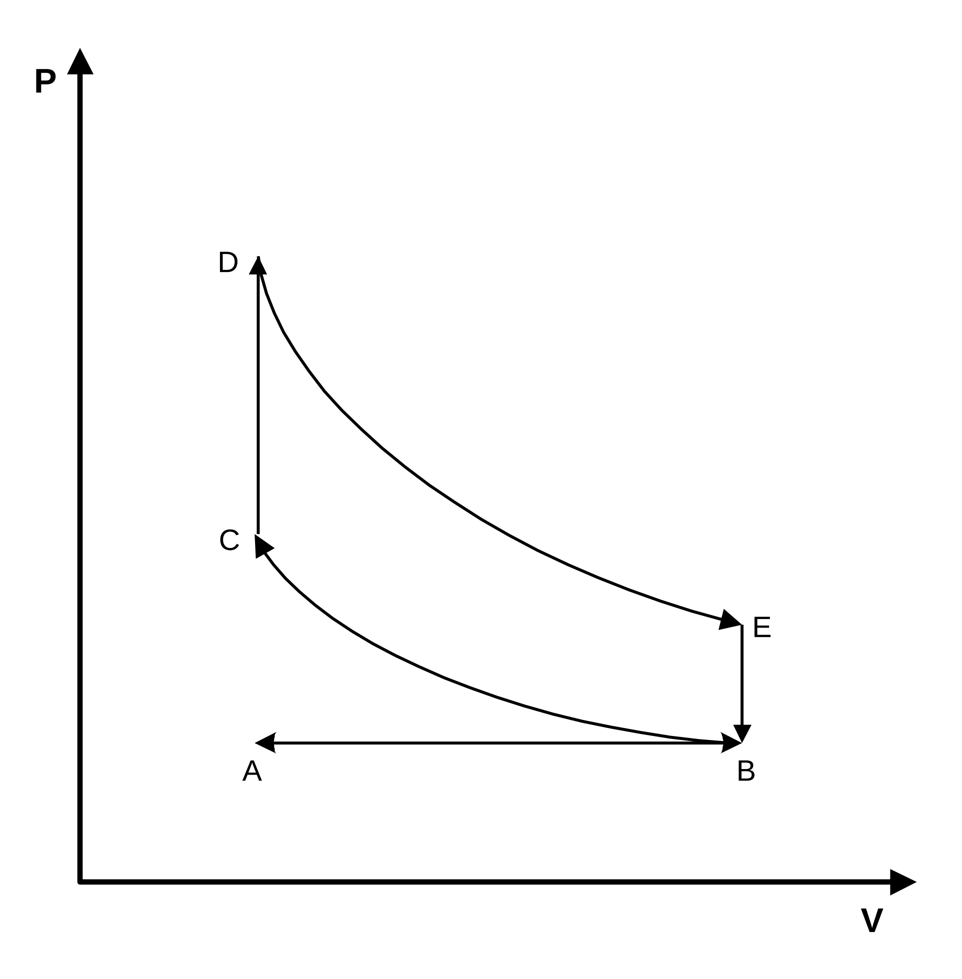


Diagramme thermodynamique théorique ABCDEBA du cycle d'un moteur à 4 temps
Ce diagramme est fermé, le cycle commencé en A revient en A

2.5.5.2.1 Représentation de l'évolution d'un système

Nous avons vu dans les deux exemples ci-dessus que l'évolution d'un système dans le temps est représentée par un déplacement de son point représentatif dans l'espace des phases : ce point y décrit une courbe paramétrée par la variable de temps *t*.

Dans les deux exemples ci-dessus le système est périodique, et l'évolution de l'état d'un tel système au cours d'un cycle est une courbe fermée. Dans le cas général, il n'y a qu'une seule courbe d'évolution passant par un point donné de l'espace des phases : *l'évolution à partir de tout point est unique, c'est un effet du déterminisme*. Deux courbes d'évolution séparées de l'espace des phases restent toujours distinctes, sans intersection ni contact. Nous reviendrons sur ce point à propos des lignes de force.

Chaque point de l'espace des phases représente l'état du système à un instant donné. Ces états ne sont pas nécessairement équiprobables : à un instant donné *t*, ou entre deux instants t_1 et t_2, chaque point *isolé P* a une certaine probabilité d'être atteint et chaque point *non isolé Q* (c'est-à-dire entouré d'autres points associés à des états possibles) a une certaine *densité de probabilité* (voir ce titre en annexe) associée.

Notation habituelle : coordonnées généralisées

On a l'habitude de désigner par q_i (*i=1, 2…n*) les *n* coordonnées de l'espace de configuration (dites *coordonnées généralisées*), et par q'_i (*i=1, 2…n*) les n dérivées par rapport au temps des coordonnées q_i (dites *vitesses généralisées*).

Exemple : les coordonnées *x* et *x'* du paragraphe *Espace des phases* précédent seront désignées respectivement par q_1 et q'_1 ; les coordonnées *y* et *y'* précédentes seront désignées respectivement par q_2 et q'_2.

2.5.5.2.2 Evolution d'un système représentée par des équations différentielles

Un système matériel décrit par un ensemble de *n* coordonnées généralisées q_i (*i=1, 2…n*) définies dans un espace de configuration, ainsi que par les vitesses généralisées correspondantes q'_i (*i=1, 2…n*), évolue en général selon une loi décrite par un système d'équations différentielles ; l'évolution est alors complètement déterminée par la donnée des conditions initiales : positions q_i et vitesses q'_i ; elle est déterministe au sens du déterminisme scientifique, la donnée des conditions initiales entraînant une évolution *unique* (voir *Déterminisme des évolutions régies par des équations différentielles*).

Importance de la stabilité d'une évolution

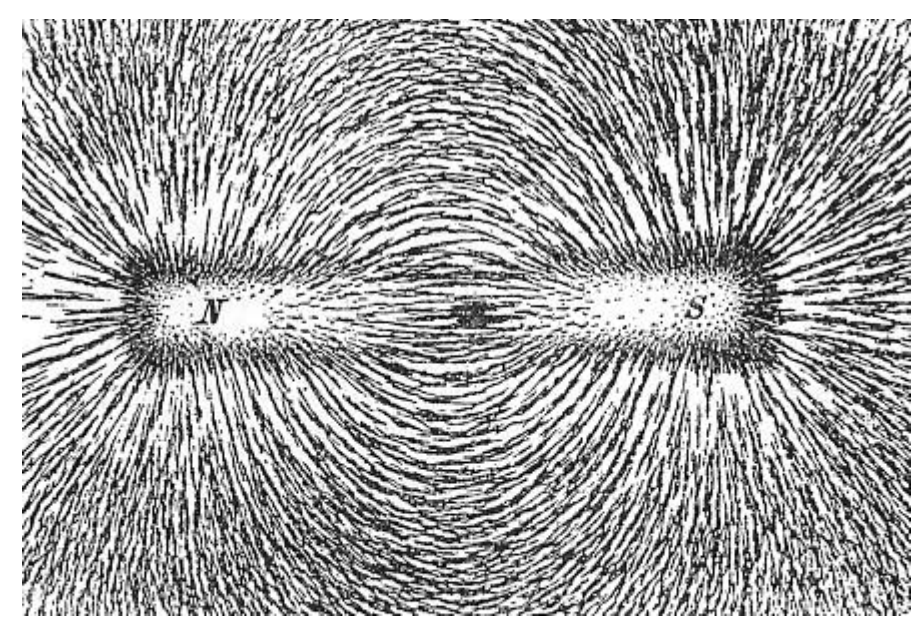
L'évolution régie par ce déterminisme mathématique est un modèle fidèle de l'évolution physique si elle est *stable*, c'est-à-dire si des conditions initiales voisines produisent des évolutions voisines, ne s'écartant guère de l'évolution théorique ; cette condition est indispensable pour tenir compte de l'imprécision qui affecte toujours les paramètres d'un système physique.

L'étude du *Chaos* montre que l'évolution de certains systèmes déterministes n'est pas stable : elle est si sensible à l'imprécision des conditions initiales qu'elle devient imprévisible après un temps plus ou moins long ; la prédiction de l'évolution est meilleure si on la calcule un instant après le départ. Nous verrons plus bas le cas des systèmes conservatifs.

2.5.5.2.3 Lignes de force d'un espace des phases et unicité de l'évolution

Définition : dans un champ de vecteurs quelconque, on appelle *ligne de force* toute courbe dont la tangente en tout point a la direction du champ en ce point.

Exemple : les lignes de force du champ d'un aimant sortent de son pôle nord et entrent dans son pôle sud ; des particules de fer s'alignent le long de ces lignes de force, comme le montre la figure suivante :



Lignes de force du champ magnétique d'un aimant
matérialisées par des particules de limaille de fer
© Wikipédia Creative Commons

Dans l'espace des phases d'un système, chaque courbe représentant une évolution dans le temps est une ligne de force de l'espace : en tout point d'une telle courbe, l'évolution commence selon la tangente en ce point.

- En général cette tangente est unique, sauf éventuellement en un petit nombre de points singuliers comme :
  - Un point d'équilibre, où le système n'évolue pas ;
  - Un point de bifurcation, où la loi d'évolution change en fonction d'un paramètre externe (voir *Changements de phase d'un corps pur* dans *Limites d'application d'une loi d'évolution*).

  L'unicité de la tangente en tout point non singulier de la courbe d'évolution d'un système illustre une propriété de son déterminisme scientifique : le modèle mathématique représentant l'évolution du système a une solution unique, *une situation donnée ne peut évoluer que d'une seule façon*.

  Il y a alors autant de résultats de cette évolution que d'instants arbitraires où on la considère ; il vaut donc mieux parler d'évolution unique que de résultat unique, de loi d'évolution que de chaîne de situations.

- Lorsqu'une situation donnée peut évoluer de plusieurs façons distinctes, les évolutions possibles sont représentées par des courbes distinctes de l'espace des phases. A partir d'une certaine situation, correspondant par exemple à une valeur critique d'un paramètre, l'évolution peut présenter une bifurcation, avec des branches distinctes issues d'un même point ; elle peut aussi présenter une discontinuité. Au-delà de ce point, elle se poursuit selon une courbe ou une autre, la courbe choisie dépendant de la valeur du paramètre critique.

  Le nombre de Reynolds, paramètre critique de l'apparition des tourbillons
  C'est le cas, par exemple, pour des écoulements de fluides dans un tube dont le paramètre critique est le nombre de Reynolds *Re*, proportionnel à la vitesse

moyenne du fluide *v*, à sa densité ρ et à la longueur caractéristique *L* du tube, et inversement proportionnel à sa viscosité absolue η :

$$Re = \frac{L\rho v}{\eta}$$

Selon la valeur de ce nombre sans dimension, l'écoulement peut être turbulent ou non ; il peut même produire des oscillations périodiques de pression à la fréquence du décrochement des tourbillons, oscillations que l'on entend par exemple dans le bruit des éoliennes ; mais de toute manière *il reste déterministe et les changements de loi d'évolution sont régis par une loi d'interruption*.

2.5.5.2.4 Stabilité de l'évolution d'un système conservatif : théorème de Liouville

(Définition d'un système conservatif : voir *Système conservatif ou dissipatif – Force conservative ou dissipative*)

Lorsqu'un système conservatif évolue, ses états successifs décrivent une courbe (ligne de force) de l'espace des phases à *2n* dimensions rapporté aux coordonnées : positions généralisées q_i (*i=1,2…n*) et moments cinétiques généralisés p_i (*i=1,2…n*). Le théorème de Liouville démontre que, lors de cette évolution, l'aire d'un petit élément de surface $\delta p_i \delta q_i$ de l'espace des phases se conserve, sans nécessairement que l'élément de surface conserve la même forme ; cette aire reste la même qu'à l'instant initial t_0 de l'évolution. Des conditions initiales d'évolution très voisines sont représentées par des points très voisins de l'espace des phases, points qu'on peut englober dans un élément de surface petit ; lors de l'évolution, l'aire de cet élément se conserve et reste petite.

- Dans un espace des phases qui n'a que deux dimensions, *q* et *p*, la conservation de l'aire d'un petit élément de surface au cours de l'évolution a pour conséquence que des trajectoires d'évolution parties de points voisins restent proches. Il y a là une forme de continuité : *une petite variation des conditions initiales n'entraîne qu'une variation petite des évolutions correspondantes*.
- Mais dans un espace des phases qui a plus de deux dimensions, quatre par exemple, la conservation de l'aire d'un petit élément de "surface" $\delta p_1 \delta q_1 \delta p_2 \delta q_2$ peut aussi être obtenue lorsque cet élément rétrécit fortement pour un couple de variables tout en s'allongeant fortement pour l'autre. C'est le cas, par exemple, si q_1 varie dans le temps comme e^{at} tandis que q_2 varie comme e^{-at}, le produit $e^{at}e^{-at}$ restant égal à 1. *Deux trajectoires d'évolution parties de points très proches peuvent alors diverger considérablement au bout d'un certain temps, traduisant une instabilité du système par hypersensibilité aux conditions initiales*. *Cette propriété mathématique a des conséquences physiques souvent spectaculaires.*

Le Théorème de Liouville décrit une conservation de mesure des systèmes conservatifs ; c'est un des fondements de la Mécanique statistique et de la Théorie de la mesure. C'est aussi une loi d'interruption (voir paragraphe *Lois d'interruption*).

2.5.5.3 Attracteurs de l'espace des phases

Le point de l'espace des phases qui décrit l'état d'un système évolue dans le temps, décrivant une courbe. L'évolution d'un système commencée en un point initial de

l'espace des phases peut soit *diverger* si l'une au moins des coordonnées tend vers l'infini, soit rester à distance finie si toutes les coordonnées sont bornées.

Système conservatifs
A long terme, l'évolution d'un système conservatif est bornée et tend vers une courbe limite appelée *attracteur de l'espace des phases*. Cette courbe limite est :

- Un *point limite*, caractéristique d'un état stable ;
- Une *boucle limite*, caractéristique d'un cycle périodique ;
- Une *courbe torique*, caractéristique d'une combinaison de plusieurs cycles.

  Dans le cas où il y a 2 cycles de périodes T_1 et T_2 on considère leur rapport $R = T_1/T_2$. Si R est entier ou fractionnaire, la trajectoire résultante est périodique, sinon elle est apériodique. Cette remarque s'étend au cas de plus de 2 cycles.

Voici des exemples de diagramme d'espace des phases en boucle et torique :

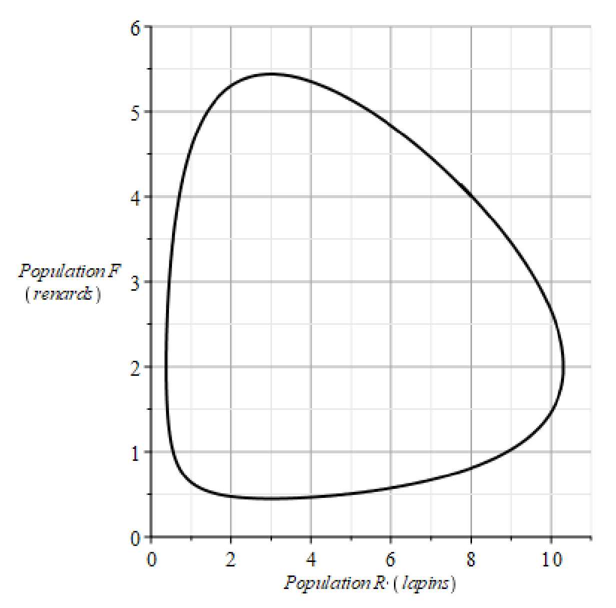
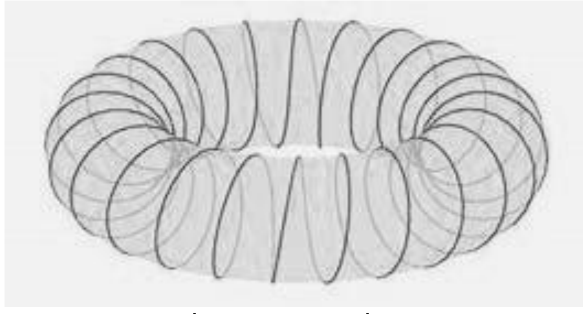


Diagramme en boucle de Lotka-Volterra


Diagramme torique

2.5.5.3.1 Bassin d'attraction de l'espace des phases

La portion de l'espace des phases d'où partent toutes les courbes d'évolution aboutissant à un attracteur donné est appelée *bassin d'attraction* de cet attracteur.

Quel que soit le point d'état initial du bassin, l'évolution à partir de cet état aboutit asymptotiquement à l'attracteur.

Définition rigoureuse d'un attracteur de l'espace des phases
Source : [B8-4] page 13 note 10

On appelle attracteur d'un espace des phases un ensemble de points de volume nul qui est :

- Invariant dans la transformation introduite par les équations d'évolution ;
- Entouré par un domaine de volume non nul tel que toute trajectoire commencée dans ce domaine converge asymptotiquement vers l'attracteur.

2.5.5.3.2 Systèmes dissipatifs

Beaucoup de systèmes physiques qui évoluent échangent de l'énergie avec l'extérieur : par exemple, ils sont soumis à des frottements qui leur font perdre de l'énergie.

> Lorsque le pendule simple du paragraphe *Espace des phases – Stabilité des lois physiques d'évolution* est soumis à une force de frottement proportionnelle à sa vitesse angulaire et de sens opposé, son évolution dans l'espace des phases rapporté aux axes α et α' est décrite par une spirale qui converge vers l'origine $\alpha = \alpha' = 0$ lorsque $t \to \infty$: l'oscillation est amortie et finit par s'arrêter.

Il est très remarquable, alors, que les courbes d'évolution dans l'espace des phases convergent toujours vers le même point, l'origine, *quelles que soient les conditions initiales* ; ce point est un *attracteur*. En outre, *l'aire d'un petit élément de surface de cet espace diminue en moyenne au cours d'une évolution*, propriété cohérente avec la convergence des courbes d'évolution vers un attracteur. Cette diminution en moyenne d'aire peut avoir lieu avec divergence dans une direction de l'espace et convergence plus rapide dans une autre.

Ce phénomène de convergence de toutes les évolutions d'un système *dissipatif par perte d'énergie* vers un même point attracteur de l'espace des phases est très fréquent. En outre, ce point est indépendant des conditions initiales de l'évolution : un pendule finit toujours par s'arrêter au point le plus bas de ses oscillations.

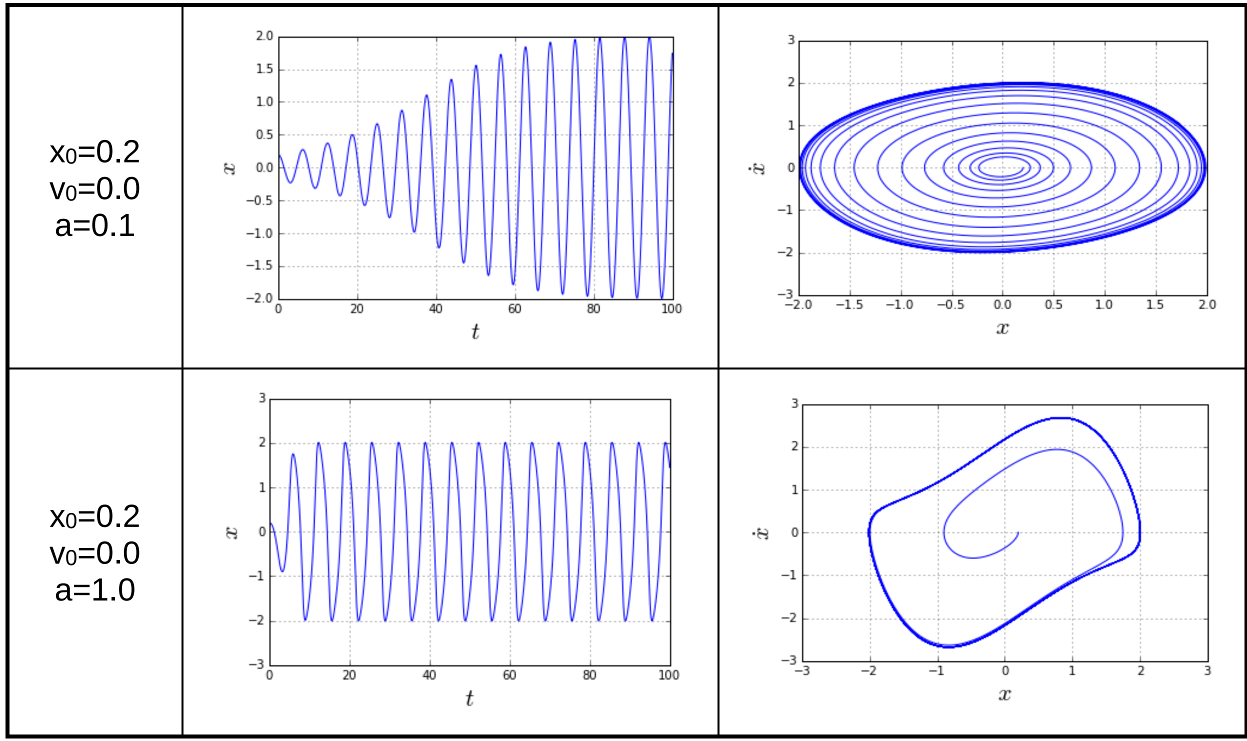
2.5.5.3.3 Systèmes dissipatifs périodiques à échange d'énergie – Cycle limite

Il est fréquent qu'un système dissipatif échange de l'énergie avec l'extérieur à la fois en lui cédant de l'énergie et en recevant de l'énergie, tout en ayant une évolution périodique. Dans l'espace des phases, il existe alors une courbe d'évolution unique, fermée et stable par rapport aux conditions initiales, appelée *cycle limite* par Poincaré, courbe vers laquelle tendent toutes les courbes d'évolution. Ce cycle limite est un *attracteur* de toutes les courbes d'évolution dans l'espace des phases : quelle que soit la position du début d'une courbe d'évolution, celle-ci tend toujours vers cet attracteur lorsque $t \to \infty$.

> Exemple : le diagramme ci-dessous montre le comportement de l'équation de Van der Pol (voir *Cycle limite attracteur de Van der Pol*) qui décrit l'évolution d'un oscillateur à la fois entretenu (apport d'énergie) et amorti (perte d'énergie) :

$$x" + ax'(1 - x^2) + x = 0$$

La courbe oscillante de gauche décrit l'évolution de la variable oscillante *x(t)* dans le temps. La courbe de droite montre l'évolution dans le plan des phases rapporté aux axes *x(t)* et *x'(t)* ; l'évolution converge vers le cycle limite (courbe en trait gras), indépendant des conditions initiales.



Equation de Van der Pol - © www.tangentex.com/VanDerPol.htm - Dominique Lefebvre
Licence Creative Commons

<u>Discussion déterministe</u>

Du point de vue du déterminisme scientifique, une loi d'évolution qui converge vers une loi-attracteur peut être considérée comme déterministe dans le cadre d'une prévision d'évolution à long terme.

Exemple : un satellite placé sur une orbite basse perd peu à peu de l'altitude du fait du frottement avec la haute atmosphère. Son orbite, elliptique sur quelques semaines, est en fait une spirale descendante ; sa vitesse de descente accélère même au fur et à mesure que son altitude lui fait rencontrer des couches d'air plus denses. Pour le maintenir le plus longtemps possible sur l'orbite désirée (et pour contrôler son orientation) on prévoit d'éjecter un peu de gaz de temps en temps, mais le réservoir de gaz s'épuise tôt ou tard, limitant la durée de vie du satellite.

2.5.5.3.4 Systèmes à évolution quasi périodique

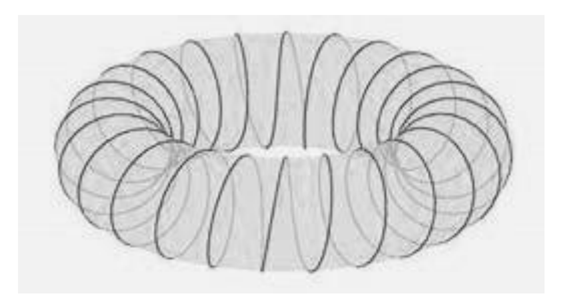
Lorsque l'évolution temporelle d'un système peut être caractérisée par plusieurs variables qui ont, chacune et indépendamment, une évolution périodique à une certaine fréquence, l'évolution du système est alors qualifiée de « quasi périodique ».

Le caractère périodique ou quasi périodique est indépendant du caractère conservatif ou dissipatif.

Exemple. Soit un système de coordonnées astronomiques centré au centre du Soleil et dont les axes sont fixes par rapport aux étoiles lointaines. Dans ce repère, la position d'un point à la surface de la Terre présente quatre périodes d'évolution (en négligeant les perturbations induites par l'attraction des autres planètes) :

- La période d'évolution due à la rotation de la Terre autour de son axe (une journée, soit 24 heures) ;
- La période d'évolution due à la rotation de la Terre autour du Soleil (une année, soit 365.2425 jours) ;
- La période d'évolution due au mouvement de *précession* de l'axe de rotation de la Terre, qui décrit un cône en 25800 ans ;
- La période d'évolution due au mouvement de *nutation* de l'axe de rotation de la Terre, mouvement qui le fait osciller légèrement de part et d'autre de son cône moyen de précession (période 19 ans).

Lorsqu'un système à évolution quasi périodique à deux variables est dissipatif, l'évolution dans l'espace des phases converge vers un attracteur torique. C'est ainsi que l'évolution d'un système à deux fréquences de base converge vers une courbe attracteur tracée à la surface d'un tore dans l'espace habituel à 3 dimensions ; la courbe a deux fréquences de rotation : celle autour de l'axe du tore et celle autour de la ligne centrale de son "cylindre".



Courbe attracteur torique dans l'espace des phases

2.5.6 Equipartition de l'énergie dans un champ – Stabilité des atomes

Les électrons d'un atome devraient tomber sur leur noyau

1ère raison : l'équipartition de l'énergie les empêche de tourner assez vite

Au paragraphe *Equipartition de l'énergie entre les degrés de liberté* nous avons vu que la théorie physique traditionnelle prévoit que l'énergie disponible dans un système se répartit uniformément entre tous ses degrés de liberté : c'est là une conséquence de l'homogénéité de l'espace. Lorsqu'il y a un champ de force dans une région de l'espace, par exemple un champ électromagnétique agissant sur des particules chargées comme des électrons, ce champ a un nombre *infini* de points, donc un nombre *infini* de degrés de liberté à côté duquel le nombre de degrés de liberté *fini* des électrons d'un atome donné est négligeable.

Chaque degré de liberté d'un atome donné devrait ainsi être associé à une quantité infiniment faible d'énergie. Par conséquent, si les électrons d'un atome étaient des corpuscules matériels munis d'une masse (comme les expériences le

prouvent) ils devraient avoir une énergie cinétique de rotation infiniment faible, donc une vitesse trop faible pour que la force centrifuge associée leur permette d'équilibrer l'attraction électrostatique du noyau ; ils devraient donc tomber instantanément sur leur noyau, rendant tout atome instable !

2ème raison : les électrons devraient perdre leur énergie potentielle par rayonnement
Cette instabilité des atomes - supposés avoir une structure "planétaire" composée d'un noyau central positif autour duquel tournent des électrons négatifs (voir dans *Modèle atomique* le sous-titre *Atome de Bohr*) - est prédite aussi par les *équations de Maxwell*. D'après celles-ci, les électrons – charges électriques tournant autour d'un noyau - devraient émettre des ondes électromagnétiques, donc perdre de l'énergie emportée par ces ondes ; cette perte d'énergie les ferait s'écraser rapidement sur le noyau.

Ces théories traditionnelles de l'atome construit selon un modèle planétaire (répartition uniforme de l'énergie entre les degrés de liberté et ondes électromagnétiques régies par les équations de Maxwell) ont donc un problème de stabilité que nous allons à présent aborder.

2.5.7 Contradictions de la physique traditionnelle et de son déterminisme

Les hypothèses fondamentales de la physique macroscopique ne s'appliquent pas à l'échelle atomique
Les atomes sont stables, sinon notre Univers n'existerait pas ! La physique traditionnelle, établie et vérifiée au niveau macroscopique et statistique, ne s'applique donc pas telle quelle au niveau atomique, nous venons de le voir. Ses lois déterministes continues basées sur des équations différentielles, si remarquablement précises et générales, sont fausses à cette échelle minuscule où certains résultats sont probabilistes.

Le problème est très grave puisque le postulat fondamental du caractère absolu de l'espace et du temps, admis par Newton dans ses lois du mouvement et par Maxwell dans sa théorie de l'électromagnétisme, est contredit par l'expérience de Michelson et Morley (voir *Invariance de lois physiques par rapport à l'espace et au temps*), qui a montré en 1887 que le postulat d'additivité des vitesses est faux lorsque l'une des vitesses est celle de la lumière.

L'apparition des quanta d'énergie
En 1900, la physique butait aussi sur le désaccord entre les résultats du calcul des échanges d'énergie électromagnétique par rayonnement entre un corps chaud et un corps froid, régi par les équations continues de Maxwell, et les observations expérimentales. Cette contradiction ne fut résolue que lorsque Max Planck proposa, cette année-là, que l'on considère la quantité d'énergie d'une émission d'ondes de fréquence ν (lettre grecque qui se prononce « nu ») comme *discontinue*, multiple d'un minimum $h\nu$ où apparaît une constante universelle, le quantum d'action *h.* Cette hypothèse mathématique, sans justification physique, fait de cette énergie une grandeur quantifiée et laisse supposer que le rayonnement électromagnétique est fait de corpuscules. Cette approche ouvrit la porte à la physique quantique : voir *Les rayonnements électromagnétiques sont quantifiés*.

> Selon [B160] page 162, il fut difficile aux physiciens d'accepter qu'une énergie puisse être nécessairement quantifiée. La démonstration mathématique rigoureuse de cette nécessité ne fut apportée qu'en janvier 1912 par Poincaré

dans le *Journal de physique théorique et appliquée*. Son article *Sur la théorie des quanta* [B237] débute ainsi :

« On sait à quelle hypothèse M. Planck a été conduit par ses recherches sur les lois du rayonnement. D'après lui, l'énergie des radiateurs lumineux varierait d'une manière discontinue, et c'est ce qu'on appelle la théorie des Quanta. Il est à peine nécessaire de faire remarquer combien cette conception s'écarte de tout ce qu'on avait imaginé jusqu'ici ; les phénomènes physiques cesseraient d'obéir à des lois exprimables par des équations différentielles, et ce serait là, sans doute, la plus grande révolution et la plus profonde que la philosophie naturelle ait subie depuis Newton. »

Puis, en 1905, Einstein utilisa la théorie de Planck pour décrire les échanges d'énergie entre lumière et électrons constatés dans l'effet photoélectrique. Une des conséquences de ces travaux était considérable : les ondes électromagnétiques, donc la lumière, avaient à la fois un caractère *ondulatoire* (par définition) et *corpusculaire* (pour satisfaire les expériences d'échange d'énergie par rayonnement), ce qui contredisait la physique classique ! Celle-ci finit d'être jetée bas la même année lorsqu'Einstein - encore lui - publia la théorie de la *Relativité restreinte*, qui met un terme aux caractères absolus de l'espace et du temps postulés par la physique newtonienne.

Pour la relativité, Einstein s'appuyait en 1905 sur les travaux publiés par Planck en 1900, Poincaré (*La science et l'hypothèse*, 1902) et Lorentz (*Phénomènes électromagnétiques dans un système qui se déplace à une vitesse inférieure à celle de la lumière*,1904).

2.5.8 Des forces physiques étonnantes

On sait depuis Newton que l'attraction universelle entre deux corps est inversement proportionnelle au carré de leur distance. L'attraction électrostatique entre deux charges électriques de signes opposés (décrite par la loi de Coulomb) est aussi inversement proportionnelle au carré de leur distance. Ces champs de forces "en $1/d^2$" présents partout semblent être une règle de la nature.

Hélas il n'en est rien, et la Mécanique quantique que nous aborderons plus bas explique certaines lois pour le moins surprenantes, dont voici des exemples.

- La *force de Casimir* due à la polarisation du vide avec apparition de paires particule-antiparticule est "**en $1/d^4$**".
- La *loi de Van der Waals* qui décrit *l'attraction électrique* entre deux atomes ou molécules neutres assez proches est "**en $1/d^7$**", produisant des forces extraordinairement intenses à courte distance (quelques angströms). Ces forces sont dues aux *fluctuations quantiques* des dipôles électriques formés par deux atomes voisins, qui s'attirent alors du fait de la force fondamentale dite "faible".

  Ces forces sont responsables de la cohésion entre molécules de liquides. Elles expliquent aussi l'aptitude d'un petit lézard, le gecko, à marcher sur n'importe quelle surface solide en y adhérant facilement. Il peut ainsi marcher sur la face inférieure d'une plaque horizontale de verre parfaitement lisse, à laquelle ses pattes adhèrent grâce à des poils incroyablement fins (moins de 0.25 micron de diamètre) dont les molécules attirent celles de la plaque de verre grâce aux forces de Van der Waals.




Gecko et une de ses pattes – Licence Microsoft Bing Creative Commons

- La force de *répulsion moléculaire* due à l'énergie potentielle de Lennard-Jones est en "**$1/d^{12}$**". Elle apparaît quand il y a superposition des nuages de charge de deux systèmes atomiques.
- La *force nucléaire* agit de manière *attractive* entre quarks du noyau atomique pour en maintenir la cohésion sous forme de protons et neutrons, bien que deux protons ayant des charges de même signe tendent à se repousser ; le quantum d'interaction correspondant est appelé *gluon*.

  Sa portée est très faible (environ 1 fermi = 10^{-15} m, un dixième du rayon d'un noyau atomique) et *son intensité diminue puis augmente avec la distance* !

Ces forces étonnantes sont citées pour illustrer le fait que le déterminisme n'a rien d'évident ou d'intuitif lorsqu'on veut comprendre les lois physiques et prédire certains comportements, et qu'il faut souvent recourir aux détails fournis par la *Mécanique quantique* pour expliquer ce qui se passe.

2.6 Hasard

Définition
La notion de hasard s'oppose à celle de déterminisme en niant ou en restreignant les possibilités de comprendre, prévoir et prédire. Selon le *Dictionnaire de l'Académie* [B60], une situation ou une évolution est dite « au hasard » lorsqu'elle est :

- Sans but précis (finalité au hasard) ;
- N'importe comment (caractéristiques au hasard) ;
- Sans ordre, ni méthode (structure ou déroulement au hasard) ;
- Selon ce qui se présente accidentellement par l'effet de l'imprévu (sans cause).

Ainsi, par exemple :

- Un phénomène naturel au hasard surviendrait sans que s'applique aucune loi de causalité de la nature, qui aurait alors « fait n'importe quoi ».

  Exemple : la décomposition radioactive ci-dessus, pour qui n'en connaît pas l'explication physique ; ce phénomène décrit par la Mécanique quantique

relève du *déterminisme statistique* : voir le paragraphe *Décomposition radioactive d'un élément chimique*.

- La plupart des mesures physiques sont entachées d'erreurs qui en limitent la précision ; un résultat de mesure semble alors aléatoire, défini par exemple par une loi de probabilités comme celle de Gauss, qu'on rencontre si souvent qu'on l'a qualifiée de « Loi normale ».

  Exemple : distribution des tailles des hommes adultes dans un pays (probabilité qu'un homme adulte donné ait une certaine taille).

  Mais là non plus il n'y a pas de hasard : voir le paragraphe *Caractères déterministe, au hasard et stochastique*.

2.6.1 Hasard ou imprédictibilité ?

Le hasard a plusieurs définitions scientifiques que nous préciserons plus loin, mais qu'on peut résumer comme suit : est au hasard toute structure, tout comportement dont on peut *démontrer* l'impossibilité d'une description complète à partir d'une de ses parties et/ou du contexte, faute de lois de déduction ou de calcul applicables.

***Si elle existait*, une évolution naturelle au hasard serait une caractéristique objective (indépendante de l'homme), et dont l'absence de cause est démontrée**.

> Remarque : hasard ou pas, la nature ne peut violer ses propres lois, par exemple de conservation de l'énergie, de la charge électrique, du moment cinétique, de la quantité d'information en Mécanique quantique, etc. Ces lois sont définies par l'homme précisément pour régir tous les cas de son domaine de définition, et sans exception.

2.6.2 Le hasard n'existe pas

Disons-le tout net, comme Kant dans [B12] page 286 :

> « Tout ce qui arrive est hypothétiquement nécessaire [nécessaire par définition] : c'est là un principe fondamental qui soumet dans le monde le changement à une loi, c'est-à-dire à une règle s'appliquant à l'existence nécessaire, sans laquelle règle il n'y aurait pas même de nature. Par conséquent, le principe : rien n'arrive par un hasard aveugle *(in mundo non datur casus)* est une loi *a priori* de la nature. »
>
> (Rappel : c'est l'homme qui définit les lois de la nature, et il les définit sans exception.)

Ou comme René Thom, mathématicien médaille Fields 1958, dans [B21] :

> « Affirmer que « le hasard existe », c'est donc prendre cette position ontologique qui consiste à affirmer qu'il y a des phénomènes naturels que nous ne pourrons jamais décrire, donc jamais comprendre. C'est renouveler le célèbre *ignorabimus* de Du Bois-Reymond... » [B238]

Ou plus brièvement enfin, comme Henri Poincaré dans [B159] :

> « Le hasard n’est que la mesure de notre ignorance. »

Expliquons cela.

2.6.3 Le besoin de rigueur dans l'invocation du hasard

Quand les gens attribuent-ils quelque chose au hasard ?
Quand une personne affirme que quelque chose est dû au hasard, c'est parce qu'elle n'en connaît pas la cause, donc ne sait pas à quelles circonstances et quelle loi cette chose est due ; c'est peut-être aussi parce qu'elle pense que personne ne sait. C'est là du « *hasard par ignorance* », une confusion entre imprédictibilité et hasard.

> Cas particulier d'ignorance : il arrive que l'imprédictibilité ou l'insuffisance de précision soient dues à la complexité, au nombre de variables du problème. C'est le cas, par exemple, dans le diagnostic d'un psychiatre, dans la prévision d'un cours de bourse par un investisseur ou dans la prédiction d'une évolution du chômage par un politicien.

2.6.3.1 L'attribution d'une cause au hasard exige une démonstration

Affirmer qu'une situation, l'état d'un système ou une évolution, sont dus au hasard demande autant de rigueur qu'affirmer qu'ils sont régis par des lois de la physique.

> A celui qui me dit : *« c'est dû au hasard »*, je réponds : *« prouvez-le ! ».*

L'affirmation « C'est dû au hasard » doit être prouvée par celui qui la formule, avec la même rigueur que la proposition « C'est dû à la loi X ». Or, à part les lois résultant d'une déduction purement logique (qui ne nous apprennent rien, car leur contenu résulte entièrement de leurs prémisses) *une loi de la nature ne se démontre pas*, elle est postulée par induction à partir de phénomènes constatés et de leur évolution, et on l'admet à titre provisoire jusqu'à ce qu'un contre-exemple la fasse déclarer fausse : *une loi affirmée après examen contradictoire par des gens compétents est donc toujours supposée vraie jusqu'à preuve du contraire*.

Aucun ensemble de phénomènes constatés ne prouve qu'ils sont dus au hasard
Mais on ne peut pas démontrer *qu'il n'existe pas* de loi d'évolution d'une situation donnée, c'est-à-dire que d'une fois sur l'autre elle peut ne pas évoluer ou évoluer différemment ; on ne peut prouver qu'une loi *ne pourra pas être trouvée* ou qu'il existera des situations ou une loi *sera nécessairement instable*, donc ne sera pas une loi d'évolution.

Quelles que soient les constatations faites sur des phénomènes et leur nombre, quel que soit l'étonnement qu'ils nous suggèrent, il est impossible d'en déduire une preuve d'absence de loi naturelle qui les régit ; et le fait de ne pas avoir découvert de loi ne prouve pas qu'il n'y en a aucune.

Lorsqu'on ne connaît pas de loi d'évolution d'une situation donnée on peut toujours affirmer cette ignorance, on ne peut jamais affirmer le caractère nécessaire du hasard, avec son absence de loi.

> *Le hasard est toujours invoqué au lieu de l'ignorance*.

2.6.3.2 Cas dans lesquels une évolution a un résultat imprédictible

L'imprédictibilité d'une situation ou d'un résultat d'évolution peut avoir des causes diverses, mais ne constitue pas une preuve de hasard. Voici des cas d'imprédictibilité du résultat d'une évolution.

2.6.3.2.1 La nature statistique de l'évolution de l'objet – Prédictibilité statistique

- *Exemple 1*
  Une loi physique d'évolution déterministe, *l'équation de Schrödinger*, fait qu'à un instant donné la position et la vitesse d'une particule en mouvement dans un champ électrique ont des valeurs mesurables possibles régies par une loi statistique ; ces valeurs sont déterministes et connues avant la mesure.
  Voir *Evolution vers un ensemble d'états superposés*.

- *Exemple 2*
  Nous verrons au chapitre *Chaos* qu'un système dynamique, dont l'évolution est décrite par une suite d'itérations d'une fonction d'évolution déterministe, a fréquemment un état chaotique, calculable à chaque itération, mais imprédictible connaissant seulement son état initial. Il peut seulement être décrit à l'avance, sous certaines conditions, par des statistiques comme un histogramme des états finaux.
  Voir *Histogramme des évolutions chaotiques – Prédictibilité statistique*.

Ces deux exemples relèvent du *déterminisme statistique* (voir chapitre correspondant). Il nous suffit, pour le moment, de donner la définition suivante.

Prédictibilité statistique d'une évolution

Par définition, une évolution a une *prédictibilité statistique* si ses résultats sont stochastiques (distribués selon une loi statistique) ; une expérience renouvelée plusieurs fois peut alors donner des résultats différents. Sa loi d'évolution est gouvernée par un déterminisme statistique où c'est *l'ensemble des résultats possibles qui est prédéterminé par les conditions de l'expérience, non un résultat particulier.*

Lors d'une telle évolution la nature refuse le résultat unique que l'homme désire ; c'est l'ensemble auquel ce résultat appartient qui est unique et prédéterminé, chaque expérience ayant un résultat appartenant à cet ensemble ; en outre, lors d'expériences renouvelées ou de changement de valeur initiale avant itération (voir *Chaos*), les résultats sont distribués selon une loi de probabilité elle-même prédéterminée. On ne doit pas parler, alors, de résultat *au hasard* car il ne peut être quelconque, totalement imprévisible ; on parle de *déterminisme statistique* car seul *le choix de résultat* dans l'ensemble prédéterminé est entaché de hasard.

Par définition, la distribution de ces résultats est alors *stochastique*, pas au *hasard*.

2.6.3.2.2 La complexité

Evolution d'une situation régie par une ou plusieurs loi(s) déterministes

L'effet global d'un grand nombre de phénomènes déterministes, simultanés ou non, peut être imprévisible, même si chacun est simple et à résultat prévisible.

> Exemple : considérons une petite enceinte fermée qui contient un nombre immense de molécules identiques de liquide ou de gaz. Le seul fait que ces molécules aient une température supérieure au zéro absolu fait qu'elles s'agitent sans cesse, l'énergie cinétique associée à leur vitesse provenant de la température. Cette agitation, le *mouvement brownien*, les fait rebondir les unes sur les autres et sur les parois, conformément à des lois des chocs élastiques

parfaitement connues et déterministes, sans intervention du hasard. Mais il est impossible de connaître la position et la vitesse à l'instant *t* d'une molécule particulière, car :

- Elle a subi trop de rebonds contre d'autres molécules en mouvement et contre les parois de l'enceinte pour que les calculs soient à la portée d'un ordinateur, même très puissant ;
- A l'échelle atomique, chaque rebond de molécule est affecté par sa forme irrégulière, la rugosité locale de la paroi, et l'imprécision sur la position, la direction et la vitesse d'un choc due à la largeur du paquet d'ondes de probabilité accompagnant chaque molécule. La loi des chocs élastiques est donc difficile à appliquer avec précision, les conditions initiales de chaque choc étant entachées d'erreurs non négligeables.

Cette impossibilité de connaître le mouvement précis d'une molécule particulière est très générale : la combinaison d'un grand nombre de phénomènes déterministes à évolution individuelle prévisible produit une évolution imprévisible, que ces phénomènes soient ou non du même type. Par *combinaison* il faut entendre ici :

- soit *une succession de phénomènes de même type* comme les chocs élastiques d'une molécule particulière ;
- soit *la simultanéité de phénomènes déterministes différents* qui agissent indépendamment ou interagissent pour produire un effet global ;
- soit *l'instabilité d'un phénomène* qui change de loi d'évolution selon un paramètre critique soumis à *un autre* phénomène d'évolution lors d'une bifurcation.

En résumé, *la complexité d'un phénomène à composantes déterministes produit en général une évolution imprévisible*, et encore plus imprévisible si on prend en compte les imprécisions dues à la Mécanique quantique.

Il faut pourtant se garder d'attribuer au hasard une évolution qui n'est imprévisible que parce que la complexité du phénomène d'origine rend trop difficile la prédiction de son résultat par calcul ou raisonnement. Nous verrons que le caractère aléatoire d'une évolution à l'échelle atomique (évolution décrite par la Mécanique quantique) caractérise un choix d'élément de l'ensemble (déterministe) des résultats que sont les valeurs propres possibles d'une équation, alors que le hasard caractérise l'inexistence d'un algorithme à résultats utilisables.

L'imprévisibilité par excès de complexité, qui n'existe pas en théorie dans la nature (ses évolutions déterministes étant arrêtées ou déclenchées par des lois d'interruption), sévit hélas en pratique. Elle n'affecte pas la nature, qui jamais n'hésite ou ne prévoit l'avenir (ce n'est pas un être pensant), mais elle empêche l'homme de prédire ce qu'elle va faire. Et l'imprévisibilité est d'autant plus grande que le nombre de phénomènes successifs ou simultanés est grand, que leur diversité est grande, que leurs interactions sont nombreuses et que l'imprécision quantique intervient.

Les interactions entre phénomènes ont un effet sur leur déterminisme lui-même. Une évolution dont le résultat impacte les conditions initiales d'une autre évolution joue sur la reproductibilité de cette dernière, ce qui handicape encore plus la prédiction de son résultat.

C'est pourquoi les phénomènes les plus complexes (ceux des êtres vivants, du psychisme de l'homme et de son comportement) ont beau n'être, au niveau biologie moléculaire, que des évolutions physiques déterministes, leurs résultats sont en général si imprévisibles que l'homme a l'impression que la nature fait n'importe quoi.

Calculs trop complexes

Un système soumis à des lois déterministes connues peut avoir une évolution précise exigeant des calculs trop complexes ou trop prolongés pour être réalisables. Exemples :

- prévoir quelle boule va « sortir » d'une sphère de tirage de loto connaissant les paramètres initiaux ;
- prévoir le temps qu'il fera à Lyon dans 30 jours.

Parade : une description qualitative

La complexité des phénomènes naturels incite souvent l'homme à les décrire au moyen de théories générales, permettant une *description en grandes lignes* avec des règles de possibilité et d'impossibilité, mais ne permettant pas la prédiction d'évolutions.

> Exemple : la théorie de Darwin sur l'évolution des espèces par sélection naturelle prévoit la survie de celles dont les individus sont les mieux adaptés à leur environnement et les plus prolifiques. Mais elle ne permet pas de prédire l'évolution d'une espèce donnée ; on ne sait pas, par exemple, quelle espèce succèdera à *Homo sapiens*.

Compléments sur la complexité : voir [B25].

2.6.3.2.3 L'ignorance

En plus de tout ce que nous ignorons en physique, il y a de nombreux systèmes dans la société humaine dont l'évolution est difficile à prévoir, ou à prédire avec la précision désirée, parce qu'on ne peut pas connaître tous les paramètres nécessaires. Exemples :

- des cours de bourse soumis à des anticipations d'investisseurs, optimistes ou non ;
- ce qui se passe dans le subconscient, qu'on ne peut décrire avec assez de précision pour que les affects et les raisonnements soient prévisibles.

Certains hommes ont tendance à attribuer au hasard ce qu'ils ne peuvent expliquer ou prévoir. D'autres l'attribuent à Dieu : c'est le cas, par exemple, de la loi américaine qui admet comme cause d'une catastrophe naturelle « An act of God ».

En plus de l'ignorance de paramètres, il y a leur imprécision expérimentale : un résultat peut sembler « entaché de hasard » alors qu'il souffre d'imprécision matérielle ou opératoire.

2.6.3.2.4 L'imprécision

Il y a des cas où la précision du résultat (calculé ou mesuré) de l'application d'une loi d'évolution peut être jugée insuffisante.

Imprécision des paramètres et hypothèses simplificatrices d'une loi d'évolution

La formulation mathématique d'une loi d'évolution a des paramètres. Si ceux-ci sont connus avec une précision insuffisante, le résultat calculé sera lui-même entaché d'imprécision. C'est le cas notamment lorsqu'une loi d'évolution fait des hypothèses simplificatrices.

> Exemple d'approximation (voir *Espace des phases – Stabilité des lois physiques d'évolution* sous-titre *1 - Position d'un pendule simple*)
>
> La dynamique d'un pendule simple est décrite par une équation différentielle non linéaire. Pour simplifier la résolution de cette équation, on recourt à « l'approximation des petites oscillations », qui assimile un sinus à son angle en radians. Cette simplification entraîne des erreurs de prédiction du mouvement qui croissent avec l'amplitude des oscillations.

Imprécision ou non-convergence des calculs dans un délai acceptable

Si le calcul d'une formule ou d'une solution d'équation est insuffisamment précis, le résultat peut être lui-même imprécis. Il arrive aussi que l'algorithme du modèle mathématique du phénomène ne puisse fournir son résultat, par exemple parce qu'il converge trop lentement. Il peut enfin arriver que le modèle mathématique d'un processus déterministe ait un cas où le calcul de certaines évolutions est impossible, par exemple pour une propagation d'onde.

Changement de loi d'évolution suite à un changement de phase

Une évolution peut être soumise à des lois successives, par exemple lors d'un changement de phase : voir le sous-titre *Changements de phase d'un corps pur* au paragraphe *Limites d'application d'une loi d'évolution*. Le déterminisme étendu prend en compte ce problème avec ses lois d'interruption.

Voir enfin, plus bas, *La sensibilité aux conditions initiales*.

2.6.3.2.5 L'instabilité

Les fluctuations quantiques d'énergie sont dues à une instabilité intrinsèque, une *impossibilité* de définir une énergie à un instant donné à un endroit donné, car elle varie constamment et sans cause ; cette impossibilité résulte du *Principe d'incertitude de Heisenberg*, théorème démontré en Mécanique quantique.

2.6.3.2.6 La sensibilité aux conditions initiales

Il y a des lois d'évolution déterministe chaotique où une prédiction précise du changement exige une impossible connaissance de ses paramètres avec une précision infinie. Exemple : trajectoire d'un astéroïde du système solaire, soumise aux perturbations gravitationnelles de l'énorme Jupiter et des autres planètes ; Henri Poincaré l'a démontré en étudiant le *Problème des trois corps*.
Nous approfondirons ce sujet plus bas au chapitre *Chaos*, sous le titre *Sensibilité aux conditions initiales*.

2.6.3.2.7 L'exigence d'un raisonnement algorithmique

Les *Théorèmes d'incomplétude* de Kurt Gödel montrent que les réponses à certaines questions légitimes exigent un raisonnement logique à étapes multiples, qui ne peuvent résulter d'une simple synthèse d'informations.

Un tel raisonnement est décrit par un *algorithme*, suite d'étapes de calcul parcourues en tenant compte de valeurs de données au moyen de choix (dits *procéduraux*) du type :

« Si telle condition est remplie continuer à l'étape E_n, sinon continuer à l'étape E_p ».

Le résultat d'un tel parcours, donc du raisonnement, dépend des valeurs de départ et de valeurs calculées précédemment par l'algorithme : il est donc imprévisible au vu des seules données de départ.

> *Exemple d'algorithme : source [B239]*
> Le modèle économique appelé "Mésange" (graphique ci-dessous), prend en compte de nombreux mécanismes qui interagissent pour décrire ce qui se passe dans l'économie française lorsqu'on baisse les coûts salariaux, par exemple lors d'une baisse des charges des entreprises. De taille moyenne pour un modèle économique, Mésange comprend environ 500 équations.
>
> Lorsqu'un résultat nécessite un tel algorithme, il faut souvent plusieurs années de travail à des spécialistes pour en écrire le programme. Et lorsque des dizaines d'exécutions de ce programme avec des jeux de paramètres différents ne permettent pas d'en déduire des lois de comportement du résultat simples à expliquer au public, il faut s'abstenir d'invoquer le hasard dans des publications…

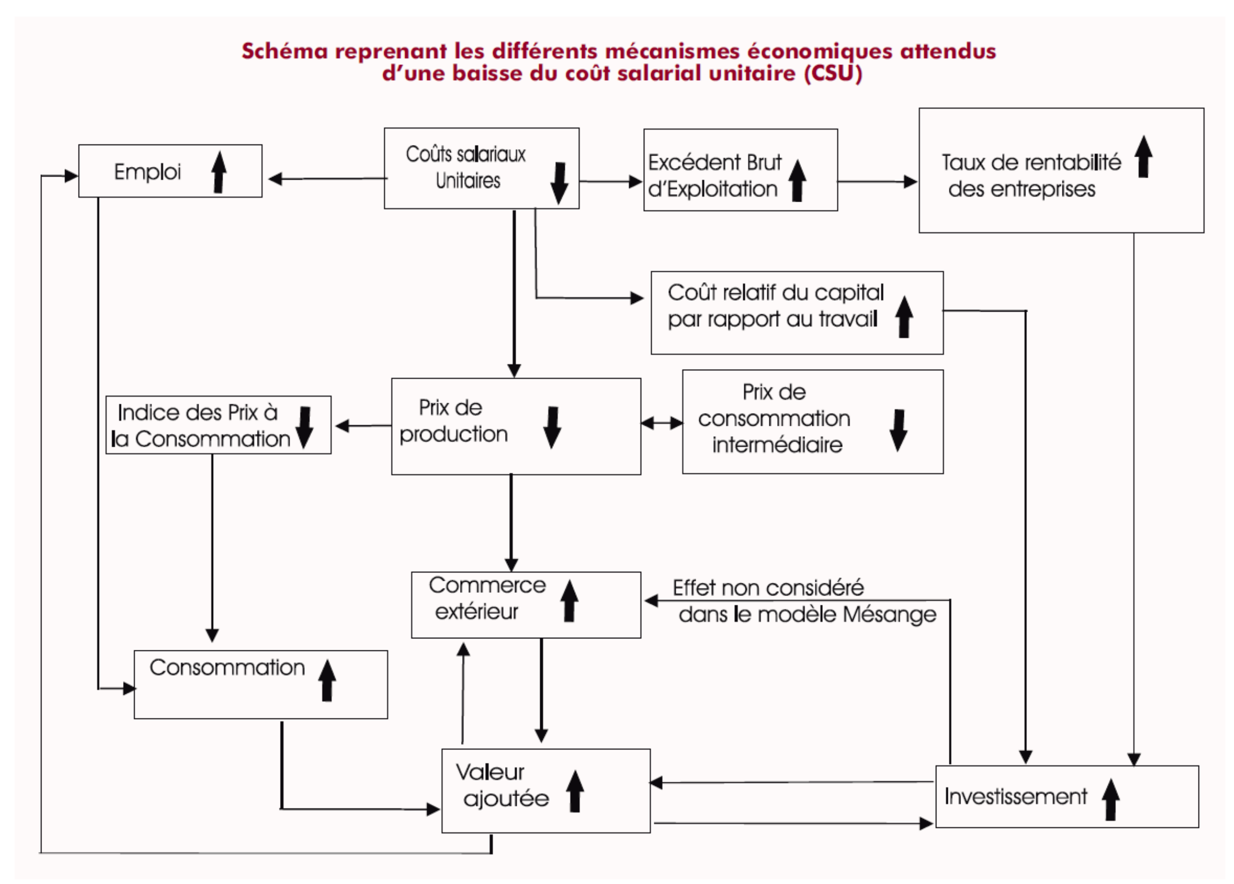


Schéma du modèle Mésange

2.6.3.2.8 Des exigences de prédictibilité impossibles à satisfaire

La curiosité fait souvent poser à l'homme des questions auxquelles la nature n'a pas de réponse. Nous avons vu plus haut l'exemple de la décomposition radioactive, où on ne peut savoir quel atome se décomposera le premier et quand. Il y a aussi le phénomène de décohérence de la physique quantique, où l'interaction d'une superposition d'états quantiques avec l'environnement macroscopique choisit une des solutions superposées de manière imprévisible. Il y a également le phénomène des fluctuations quantiques, les mouvements chaotiques des astéroïdes, etc.

Il y a des cas où *la loi d'évolution que la nature applique ne peut fournir la précision que nous voudrions*. La loi de décomposition radioactive ne s'applique pas à un atome, mais à une population où chaque atome a une certaine probabilité de se décomposer en un intervalle de temps donné : on ne peut lui faire dire quelque chose pour *un* atome.

Il y a aussi les lois de l'espace-temps de la *Relativité générale*, où l'ordre de survenance de deux événements A et B peut être différent pour deux observateurs différents : impossible de faire dire à la nature quel événement est *absolument* le premier parce qu'il n'y a pas, dans l'Univers, de temps absolu.

Il y a aussi l'intrication, où deux photons partageant une même énergie - pourtant distants de plusieurs kilomètres - cèdent cette énergie et disparaissent ensemble, au mépris de la limitation de vitesse d'une propagation de conséquence à celle de la lumière, car les deux photons formant un tout il n'y a rien à propager. Un éventuel

désir de connaître l'existence d'un des deux sans impacter l'autre ne peut être satisfait.

Il y a encore le *principe d'incertitude de Heisenberg*, etc.

Toutes ces impossibilités de savoir ce que nous voulons, ces limitations de la connaissance à ce que la nature veut bien nous dire, ne mettent pas en cause le déterminisme : chaque cause a bien sa (ou ses) lois-conséquence(s), que la nature applique toujours et sans délai, mais c'est à l'homme d'accepter de la connaître sous les formes qu'elle a, pas sous celles qu'il voudrait qu'elle ait.

Ainsi, comme nous ne pourrons jamais voir une particule de l'échelle atomique, nous devons nous contenter de la connaître par l'intermédiaire d'équations qui en décrivent les propriétés, notamment de l'équation de Schrödinger qui en décrit l'évolution dans le temps et l'espace. Nous devons renoncer à savoir, à un instant donné, la position et la vitesse de la particule, dont nous n'aurons jamais que des probabilités ou des densités de probabilité, c'est-à-dire une vision floue.

Nous devons aussi comprendre qu'une particule peut se trouver à une infinité d'endroits à la fois, un volume donné autour d'un endroit donné ayant alors une certaine probabilité de présence. Une particule peut aussi parcourir une infinité de trajectoires à la fois. Toutes ces réalités ne font intervenir aucun hasard, mais des distributions de probabilités - ce qui n'est pas la même chose.

2.6.3.2.9 Le psychisme humain

Le cerveau humain a des processus logiques prévisibles (exemple : les déductions rationnelles) et des processus imprévisibles (exemples : les pensées subconscientes, les intuitions, les associations d'idées). Les neurones de la pensée sont des objets matériels, donc toujours soumis à des lois naturelles lorsqu'ils s'excitent et agissent par interconnexion. Mais leurs processus subconscients (qui ont un rôle prépondérant) sont inaccessibles au sujet, qui ne peut donc les comprendre et encore moins en décrire les lois, malgré les progrès des recherches actuelles.

L'imprédictibilité de la pensée humaine ne vient donc pas des processus neuronaux, mais de l'impossibilité d'en connaître suffisamment le fonctionnement subconscient qui interprète en permanence les informations du cerveau (voir *Les pensées ne sont que des interprétations de l'état du cerveau*).

2.6.3.2.10 Les trois types d'imprédictibilité : logique, théorique et pratique

Source : [B8-4] pages 36 et suivantes

On peut ranger les types précédents d'imprédictibilité d'une évolution dans trois catégories, pour en faire la synthèse.

Imprédictibilité logique

Est logiquement imprédictible une évolution qui contredit la logique. Exemples :

- Un objet ne peut se déplacer, à un instant donné, à la fois plus vite et moins vite que 10m/s.

- Les évolutions qui ne peuvent être décrites que par un algorithme à étapes multiples, comme celles des systèmes dynamiques itératifs, ne peuvent logiquement être prédites au départ (voir le chapitre *Chaos*).
- Les ressentis humains (les affects) mettant en œuvre des processus subconscients inaccessibles, leur prédiction est soit impossible soit très imprécise.

Imprédictibilité théorique
Est théoriquement imprédictible une évolution qui contredit une loi de la nature. Exemples :

- Déplacement d'un corps pesant ou d'une onde électromagnétique plus rapide que la vitesse de la lumière, *c*.
- Evolution comme celles de la Mécanique quantique, dont la description exacte est impossible (où est *exactement* ma particule ?) parce qu'elle relève d'une description stochastique ; même problème pour l'évolution à long terme d'un système dynamique chaotique.
- Evolution instable, comme la survenance de fluctuations quantiques, qui ne sont régies que par des lois d'interruption comme le principe d'incertitude de Heisenberg.

Les imprédictibilités dues à la Mécanique quantique ne rendent pas caduc le postulat de déterminisme, elles obligent à l'étendre en adoptant le *déterminisme statistique*.

Imprédictibilité pratique
Est pratiquement imprédictible une évolution dont la prédiction demande des moyens indisponibles ou non justifiés par la valeur du résultat désiré. Exemples :

- Prévoir sur quel nombre un dé lancé va retomber. Si on mesurait au départ sa position et sa vitesse (linéaire et de rotation) par des capteurs optiques ou autres, puis qu'on faisait le calcul très vite en prenant en compte les éventuels rebonds, on pourrait théoriquement prévoir le résultat, mais est-ce rentable ?
- La complexité d'une évolution pose souvent des problèmes pratiques de prédiction. C'est aussi le cas de l'ignorance et de la sensibilité aux conditions initiales. Ces problèmes prennent parfois la forme d'un horizon de prédictibilité.

2.6.4 Les trois définitions du hasard

Il y a trois définitions rationnelles du hasard, hélas toutes négatives car de la forme « Est au hasard un phénomène qui n'est pas… ».

2.6.4.1 Définition de René Thom

Le mathématicien René Thom, médaille Fields 1958, a défini le hasard dans [B21] comme suit :

> *"Je voudrais dire d'emblée que cette fascination de l'aléatoire témoigne d'une attitude antiscientifique par excellence. De plus, dans une large mesure, elle procède d'un certain confusionnisme mental, excusable chez les auteurs à formation littéraire, mais difficilement pardonnable chez des savants en principe rompus aux rigueurs de la rationalité scientifique.*

Qu'est-ce en effet que l'aléatoire ? On ne peut en donner une définition que purement négative : est aléatoire un processus qui ne peut être simulé par aucun mécanisme, ni décrit par aucun formalisme. Affirmer que « le hasard existe », c'est donc prendre cette position ontologique qui consiste à affirmer qu'il y a des phénomènes naturels que nous ne pourrons jamais décrire, donc jamais comprendre. C'est renouveler le célèbre ignorabimus de Du Bois-Reymond… [B238]

Le monde est-il astreint à un déterminisme rigoureux, ou y a-t-il un « hasard » irréductible à toute description ? Ainsi posé, évidemment, le problème est de nature métaphysique et seule une option également métaphysique est en mesure de le trancher. En tant que philosophe, le savant peut laisser la question ouverte ; mais en tant que savant, c'est pour lui une obligation de principe - sous peine de contradiction interne - d'adopter une position optimiste et de postuler que rien, dans la nature, n'est inconnaissable a priori."

René Thom décrit donc l'effet du hasard comme une impossibilité de description en un langage axiomatique (par exemple un langage de programmation) due à une impossibilité de comprendre et prévoir. Cette description correspond bien à la raison le plus souvent responsable de l'affirmation « C'est dû au hasard » : l'ignorance non assumée.

L'irrégularité n'est pas un critère suffisant de hasard

René Thom qualifie donc d'aléatoire tout processus (phénomène observé, nombre ou suite d'éléments) non modélisable par un algorithme de calcul. Selon cette définition, la suite des décimales d'un nombre irrationnel comme $\sqrt{2}$ que l'on sait générer par algorithme n'est pas aléatoire, bien qu'elle n'ait aucune régularité connue ; l'irrégularité n'est donc pas un critère suffisant de hasard. A ce sujet, voir la définition des *nombres normaux* de Borel au paragraphe *Nombre aléatoire, nombre normal*.

Nous considérons comme aléatoires (soumis à un hasard imprévisible) les tirages du jeu de loto générés par une machine qui agite des boules. René Thom considérerait-il une telle machine comme un mécanisme, donc ses tirages comme non aléatoires ? Leur caractère aléatoire vient de la complexité de ses processus, où chaque boule subit de nombreux chocs, trop nombreux pour que l'on puisse prédire si elle sortira ou non ; ce caractère aléatoire résulte donc de l'imprévisibilité par complexité, sujet que nous avons abordé précédemment ; ce n'est pas un hasard *démontré*.

2.6.4.2 Définition par rencontre de chaînes de causalité indépendantes - Hasard par ignorance

Deux chaînes de causalité (déterministes par définition) issues d'origines indépendantes peuvent se rencontrer, créant alors une situation nouvelle qui n'était prévisible dans le déroulement d'aucune des deux chaînes prise séparément.

Exemple : un jour de tempête, une tuile tombe d'un toit au moment précis où un homme passait par là, et elle le blesse. Si on considère la chaîne de causalité tempête-tuile indépendante de celle de l'homme (hypothèse non évidente, car toutes deux issues du même phénomène initial du Big Bang), leur rencontre est imprévisible.

Une personne qui n'avait pas prévu cette rencontre peut l'attribuer à tort au hasard. Mais une définition plus complète des circonstances, prenant en compte l'ensemble des deux phénomènes, élimine le hasard : à l'origine, toutes les conditions étaient réunies pour que la tuile blesse l'homme. L'étonnement ou la rareté d'un phénomène ne justifient pas qu'on attribue au hasard le résultat global de processus qui respectent les lois déterministes de la nature.

Les seuls domaines naturels où on trouve une évolution produisant un semblant de hasard sont la Mécanique quantique et les phénomènes chaotiques ; tous deux sont déterministes et relèvent de la prédictibilité stochastique du déterminisme statistique.

L'exemple ci-dessus montre qu'une prévision basée sur le déterminisme doit prendre en compte *tous* les paramètres susceptibles d'intervenir dans l'évolution à prévoir, ce qui est souvent impossible. Refuser sciemment de prendre en compte la situation d'ensemble, c'est accepter l'ignorance et le risque de prédictions fausses.

2.6.4.3 Définition par la quantité d'information

On peut aussi définir comme aléatoire *un nombre dont l'écriture est plus concise (en nombre de signes ou de bits, par exemple) que le texte de tout algorithme capable de le générer* ; un tel nombre a donc une écriture incompressible par algorithme. En admettant qu'il est absurde d'écrire en un langage informatique un algorithme plus long que le nombre que son exécution générerait, il n'existe pas d'algorithme intéressant capable de générer un nombre aléatoire, ce qui justifie la définition de René Thom.

Le problème de cette définition est d'ordre pratique : étant donné un nombre et un algorithme qui le génère, comment être certain que cet algorithme est le plus concis ? C'est impossible ! La définition ci-dessus n'a donc qu'un intérêt théorique.

> Pour un système dont on décrit l'organisation au niveau microscopique, cette définition correspond, en thermodynamique, à une entropie élevée : il y a beaucoup d'informations ignorées sur sa structure, celle-ci est désorganisée, elle est « au hasard ».

Conclusion sur ces trois définitions du hasard :

***Le hasard qui régit une structure ou une évolution ne peut être défini que de manière négative*.**

Le caractère imprévisible qu'implique le hasard ne peut être défini que par une impossibilité de déduction ou de génération algorithmique.

2.6.5 Conclusion : il n'y a pas de hasard, tout ce qui arrive ***devait*** arriver

2.6.5.1 Principe de fatalisme

Donc, puisque toutes les attributions au hasard que l'on constate sont dues à l'ignorance, il est bon de préciser la position de Kant à la page 286 de la *Critique* :

> "Tout ce qui arrive est hypothétiquement nécessaire [nécessaire par définition] : c'est là un principe fondamental qui soumet dans le monde le changement à une loi, c'est-à-dire à une règle s'appliquant à l'existence nécessaire…"

Traduction : les évolutions naturelles suivent un *Principe de fatalisme* :

Tout ce qui arrive devait arriver.

Démonstration
En vertu du *Principe de raison suffisante (en abrégé : principe de raison)*, toute situation constatée résulte d'une cause (situation entraînant une évolution) qui a elle-même certainement existé et qui, à son tour, résultait d'une cause, etc. jusqu'au commencement du monde : on parle de *chaîne de causalité* de la situation constatée. Puisque tous les éléments de cette chaîne ont nécessairement existé, chacun comme conséquence du précédent et le premier comme conséquence du Big Bang, on peut parcourir toute la chaîne de causalité dans son sens normal des causes aux conséquences (du passé vers le présent) pour aboutir à la situation constatée ; celle-ci devait donc nécessairement survenir. Et toutes les évolutions ont été soumises à des *lois de la nature*, elles-mêmes soumises à la *règle de stabilité*.

> On peut aussi raisonner en se représentant l'évolution d'un système (la suite de ses états, chacun représenté par toutes les variables qui le décrivent) comme une fonction du temps qui a un domaine d'application commençant à l'origine du monde, le Big Bang ; la continuité de cette évolution (due au caractère ininterrompu de sa cause : voir *Continuité dans le temps des évolutions naturelles*) garantit l'existence et l'unicité de son état actuel. Bien entendu, cette continuité ne détermine nullement l'allure de la fonction d'évolution d'une variable particulière, qui peut par exemple être une oscillation amortie.

Remarque sur les choix imprévisibles de la nature ou de l'homme
A la fin d'une évolution déterministe régie par l'équation (continue et déterministe) de Schrödinger, le système peut être dans un état particulier appelé « superposition quantique ». Abandonné à lui-même, sans action humaine, il subira (en général au bout d'un temps très court) une interaction avec son environnement, par exemple un échange de température ou l'intervention d'un dispositif de mesure. De telles interactions « choisissent » un état final visible et stable à l'échelle macroscopique parmi les états superposés, et suppriment les autres états ; elles sont impossibles à décrire avec précision, donc à prédire quantitativement ; elles ne sont pas déterministes. Donc si, à la fin de l'évolution déterministe du système, on considère le choix final comme faisant partie de ce système et de l'expérience, on ne peut plus s'attendre à ce que l'évolution soit déterministe puisqu'elle est perturbée de manière impossible à préciser. *L'évolution déterministe prend donc fin avant le choix final*.

Plus généralement, on ne doit pas chercher le caractère déterministe d'un phénomène impossible à décrire comme une pensée humaine, dans laquelle interviennent des processus inconscients. Comme nul ne connaît ces processus, on ne peut chercher à en prévoir le déroulement et à en prédire le résultat ; on ne peut donc parler de déterminisme à leur sujet, bien que les processus cognitifs soient tous des interprétations par le cerveau de l'état de ses neurones (voir *Conscience et conscience de soi*), donc des phénomènes matériels déterministes : Kant avait déjà remarqué ce paradoxe.

2.6.5.1.1 Conséquence : la causalité déterministe est aussi "*présent vers passé*"

Postuler le déterminisme n'implique pas seulement postuler l'avenir (prévisible et parfois même prédictible), c'est aussi admettre l'existence d'une chaîne de causalité d'événements et d'évolutions depuis le Big Bang jusqu'au présent.

Dans sa fonction de description du présent permettant sa compréhension en tant que conséquence du passé et de lois d'évolution, le déterminisme explique aussi *pourquoi* le présent est ce qu'il est. Et cette explication fait appel aux lois physiques d'évolution formulées par l'homme (voir *Le rationalisme critique de Karl Popper*) pas à une finalité ou une volonté divines, ou une quelconque transcendance.

La causalité impliquée par le déterminisme n'est donc pas à sens unique présent → futur, elle est aussi dans le sens présent → passé (possible en pensée sans contingence ni imprécision).

Cette possibilité de remonter le temps en pensée n'est pas une simple certitude philosophique, elle résulte aussi de la *Conservation de l'information d'un système matériel fermé* et de la symétrie temporelle (réversibilité théorique) des lois d'évolution.

Cette conservation de l'information peut être décrite comme le fait qu'à tout instant, pour tout système conservatif, la nature conserve la mémoire des évolutions qui y ont conduit : à tout moment, au cours ou à la fin d'une évolution selon une loi connue, on peut en pensée remonter le cours des événements jusqu'au début de l'application de la loi, car celle-ci est symétrique par rapport au temps.

2.6.5.2 La nature est parfaitement déterministe

Selon le phénomène, la nature inanimée est régie soit par le *déterminisme scientifique*, soit par les extensions du *déterminisme statistique,* soit par les extensions du *déterminisme étendu*. Répétons-le, elle ne fait jamais n'importe quoi. Cette affirmation est confirmée :

- Par le mathématicien-philosophe des sciences Husserl dans [B141] page 226 :

  « Ce monde n'est pas le même pour l'homme ordinaire et pour l'homme de science ; pour le premier il est un ensemble d'une ordonnance simplement approximative, parsemé de mille hasards ; pour le second il est la nature, entièrement régie par des lois d'une rigueur absolue. »

- Par le mathématicien René Thom dans *Définition de René Thom*.

<u>Résumé des autres conclusions sur le déterminisme des évolutions naturelles</u>

- L'indétermination et le déterminisme statistique affectent *la prédictibilité* des conséquences, pas les conséquences (lois d'évolution ou situations) elles-mêmes ; la prédictibilité est un besoin humain ignoré par la nature.
- Le déterminisme statistique de la décohérence est un choix par la nature d'un élément dans un ensemble prédéfini de *valeurs propres de l'opérateur associé à une grandeur mesurable*, ensemble où chaque valeur a une probabilité prédéfinie. *Ce choix ne se produit que dans un seul type d'évolution naturelle, la décohérence, phénomène de physique quantique*.

Dans le déterminisme statistique des évolutions où une variable d'état (comme la position) est continue, une évolution produit une infinité de valeurs en superposition.

- Une évolution ne viole jamais une loi de la nature ; elle ne viole jamais, notamment, la thermodynamique, la conservation de la matière-énergie ou de la charge électrique.
- Ne pas confondre *hasard* (valeur choisie sans contrainte), *imprécision* (refus de précision) et *incertitude quantique* (instabilité, non-définition).
- Il faut séparer déterminisme et prédictibilité, le premier n'entraînant pas toujours la seconde.

Il y a des lois d'évolution parfaitement déterministes (échappant à tout hasard), à résultat calculable à tout instant t postérieur à un instant initial t_0, qui pourtant interdisent en pratique la prédiction de ce résultat à cause d'une sensibilité énorme, non bornée, aux conditions initiales. Dans ce cas d'imprécision on parle de *chaos déterministe*.

2.6.5.3 La contingence des situations du passé, appréciation spéculative

La propriété de contingence n'existe que dans les spéculations philosophiques

Par définition, une chose est contingente lorsqu'elle est susceptible d'être ou de ne pas être. Sa réalité (son existence ou inexistence) ne résulte, alors, ni d'un raisonnement ni d'une nécessité ou impossibilité physique ; elle ne peut résulter que d'une cause échappant aux lois naturelles, cause qui n'existe donc que dans l'esprit humain dont l'inconscient est imprévisible car non-déterministe.

Une situation physique que je constate en ce moment ne peut être contingente, puisque je la constate, cela violerait les principes d'identité et de fatalisme.

Ceux qui ont voulu déduire l'existence de Dieu de la contingence du Monde (qui existe mais aurait pu, selon eux, ne pas exister) raisonnent faux : quels que soient les pouvoirs et qualités prêtés à Dieu, Son existence ne peut se déduire ni d'une contingence du Monde ni de Sa description.

Contingence des chaînes de causalité

La chaîne de causalité ayant abouti à une situation actuelle constatée S relie un nombre arbitraire de situations successives S_n. *Aucune de ces situations S_n n'est contingente*. La notion de contingence a été définie pour permettre des spéculations, elle ne s'applique à aucune situation et aucun événement naturel, régis seulement par la causalité physique – qui est inévitable. Et cette causalité nécessaire satisfait elle-même le *Principe de non-contradiction*.

Les causes de la situation constatée ont pu être contingentes dans le passé si et seulement si la première d'entre elles l'était ; or toutes les causes du monde remontant au Big Bang, la contingence de chacune est celle de ce Big Bang, théorie admise par les scientifiques sur laquelle nous n'avons et n'aurons jamais de certitude absolue. Et puisque les lois d'évolution sont nécessaires, les conséquences de la situation constatée ne seront jamais contingentes dans l'avenir.

De la contingence à la probabilité
Depuis longtemps déjà, avant même qu'on parle de Mécanique quantique au XXe siècle, les hommes ont dû compléter le concept philosophique de *contingence* par celui de *probabilité*.

Les hommes se sont aperçus que le concept de contingence ne suffisait pas pour bien rendre compte de certaines situations, dont une description plus fidèle nécessitait une probabilité d'existence.

> Exemple : si je lance un dé, le fait de sortir un 3 est contingent, cela peut arriver ou non. Mais si je dis que la probabilité de sortir un 3 est d'une chance sur six, je prédis le résultat du jet de dé avec plus de précision ; si une éventuelle prédiction juste me permettrait de gagner 6€, je dois miser moins de 1€.

La Mécanique quantique utilise beaucoup les descriptions probabilistes. Elle montre, par exemple, qu'on ne peut pas parler de position d'un électron à un instant donné, mais de *probabilité de position de cet électron à cet instant-là dans un espace de dimension donnée autour d'un point précis*. Si nous n'avions que la contingence (« ou l'électron est en ce point, ou il n'y est pas ») la description de la réalité serait si pauvre qu'elle serait inutilisable. *Le concept de position précise d'une particule n'a pas cours en Mécanique quantique, sinon en tant qu'approximation grossière*.

L'évolution d'un système est calculée, en Mécanique quantique, à l'aide de lois physiques parfaitement déterministes (au sens scientifique traditionnel) en utilisant un formalisme appelé « hamiltonien » parce qu'il est basé sur l'énergie totale de la particule. Lorsqu'on applique ces lois déterministes, le résultat d'évolution est également parfaitement reproductible : une situation (état du système) donnée produit toujours le même *ensemble* de comportements, décrits par un même *ensemble* de résultats – ensembles qui ont en général *plusieurs* éléments, voire une infinité.

> Exemple : dans une molécule d'ammoniac NH_3 les 4 atomes sont reliés par des forces électriques, les liaisons chimiques ; celles-ci imposent une structure où l'atome d'azote N est à une certaine distance du plan des 3 atomes d'hydrogène H, et à égale distance de chacun. Les calculs de Mécanique quantique montrent qu'il y a 2 positions possibles de l'atome d'azote, de part et d'autre du plan des atomes d'hydrogène, *positions qui sont équiprobables lors de la synthèse et existent en même temps*, comme si l'atome d'azote oscillait entre elles : on dit que l'état de la molécule est une *superposition de deux états cohérents*.

L'ensemble des résultats d'évolution d'un système à partir d'un état initial ne décrit pas un mouvement précis comme en mécanique classique, c'est-à-dire une trajectoire définissant des positions successives précises à des instants précis. Il décrit seulement, à chaque instant, des probabilités de présence et de vitesse de la particule au voisinage de divers points de l'espace : la notion de trajectoire précise n'a plus cours, comme dans la physique classique régie par le déterminisme scientifique. Elle est remplacée par une région de l'espace dont, à un instant précis, chaque point est associé à une densité de probabilité de présence. A chaque instant, la position de la particule apparaît floue, elle est entachée d'imprécision ainsi que sa vitesse.

L'introduction de la notion de probabilité, mesurable par un nombre réel positif entre 0 et 1, est un progrès apporté par la démarche scientifique par rapport à la notion de contingence des philosophes et au choix trop manichéen limité à "vrai" ou "faux".

Complément important sur le hasard : voir *Théorème central limite*.

2.6.5.4 Extension du déterminisme aux résultats stochastiques

Nous devons donc, pour bien représenter la réalité physique, compléter le déterminisme scientifique par la possibilité qu'une situation de départ produise, pendant et après une évolution, de multiples résultats, chacun accompagné d'une probabilité, c'est-à-dire des résultats relevant d'une distribution stochastique.

La Mécanique quantique prédit qu'une situation de départ peut, à l'arrivée, donner un ensemble de 1, 2, 3… ou même une infinité de résultats.

> On peut aussi dire qu'elle prédit un ensemble d'évolutions simultanées possibles, chacune donnant un résultat unique.

Après un état initial précis, la position d'un corpuscule à un instant donné est floue (autour d'un point de probabilité maximum) et sa vitesse est distribuée selon une loi de probabilités autour d'une vitesse moyenne.

L'interprétation probabiliste de la position d'un corpuscule mobile à un instant donné ne doit donc pas être « il est à une position précise que nous ne pouvons connaître qu'assortie de sa probabilité ». Elle doit être « il est *à la fois* à toutes les positions d'un ensemble prédéterminé, chacune affectée d'une probabilité » : on parle de positions *superposées*. Notre conception habituelle d'une présence en un seul point à un instant donné doit donc être étendue, pour la physique à l'échelle atomique, à une présence simultanée en un ensemble de points où la probabilité *totale* est 1. Une photographie théorique à temps de pose nul d'un corpuscule mobile serait donc floue.

Dire que « chaque point de l'espace a une densité de probabilité de présence de la particule » est conforme à la vérité ; c'est une représentation utile pour des phénomènes comme *l'effet tunnel* (voir ce paragraphe dans *Hasard, imprécision et indétermination en Mécanique quantique*).

En outre, la nature interdit de concevoir la dimension ou la position d'une particule pesante en mouvement avec une précision meilleure que sa longueur d'onde de Compton λ_c ; pour un proton, par exemple, l'imprécision minimum λ_c est de l'ordre de son diamètre : 10^{-15} m.

Résultats d'une mesure de variable en physique quantique

Dans une expérience de physique atomique nous mesurons une variable (appelée *observable*) dont la valeur est valeur propre d'un *opérateur mathématique associé à cette observable*. Nous pouvons en trouver une ou plusieurs, la Mécanique quantique précisant leur nombre exact lorsqu'il n'y en a pas une infinité. Et si nous répétons la même expérience un très grand nombre de fois en mesurant chaque fois la même observable, nous constatons que chacun des résultats prévus par la théorie (chaque valeur propre) apparaît un pourcentage prévu de fois ; selon l'expérience,

les divers résultats possibles sont parfois équiprobables et parfois associés à des probabilités différentes ; ils sont distribués selon une loi stochastique.

2.6.5.5 Définition du déterminisme statistique

Le déterminisme *scientifique* de Newton et Maxwell ne pouvant régir toutes les évolutions physiques, notamment celles de l'échelle atomique et des systèmes dynamiques (chaotiques), nous en avons défini une extension : le déterminisme *statistique*. C'est une doctrine selon laquelle l'évolution dans le temps d'une situation sous l'effet des lois de la nature est régie par le postulat de causalité et la règle de stabilité (voir *Philosophie de la causalité*) ; l'application de ces lois peut donner des résultats à distribution stochastique.

2.6.5.5.1 Prédictions de résultats du déterminisme statistique

Voir *Les 6 postulats de la Mécanique quantique*.
Le déterminisme statistique complète le déterminisme scientifique à l'échelle atomique, en prédisant la distribution des résultats de mesures éventuelles et l'évolution dans le temps et l'espace des valeurs des variables d'état d'un système.

A la fin d'une expérience, lorsque l'évolution du système testé est terminée, l'obtention du résultat a_n relève d'une projection normée de la fonction d'onde sur le sous-espace associé à la valeur a_n. Cette projection est un simple calcul, elle ne fait pas partie du phénomène d'évolution, elle ne l'impacte nullement.

Selon les postulats 3 et 4 de la Mécanique quantique, la mesure d'une grandeur physique ne peut donner comme résultat qu'une des valeurs propres de son observable.

- Si le nombre de ces valeurs propres est fini (cas des variables discrètes), chacune est affectée d'une probabilité de "sortir dans cette expérience" définie par le postulat 4 (spectre discret).
- Si le nombre de ces valeurs propres est infini (variables continues), chacune est affectée d'une densité de probabilité *p* définie par le postulat 4 (spectre continu) ; dans chaque volume *dV* autour d'une valeur propre, la probabilité que le résultat soit dans ce volume est le produit *p.dV*.

<u>Stabilité du déterminisme statistique</u>

Comme le déterminisme scientifique qu'il complète, le déterminisme statistique respecte la règle de stabilité : pour une expérience donnée, *l'ensemble* des résultats possibles est toujours le même.

2.6.5.6 Différence entre déterminisme statistique et hasard pur

Lorsque les résultats mesurés de l'évolution des variables d'état d'un système sont distribués selon une loi statistique de probabilités dont les paramètres sont prévus par la Mécanique quantique pour l'expérience considérée, *ils ne relèvent pas du hasard*. Ces résultats (valeurs possibles de chaque variable d'état) appartiennent à un ensemble prévu par la Mécanique quantique, chacun affecté d'une probabilité : aucune valeur n'est quelconque.

Plus précisément, cet ensemble est le *spectre des valeurs propres du dispositif de mesure :* le "hasard" naturel est alors limité au choix d'une des valeurs du spectre, valeurs toutes connues avec précision avant chaque choix. Parfois un ensemble de

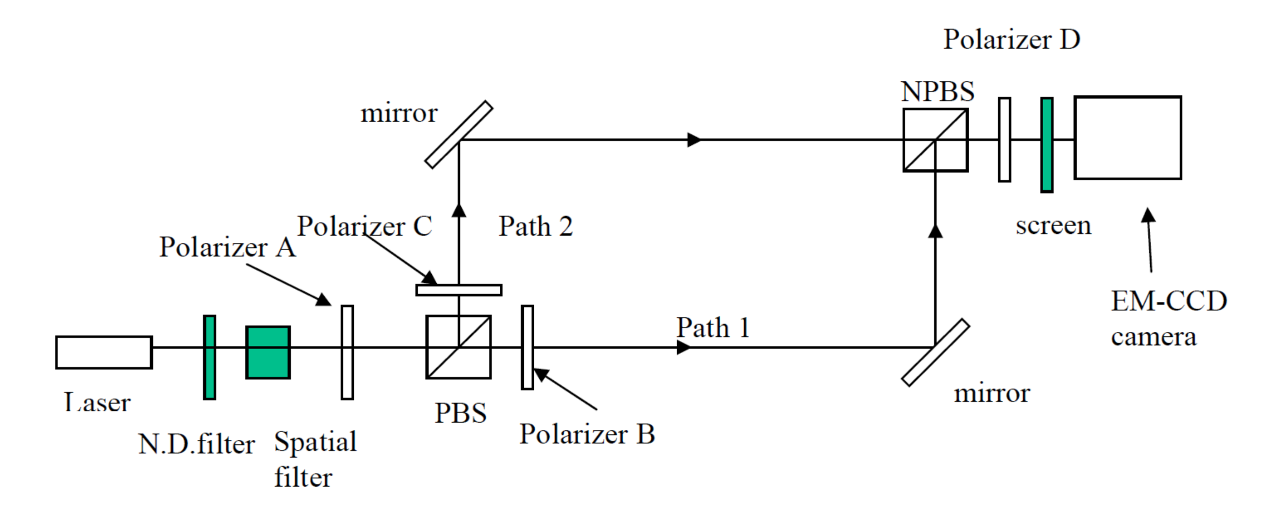
résultats ne comprend que des nombres entiers, parfois c'est un ensemble de nombres réels...

2.6.5.6.1 Exemple d'interférences de photons avec eux-mêmes

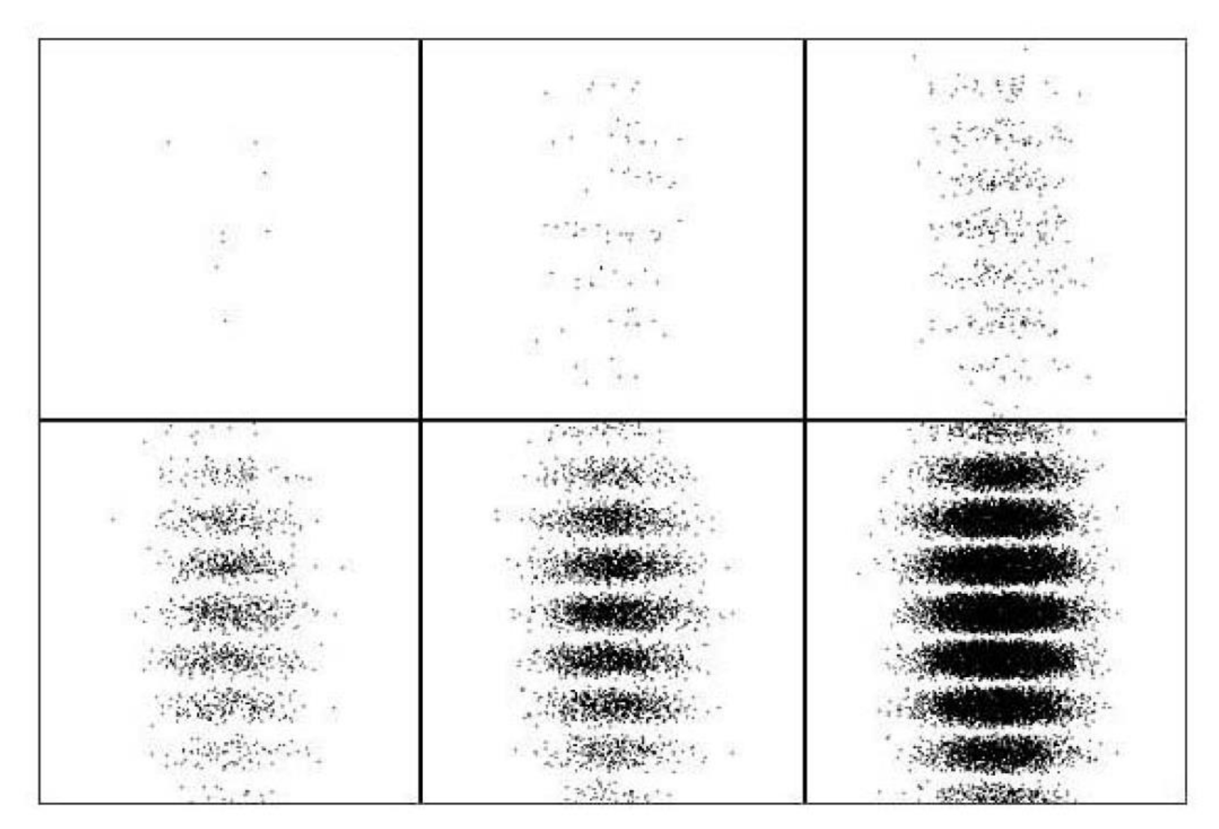
L'expérience (voir [B51-1] et schéma ci-dessous) illustre l'interférence de photons avec eux-mêmes, qui ne peut s'expliquer que si chaque photon a un comportement ondulatoire en empruntant deux chemins à la fois. Chaque position de point sur l'écran d'arrivée est un résultat prédit par la Mécanique quantique avec une certaine probabilité d'occurrence.

Si le nombre de photons devient très grand en poursuivant l'expérience assez longtemps, l'image globale formée par les impacts donne bien des franges d'interférences, comme le prédit la théorie ondulatoire de la lumière (voir schéma ci-dessous) : *chaque photon est passé par les deux chemins à la fois*, les deux parties de son onde ajoutant ou soustrayant leurs amplitudes en tenant compte des différences de phase, ce qui produit des franges d'interférence.

Dans cette expérience, un photon peut donc interférer avec lui-même lorsqu'on le laisse parcourir à la fois les deux chemins possibles. Mais si on intercale le polariseur D pour ne retenir qu'un seul des chemins (par exemple le n° 1 où les photons ont tous une polarisation horizontale) les franges d'interférences disparaissent.



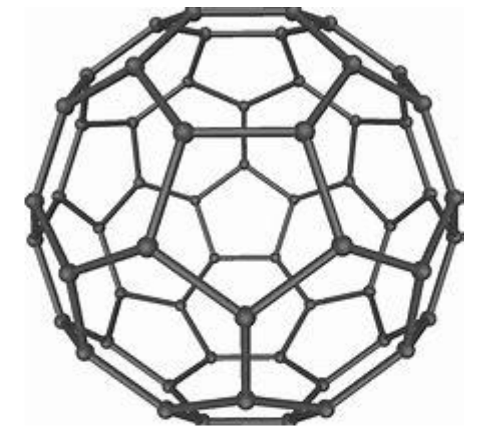
Expérience d'interférences d'un photon unique avec lui-même :
sur l'écran ("screen") apparaissent des franges d'interférences
(© University of Rochester Institute of Optics - Dr. Svetlana G. Lukishova)



Images d'interférences successives par impacts de photons isolés de l'expérience ci-dessus (University of Rochester Institute of Optics - Dr. Svetlana G. Lukishova)

Exemple d'interférence de grosses molécules avec elles-mêmes

L'expérience *Quantum interference experiments with large molecules* citée par [B51-3] montre qu'on peut même mettre en évidence le comportement ondulatoire de molécules de fullerène C_{60} d'un diamètre de l'ordre de 1 nm (10^{-9} m, 4 fois le diamètre d'un atome de fer) en réalisant des interférences de chaque molécule avec elle-même.



Molécule C_{60} (© Creative Commons Microsoft Bing)

2.7 Déterminisme statistique

Nous poursuivons ci-dessous la présentation du déterminisme statistique, dont la nécessité est apparue aux paragraphes :

- *Nécessité d'un autre déterminisme, adapté aux décompositions ;*
- *Extension du déterminisme aux résultats stochastiques*.

Nous avons vu un cas de déterminisme où la nature produit un ensemble de solutions dont les éléments sont prédéterminés : le rythme et le contenu de diverses décompositions radioactives sont connus, mais leurs dates-heures et leur ordre d'occurrence sont indéterminés.

Ce cas et d'autres (notamment dans les évolutions décrites au paragraphe *Chaos*) ne permettent, pour certains résultats, que des prévisions statistiques.

L'existence de transformations physiques à résultats statistiques nous conduit à admettre *une forme statistique du déterminisme*. La présence de distributions statistiques de valeurs dans une transformation (la radioactivité) doit être interprétée comme l'impossibilité de prédire un résultat unique, un refus de la nature d'évoluer vers un seul état ; elle ne doit pas être interprétée comme le fait que la nature « fait n'importe quoi », car l'ensemble des résultats d'une transformation et la probabilité de chaque résultat de l'ensemble sont prédictibles :

- Chaque atome d'un élément se décompose de la même façon, en un ensemble d'atomes d'éléments et de photons toujours les mêmes ; seul est inconnu l'instant de sa décomposition.
- Les décompositions respectent une loi globale : le temps nécessaire pour qu'une certaine proportion de l'échantillon se décompose est connu et prédictible.

Il faut donc admettre que, dans le cas des décompositions radioactives, le déterminisme de la nature conduit à des résultats respectant une loi globale statistique, et non une loi prédisant l'évolution de chaque atome. La nature refuse alors, dans sa loi de transformation, de distinguer dans le temps les atomes individuels comme notre esprit le fait ; elle fait évoluer simultanément toute la population d'atomes d'un échantillon en ne respectant qu'une loi qualitative de produits de décomposition et une loi quantitative de proportion par unité de temps.

Tout se passe comme si la décomposition radioactive spontanée d'un échantillon produisait autant de solutions « date-heure à laquelle un atome donné se décompose » que l'échantillon compte d'atomes, solutions distribuées selon une loi globale connue et stable de proportion par unité de temps.

Admettre les vérités mathématiques même contraires à notre intuition

La forme statistique du déterminisme contrarie notre intuition : nous n'avons pas l'habitude d'imaginer qu'une évolution puisse se produire de plusieurs manières à la fois, même si (comme nous le verrons) la Mécanique quantique nous permet de les prévoir toutes, chacune avec sa probabilité.

> Einstein lui-même s'est opposé à une interprétation statistique de la Mécanique quantique jusqu'à sa mort, en 1955 : il disait « Dieu ne joue pas aux dés avec l'Univers ! ».
>
> Il n'a donc pas su qu'en 1964 John Bell a démontré qu'une mesure indépendante de deux variables liées par la condition d'inégalité du principe d'incertitude de Heisenberg est physiquement impossible.

Par exemple, la relation « constituent un même objet par intrication (corrélation) entre deux particules générées ensemble à partir d'une même quantité d'énergie avec des valeurs opposées d'une certaine variable d'état et décrites par une même fonction d'onde » est vraie quelle que soit leur distance.

C'est ainsi qu'on a vérifié que deux photons corrélés constituent une même particule globale, même s'ils sont distants de 144 km : si on en détruit un en l'observant, l'autre disparaît instantanément, sans attendre que l'information de la destruction passe du premier au second à la vitesse de la lumière ; les deux « partagent » une même énergie en même temps qu'une même fonction d'onde, on ne peut en absorber seulement une partie.

Nous verrons au paragraphe *Une distribution statistique de résultats n'est pas due au hasard* qu'une molécule d'ammoniac NH_3 peut exister de plusieurs manières simultanément (constituant un ensemble prédictible d'états cohérents en superposition) ; la mesure macroscopique d'une variable du système choisit une seule des manières (un seul élément de l'ensemble) de façon imprévisible parce qu'elle perturbe brutalement leur superposition. Mais la Mécanique quantique montre qu'une particule allant d'un point A à un point B parcourt une infinité de trajectoires à la fois, chacune avec une densité de probabilité prédictible et l'ensemble avec une probabilité totale de 1.

Conclusion
Quand la nature nous impose un ensemble de solutions d'évolution multiples, chacune avec sa probabilité prédictible, ce n'est pas le déterminisme qui est en cause et qu'il faut rejeter ; il faut accepter l'idée d'un résultat multiple dont la distribution statistique est prédictible, résultat qui n'est pas n'importe quoi.

C'est ainsi qu'un lancer de dé a un résultat régi par le déterminisme statistique : il a 6 valeurs possibles, chacune avec une probabilité de 1/6.

Mais si on mesure à la volée, avec soin, les paramètres du lancer du dé et qu'on calcule sur quelle face il retombera, résultat prédit avec certitude, le déterminisme s'applique encore, mais c'est une autre variété de déterminisme, le déterminisme scientifique.

La nature ne sait pas de quelles informations l'homme dispose pour décider quel déterminisme s'applique : elle effectue ses évolutions indépendamment des raisonnements humains. Mais, selon les informations dont il dispose, l'homme raisonnera différemment.

Avant de décrire la Mécanique quantique et son équation fondamentale de Schrödinger, nous allons rappeler quelques notions de statistique et de physique.

2.7.1 Rappels sur les statistiques

2.7.1.1 Distribution de probabilités

Considérons un lancer de dé à 6 faces numérotées de 1 à 6.
La probabilité que le dé produise un 5 est de 1 chance sur 6, d'où les définitions :

- La probabilité d'un événement (ici obtenir un nombre donné) est le rapport du nombre de cas favorables au nombre de cas possibles :

- il y a 1 chance sur 6 de produire un 5 : 1 cas favorable sur 6 cas possibles ;
- la fréquence à laquelle sortira un 5 lors d'un grand nombre de lancers est 1/6 : la probabilité de sortir un 5 est 1/6.

- Les diverses probabilités possibles (1/6 de produire un 1 ; 1/6 de produire un 2, etc.) forment une *distribution de probabilités*.
  - Dans le cas d'un dé, la distribution comprend 6 probabilités égales, dont la somme 1 correspond à la certitude : l'une d'elles se réalise sûrement.
  - Dans le cas d'une variable *continue x* dont chaque valeur a une probabilité *p(x)dx* d'être trouvée dans un intervalle de largeur *dx* centré sur *x*, c'est-à-dire

$$x-\frac{dx}{2}\leq x\leq x+\frac{dx}{2}$$

  p(x) s'appelle la *fréquence* de la variable *x*, fréquence qui est une *densité de probabilité* (probabilité dans un intervalle de largeur dx=1)

2.7.1.1.1 Probabilités de variables discrètes et de variables continues

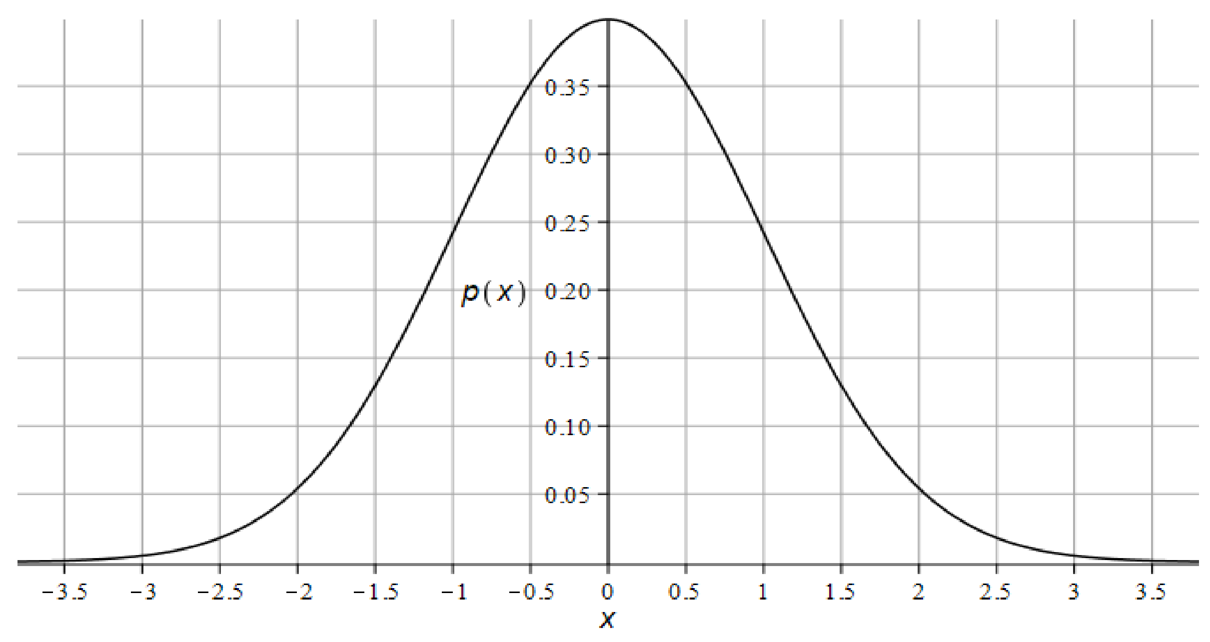
La définition précédente « La probabilité d'une variable est le rapport (pour un nombre d'expériences élevé) du nombre de cas favorables au nombre de cas possibles » convient pour des variables dont le nombre de cas possibles est fini et les divers cas sont équiprobables. Exemple : le résultat d'un lancer d'un dé.

Pour les variables dont le nombre de cas est infini parce qu'elles sont continues et où on refuse la limitation aux cas équiprobables, on parle de *probabilité de trouver une valeur entre deux limites données [a, b]*. Lorsque l'intervalle *[a, b]* considéré est infiniment petit et « entoure » une valeur x_0, on parle de « fréquence en x_0 » ou « densité de probabilité en x_0 ». On définit alors une probabilité dans un intervalle de largeur *dx* autour de la valeur *x* par le produit *p(x)dx*. La distribution de probabilités est alors une fonction continue de *x*. En voici l'exemple le plus connu: la « courbe en cloche de Gauss ».

2.7.1.1.2 Loi normale de probabilités

La fonction de fréquence dite « normale » est, par définition :

$$\varphi'(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$



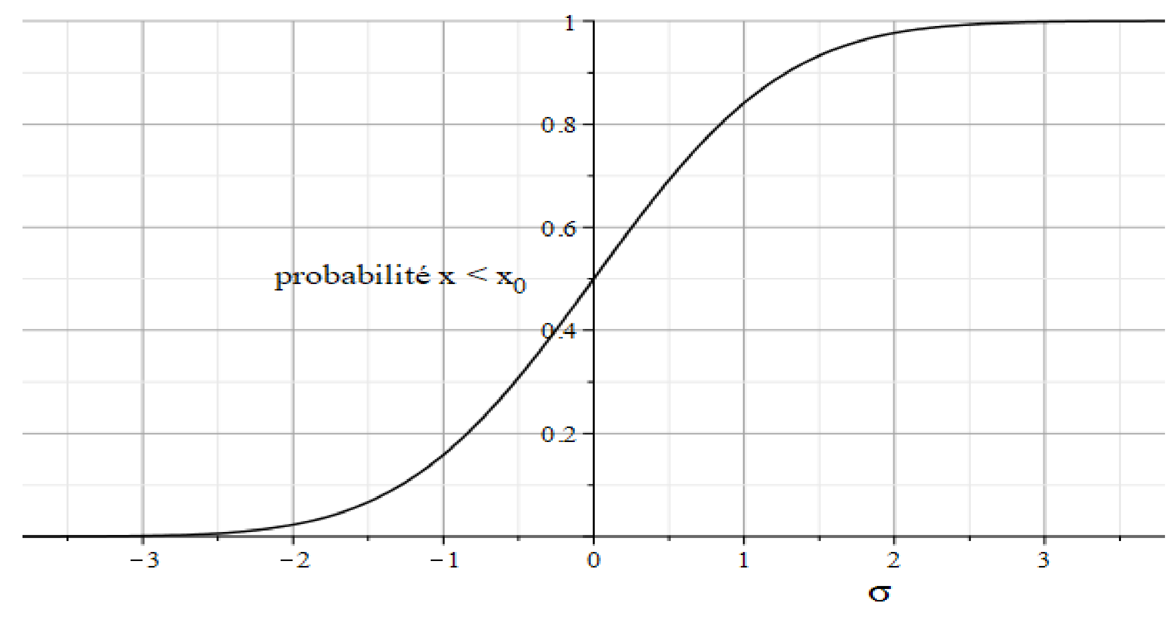
Densité de probabilité $\varphi'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ (moyenne=0 ; écart-type=1)

La probabilité de trouver une valeur x dans l'intervalle de largeur dx centré sur x_0 est:

$$prob\left(x_0 - \frac{dx}{2} \leq x \leq x_0 + \frac{dx}{2}\right) = \varphi'(x_0)dx$$

La probabilité de trouver une valeur x inférieure à x_0 suit la « loi normale », aussi connue sous le nom de « loi de Gauss » :

$$prob(x < x_0) = \varphi(x_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_0} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$



Loi de Gauss : probabilité d'avoir $x<x_0$ (en nombre d'écarts-types σ)

Valeurs remarquables : probabilité de *x* inférieur à…

-∞ à	-3σ	-2σ	$-\sigma$	0	$+\sigma$	$+2\sigma$	$+3\sigma$
Prob %	0.1%	2.3%	15.9%	50%	84.1%	97.7%	99.9%

Enfin, lorsqu'une distribution statistique normale a une valeur moyenne *m*, sa densité de probabilité est :

$$\varphi'(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-m}{\sigma})^2}$$

où σ est appelé *écart-type* de la distribution.

Origine de la distribution normale

Cette loi de distribution fut exposée pour la première fois par Abraham de Moivre en 1730 [B87] et approfondie par Laplace [B31-2] en 1812 à l'occasion d'une analyse des erreurs. On lui donne le nom de *loi gaussienne* parce que Gauss s'en servait régulièrement dans ses analyses de données astronomiques.

2.7.1.1.3 Théorème central limite

Les circonstances

Pour pouvoir commander un assortiment de tailles d'uniformes pour ses soldats, l'armée a demandé à toutes ses casernes de prendre la dizaine de mesures nécessaires pour chaque militaire : longueur des bras, tour de poitrine, etc.

Au vu des milliers de lignes de mesures reçues (une par militaire), un comptable a eu l'idée originale de calculer, pour chacun, la somme *S* de la dizaine de nombres, additionnant par exemple la longueur de bras, le tour de poitrine, etc. de chaque homme. Il a ensuite réparti l'ensemble de ces *S* en une vingtaine de catégories et représenté graphiquement les totaux de catégorie en fonction de *S*. Il obtint ainsi une belle courbe des densités de probabilité de Gauss, qu'il ne sut pas reconnaître.

Théorème central limite

C'est le mathématicien français Laplace qui démontra que la distribution de *S* obtenue était *nécessairement gaussienne* ([B31-2]). Cette démonstration est aujourd'hui connue sous le nom de Théorème central limite, dont l'énoncé est :

> Quelle que soit la loi de distribution des variables stochastiques $x_1, x_2 \ldots x_n$ soumises à certaines conditions très générales, la somme $x = x_1+x_2+\ldots+x_n$ tend asymptotiquement vers une distribution normale de moyenne *m* et d'écart-type σ tels que :
>
> - $m = m_1+m_2+\ldots+m_n$
>   (la moyenne de la somme *x* est la somme des moyennes de $x_1, x_2 \ldots x_n$)
> - $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \cdots + \sigma_n^2$
>   (le carré de l'écart-type de la somme *x* est la somme des carrés des écarts-types des variables $x_1, x_2 \ldots x_n$)
>
> lorsque le nombre *n* de variables tend vers l'infini.

L'erreur d'une mesure se comporte comme la somme ou la moyenne ci-dessus : la majorité des erreurs est proche de l'erreur moyenne, rares sont les erreurs qui s'en écartent beaucoup.

En pratique le nombre de variables suffisant pour que ce théorème s'applique est souvent de l'ordre de 5 ou 6 seulement.

Intérêt de ce théorème
De nombreuses grandeurs mesurables naturelles dépendent de plusieurs variables.

Exemple : la taille des personnes d'un sexe donné d'une population, qui dépend de facteurs génétiques, alimentaires, etc. ; on constate que la distribution de ces tailles est gaussienne.

On peut donc très fréquemment utiliser une distribution gaussienne sans se soucier des distributions des diverses variables qui concourent au résultat global.

On rencontre si fréquemment des grandeurs naturelles distribuées ainsi que la plupart des gens ont l'habitude de considérer :

- Que la distribution statistique selon la loi gaussienne « est une loi *normale* de la nature », c'est pourquoi cette loi a été appelée « normale ».
- Que toute grandeur dont la mesure relève du hasard (c'est-à-dire d'une loi inconnue) est distribuée selon une loi gaussienne, ce qui est absurde : par définition, ce qui relève du hasard ne suit aucune loi (voir chapitre *Hasard*).

Travaux ultérieurs de clarification des hypothèses d'application de ce théorème
Les mathématiciens ont mis des années à peaufiner le travail commencé par Laplace, avec des publications en 1901 par Liapounov et en 1935 par Feller, Khintchine et Lévy [B240].

2.7.1.2 Conclusions philosophiques sur les probabilités

- Les probabilités ne sont pas le hasard, mais une théorie mathématique aux lois bien définies s'appliquant à un ensemble : la distribution des valeurs de la variable. Cette distribution (la fréquence d'apparition d'une valeur de la variable en fonction de cette valeur) est définie par une fonction mathématique (exemple : la fonction gaussienne précédente), pas par le hasard.
- L'existence du Théorème central limite traduit une régularité fondamentale de la nature, pas une simple curiosité mathématique.

  Nous en verrons un autre exemple plus bas : la *Constante universelle de Feigenbaum* (voir ce titre) décrivant la vitesse de doublement périodique vers le chaos.

  Nous connaissons tous un exemple de régularité géométrique : le rapport des longueurs d'une circonférence à son diamètre est toujours π.
- Affirmer une probabilité à propos d'un phénomène est un jugement plus précis qu'affirmer une contingence, une propriété binaire oui/non. Seule une probabilité permet des décisions proportionnées aux besoins et aux coûts.

2.7.2 Du déterminisme scientifique au déterminisme statistique

L'évolution selon les lois de la physique traditionnelle de Newton et Maxwell est régie par le déterminisme scientifique : à chaque situation initiale d'un système elle produit une évolution vers une situation à un instant final arbitraire qui ne dépend que de la situation initiale. Cette évolution est unique et la situation finale qui en résulte l'est également à moins d'être oscillante, cela nous semble évident à l'échelle macroscopique habituelle.

Le déterminisme statistique a été imaginé pour régir les lois de la physique atomique. Celle-ci repose sur l'outil mathématique appelé Mécanique quantique : présentons-le.

2.7.3 Etat quantique d'un système

2.7.3.1 Quantum

Un quantum (pluriel : quanta) est une quantité *minimale* non nulle d'une grandeur physique permettant d'attribuer à cette grandeur une valeur qui est un multiple du quantum ; on dit alors qu'elle est *quantifiée*. Exemples :

- Toute charge électrique macroscopique est multiple du quantum « charge de l'électron *e* », où $e = 1{,}6 \,.\, 10^{-19}$ coulomb.
- Tout photon, émis (ou absorbé) par un atome dont un électron descend (ou monte) d'un niveau d'énergie est un quantum d'énergie électromagnétique : un échange d'énergie électromagnétique de fréquence ν comprend un nombre entier de photons, chacun d'énergie $h\nu$, où *h* est la constante de Planck.

Sont quantifié(e)s :

- Les 4 forces fondamentales, décrites aujourd'hui par la *Théorie quantique des champs* :
  - force gravitationnelle,
  - force électromagnétique,
  - force nucléaire forte,
  - force faible.
- La charge électrique ;
- Le moment cinétique d'une particule ;
- Le spin d'une particule ;
- L'action (mesurée en joules **.**seconde) de la constante de Planck *h*, qui intervient dans l'énergie *E* d'un photon de fréquence ν : $E = h\nu$.
- L'énergie des oscillations mécaniques des couches atomiques des cristaux, mesurée en *phonons*, etc.

La *Théorie des quanta* de Planck décrit des grandeurs physiques qui ne varient pas de façon continue, mais en prenant des valeurs discontinues (discrètes) correspondant chacune à un nombre entier de *quanta*.

2.7.3.2 Relations de Planck-Einstein et de Louis de Broglie

Un photon n'ayant pas de masse n'a pas de quantité de mouvement, mais il a :

- Une impulsion $p = \frac{h}{\lambda}$, où λ est sa longueur d'onde et *h* la constante de Planck ;
- Une énergie $E = h\nu$, où ν est sa fréquence.

Relations vraies pour tout corpuscule matériel d'énergie E

- Les relations $E = h\nu$ et $p = \frac{h}{\lambda}$ s'appellent *Relations de Planck-Einstein*.
- La relation $\lambda = \frac{h}{|p|}$ (où λ est la longueur des ondes de matière et |*p*| est la valeur absolue de l'impulsion *p*) est la *Relation de Louis de Broglie*.

  Complément : voir dans *Trajectoires d'un électron autour d'un noyau atomique : orbitales* le sous-titre *Orbitales et ondes de matière*.

2.7.3.3 Nombres quantiques d'un atome, un noyau ou une particule subatomique

L'état quantique d'une de ces particules est l'ensemble des valeurs (quantifiées, entières ou demi-entières) des grandeurs suivantes :

- l'énergie,
- le spin (moment cinétique intrinsèque d'un électron, d'un proton, etc.),
- le moment cinétique (orbital pour un électron),
- la charge électrique,
- le nombre baryonique,
- le nombre leptonique.

Ainsi, l'état quantique d'un électron d'atome est quantifié : ses valeurs possibles dépendent d'un certain nombre de règles décrites au paragraphe *Atomes*. Par contre, un électron *libre* n'a pas les mêmes contraintes : sa position, sa vitesse et son énergie, par exemple, sont des grandeurs continues.

2.7.3.4 Déterminisme dual corpusculaire / ondulatoire

L'expérience d'interférences avec des photons isolés, citée dans *Exemple d'interférences de photons avec eux-mêmes* a aussi été réalisée avec des atomes et même des molécules [B51-3]. Elle illustre un aspect fondamental de la physique quantique, la dualité : selon l'expérience, une particule de masse non nulle peut être considérée tantôt comme un corpuscule de matière, tantôt comme un « paquet d'énergie » propagé par une onde. Cette onde est analogue à l'onde électromagnétique d'un photon, à cela près que c'est une *onde de probabilité d'état quantique, avec sa fréquence, son amplitude et sa phase* ; et c'est la superposition de deux telles ondes résultant de trajectoires différentes qui produit le phénomène d'interférence.

Une telle dualité onde-particule, impossible dans le cadre du déterminisme traditionnel, est tout sauf intuitive : *comment de la matière peut-elle aussi se comporter comme une onde ? comment une onde peut-elle aussi se comporter comme de la matière ?* L'explication relève de la Mécanique quantique, et de son déterminisme statistique. Pour avoir proposé cette théorie unificatrice en 1924, Louis de Broglie est considéré avec Schrödinger comme un des fondateurs de la Mécanique quantique.

Nous devons accepter cette dualité corpuscule-onde de probabilité, avec ses conséquences déterministes qui la font apparaître tantôt comme de la matière, tantôt comme une onde, selon les circonstances expérimentales. Ce *déterminisme dual*, qui implique deux aspects très différents d'une même réalité, est loin du déterminisme traditionnel de la physique de Newton et Maxwell ; il nous faut pourtant l'admettre et accepter, lorsque c'est nécessaire, d'avoir deux représentations scientifiques de la réalité, avec des comportements distincts qui se complètent sans jamais se contredire. Cette dualité de représentations fait l'objet du *Principe de complémentarité* (voir ce titre).

Remarque : un double modèle de la réalité existe aussi concernant la masse au repos *m* d'une quantité de matière et son énergie *E*, ces deux variables étant reliées par la célèbre équation d'Einstein $E = mc^2$, équation qui décrit comment l'une des formes (par exemple la masse) se transforme en l'autre (l'énergie).

2.7.3.5 Les ondes de matière de Louis de Broglie

Le physicien français Louis de Broglie a découvert en 1924 les « *ondes de matière* » associées aux électrons (et plus généralement aux particules de matière en mouvement) et affirmé :

> ***A toute particule matérielle de masse m et de vitesse v doit être associée une onde stationnaire de matière, de longueur d'onde λ stable, telle que :***

$\lambda = \frac{h}{mv}$ où *h* est la constante de Planck 6.6261 $.10^{-34}$ joule .seconde.

C'est ainsi que la longueur d'onde associée à un atome isolé de fer ^{56}Fe se déplaçant à 1000 m/s est de 0.7 $.10^{-11}$ m, plus petite que le diamètre de l'atome (2.5 $.10^{-10}$ m). Mais *la longueur d'onde d'un objet de taille macroscopique, même en déplacement lent, est si petite que ses propriétés ondulatoires sont impossibles à mettre en évidence* : pour un caillou de 20 g lancé à 10 m/s on trouve $\lambda = 3.3 .10^{-18}$ fm (1 fermi "fm" = 10^{-15} m).

Le problème de la stabilité énergétique des atomes

La théorie des ondes de matière explique le fait que des électrons ne peuvent parcourir de manière stable, autour d'un noyau atomique, que certaines orbites avec des niveaux d'énergie précis. Pour être stable (stationnaire), une onde d'électron atomique doit avoir une longueur d'onde de matière sous-multiple entier de la longueur de la trajectoire circulaire de cet électron autour du noyau.

> La trajectoire circulaire est celle du modèle dit *Atome de Bohr*, seul connu en 1924 par de Broglie depuis sa présentation en 1913 par Bohr. Nous savons aujourd'hui que les électrons parcourent des orbitales à 3 dimensions : voir *Trajectoires d'un électron autour d'un noyau atomique : orbitales*, mais le modèle de Bohr reste une approximation utile pour l'hydrogène, et la théorie des ondes de matière demeure valable.

De Broglie a pu ainsi retrouver et confirmer l'orbite stable de l'électron d'un atome d'hydrogène calculée par Niels Bohr, avec son rayon de 0.529 Å (1 Angström "Å" = 10^{-10} m).

(Dans l'hypothèse simplificatrice de Bohr, un électron d'un atome décrit des orbites circulaires autour du noyau. L'existence des ondes de matière explique que cet électron ne puisse parcourir que des trajectoires comprenant un nombre entier d'ondes de matière, trajectoires qui correspondent à des états d'énergie potentielle bien précis ; si la longueur d'une trajectoire ne correspondait pas à un nombre entier d'ondes de matière, ces ondes s'annuleraient par interférences ; la trajectoire étant alors instable, l'électron la quitterait pour une trajectoire stable.)

Commentaire philosophique sur la succession de théories en physique

Basé sur la théorie quantique de Planck de 1900, le modèle atomique de Bohr de 1913, confirmé ultérieurement par De Broglie en 1924, a expliqué la stabilité des atomes jusque-là supposée impossible par Maxwell à cause de la perte d'énergie potentielle due au rayonnement des électrons. Ce modèle a été remplacé par le modèle à orbitales actuel, où aucune "trajectoire" n'existe ; la compréhension physique des atomes a encore progressé en l'adoptant.

C'est ainsi que la connaissance s'améliore, en physique, à une échelle atomique où seules les théories mathématiques permettent de représenter une réalité trop petite pour être vue. Nous évoquerons aussi, plus loin, la *Théorie de Grande unification*, qui représente l'Univers très peu de temps après le Big Bang, lorsque l'énergie moyenne des particules qui le composaient était de l'ordre de 10^{16} GeV, valeur colossale par rapport à l'énergie d'un proton au repos, 1 GeV.

2.7.3.6 Fonction d'onde

Au concept classique de *trajectoire* d'un corpuscule la Mécanique quantique substitue celui *d'état dépendant du temps t*, état qui résulte de la loi d'évolution du corpuscule dans un champ électrique.

Cet état appartient un état d'un *espace des états abstrait* (espace vectoriel de fonctions de Hilbert) dont les éléments sont appelés *vecteurs d'état*. Nous ne développerons pas ces notions.

La fonction d'onde d'une particule décrit son évolution dans l'espace et le temps

Exemple : en négligeant le spin, l'état d'un corpuscule de masse non nulle tel que l'électron libre, avec ses composantes de position ***r*** et d'impulsion *p* définissant un *vecteur d'état*, est caractérisé par une *fonction d'onde* $\psi(\boldsymbol{r}, t)$, prenant ses valeurs dans le corps des nombres complexes, qui contient toutes les informations que l'on peut connaître sur le corpuscule ; dans $\psi(\boldsymbol{r}, t)$, la variable vectorielle ***r*** a pour composantes les coordonnées de position (r_x ; r_y ; r_z) et la variable *t* représente le temps (l'instant). Une fonction d'onde $\psi(\boldsymbol{r}, t)$ donnée appartient à un *espace vectoriel* dit « de Hilbert ».

Amplitude de probabilité de présence

La fonction d'onde $\psi(\boldsymbol{r}, t)$ est interprétée comme une *amplitude de probabilité de présence* : la probabilité $dP(\boldsymbol{r}, t)$ pour qu'une particule soit à l'instant *t* dans un volume $d^3r=dxdydz$ autour de la position (r_x ; r_y ; r_z) est

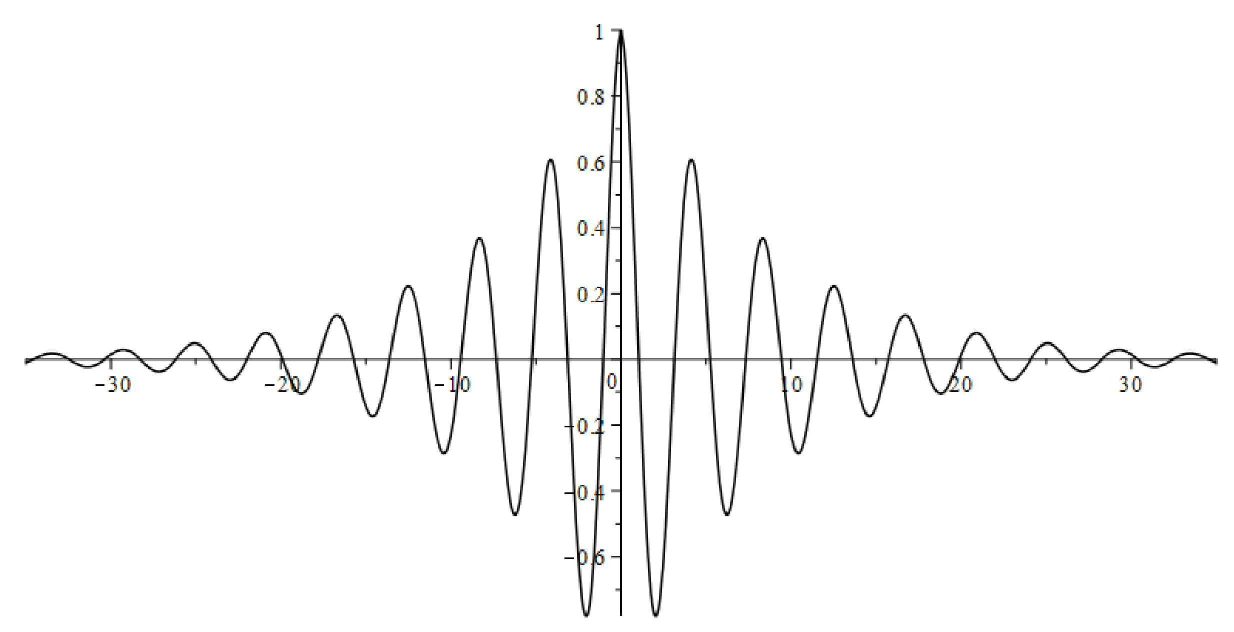
$$dP(\boldsymbol{r}, t) = C|\psi(\boldsymbol{r}, t)|^2 d^3r$$

où *C* est une constante de normalisation. Le choix de *C* correspond à une condition nécessaire de validité logique de la fonction d'onde pour représenter une amplitude

de probabilité d'objet : que la somme des probabilités de présence de l'objet de la fonction d'onde dans l'espace entier soit égale à 1. Ayant cette propriété, la fonction d'onde est dite *unitaire.*

La fonction d'onde décrit l'évolution dans le temps et l'espace d'une particule. Elle est solution de l'équation de Schrödinger (décrite ci-dessous), qui prend en compte l'existence éventuelle du champ électromagnétique dans lequel l'évolution a lieu. Les solutions de cette équation sont déterministes au sens traditionnel, ainsi que toute combinaison linéaire de telles solutions correspondant à une distribution de probabilités.

Ne pas confondre le nombre réel positif ou nul *densité de probabilité* $|\psi(\boldsymbol{r},t)|^2$ et le nombre complexe *amplitude de probabilité* $\psi(\boldsymbol{r},t)$: $|\psi(\boldsymbol{r},t)|^2$ est le carré scalaire de $\psi(\boldsymbol{r},t)$, produit de $\psi(\boldsymbol{r},t)$ par son complexe conjugué $\psi^*(\boldsymbol{r},t)$.



Paquet d'ondes accompagnant un électron libre à l'instant *t=0*
(Somme des ondes de probabilité $\psi(x,0)$ solutions de l'équation de Schrödinger)

Dans *l'équation de Schrödinger* ci-dessous, le vecteur d'état associé à la fonction d'onde $\psi(\boldsymbol{r})$ sera désigné par une notation due à Dirac $|\psi>$, appelée « ket psi ».
Voici comment s'écrit cette équation de Schrödinger avec cette notation :

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(t)> \ = \ H(t)|\psi(t)>$$

L'équation de Schrödinger décrit une évolution *unitaire* dans l'espace et le temps, c'est-à-dire à probabilité totale de présence constante et égale à 1 (voir au paragraphe *Application linéaire, opérateur linéaire, valeur propre, vecteur propre* le sous-titre *Opérateur auto-adjoint*). Nous reviendrons sur elle plus bas, notamment pour donner une représentation graphique d'une fonction d'onde.

Nature de ces ondes

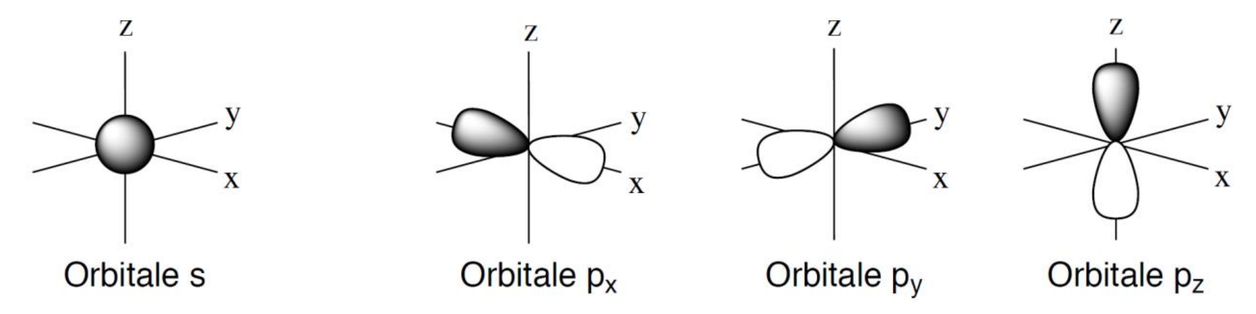
Les ondes dont il s'agit ici ne sont pas des ondes électromagnétiques comme la lumière ou des ondes de pression comme celles des sons, ce sont *des ondes d'amplitude de probabilité de présence*. Une telle onde ne décrit pas les variations d'un champ électrique ou d'une pression, elle décrit la manière dont une particule de matière en mouvement se déplace ; c'est une fonction du temps et de la position, nombre complexe avec son amplitude et sa phase par rapport à une origine.

2.7.3.6.1 Trajectoires d'un électron autour d'un noyau atomique : orbitales

Les déplacements et les configurations stables de particules, prévues par la Mécanique quantique, résultent de l'équation de Schrödinger, que nous verrons un peu plus loin ; elles sont surprenantes.

C'est ainsi que, loin de tourner autour d'un noyau atomique selon une trajectoire plane elliptique comme celle de la Terre autour du Soleil, un électron peut parcourir, selon son énergie, une région de l'espace (appelée *orbitale*) en forme de sphère, de paire de lobes, etc. (voir figure ci-dessous) et il faudra interpréter ces orbitales à trois dimensions comme des régions de l'espace proche du noyau où chaque petit volume autour d'un point a une densité de probabilité de présence de l'électron.

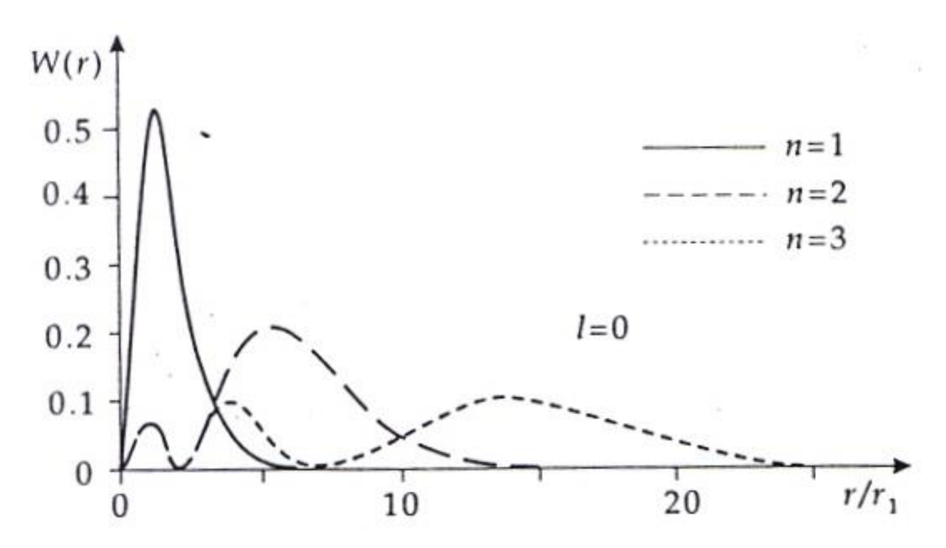
Dans la figure ci-dessous, les surfaces en forme de sphère, à gauche, et de paire de lobes, à droite, représentent la partie de l'espace autour du noyau où un électron a une probabilité de 90% se trouver.



Orbitales électroniques en forme de sphère (couche 1) ou de lobes (couche 2)
© Wikimedia Commons

Dans le graphique ci-dessous, issu de [B7] page 863, l'éloignement *r* du noyau (en abscisse) est exprimé en rapports r/r_1, où r_1 est le rayon théorique de "l'atome d'hydrogène de Bohr", r_1 = 0.529 Å. La probabilité de trouver l'électron à l'intérieur d'une coquille sphérique de rayons *r* et *r*+d*r* est $W(r)dr = 4\pi r^2|\psi(r)|^2 dr$, où $\psi(r)$ est la fonction d'onde. On voit que :

- La probabilité de présence *très près du noyau* (où *r* tend vers 0) est non nulle pour chacune des trois couches électroniques ! Ceci ne se produit que lorsque le nombre quantique *l* de moment angulaire orbital vaut *l*=0.
  Voir en annexe *Moments magnétiques d'un électron*.
- La couche de niveau d'énergie *n*=1 a *une* distance de densité de probabilité maximum. La couche de niveau *n*=2, supérieur au niveau 1, a *deux* maxima.
  La couche *n*=3 en a *trois*.



Densité radiale de probabilité de présence de l'électron $\boldsymbol{W(r)} = \boldsymbol{4\pi r^2}|\boldsymbol{\psi(r)}|^2$
dans les couches *n*=1, 2 ou 3 d'un atome d'hydrogène

On voit à quel point les "trajectoires" tridimensionnelles réelles de l'électron sont éloignées du modèle "planétaire" plan. En fait, le mot trajectoire ne s'applique pas du tout à la rotation d'un électron autour de son noyau ; il vaut mieux parler de *position floue* ou de *région de présence*. Enfin, le "diamètre" même d'un atome varie avec son énergie, et si on pouvait le voir à un instant donné avec ses électrons l'image serait floue.

2.7.3.6.2 Les ondes de probabilité traversent la matière comme un champ de gravitation

Ces ondes pénètrent la barrière de potentiel d'un champ électrique comme un son pénètre un mur ; elles traversent la matière comme la force de gravitation.

> Exemple : un noyau atomique lourd peut subir une désintégration radioactive et se décomposer en un noyau plus léger et une particule alpha (noyau d'atome d'hélium comprenant deux protons et deux neutrons). Bien que la particule alpha n'ait pas assez d'énergie pour vaincre la barrière de force électrique entourant le noyau atomique lourd, *sa nature ondulatoire fait qu'elle a une probabilité non nulle de passer à travers cette barrière par "effet tunnel" et de s'éloigner du noyau*, d'où la désintégration : voir *Radioactivité alpha : émission d'une particule alpha*.

La nature ondulatoire d'un électron ou d'un proton lui permet :

- D'être en plusieurs endroits proches à la fois, avec des probabilités de présence précises fonction de l'endroit ;
- D'avoir une infinité de vitesses à la fois, proches d'une vitesse moyenne ;
- De parcourir une infinité de trajectoires à la fois, autour d'un parcours moyen.

<u>Etat quantique et information</u>

La Mécanique quantique postule à la fois le déterminisme scientifique et les extensions du déterminisme statistique.

- Des informations complètes sur un système (son état quantique) à un instant donné déterminent toute son évolution ultérieure (l'évolution de son état quantique) ; aucune histoire d'évolution n'est prise en compte.
- Si, au début de l'évolution d'un système, on dispose de toute l'information concernant ce système (pour autant de variables qu'il a de degrés de liberté), on doit disposer de la même quantité d'information à la fin de l'évolution ; aucune perte d'information n'est concevable. Complément : [B102]

  En outre, une particule peut se déplacer, mais à tout moment elle est quelque part : sa probabilité totale de présence dans l'espace reste égale à 1 (*unitarité*).

2.7.3.6.3 Théorie de la résonance chimique

Exemple de superposition quantique

Certaines molécules chimiques comme le benzène C_6H_6 ont plusieurs structures possibles où les atomes de carbone sont reliés, entre eux et à des atomes d'hydrogène, par des liaisons de valence partageant des électrons. On démontre en Mécanique quantique que la structure stable (état stationnaire) d'une telle molécule, correspondant à l'énergie potentielle des électrons atomiques la plus faible, a une fonction d'onde combinaison linéaire des diverses fonctions d'onde des structures possibles. On peut considérer que *la structure stable de la molécule oscille en résonance entre les diverses structures équiprobables de base*. Nous verrons cela en détail avec *l'équation de Schrödinger*.

2.7.4 Equation de Schrödinger

Source : [B3]

L'équation de Schrödinger décrit l'évolution dans le temps du vecteur d'état (ket $|\psi(t) >$ en notation de Dirac) d'un objet quantique en fonction de l'observable *H(t)*, opérateur associé à l'énergie totale du système (son hamiltonien). Dans des systèmes statiques (comme la structure d'une molécule) elle décrit cette structure (exemple : molécule NH_3 dans *Superposition d'états, cohérence et décohérence*).

Equation *fondamentale* de la Mécanique quantique (dont elle fait partie des postulats), elle prédit les évolutions et les états stables d'un système à l'échelle atomique - et en théorie à une échelle quelconque – en ignorant l'existence du spin, et ce à partir des hypothèses suivantes :

1. Pour l'évolution des particules dans l'espace et le temps on remplace la notion de trajectoire par celle d'*état quantique fonction du temps t*.
2. Cet état quantique de corpuscule est caractérisé par une fonction d'onde $\psi(\mathbf{r}, t)$ qui contient *toutes les informations possibles* sur cet état à l'instant *t* et pendant toute l'évolution (réduction et décohérence finale non comprises).

   La fonction d'onde d'un système caractérise donc le *déterminisme quantique* de son état. L'évolution de celui-ci se fait à quantité d'informations constante : aucune n'est perdue, aucune n'est ajoutée, seules changent les variables d'état.

   Pour les électrons d'un atome, nous verrons au paragraphe *Structure d'un atome* qu'il y a une relation entre position (orbitale) et niveau d'énergie.

   Sa taille atomique et ses contours flous rendent le corpuscule invisible.

A part le spin, il n'y a pas de variable supplémentaire (cachée, car non prise en compte dans l'équation de Schrödinger) qui pourrait nous apprendre quelque chose de plus sur ce corpuscule : on dit que la Mécanique quantique est *complète*. Elle décrit avec des équations *tout* ce qu'on peut savoir sur l'évolution d'un système à l'échelle atomique. Il faut donc se résigner à ne « voir » un corpuscule de l'échelle atomique qu'en considérant son état quantique donné par sa fonction d'onde, être mathématique.

Deux électrons (d'atome ou libres) ont même masse et même charge électrique, caractéristiques qui sont constantes et identiques pour tous les électrons, donc ne sont pas des variables, donc ne font pas partie de leur état quantique. A un instant donné, on peut distinguer ces électrons seulement par une différence d'état quantique, c'est-à-dire une différence de position, d'énergie ou de spin. Même remarque pour deux protons ou d'autres paires de particules : *deux particules de même type sont toujours identiques, interchangeables, elles ne diffèrent que par une ou plusieurs valeurs de variables de leur état quantique*.

3. La fonction $\psi(\boldsymbol{r},t)$ prend ses valeurs dans le corps des nombres complexes.

   Elle est interprétée comme une *amplitude de probabilité de présence* :
   la probabilité $dP(\boldsymbol{r}, t)$ pour qu'une particule soit à l'instant *t* dans un volume $d^3r=dxdydz$ autour de la position $\boldsymbol{r}$ (r_x, r_y, r_z) est :

   $dP(\boldsymbol{r},t) = C|\psi(\boldsymbol{r},t)|^2 d^3r$, où *C* est une constante de normalisation.

4. La valeur de $\psi(\boldsymbol{r},t)$ donnée par l'équation de Schrödinger est une combinaison linéaire de *valeurs propres* appartenant à un ensemble prédéfini {*a*} pour chaque expérience, chacune associée à un vecteur propre $\psi_a(\boldsymbol{r})$ de la manière suivante :

   Si à l'instant t_0 de la mesure $\psi(\boldsymbol{r},t_0) = \psi_a(\boldsymbol{r})$, la mesure donnera sûrement *a*.

5. A un instant t_0, la probabilité P_a de trouver en mesurant la valeur propre a résulte de la décomposition de $\psi(\boldsymbol{r},t_0)$ dans la base $\psi_a(\boldsymbol{r})$:

   $\psi(\boldsymbol{r},t_0) = \sum_a c_a \psi_a(\boldsymbol{r})$, d'où $P_a = \frac{|c_a|^2}{\sum_a |c_a|^2}$

6. Immédiatement après une mesure qui a donné la valeur *a*, la fonction d'onde du corpuscule est :

   $$\psi(\boldsymbol{r},t_0) = \psi_a(\boldsymbol{r})$$

7. L'évolution dans le temps de l'état d'un système est régie par l'équation fondamentale de Schrödinger, qui s'écrit (en notation de Dirac) :

   $$i\hbar \frac{d}{dt}|\psi(t) >= H(t)|\psi(t) >$$

   où :

   - *i* est le nombre complexe unité de l'axe des nombres imaginaires : $i^2=-1$;
   - $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ où *h* est la constante de Planck *h* = 6.6261 $.10^{-34}$ joule .seconde ;
   - ***r*** est le vecteur des coordonnées d'un point ;

- $|\psi(t)>$ est le ket de la fonction d'onde $\psi(\boldsymbol{r},t)$, dont le carré de la norme $\rho(\boldsymbol{r},t) = |\psi(\boldsymbol{r},t)|^2$ est la *densité de probabilité* : la probabilité de trouver le système dans un volume infinitésimal d^3r autour du point ***r*** est $dP = \rho(\boldsymbol{r},t)d^3r$.
- *H(t)* est l'observable de l'énergie totale du système.

En notation traditionnelle utilisant l'opérateur laplacien $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, cette équation s'écrit :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\psi(\boldsymbol{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\boldsymbol{r},t) + V(\boldsymbol{r},t)\,\psi(\boldsymbol{r},t)$$

où *V(**r**, t)* est l'énergie potentielle - ou zéro si aucune n'intervient.

Solutions

L'équation de Schrödinger admet, pour chaque instant *t*, un ensemble de solutions telles que la somme des probabilités correspondant aux divers points de l'espace soit égale à 1 (le système dont on prévoit l'évolution est nécessairement quelque part). La solution représentant l'évolution sera une combinaison linéaire de toutes les solutions, combinaison ayant la propriété d'être de carré sommable.

Remarque sur la précision des résultats de l'équation de Schrödinger

Les résultats de position ou de vitesse de l'équation de Schrödinger sont imprécis par nature : ils n'indiquent qu'une probabilité dans un petit volume autour de la valeur considérée.

Considérations philosophiques

- Cette équation décrit une évolution à symétrie temporelle : si par la pensée on inverse le signe du temps, on « passe le film de l'évolution à l'envers ». La nature conserve donc, par cette équation, la « mémoire » de l'évolution qu'elle a subie, c'est-à-dire l'information descriptive de l'état de départ, auquel on pourrait (par la pensée) revenir. Voir dans le paragraphe *Conservation de l'information d'un système matériel fermé* le sous-titre *Unitarité de la Mécanique quantique*.
- Cette équation est du premier ordre par rapport au temps *t* et complètement déterministe : les mêmes conditions initiales produisent le même ensemble de solutions, c'est-à-dire la même évolution dans le temps et l'espace. *L'équation de Schrödinger décrit donc une évolution déterministe*.

*Parallèle avec l'équation du mouvement **F** = m**a** de Newton*

L'équation de Schrödinger décrit l'évolution temporelle et spatiale d'un corpuscule en Mécanique quantique ; elle joue le même rôle que les équations du mouvement de Newton qui déterminent une trajectoire en mécanique classique, équations elles aussi déterministes et symétriques par rapport au temps. Les deux équations sont fondamentales, Newton à l'échelle macroscopique, Schrödinger à l'échelle atomique.

Mais un résultat de l'équation de Schrödinger est un vecteur d'état $|\psi(t)>$ fonction du temps, d'où on peut déduire la densité de probabilité de présence de l'objet en

chaque point de l'espace à chaque instant *t. Ce n'est pas une trajectoire* ; à un instant donné l'objet n'est pas en un point précis, mais en tous les points à la fois d'un voisinage de ce point, où la probabilité de le trouver est maximale et diminue avec l'éloignement ; et l'instant suivant, son mouvement l'emportera un peu plus loin.

Contrairement, donc, aux interprétations erronées que l'on trouve ici et là sur ses résultats, l'équation de Schrödinger est parfaitement déterministe. Mais ses solutions qui s'appliquent à un déplacement ne décrivent pas une trajectoire de particule, elles décrivent l'évolution de son vecteur d'état en fonction du temps, dont on peut déduire à tout instant donné une position nécessairement floue de probabilité maximum.

Combinaison linéaire d'états, superposition et imprécision

Le caractère linéaire de l'équation de Schrödinger fait que toute combinaison linéaire de ses vecteurs solutions (associés à des fonctions d'onde) est aussi une solution, à condition que sa probabilité de présence dans l'espace tout entier soit 1.
Il en résulte :

- La possibilité pour un état quantique d'être la somme (cas particulier d'une combinaison linéaire) de deux états ou plus. Exemple : l'état d'un électron qui serait à deux endroits à la fois. On dit qu'un tel état est une *superposition d'états*.
- La possibilité pour une fonction d'onde d'être combinaison linéaire d'une infinité de fonctions d'onde dont la superposition définit un *paquet d'ondes de probabilité* accompagnant une particule en mouvement. La position de cette particule à un instant donné a alors un caractère flou ; imprécise, elle ne peut être définie à mieux qu'une demi-largeur près du paquet d'ondes qui l'accompagne.

Combinaison linéaire d'une infinité de fonctions d'onde (superposition)

Une solution de l'équation de Schrödinger combinaison linéaire d'un nombre *infini* de fonctions d'onde, où le coefficient (« poids ») de chaque fonction est tel que la probabilité de présence dans l'espace entier est 1, peut se traduire par l'interprétation suivante, due à Feynman : *pour aller d'un point A à un point B, un corpuscule emprunte simultanément toutes les trajectoires possibles entre ces deux points*, chaque trajectoire étant affectée d'une probabilité correspondant à son poids dans la combinaison linéaire : on dit qu'il y a *superposition* des trajectoires-solutions.

Une combinaison linéaire d'un nombre *infini* de fonctions d'onde permet aussi de passer des états *de position* d'une particule à ses états *d'impulsion*, ou inversement. Cette possibilité purement mathématique de deux descriptions différentes traduit l'unicité de la réalité physique : ces deux types d'états d'une particule sont conséquences des mêmes lois de mouvement et de la même énergie totale ; ce sont donc des formulations de la même fonction d'onde $\psi(\mathbf{r}, t)$ dans deux bases différentes d'espaces vectoriels de fonctions.

Equation de Schrödinger et relativité

L'équation de Schrödinger suppose un *espace non relativiste* où l'énergie cinétique est de la forme $\frac{p^2}{2m}$ et *p* est l'impulsion (ou la quantité de mouvement : masse x vitesse *mv*). Paul Dirac a donné en 1928 une expression en *Relativité restreinte* de sa fonction d'onde, et montré que l'électron a une grandeur

caractéristique, le *spin*, en plus des trois nombres quantiques connus à l'époque : voir *Modèle atomique*.

Prix Nobel

Pour sa contribution à la Mécanique quantique, Erwin Schrödinger reçut le prix Nobel de physique 1933, partagé avec Paul Dirac.

Différence entre les états d'une particule à un instant donné en physique traditionnelle et en physique quantique

En physique traditionnelle, à un instant donné *t* une particule est dans un état décrit par 6 coordonnées d'un espace des états : 3 pour la position + 3 pour la vitesse. Mais en physique quantique, l'état de la particule à l'instant *t* décrit par l'équation de Schrödinger a une infinité de positions spatiales et une infinité de moments cinétiques (donc de vitesses, car la masse est invariable). Si on pouvait voir la particule à cet instant-là elle paraîtrait floue, sa netteté à une position donnée dépendant de la probabilité de présence dans un voisinage de cette position.

Complément sur l'équation de Schrödinger : voir *La Mécanique quantique, outil mathématique de l'échelle atomique*.

2.7.5 Les 6 postulats de la Mécanique quantique

Source : [B3]

1er postulat :
A un instant t_0 fixé, l'état d'un système physique est défini par la donnée d'un ket $|\psi(t_0)> \in E$, où *E* est l'espace des états.

E étant un espace vectoriel, ce premier postulat implique le *principe de superposition* : une combinaison linéaire de vecteurs d'état est un vecteur d'état.

2e postulat :
Toute grandeur physique mesurable ***A*** est décrite par un opérateur *A* agissant dans *E* ; cet opérateur est une observable.

3e postulat :
La mesure d'une grandeur physique ***A*** ne peut donner comme résultat qu'une des valeurs propres de l'observable *A* correspondante.

Toute valeur propre pouvant résulter d'une mesure est affectée d'une *probabilité* si elle est discrète, et d'une *densité de probabilité* si elle est continue (4e postulat, ci-dessous). L'équation de Schrödinger, elle, est déterministe au sens traditionnel.

4e postulat (cas d'un spectre discret, dégénéré ou non) :
Lorsqu'on mesure la grandeur physique ***A*** d'un système dans l'état $|\psi>$ normé, la probabilité d'obtenir comme résultat la valeur propre a_n de l'observable A correspondante est :

$$P(a_n) = \sum_{i=1}^{g_n} |<u_n^i|\psi>|^2$$

où g_n est le degré de dégénérescence de a_n et $\{|u_n^i>\}$ $(i = 1, 2 \ldots g_n)$ est une base orthonormée du sous-espace propre E_n associé à la valeur propre a_n.

4e postulat (cas d'un spectre continu et non dégénéré) :
Lorsqu'on mesure la grandeur physique ***A*** d'un système dans l'état $|\psi>$ normé, la probabilité $dP(\alpha)$ d'obtenir un résultat compris entre α et $\alpha + d\alpha$ est :

$$dP(\alpha) = |<v_\alpha|\psi>|^2 d\alpha$$

où $|v_\alpha>$ est le vecteur propre correspondant à la valeur propre α de l'observable A associée à ***A***

5e postulat : Si la mesure de la grandeur physique ***A*** sur un système dans l'état $|\psi>$ donne le résultat a_n, l'état du système immédiatement après la mesure est la projection normée

$$\frac{P_n|\psi>}{\sqrt{<\psi|P_n|\psi>}}$$

de $|\psi>$ sur le sous-espace propre associé à a_n.

6e postulat : L'évolution dans le temps du vecteur d'état $|\psi(t)>$ est régie par l'équation de Schrödinger $i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(t)> = H(t)|\psi(t)>$, où $H(t)$ est l'observable associée à l'énergie totale du système.

Remarques :

- La mesure d'une variable introduit un caractère probabiliste (postulats 3 et 4).
- L'équation de Schrödinger est déterministe et invariante par renversement du sens du temps (changement de *t* en *-t* : postulat 6). Elle définit l'état d'un système en fonction du temps, ce qui peut conduire, par exemple, à un état stationnaire combinaison linéaire d'états, ou à une particule en mouvement dont chaque position est floue car définie par un paquet d'ondes (superposition de particules au voisinage de la position considérée, chacune avec sa probabilité).

2.7.5.1 Impossibilité de décrire des phénomènes sans symétrie temporelle

La Mécanique quantique remplace les trajectoires exactes de la mécanique classique par des zones de présence floues sans renoncer à la symétrie temporelle. Cette symétrie entraîne une limitation lourde de conséquences : basée sur l'équation fondamentale de Schrödinger ci-dessus et la symétrie CPT, la Mécanique quantique, est inadaptée à la description de phénomènes où le temps ne peut aller que du présent vers le futur, notamment ceux qui sont irréversibles.

Pourtant, ces phénomènes sont nombreux à l'échelle de la physique quantique. Exemples :

- Désintégration spontanée de particules par radioactivité, où une particule désintégrée ne peut spontanément se recomposer ;
- Désexcitation d'un atome qui revient à son état d'énergie fondamental en émettant un photon, et qui ne peut de lui-même s'exciter de nouveau pour revenir à l'état précédent ;
- Mesure d'un résultat, qui interfère nécessairement avec le système mesuré, nous l'avons déjà signalé : *toute mesure de physique quantique entraîne une irréversibilité*. Il y a là un problème que la physique quantique a donc été obligée de prendre en compte en dépassant l'équation fondamentale de Schrödinger. Nous dirons plus bas quelques mots sur l'irréversibilité au sens Mécanique quantique et au sens thermodynamique.

  Insistons sur un point : l'équation de Schrödinger décrit l'évolution dans le temps et l'espace d'un système *tant que celle-ci est réversible*. Elle ne décrit pas l'évolution irréversible qu'est la décohérence, qui transforme une superposition d'états en un état unique choisi parmi les valeurs propres de l'observable du dispositif. *Ce choix d'état unique est stochastique, la Mécanique quantique prévoyant la fréquence d'apparition de chaque valeur possible*.

2.7.5.2 Inadaptation à la gravitation et à son espace courbe relativiste

La Mécanique quantique suppose aussi un espace *plat*, donc l'absence d'effet gravitationnel de courbure de l'espace, résultant de la présence d'une masse selon la Relativité générale. Les efforts des scientifiques depuis les années 1930 pour développer une physique à la fois quantique et relativiste n'ont abouti qu'à des progrès théoriques, invérifiables du fait des énergies mises en œuvre.

Il est possible, comme le suggère [B67] pages 475 et suivantes, que la décohérence spontanée - choix stochastique d'un état parmi tous ceux qui existent simultanément en superposition - provienne (en l'absence d'autres causes comme l'agitation thermique) de l'influence perturbatrice de la gravitation, avec sa courbure d'espace ; la gravitation est la seule des 4 forces fondamentales à pouvoir agir sur l'état quantique cohérent lorsqu'on passe de l'échelle atomique à l'échelle macroscopique. Cette possibilité est vraisemblable au vu des conclusions de l'expérience de décohérence faite au laboratoire LKB de l'Ecole Normale Supérieure [B52], mais nous n'avons pas encore de théorie unifiant la Mécanique quantique et la Relativité (voir le paragraphe *Validité des lois de la Mécanique quantique à l'échelle macroscopique*).

2.7.5.3 Etats finaux d'un système macroscopique

La possibilité que l'état initial d'un système ait pour conséquences possibles après évolution *plusieurs* états finaux, équiprobables ou non, existe même à l'échelle macroscopique dans des situations particulières. C'est ainsi que lors de l'écoulement turbulent d'un fluide (écoulement dont le vecteur vitesse en un point critique peut subir des variations irrégulières de direction et de grandeur), un point caractéristique P de son espace des phases peut évoluer vers n'importe lequel des points P_1, P_2, P_3, etc. : on dit qu'il y a « diffusion » dans l'espace des phases.

La diffusion est un phénomène chaotique faisant passer, à chaque transformation, un système d'un état initial *avant un point critique de bifurcation* à un état final *après bifurcation* choisi parmi plusieurs états finaux plus ou moins dispersés. *Ce phénomène est irréversible, dissipatif, et augmente l'entropie du système*.

Attracteurs de l'espace des phases

Parfois, après une certaine évolution de ce type, la présence du point représentatif de l'état du système est beaucoup plus probable au voisinage de certains points (ou courbes d'évolution) de l'espace des phases appelés « attracteurs », points (ou courbes) vers lesquels l'évolution converge.

A l'évidence, l'existence et le caractère chaotique du phénomène de diffusion à l'échelle macroscopique, ainsi que la convergence de son état vers un attracteur choisi parmi plusieurs, nous obligent à étendre le déterminisme même en dehors de l'échelle atomique lors du franchissement d'un point de bifurcation (et seulement dans ce cas) :

- un état initial avant bifurcation peut avoir pour conséquences possibles après bifurcation *un ensemble* d'états finaux, dont *un seul* se réalisera à l'issue de chaque transformation ;
- une transformation peut être chaotique et/ou irréversible (voir plus haut *Irréversibilité thermodynamique*).

Solution : le déterminisme étendu

Le déterminisme étendu que nous proposons tient compte des notions de diffusion, bifurcation et turbulence en décrivant leurs conditions et règles au moyen de lois d'interruption.

2.7.5.4 Paquet d'ondes de probabilité

La position d'une particule matérielle qui se déplace conformément à l'équation de Schrödinger est décrite par un *paquet d'ondes*, superposition d'un ensemble d'ondes d'amplitude de probabilité. Ces ondes sont souvent planes et monochromatiques, de fréquences et phases différentes ; leurs amplitudes s'ajoutent en donnant une probabilité maximum de présence de la particule au centre du paquet, et une probabilité s'annulant rapidement dès que l'on s'éloigne du centre.

C'est ainsi qu'un paquet d'ondes de probabilité à une dimension se déplaçant dans la direction des x croissants de l'axe Ox a une équation de la forme :

$$\psi(x,\ t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(k) e^{i[kx - \omega(k)t]} dk$$

et à l'instant *t*=0 : $\psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int g(k) e^{ikx}\, dk$

où g(k) est la *transformée de Fourier* de $\psi(x,0)$: $g(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \psi(x,0) e^{-ikx} dx$.
Voir en annexe *Transformées de Fourier et de Laplace*.

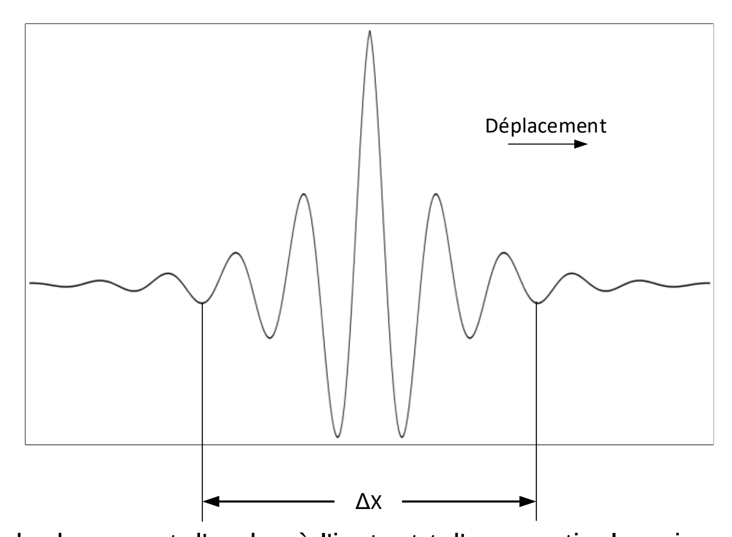
Notations :

- *t* est l'instant considéré ;
- $\psi(x,t)$ est un nombre complexe donnant l'amplitude et la phase d'une onde de probabilité de la particule au voisinage de la position *x* à l'instant *t* ;
- *g(k)* est la fonction d'amplitude qui détermine la distribution des amplitudes des diverses ondes composantes du paquet en fonction de la variable *k* ;
  à chaque valeur de *k* entre $-\infty$ et $+\infty$ correspond une onde du paquet ;
- ω est la pulsation (fréquence multipliée par 2π), reliée à *k*, à la masse *m* de la particule et à la constante $\hbar = \frac{2}{2\pi}$ ($\hbar$ se prononce h-barre) par la relation :

$$\omega = \frac{hk^2}{2m}$$

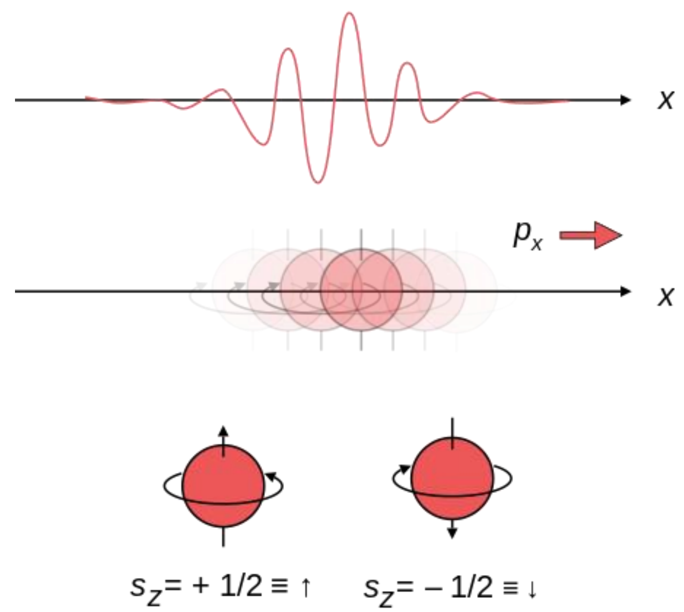
- le rapport $\frac{\omega}{k}$ est appelé v_φ, *vitesse de phase* de l'onde correspondant à *k*, égale à *c* dans le vide mais égale à *c/n(k)* dans un milieu dispersif dont l'indice vaut *n(k)*.

L'amplitude du paquet d'ondes à un instant *t* donné est représentée par le graphique ci-dessous, qui montre que la probabilité n'est significative que dans un petit intervalle *Δx* et diminue puis s'annule rapidement en dehors.



Amplitude du paquet d'ondes à l'instant *t* d'une particule qui se déplace

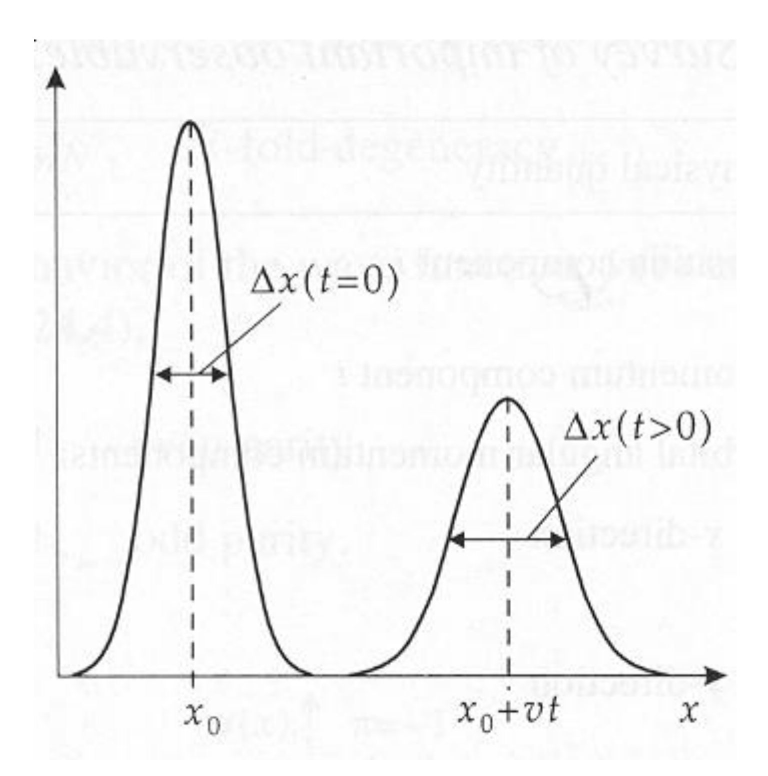
En somme, un paquet d'ondes accompagne une particule qui se déplace, et *c'est parce que ce paquet d'ondes a une largeur approximative Δx non nulle que la position de la particule à un instant donné ne peut être définie avec une précision meilleure qu'une demi-largeur de paquet autour de son centre*, et que la particule apparaîtrait floue si on pouvait la voir.



Fonctions d'onde pour une particule libre de spin ½ à un instant donné
(hors champ électromagnétique)
En haut : amplitudes du paquet d'ondes de probabilité de présence aux positions x
Au milieu : amplitudes de probabilité du moment cinétique aux positions x
En bas : les deux spins en superposition
© Microsoft Bing Creative Commons

<u>Etalement du paquet d'ondes de position d'une particule</u>

La vitesse de déplacement de la particule et de son paquet d'ondes, *v*, vaut 2 fois la vitesse de phase v_φ de l'onde dont le maximum est au centre du paquet. *Le temps passant, les ondes de probabilité se rattrapent et se chevauchent, et le paquet d'ondes s'étale tout en se déplaçant*. Le graphique ci-dessous illustre cet étalement, en montrant que *t* secondes après l'instant initial *t=0* sa densité de probabilité maximum $|\psi(x)|^2$ a diminué et sa largeur *Δx* a augmenté.



Densité de probabilité maximum $|\psi(x)|^2$ aux instants *0* et *t* d'un paquet d'ondes

La conséquence de cet étalement est qu'après un calcul de position qui a donné un résultat *x* à l'instant *t* (à l'incertitude *Δx* près), l'incertitude sur la position de la particule en déplacement augmente. En quelque sorte, l'image de la particule devient rapidement encore plus floue.

En Mécanique quantique la précision de position en mouvement après une estimation se dégrade rapidement, contrairement à la physique classique.

Mais (surprise !) cette dégradation n'existe pas pour la quantité de mouvement *Δp* d'une particule : *l'étalement du paquet d'ondes de quantité de mouvement à l'instant d'une évaluation reste le même après cette évaluation* :

$$\Delta p(t=0) = \Delta p(t>0)$$

Cela se comprend facilement si l'on se souvient qu'une particule libre (c'est-à-dire qui n'est pas accélérée par une variation de potentiel) a une quantité de mouvement constante.

Le train d'ondes d'un photon ne s'étale pas

Nous venons de voir l'étalement du paquet d'ondes accompagnant une particule de masse non nulle, c'est-à-dire un corpuscule.

Pour un photon, de masse toujours nulle, les choses sont un peu différentes. L'onde électromagnétique du photon dure le temps τ que met un atome à l'émettre en passant d'un niveau d'énergie à un niveau inférieur. La vitesse de cette onde et du photon est la vitesse de la lumière, *c*. Si on connaît l'atome émetteur, on connaît ses divers niveaux d'énergie, la fréquence ν du photon et la longueur de l'onde émise (celle de sa suite d'alternances : $c\tau$). L'incertitude sur la fréquence ν du photon et sa longueur d'onde $\lambda = \frac{c}{\nu}$ proviennent des incertitudes sur les différences entre deux niveaux d'énergie de l'émetteur. L'incertitude *Δx* sur la position du photon est égale à

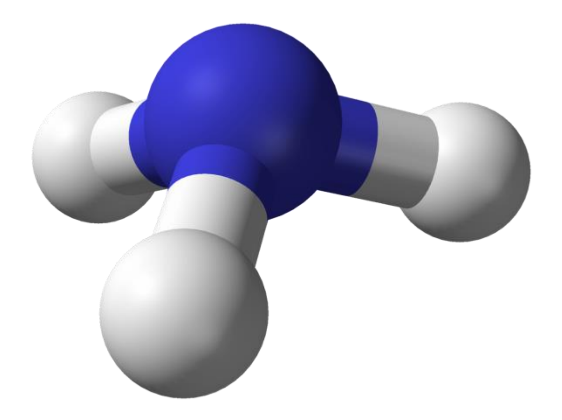
sa longueur d'onde, et l'incertitude sur son impulsion s'en déduit en appliquant le *Principe d'incertitude de Heisenberg* (voir ce titre). *Il n'y a pas d'étalement dans le temps*.

Si on fait passer de la lumière monochromatique à travers une fente qu'on ouvre pendant un court instant puis qu'on referme, il y a une incertitude sur la durée d'ouverture de la fente, donc une incertitude sur la longueur du train d'ondes lumineuses qui l'a franchie.

2.7.5.5 Superposition d'états, cohérence et décohérence

<u>Résultat d'une évolution selon l'équation de Schrödinger : états superposés</u>

Les équations d'état de la nature qui décrivent à la fois des *évolutions* et des *situations* (états d'un système), comme celle de Schrödinger, n'ont pas *une* mais *un ensemble* de solutions : c'est le cas, par exemple, à l'échelle atomique, où une molécule tétraédrique d'ammoniac NH_3 peut exister de façon stable, avec une énergie potentielle minimum, *sous deux formes en même temps* (on les dit *superposées*), formes où l'atome d'azote est d'un côté ou de l'autre du plan des 3 atomes d'hydrogène.



Molécule d'ammoniac NH_3 – Bleu : atome d'azote N – Gris : atomes d'hydrogène H
Les liaisons chimiques entre l'azote et les hydrogènes partagent un électron

Si des expériences, faites à l'échelle macroscopique humaine (où la superposition d'états ne peut pas apparaître), tentent de déterminer de quel côté du plan des hydrogènes se trouve l'azote, les réponses le trouveront aussi fréquemment d'un côté que de l'autre, chacun avec une probabilité de 50%. Mais ce n'est pas là du hasard, c'est de l'imprévisibilité : la perturbation introduite à l'échelle atomique par l'expérience brutale d'une mesure macroscopique se produit aussi souvent dans un sens que dans l'autre, sans que nous puissions en imposer un en particulier.

Il existe donc dans la nature des systèmes comprenant simultanément plusieurs états, avec des propriétés d'ensemble (comme la masse ou la charge électrique) qui sont celles d'un seul état (ci-dessus : une seule molécule NH_3) ; de tels systèmes sont dits « dans un état superposé ». A l'échelle macroscopique de son expérience, l'homme ne connaît pas et ne se représente pas de tels systèmes, mais leur existence est une certitude confirmée par l'expérience comme par la théorie.

Choix d'un état final unique par décohérence

Une transformation faisant passer une superposition d'états à l'échelle atomique à un état unique à l'échelle macroscopique est appelée *décohérence* ; elle est due à l'interférence entre des forces « colossales » de l'échelle macroscopique et le système superposé minuscule de l'échelle atomique, interférence qui n'est pas régie par une loi physique particulière mais dépend de chaque concours de circonstances. C'est pourquoi l'état unique final observé ne peut être prévu : on sait seulement qu'il correspond à une des solutions possibles (valeurs propres) de l'équation des états superposés, ensemble prédéterminé dont chaque élément est prédictible avec sa probabilité d'occurrence.

Les équations de Schrödinger qui décrivent l'évolution d'un système dans le temps et l'espace peuvent avoir des solutions multiples, parfois même une infinité, là aussi en superposition : un système à l'échelle atomique peut évoluer vers un ensemble d'états superposés existant en même temps (dits cohérents), que cela choque notre bon sens ou non.

Conclusion

Cette distribution statistique de résultats n'est pas due au hasard : la distribution des états superposés de NH_3 « 50% au-dessus du plan des hydrogènes + 50% en dessous » résulte de l'équation déterministe de Schrödinger, pas du hasard.

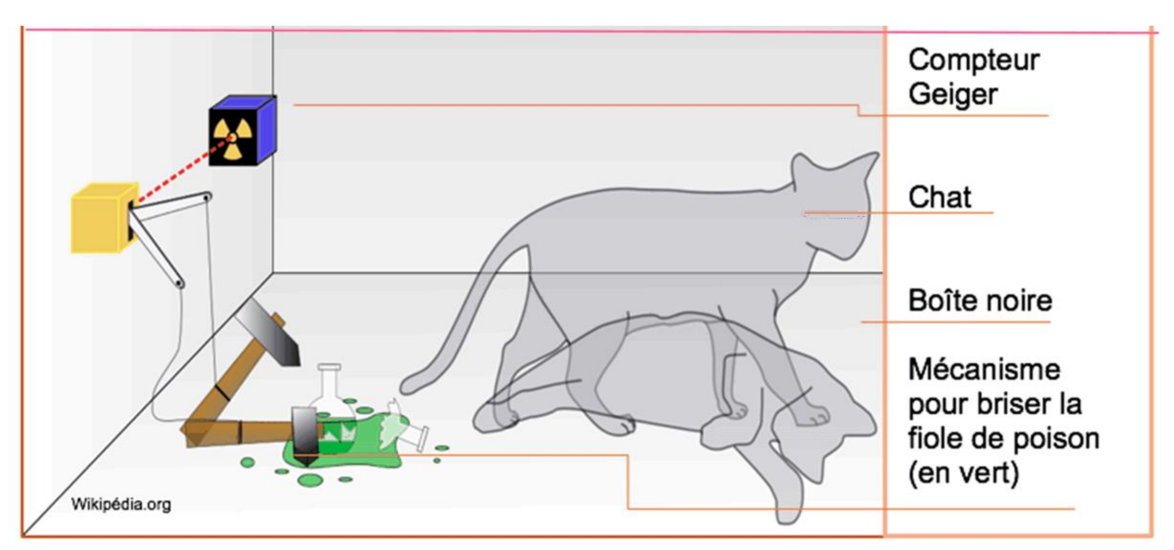
Remarque

Les deux positions stables de l'atome d'azote par rapport au plan des 3 hydrogènes peuvent exister alternativement, le passage de l'une à l'autre se produisant par *effet tunnel* (voir ce paragraphe) avec une fréquence calculable observée en astronomie. Les états superposés sont alors remplacés par des états alternés ([B3] pages 453 et suivantes).

2.7.5.6 Le chat de Schrödinger

(Citation de [B14-1])
L’expérience du chat de Schrödinger fut imaginée en 1935 par Erwin Schrödinger, afin de mettre en évidence des lacunes supposées de cette description du monde.

L’idée de Schrödinger consiste à placer un chat dans une boite fermée (il s’agit évidemment d’une expérience de pensée et n’importe quel animal ferait l’affaire !). Cette boite est pourvue d’un système destiné à tuer le chat. Ce système est constitué d’un flacon de poison, d’une petite quantité de matière radioactive et d’un compteur Geiger. Lorsque la première désintégration d’un noyau radioactif se produit, le compteur Geiger réagit en déclenchant un mécanisme qui casse le flacon et libère le poison mortel. Ainsi, la désintégration d’un noyau radioactif, un processus microscopique, se traduit par la mort du chat, un événement macroscopique.



Expérience du chat de Schrödinger - © Wikimédia Creative Commons

La désintégration d'un noyau radioactif est un processus purement quantique qui se décrit en termes de probabilités. Il est impossible de prévoir quel noyau se transformera en premier ou bien quand la première désintégration se produira. La seule chose que nous puissions calculer est la probabilité qu'un certain nombre de noyaux se soient désintégrés après un temps donné. Nous pouvons par exemple choisir une substance radioactive de telle façon qu'après cinq minutes il y ait 50% de chances qu'un noyau se soit désintégré et 50% de chances que rien ne se soit produit.

[Phase 1]
Fermons donc la boite et patientons cinq minutes. Puisque la désintégration radioactive s'exprime en termes de probabilités, le sort du chat ne peut être décrit qu'en termes similaires. Après cinq minutes, il y a donc 50% de chances que le chat soit mort et 50% de chances qu'il soit vivant.

Dans l'interprétation traditionnelle de la mécanique quantique, le chat n'est alors ni mort, ni vivant. Il se trouve dans une superposition de ces deux états. Ce n'est que lorsque nous ouvrons finalement la boite [Phase 2] que l'un des deux états possibles devient [pour nous] la réalité. Le chat est alors soit vivant, soit mort.

L'interprétation traditionnelle de la mécanique quantique pose donc un problème. Il est possible d'imaginer qu'une particule se trouve dans une superposition d'états, chacun affecté d'une certaine probabilité. Ceci devient en revanche très difficile lorsque l'on considère un objet macroscopique comme le chat en question. L'idée d'un animal ni mort ni vivant, mais dans une superposition de ces états, est plutôt difficile à accepter.
(Fin de citation)

<u>Commentaires sur cette expérience et sa conclusion</u>

- Quel est l'état du chat ?

- Phase 1 : c'est un état dynamique, traduisant l'évolution : *superposition* d'un état "mort" (probabilité 50%) et d'un état "vivant" (probabilité 50%).
- Phase 2 : c'est un état macroscopique, OU mort OU vivant.

- L'idée d'une superposition d'états « chat vivant » + « chat mort » choque notre bon sens, en effet.
- Mais de très nombreuses expériences de superposition d'états ont été observées depuis 1935, par exemple [B52]. Nous devons donc accepter la réalité, à l'échelle atomique, d'un mode d'existence de type superposition d'états, mode où le système à états superposés a conservé les valeurs de variables comme la masse et la charge électrique qu'il avait avant la superposition.
- La durée de vie d'une superposition d'états est en général extrêmement courte pour un système macroscopique, trop courte pour être mesurée. Pour un système à l'échelle atomique elle est d'autant plus courte que ses interactions avec son environnement macroscopique sont importantes, du fait de sa taille, de l'agitation thermique, du contact avec un instrument de mesure, etc.

  Exemple : dans l'ordinateur quantique Rigetti, la durée d'une superposition d'états à une température de supraconductivité de 1°K est au maximum de 90 µs [B153].

Conclusion

L'interprétation des résultats de la Mécanique quantique n'est pas évidente. Il a fallu des années après la publication de l'équation de Schrödinger en 1926 pour la clarifier. Nous abordons ce sujet au paragraphe suivant.

2.7.6 La Mécanique quantique, outil mathématique de l'échelle atomique

A l'échelle atomique, l'effet des lois physiques régissant l'évolution des particules (électrons, protons, etc.), libres ou plongées dans un champ électrique, se calcule avec un outil mathématique appelé Mécanique quantique.

Les lois d'évolution de la nature sont les mêmes qu'à l'échelle macroscopique, et le passage entre cette échelle et l'échelle atomique se fait sans discontinuité, par application du *Principe de correspondance* (voir ce titre). Mais pour décrire les détails et prévoir les évolutions à l'échelle atomique il faut utiliser la Mécanique quantique.

La structure atomique complexe des éléments du *Tableau périodique des éléments chimiques* (voir ce paragraphe) se calcule en Mécanique quantique.

L'outil fondamental de la Mécanique quantique est l'équation de Schrödinger, qui décrit l'évolution dans le temps et l'espace d'une particule ou d'un système dans un champ de force électromagnétique. Cette équation *parfaitement déterministe* permet une prévision d'évolution, mais cette prévision donne des lois inattendues car les prédictions de résultats ne peuvent être que statistiques, entachées d'indéterminations et de limitations.

Exemple de différence entre physique newtonienne et Mécanique quantique
Lire d'abord ci-dessus le paragraphe *Fonction d'onde* et son sous-titre *Amplitude de probabilité de présence*.

Alors que les lois du mouvement de Newton permettent de savoir qu'un point matériel parti de la position $\boldsymbol{r}_1$ à l'instant t_1 avec une loi de vitesse $\boldsymbol{v}(t)$ atteint la position $\boldsymbol{r}_2$ à l'instant t_2, la Mécanique quantique calcule l'amplitude de probabilité pour qu'il atteigne $\boldsymbol{r}_2$ à l'instant t_2, fonction $K(\boldsymbol{r}_1, t_1, \boldsymbol{r}_2, t_2)$ qu'elle appelle *propagateur de l'équation de Schrödinger régissant le mouvement du point*.

Cet exemple montre que la Mécanique quantique substitue une probabilité à la certitude du déterminisme scientifique. Ce comportement relève d'un autre déterminisme, le *déterminisme statistique* ; il n'y a là aucun hasard, seulement le fait que le résultat certain porte sur un ensemble, dont chaque élément a une probabilité ou une amplitude de probabilité d'être choisi. Le choix d'une solution de l'équation (élément de l'ensemble) est *ultérieur* à l'évolution proprement dite, il est arbitraire et ne peut être décrit par la loi d'évolution ; *on ne peut donc qualifier cette loi de non-déterministe*.

La Mécanique quantique ne constitue pas une science expérimentale de l'infiniment petit, rôle que tient la *physique quantique*.

On ne peut effectuer une mesure à l'échelle atomique sans perturber son objet

Une mesure à l'échelle atomique implique un échange d'énergie. Détecter un photon, par exemple, implique de l'absorber dans le détecteur ; et une fois absorbé on sait qu'il existait, mais on n'en dispose plus. Il n'existe pas de mesure, à l'échelle atomique, qui ne perturbe la particule mesurée ; la mesure doit donc faire partie de l'expérience.

Ce que nous apprend la Mécanique quantique

L'équation de Schrödinger donne des résultats statistiques pour diverses variables comme la position, la vitesse ou l'énergie ; ainsi, une particule en mouvement n'a pas une position précise à un instant donné : cette position se définit dans un petit volume autour d'un point considéré, avec une probabilité qui dépend de la position considérée comme de la taille de ce volume. A cet instant-là, la particule est donc à une infinité d'endroits à la fois, certaines de ses positions étant plus probables que d'autres.

On peut considérer cette infinité de positions simultanées de probabilités différentes comme une sorte d'image floue, plus nette là où la probabilité de présence est la plus forte. Bien entendu, la masse totale de la particule reste inchangée, position répartie ou pas.

De même, la vitesse de cette particule à cet instant-là se définit dans un petit volume entourant la position considérée, et l'équation donne une distribution statistique des vitesses autour des divers points de l'espace, avec une probabilité pour une valeur donnée fonction du volume considéré.

La trajectoire d'une particule n'est donc pas une courbe, c'est un volume d'espace dont les divers points ont des probabilités différentes d'y trouver la particule à un instant donné et dans un voisinage donné.

Entre un point de départ et un point d'arrivée précis, une particule peut parcourir une infinité de trajectoires à la fois, certaines plus probables que d'autres, mais toutes commençant et se terminant ensemble.

Un système peut se trouver dans plusieurs états à la fois (états dits *superposés*), même si cela défie notre capacité intuitive de représentation. Chacun de ces états a une probabilité, l'ensemble des états ayant une probabilité totale de 1, c'est-à-dire une certitude d'existence.

> Cette multiplication d'états simultanés ne viole nullement des lois de conservation de l'échelle macroscopique comme celles de la masse ou de la charge électrique : si un système à l'échelle atomique a une masse m au début d'une évolution qui le transforme en une infinité d'états superposés, la somme des masses de ceux-ci sera la même : m.

La Mécanique quantique ne permet pas de prédire le comportement précis *d'un* atome, mais elle permet de prédire *les propriétés moyennes d'un grand ensemble* d'atomes.

Autre nouvelle sorte de réalité en Mécanique quantique, la *non-localité* : deux ou plusieurs particules, émises en même temps et partageant une énergie totale, sont indissociables ; si l'une s'éloigne (on a testé jusqu'à 144 km avec des photons) elles continuent à former un seul groupe d'objets : si on intervient sur l'un des objets du groupe, tous les autres sont impactés *instantanément* (en zéro seconde, plus vite même que si l'information allait à la vitesse de la lumière).

Enfin, selon l'expérience, une même particule peut avoir un comportement corpusculaire (celui d'un petit objet) ou un comportement ondulatoire (celui d'une onde, avec - en tenant compte des phases - des effets d'addition ou d'interférence).

Conclusions
A l'échelle atomique, la compréhension, la prévision d'évolution et la prédiction des valeurs des variables passent par des distributions statistiques définies mathématiquement ; on ne voit jamais une particule (trop petite !), on apprécie ses paramètres à l'aide d'équations. Il faut accepter l'existence de nouveaux types de réalité, des *réalités statistiques*.

A cette échelle-là, il y a donc un *déterminisme statistique*. Les lois d'évolution des particules et systèmes (les équations) sont toujours déterministes au sens traditionnel, mais leurs résultats sont probabilistes et certaines questions précises restent nécessairement sans réponse.

2.7.6.1 Expériences et lois initiales de la physique atomique

Complément sur l'histoire de la physique quantique : [B91].

2.7.6.1.1 Planck : les rayonnements électromagnétiques sont quantifiés

En 1900, en étudiant le rayonnement du corps noir (surface qui absorbe tous les rayonnements reçus), Max Planck constata que les échanges d'énergie électromagnétique d'une longueur d'onde donnée se faisaient par quantités discrètes, toujours multiples d'un même quantum appelé par la suite *photon*.

Le caractère discret de ces échanges était révolutionnaire, car les ondes électromagnétiques sont régies par les lois continues de Maxwell. Selon l'expérience, la lumière était donc tantôt corpusculaire (comme l'avait imaginé Newton) et tantôt ondulatoire comme l'expliquait Maxwell. Chaque photon de fréquence ν avait une énergie cinétique $E = h\nu$, donc proportionnelle à la fréquence. Et le coefficient multiplicateur *h* s'avéra être une constante de l'Univers : on l'appela *constante de Planck h* = 6.62618 **.**10-^{34} joule **.**seconde et Max Planck reçut un prix Nobel en 1918.

2.7.6.1.2 Einstein et l'effet photoélectrique

Une surface métallique éclairée par un rayonnement d'énergie suffisante émet des électrons : c'est *l'effet photoélectrique*. En 1905, Einstein expliqua la constatation de Planck : pour un métal donné, il existe une fréquence ν_0 en dessous de laquelle il n'émet pas d'électrons *quelle que soit l'intensité lumineuse reçue* ; en outre, l'émission commence dès que le métal est éclairé : il n'y a aucun délai. L'émission de chaque électron s'explique par l'absorption par son atome d'un photon ; cette expulsion d'électron n'est possible que si ce photon a une énergie cinétique minimum de $h\nu_0$, le supplément éventuel d'énergie du photon étant converti en énergie cinétique de l'électron. Cette découverte valut à Einstein le prix Nobel de physique en 1921.

2.7.6.1.3 Niels Bohr et la théorie de l'atome quantifié

1. On savait, au début du XXe siècle, que les spectres d'émission des gaz à basse pression étaient composés de raies fines, correspondant donc à des longueurs d'onde discrètes précises. Ces spectres différaient donc de façon fondamentale des spectres de solides divers, composés de plages continues correspondant à des intervalles continus de longueurs d'onde.

   L'interprétation de cette finesse est la suivante : un atome d'un élément donné n'émet ou n'absorbe que des photons de certaines fréquences - donc certaines énergies et longueurs d'onde - bien déterminées. Chaque absorption ou émission d'un photon de fréquence ν par un atome correspond à un changement de niveau d'énergie d'un électron ; elle augmente ou diminue l'énergie de l'atome de la valeur exacte $h\nu$, où *h* est la constante de Planck ou "quantum d'action".
   L'énergie d'un atome est donc quantifiée : elle ne peut prendre que certaines valeurs discrètes.

2. On savait aussi que des particules alpha (noyaux d'hélium ionisé) rapides bombardant des atomes d'or rebondissaient parfois, ce qui prouvait que ces atomes avaient un noyau chargé positivement comme les particules alpha.
   En supposant que tous les atomes avaient un noyau positif et des électrons négatifs qu'un rayonnement d'énergie suffisante pouvait expulser, Ernest Rutherford conçut un modèle atomique ressemblant au système solaire :
   un noyau positif est entouré d'électrons négatifs tournant autour. Le problème de ce modèle était que, d'après les lois de Maxwell – largement vérifiées – les électrons (charges électriques tournantes) devaient rayonner leur énergie et tomber sur le noyau qui les attirait, rendant tout atome de matière instable.

En 1913, Niels Bohr expliqua le caractère discret des spectres de raies des gaz et la stabilité des orbites électroniques : il postula que les électrons ne pouvaient parcourir que des orbites discrètes, d'énergie potentielle fixe, et qu'un électron resterait sur son orbite tant qu'un rayonnement d'énergie suffisante ne l'en aurait pas expulsé. Plus

précisément, le moment cinétique m_c d'un électron atomique ne pouvait être qu'un multiple d'un quantum qu'on appela $\hbar$ (h-barre) tel que

$$m_c = n\hbar, \text{ où } \hbar = \frac{h}{2\pi}, \; h \text{ étant la constante de Planck.}$$

Le multiple n caractérisait une orbite : on l'appela *nombre quantique principal*.
Sur cette orbite stable, la force d'attraction électrostatique de Coulomb que le noyau exerce sur chaque électron est équilibrée par la force centrifuge de la rotation de l'électron, conforme à la loi de Newton. La structure de l'atome a donc des niveaux d'énergie quantifiés, et un électron peut monter d'une couche à la suivante en recevant un photon ou descendre d'une couche à la précédente en émettant un photon, ce qui explique les spectres de raies.

Niels Bohr reçut le prix Nobel de physique 1922.

2.7.6.1.4 Louis de Broglie et l'unification corpusculaire / ondulatoire

C'est le français Louis de Broglie qui expliqua en 1924 pourquoi on trouve des comportements tantôt corpusculaires tantôt ondulatoires pour les particules matérielles, en théorisant les *ondes de matière* : les seules orbites électroniques stables sont celles dont la longueur est multiple d'un certain quantum. Nous préciserons cela au paragraphe *Domaines de la physique quantique*.

Louis de Broglie reçut le prix Nobel de physique 1929.

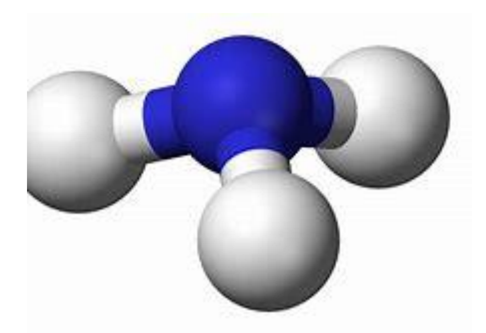
2.7.6.1.5 Schrödinger : naissance de la Mécanique quantique, outil de description des états stationnaires et des évolutions à l'échelle atomique

La synthèse de ces découvertes avec la Mécanique analytique d'Hamilton fut faite en 1926 par Erwin Schrödinger, qui publia la loi fondamentale d'évolution portant son nom : la Mécanique quantique était née. L'équation de Schrödinger a la même importance à l'échelle atomique que les lois de Newton à l'échelle macroscopique ; Schrödinger eut le prix Nobel en 1933. Nous allons maintenant décrire les aspects importants de cette loi.

2.7.6.2 Evolutions multiples simultanées suivies de décohérences

L'évolution d'un système à l'échelle atomique, régie par *l'équation de Schrödinger* (voir ce titre), peut produire des solutions où le système est un ensemble (prédéterminé) d'états superposés - c'est-à-dire existant simultanément - dont les variables globales comme la masse totale et la charge électrique totale sont les mêmes qu'à l'origine.

Exemple
L'équation de Schrödinger prévoit que la molécule d'ammoniac NH_3 se forme avec deux états équiprobables superposés, où l'atome d'azote est d'un côté ou de l'autre du plan des trois atomes d'hydrogène.



Molécule d'ammoniac NH_3 (licence Creative Commons Microsoft Bing)

On ne peut pas, à l'échelle macroscopique humaine observer ces deux états ensemble. Si on intervient sur une molécule NH_3 pour la voir on apporte nécessairement une énergie à son état superposé, ce qui détruit la superposition : il y a *décohérence*.

Dans le sens *présent vers avenir* de la formation de NH_3, la chaîne de causalité unique devient une arborescence à l'échelle atomique parce qu'à chaque fois qu'intervient une décohérence la nature choisit un seul des états finaux possibles. Ce choix *n'est pas prédictible*, car on ne peut décrire scientifiquement l'intervention macroscopique cause de la décohérence *:* c'est un des cas où le déterminisme des évolutions n'entraîne pas leur prédictibilité faute de connaître les conditions initiales.

> La décohérence est donc la transformation d'un système en superposition d'états quantiques en système à état unique, par exemple NH_3. Cette décohérence n'est pas une évolution au sens déterministe, elle est régie par une loi d'interruption.

Choix d'un état final unique par décohérence
La décohérence est une transformation due à l'interférence entre des forces colossales de l'échelle macroscopique (comme celles de l'agitation thermique) et le système superposé à l'échelle atomique, interférence qui n'est pas régie par une loi physique particulière. C'est pourquoi l'état unique final observé ne peut être prévu : on sait seulement qu'il correspond à une des valeurs propres de l'ensemble des états superposés.

Dans le sens *présent vers passé*, la chaîne de causalité reste unique parce que chaque superposition d'états quantiques n'a qu'un seul prédécesseur : l'état initial peut être reconstitué en pensée tant que la loi d'évolution n'a pas changé (qu'une loi d'interruption n'est pas intervenue).

2.7.7 Principe d'incertitude de Heisenberg

Une des lois les plus importantes de la Mécanique quantique est le *Principe d'incertitude de Heisenberg*, théorème qui limite la précision possible d'une mesure simultanée des variables de certains couples où elles sont dites « conjuguées ».

<u>Mesure simultanée d'une position et d'une quantité de mouvement selon un axe</u>
Ainsi, en désignant respectivement par Δx et Δp les incertitudes sur la position d'une particule en mouvement selon l'axe des x et sur sa quantité de mouvement (produit $p=mv$ de sa masse m par sa vitesse v), le principe d'incertitude impose que le produit $\Delta x.\Delta p$ soit au moins de l'ordre d'une valeur désignée par $\frac{1}{2}\hbar$, où h est la constante de

Planck h = 6.6261 **.**10^{-34} joule .seconde (une des constantes fondamentales de l'Univers) et $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ($\hbar$ se prononce h-barre).

$$\Delta x \,.\, \Delta p \geq \frac{1}{2}\hbar, \quad \text{où} \quad \frac{1}{2}\hbar = 0.527.\,10^{-34}\, joule.seconde$$

Exemple

Un atome de fer ayant un rayon de 1.26 angström (1Å = 10^{-10} m), supposons que l'imprécision sur la position d'un électron soit du même ordre, soit *Δx = 1Å*. L'incertitude sur la quantité de mouvement de l'électron est alors d'au moins $\frac{\frac{1}{2}\hbar}{\Delta x}$ = 0.53 **.**10^{-24} kg.m/s ; et puisque la masse au repos de l'électron est 0.9 **.**10^{-30}kg, l'incertitude sur sa vitesse est 0.6**.**10^{6} m/s, c'est-à-dire 600 km/s ! Par contre, si l'on accepte une incertitude de 1mm sur la position (incertitude énorme par rapport à la taille d'un atome), l'incertitude sur la vitesse tombe à 6 cm/s.

L'incertitude sur deux mesures simultanées doit être comprise axe par axe. C'est ainsi que la composante selon l'axe *Oz* de l'impulsion, p_z, peut être mesurée en même temps que la composante selon l'axe *Ox* de la position, *x*, sans que la limitation $\Delta x \,.\, \Delta p_z \geq ½\hbar$ intervienne.

Le principe d'incertitude de Heisenberg ne s'applique qu'aux résultats de mesures

Conséquence du principe d'incertitude de Heisenberg sur des conditions initiales

La doctrine du déterminisme physique définit l'évolution d'un système à partir de ses conditions initiales et de la loi d'évolution qui s'applique à elles. Et lorsqu'il est impossible d'intégrer une équation différentielle d'évolution, une solution approchée est calculée pas à pas à partir de conditions initiales, nous l'avons vu au paragraphe *Evolution d'un système représentée par des équations différentielles*.

Mais d'après le principe d'incertitude de Heisenberg il est impossible, à propos d'un système, de connaître au même instant les deux variables de certains couples comme (position + quantité de mouvement - c'est-à-dire position + vitesse). Alors, comment disposer de conditions initiales acceptables ?

La réponse résulte de la différence entre *connaître par constatation expérimentale* et *définir arbitrairement* : le principe d'incertitude de Heisenberg ne peut interdire de définir, il ne s'applique qu'aux mesures.

Pourquoi ne connaissions-nous pas déjà le principe d'incertitude de Heisenberg ?

Le principe d'incertitude exprime une forme d'incompatibilité entre précisions des déterminations *simultanées* de la position selon un axe de coordonnées et de la quantité de mouvement selon cet axe. La quantité de mouvement *p=mv* n'est pas la vitesse seule, la masse y intervient tout autant. Si cette masse est très faible, comme c'est le cas pour les particules de physique atomique, la limitation ≥ est difficile à satisfaire ; mais si la masse est de l'ordre du kilogramme (~10^{30} fois plus élevée que celle d'un électron) elle est satisfaite dans toutes les expériences de la vie courante : voilà pourquoi le principe d'incertitude de Heisenberg ne nous empêche jamais de mesurer simultanément une masse et une vitesse avec une excellente précision.

Mesure simultanée d'une énergie et d'une durée

La limitation de précision de deux mesures simultanées existe aussi pour un autre couple de variables conjuguées, *l'énergie ΔE et la durée Δt* :

$$\Delta E . \Delta t \geq \frac{1}{2} \hbar$$

Cette dernière inégalité peut être interprétée comme *une instabilité ou une indétermination de l'énergie* : pour qu'une particule puisse rester à un certain niveau d'énergie (que ce niveau ne baisse pas trop, donc que *ΔE* soit assez petit) il faut qu'elle (ou sa mesure) dispose d'un temps suffisant.

> Cette condition était importante aux premiers temps de l'Univers pour que certaines synthèses atomiques soient possibles malgré les chocs provenant de photons de très haute énergie, qui pouvaient briser les particules composites créées : voir au paragraphe *Les transitions de phase séparent les forces fondamentales* le sous-titre *3ème transition : l'inflation créatrice d'espace et d'énergie*.

Non-reproductibilité d'expériences trop rapides ou trop rapprochées dans le temps

Cette inégalité entraîne aussi une non-reproductibilité d'expériences où intervient une énergie lorsque ces expériences sont répétées trop peu de temps l'une après l'autre : si on fait l'expérience "2" longtemps après l'expérience "1", *Δt* est grand et *ΔE* peut être très petit, la reproductibilité peut être excellente ; mais plus tôt on réalise l'expérience "2" après l'expérience "1", plus *ΔE* pourra être grand, ce qui dégradera la reproductibilité.

Voir aussi *Relation entre portée des forces et masse des particules d'interaction*.

Incertitude sur un photon

Lorsque la particule mesurée n'a pas de masse, comme c'est le cas pour un photon, il n'y a pas d'incertitude sur sa vitesse - toujours égale à *c* - mais il y a incertitude sur sa position du fait de sa longueur d'onde. Pour augmenter la précision d'une mesure de position utilisant un rayonnement électromagnétique il faut donc diminuer sa longueur d'onde, c'est-à-dire accroître son énergie. Et dans certains cas, l'énergie minimum nécessaire devient si grande qu'elle rend l'expérience impossible : un photon de trop haute énergie, choisi pour la faiblesse de sa longueur d'onde, peut déplacer un électron, perturbant ainsi une mesure.

Mesure simultanée d'une orientation angulaire et d'un moment cinétique

La précision d'une mesure simultanée de ces deux variables, elles aussi conjuguées, est limitée comme les deux précédentes par le principe d'incertitude de Heisenberg :

$$\Delta \theta . \Delta J \geq \frac{1}{2} \hbar$$

où θ est l'orientation angulaire et J le moment cinétique.

2.7.7.1 Conséquences du principe d'incertitude dans l'espace des phases

Lire d'abord *Espace des phases – Stabilité des lois physiques d'évolution*.

Les variables *p* (quantité de mouvement ou impulsion) et *x* (position) ont une détermination limitée par le principe d'incertitude de Heisenberg : $\Delta x.\ \Delta p \geq \frac{1}{2}\hbar$.
Cette limite peut être représentée par une aire rectangulaire de l'espace des phases rapporté à ces deux variables, aire au minimum égale à $\frac{1}{2}\hbar$.

De même, les variables *E* (énergie) et *t* (durée) ont une détermination limitée par $\Delta E.\ \Delta t \geq \frac{1}{2}\hbar$, qui peut être représentée par une aire minimum égale à la précédente.

Il n'est donc pas possible de déterminer un degré de liberté d'un système, soumis au principe d'incertitude de Heisenberg avec une certaine variable associée, dans une aire de l'espace des phases plus petite que $\frac{1}{2}\hbar$. Il y a donc, alors, une aire minimum de cet espace qui est de l'ordre de *h*, la constante de Planck.

2.7.7.2 Conséquences philosophiques du principe d'incertitude

2.7.7.2.1 Principe de non-clonage

Source : [B173] page 228
Imaginons un photocopieur capable de reproduire exactement une particule dans son état à l'instant *t* : à l'entrée on introduit la particule et sa fonction d'onde à cet instant-là, et à la sortie on obtient deux copies exactes du tout. Un tel photocopieur ne peut exister, le principe d'incertitude de Heisenberg l'interdit ; car s'il existait on pourrait mesurer séparément, sur chaque copie, les deux variables d'un couple incompatible.

> Donc les romans d'anticipation où on fabrique des clones parfaits, localement ou à distance, sont irréalistes.

2.7.7.2.2 L'instabilité naturelle, effet sans cause

Le manque de reproductibilité de certaines expériences est dû à une instabilité naturelle, des variations traduisant un refus de la nature d'avoir en même temps précision et stabilité, une indétermination sans cause ; c'est là une limite du déterminisme :

> **Dans certaines circonstances, la causalité ne peut garantir ni la précision d'une prédiction, ni la stabilité en l'absence de cause efficace.**

C'est l'effet une loi d'interruption, dont la prise en compte demande le déterminisme étendu (voir *Déterminisme étendu* et *Lois d'interruption et lois d'évolution*).

L'instabilité fait partie des causes naturelles

L'instabilité n'est pas limitée à l'échelle atomique : à l'échelle macroscopique elle existe dans toute manifestation de température d'un corps, dont les molécules et atomes bougent sans cesse quel que soit son état : solide, liquide, gazeux ou plasma ; ce mouvement est appelé *Mouvement brownien*.

Ces mouvements sont des vibrations d'atomes dans un solide et des déplacements désordonnés dans un liquide ou un gaz, les molécules s'entrechoquant sans cesse. L'unique raison de cette agitation est l'énergie thermique due à la température, énergie qui se traduit au niveau atomique ou moléculaire par une vitesse de déplacement de ces corpuscules.

Relation entre température absolue et énergie cinétique
A la température absolue *T* (en degrés Kelvin, c'est-à-dire degrés C + 273.15°) chaque molécule a une énergie cinétique *moyenne* de $(3/2)k_BT$, où k_B est la constante de Boltzmann, $k_B = 1.38066 \cdot 10^{-23}$ joule par degré Kelvin.

Autrement dit, une température absolue *T* oblige toute molécule à bouger constamment, avec une énergie cinétique moyenne de $(3/2)k_BT$; si la masse de la molécule est m, sa vitesse moyenne v sera telle que $½mv^2 = (3/2)k_BT$, d'où $v^2 = 3k_BT/m$: connaissant *T* on peut calculer *v*. Ainsi, à la température *T* = 300°K (environ 27°C), la vitesse moyenne d'une molécule monoatomique d'hélium He est d'environ 1350 m/s (3 fois la vitesse du son dans l'air à cette température).

Remarque
L'important *Principe d'incertitude de Heisenberg* n'est pas une loi *d'évolution*, il n'intervient qu'en tant que condition d'indétermination dans une loi *d'interruption*.

2.7.7.2.3 L'énergie potentielle négative du vide est instable
Autre conséquence importante : l'énergie potentielle du vide est instable.

Tout volume de l'espace contient une énergie dont les variations sont d'autant plus importantes que la durée considérée est petite.

Ce phénomène est à l'origine des *fluctuations quantiques* (voir ce paragraphe). Nous y reviendrons également en *Relativité générale*, où son influence est considérable.

2.7.7.2.4 Imprécision des mesures de trop faibles durées ou énergies
Le principe d'incertitude peut aussi être interprété comme l'impossibilité de mesurer avec précision l'énergie d'un phénomène extrêmement bref, ou l'impossibilité de dater avec précision l'échange d'une très faible quantité d'énergie.

Exemple : lorsqu'un atome perd une énergie $\Delta E = h\nu$ par émission d'un photon, la durée *Δt* de cette transition et de l'émission du photon ne peut être déterminée avec une imprécision meilleure que $\frac{\hbar}{2\Delta E}$.

2.7.7.2.5 Imprécision et indétermination
A l'échelle atomique, non seulement la précision de certaines mesures est limitée, mais les valeurs de certaines variables sont entachées d'indétermination : *elles peuvent varier sans raison ; la stabilité (absence d'évolution en l'absence de cause d'évolution) n'est pas obligatoire à l'échelle atomique*.

Nous sommes donc obligés d'ajouter à la causalité physique habituelle (celle de la force de gravitation, par exemple) une causalité par indétermination ou par instabilité :

L'énergie potentielle en un point de l'espace varie sans cesse parce qu'elle est instable.

2.7.7.2.6 La causalité physique n'est rigoureuse qu'à l'échelle humaine
Du point de vue philosophique, la causalité physique n'est donc rigoureuse qu'à l'échelle macroscopique : à l'échelle atomique des variables peuvent ne pas avoir

une valeur constante, leur variation possible étant d'autant plus grande qu'on la mesure pendant un temps court.

Toutefois, les valeurs moyennes de telles variables fluctuantes respectent le déterminisme de long terme : elles sont mesurables, prédictibles et régies par les principes de conservation de l'énergie et de la quantité d'information. Et à l'échelle astronomique, dans l'espace-temps, la causalité dépend des mouvements de l'observateur par rapport à l'objet qu'il observe et des courbures de l'espace dues aux masses voisines de la ligne d'observation.

> Selon [B8-2] page 13 : « …le principe d'incertitude de Heisenberg n'a jamais impliqué la fin du déterminisme. Il n'a fait que le modifier… »

2.7.7.3 Instabilité/indétermination et déterminisme étendu

Par définition, est déterministe une évolution régie par une loi et qui ne dépend que des conditions initiales. Nous savons, après ce qui précède, que l'instabilité fait partie de ces conditions pour certains phénomènes physiques. Par souci esthétique on peut attribuer la cause « instabilité/indétermination » à une extension du déterminisme : celle du *déterminisme étendu*. Celui-ci fait aussi la synthèse de l'ensemble des causes de déclenchement ou d'arrêt d'une évolution dans une loi théorique, la *loi d'interruption*, loi qu'on ne peut expliciter mais dont les effets existent nécessairement si on veut séparer philosophiquement les causes et leurs effets, les lois d'évolution.

2.7.7.4 Hasard, imprécision et indétermination en Mécanique quantique

Il n'y a pas de *hasard* dans la position ou la vitesse d'un corpuscule de Mécanique quantique, calculés à partir de l'équation parfaitement déterministe de Schrödinger. Il y a d'abord de *l'imprécision*, c'est-à-dire un refus de la nature de nous accorder la possibilité de précision infinie qui satisferait notre esprit. Ce refus est dû à la nature stochastique de ces variables d'état de chaque corpuscule. Il ne faut donc pas confondre le déterminisme statistique, avec son imprécision (flou par multiplicité des choix en fin d'évolution pour une variable, continue ou non), et le hasard (où la nature ferait n'importe quoi).

En pensant à la « probabilité de position » d'un corpuscule qui se déplace, on risque de se le représenter comme un objet matériel qui a une dimension précise et des chances de se trouver ici plutôt que là, représentation inexacte. Cette dimension n'est pas précise, et il vaut mieux penser à un corpuscule de forme vague, sorte de petit nuage dont une infinité de réalisations sont superposées dans le paquet d'ondes qui accompagne son déplacement, infinité qui lui donnerait un aspect flou si on pouvait en faire une photo instantanée.

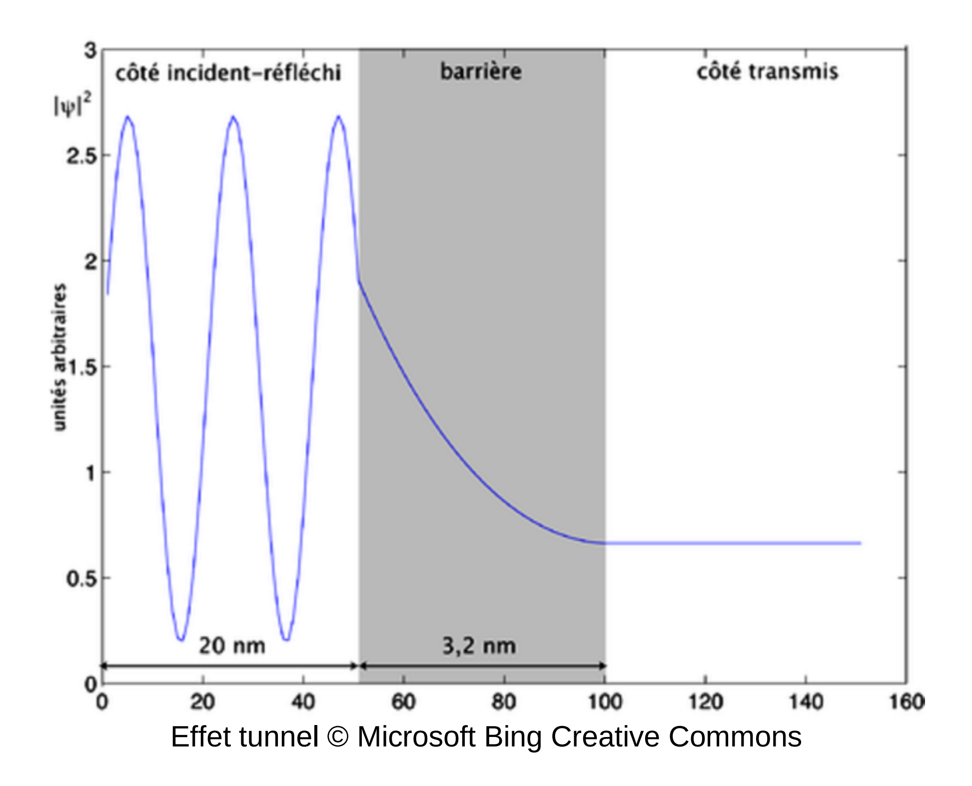
2.7.7.4.1 Effet tunnel

La position floue du paragraphe précédent permet *l'effet tunnel*, où on constate la probabilité non nulle de présence d'une particule au-delà d'une barrière de potentiel, qu'elle traverse donc en même temps qu'elle est bloquée par elle. C'est ce qui permet, par exemple, à une particule de pénétrer dans un solide ou de le traverser s'il n'est pas trop épais. Cet effet tunnel est utilisé dans certains transistors pour contrôler les courants qui le traversent. Voici comment il se produit.

En Mécanique quantique le résultat d'une évolution (ou l'état d'un système qui évolue à un instant donné) est un ensemble de valeurs avec un nombre fini ou infini

d'éléments. Ces éléments sont tous solutions de l'équation de Schrödinger qui décrit l'évolution. Ainsi, la coordonnée position spatiale d'un résultat peut avoir de nombreuses solutions, chacune associée à une probabilité ou une densité de probabilité.

Toutes ces positions existent indépendamment du milieu : dans le vide comme dans l'air ou le sable, en deçà comme au-delà de l'horizon d'un trou noir ; leur existence ne dépend que de l'évolution décrite par l'équation de Schrödinger. Il peut donc arriver, par exemple, qu'un électron négatif passe à travers une plaque métallique chargée, positive ou négative, simplement parce que l'équation donne à une telle position une probabilité non nulle ; il ne passera pas *toujours* à travers la plaque, mais *parfois*, par exemple dans 20% des cas. Cet effet est appelé « effet tunnel » comme si une particule qu'il régit traversait une montagne, passant d'une vallée à une autre à travers un tunnel.



Effet tunnel © Microsoft Bing Creative Commons

Dans le graphique ci-dessus, la particule arrivant de gauche a une énergie *E* insuffisante (dans le cadre de l'électromagnétisme classique des équations de Maxwell) pour franchir la barrière de potentiel *V>E*. Mais en Mécanique quantique son onde de probabilité se scinde en deux en atteignant cette barrière : une partie, de probabilité P_R est réfléchie et le reste, de probabilité $1-P_R$, passe à travers la barrière comme un véhicule passerait d'une vallée à une autre, de l'autre côté d'une montagne, à travers un tunnel.

Dans un transistor à effet de champ le potentiel d'une couche de matière constitue une barrière de hauteur réglable à un courant d'électrons qui la traverse : c'est une application de l'effet tunnel.

2.7.7.4.2 En Mécanique quantique, l'imprévisibilité est aussi une instabilité

L'imprévisibilité associée aux fluctuations ponctuelles d'énergie n'est due au hasard que selon la définition de René Thom. C'est une *instabilité* (indétermination) permise par le principe d'incertitude de Heisenberg : pendant un court intervalle de temps Δt une énergie *n'est pas définie* à mieux que ΔE près, où $\Delta E . \Delta t \geq \frac{1}{2}\hbar$. *Les fluctuations quantiques manifestent seulement un refus de stabilité de la nature, refus qui ne dure qu'un court instant et ne change pas l'énergie moyenne au point considéré*. Il faut accepter ces fluctuations comme on accepte l'imprécision sur la position d'un corpuscule en mouvement, situé « partout » en même temps dans son paquet d'ondes : dans aucun de ces cas la nature n'agit au hasard en faisant n'importe quoi ; et la nature ne viole jamais les principes de conservation (de la matière-énergie, de la quantité de mouvement, de la charge électrique, etc.)

Une erreur fréquente

L'imprécision et l'indétermination de Heisenberg sont des *propriétés naturelles et objectives* d'une évolution à l'échelle atomique, alors que l'imprédictibilité de son résultat est une *considération humaine*. Trop de gens parlent d'une « évolution au hasard » dans tous les cas où ils ne peuvent en prédire un résultat exact, décrivant ainsi une propriété d'une transformation naturelle avec un jugement subjectif de son imprédictibilité.

Cette imprédictibilité ne contredit pas le déterminisme de l'évolution, résultant de celui de l'équation de Schrödinger qui la décrit ; elle impose seulement d'adopter un déterminisme plus riche, le déterminisme statistique, qui limite les choix de valeurs possibles, affecte à chacune une probabilité et permet certaines statistiques. Nous verrons un autre cas d'application du déterminisme statistique en étudiant les phénomènes chaotiques : voir *Histogramme des évolutions chaotiques – Prédictibilité statistique*.

Nous venons de décrire la manière dont le principe d'incertitude de Heisenberg affecte la prédictibilité des résultats d'évolutions régies par le déterminisme statistique. Nous verrons plus bas comment il affecte un phénomène échappant à toute loi d'évolution – donc au déterminisme statistique : les *fluctuations quantiques*.

2.7.7.5 Remarques sur l'incertitude et l'imprécision

En toute rigueur mathématique le principe d'incertitude de Heisenberg décrit une relation entre les largeurs des spectres de valeurs propres de deux opérateurs qui ne commutent pas (opérateurs de position et d'impulsion ; d'énergie et de durée ; etc.), largeurs qui ne sont pas à proprement parler des incertitudes.

Il y a aussi une incertitude sur la position d'un corpuscule, conséquence de la largeur du paquet d'ondes accompagnant le déplacement d'une masse non nulle. Il y a également une incertitude due au fait qu'*une particule n'est pas ponctuelle et n'a pas de dimension précise, bien qu'elle soit tout à fait réelle et porteuse d'énergie*, tant pis si ce caractère flou défie notre intuition !

Mais l'habitude d'appeler « incertitude » une largeur de paquet d'ondes est devenue une véritable tradition, qui fait oublier à certains que *toutes les valeurs d'amplitude d'un intervalle d'incertitude n'ont pas la même probabilité*.

Quelle que soit l'interprétation, la conséquence de ces deux types d'incertitude (la largeur du paquet d'ondes et le principe d'incertitude de Heisenberg) sur le déterminisme demeure : la précision de nombreuses déterminations est limitée, inutile d'espérer des progrès techniques ! Mais attention : *précision limitée ne signifie pas inexistence de la particule, ou indéterminisme au sens « conséquence imprévisible d'une cause »*.

Ce n'est pas parce qu'un voltmètre a une précision de 0.5 % que la différence de potentiel réelle qu'il mesure n'existe pas, ou qu'elle est une conséquence non déterministe des paramètres du circuit : elle existe avec une valeur probabiliste de probabilité maximale au milieu d'un intervalle dont la largeur est 0.5 % de la tension maximale mesurable ; nous aurions préféré que cette valeur soit précise avec une infinité de décimales, mais la réalité ignore nos préférences.

Voir *Relation entre portée des forces et masse des particules d'interaction*.

L'imprécision :

- Limite la précision d'une mesure, dont la valeur trouvée existe mais est définie dans un intervalle au lieu d'être exacte. En langage statistique, l'intervalle est de type « intervalle de survenance » et signifie, par exemple, que la valeur a une probabilité de 95 % d'être mesurée entre ses bornes, et une probabilité faible mais non nulle d'être à l'extérieur aussi loin que l'on voudra.
- Limite notre aptitude à prédire le résultat exact d'une mesure, donc la conséquence précise d'une évolution. Et après une mesure de position d'une particule de masse non nulle en mouvement, mesure qui a la précision qu'elle peut, la valeur prédite « s'étale » jusqu'à la prochaine mesure, si on en fait une, du fait de l'étalement progressif de son paquet d'ondes.

Cette imprécision est un phénomène naturel incontournable, qui nous oblige donc à revoir notre conception du déterminisme : une évolution prévue ne peut pas être toujours prédite avec une précision infinie. Ce phénomène est dû au rapport étroit qui existe, à l'échelle atomique, entre un corpuscule en mouvement et le paquet d'ondes qui l'accompagne.

Nous verrons aussi, plus bas, que pour des valeurs extrêmement petites de la longueur ou du temps (longueur et temps de Planck : voir *L'ère de Planck*) nos lois physiques ne s'appliquent plus, l'espace et le temps n'étant plus continus mais discontinus et quantifiés.

2.7.7.6 Origine physique de l'incertitude de Heisenberg lors d'une mesure

Dans certaines circonstances de physique atomique il y a des variables qui sont instables : leur valeur peut changer d'une mesure à l'autre sans cause autre que l'instabilité ; dans ces cas-là, la loi de causalité ne s'applique pas, faute de stabilité. Le déterminisme exige le respect de sa règle de stabilité en plus de l'existence d'une cause suffisante.

Exemple : l'énergie en un point quelconque de l'espace (d'un atome, d'une galaxie…) peut fluctuer autour d'une valeur moyenne par « emprunts de courte durée » d'énergie à l'énergie potentielle de l'espace vide environnant.

Cette énergie du vide est prise en compte dans la théorie de la Relativité générale : voir *Equations d'état de l'Univers considéré comme un « gaz » de galaxies*.

A l'échelle atomique, l'incertitude de Heisenberg interdisant de mesurer avec précision la valeur d'une variable lorsqu'on mesure précisément celle d'une autre, et que les deux variables font partie d'un couple « incompatible » (couple d'observables dont les opérateurs associés ne commutent pas), est due à la brutalité d'une mesure, opération physique irréversible qui fait passer de l'échelle atomique à l'échelle macroscopique. Cette brutalité entraîne une perte d'information sur l'état quantique du système atomique, perte qui est à l'origine de l'incertitude.

Exemple : une tentative de mesurer avec précision la vitesse d'un électron en mouvement à l'aide de photons de longueur d'onde assez petite pour que cette mesure soit précise, donc suffisamment énergiques, déplace l'électron de manière assez brutale et imprévisible pour perturber gravement une mesure de sa position. Des détails sur ce phénomène sont fournis par l'analyse de l'effet Compton : voir *Incertitude due à l'effet Compton*.

Mais l'incertitude énergétique due aux fluctuations quantiques n'est pas mesurable, on n'en connaît un ordre de grandeur que par calcul, et les particules qu'elle crée pendant un court instant sont dites virtuelles parce qu'on ne peut les mettre en évidence expérimentalement du fait de leur faible durée de vie.

2.7.7.7 Incertitude contextuelle de Kochen-Specker

L'incertitude de Heisenberg concerne des couples d'observables *A* et *B* mesurées simultanément, observables « incompatibles » en ce sens qu'elles ne commutent pas (l'observable produit *AB* n'est pas égal à l'observable produit *BA*, ce qu'on écrit $[A,B] \neq 0$). Mais voici une autre condition d'incompatibilité, dite « contextuelle », découverte par Simon Kochen et Ernst Specker en 1967.

Considérons trois grandeurs, *A, B* et *C*, telles que les observables de *B* et *C* commutent avec celle de *A* (*[A,B]=0* et *[A,C]=0*) mais pas entre elles ($[B,C] \neq 0$). D'après le principe d'incertitude, une mesure de *A* étant compatible avec une mesure simultanée de *B* ou de *C*, on s'attend à ce que la valeur propre trouvée pour *A* soit la même en présence d'une mesure de *B* ou d'une mesure de *C*. Or le théorème de Kochen-Specker montre que ce n'est pas le cas : à chaque mesure, la valeur propre trouvée pour *A* dépend de la totalité du système, et notamment des autres grandeurs mesurées : on dit qu'*une mesure de physique quantique est toujours contextuelle*.

On ne peut pas, en physique quantique, supposer qu'un résultat mesuré existe avant sa mesure ; c'est cette mesure qui crée le résultat, en choisissant une valeur propre d'observable dans l'ensemble des valeurs décrivant le résultat de l'expérience.
Donc une mesure de physique quantique est toujours contextuelle.

Nous avions déjà remarqué que le résultat est créé par sa mesure dans *C'est la mesure qui crée son résultat ; avant il n'existait pas*.

A la différence de l'incertitude de Heisenberg, il ne s'agit pas ici d'une indétermination, d'une précision limitée. Il s'agit du choix d'une valeur propre dans

l'ensemble des valeurs propres possibles, choix qui peut dépendre d'autres variables du système, variables de Mécanique quantique mais jamais variables « cachées ».

Le caractère contextuel de la Mécanique quantique est un argument supplémentaire *contre l'existence de valeurs de variables indépendamment de toute mesure*, comme en physique macroscopique. On ne peut donc pas, en physique quantique, affirmer qu'une variable a une valeur sans tenir compte de son système de mesure.

Malgré tout, il existe des propriétés de physique quantique indépendantes des mesures, comme les formes, dimensions et niveaux d'énergie des orbitales électroniques d'un atome donné ; mais ce ne sont pas des grandeurs dont on mesure un résultat d'évolution.

2.7.8 Incertitude due à l'effet Compton

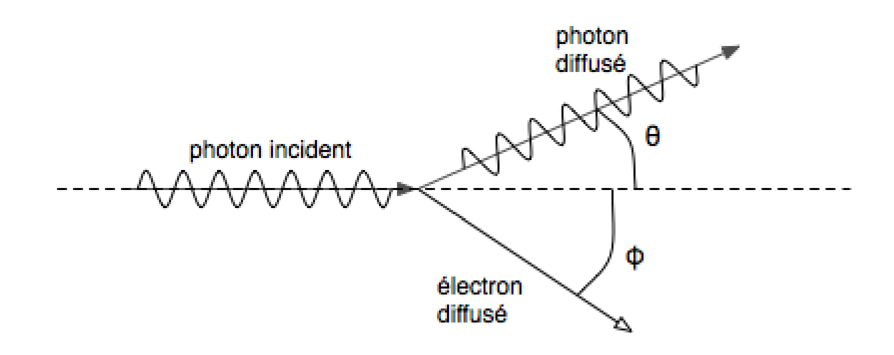
Une autre conséquence des ondes de matière découvertes par Louis de Broglie est l'effet Compton, qui en fut la première preuve expérimentale en 1923. Un rayonnement électromagnétique de haute énergie (rayon X ou gamma) interagit avec la matière qu'il atteint de trois façons :

- En provoquant la création d'une paire particule-antiparticule électron-positron ; (on dit aussi positon au lieu de positron) : voir *Conversion d'énergie électromagnétique en matière* ;
- En extrayant des électrons d'atomes de la matière par effet photoélectrique ;
- Par diffusion élastique des photons par des électrons libres ou à faible énergie de liaison, diffusion appelée *effet Compton*. Voici le phénomène.
- Lorsqu'un photon incident de longueur d'onde λ rencontre un électron lié à un atome par une énergie supérieure à la sienne, il fait osciller celui-ci à sa fréquence et cette oscillation produit l'émission d'un photon de même longueur d'onde : l'atome renvoie simplement l'énergie reçue dans une direction quelconque.
- Mais lorsque le photon incident rencontre un électron libre (ou un électron lié à l'atome par une énergie très inférieure à la sienne) il produit un photon diffusé de longueur d'onde λ' dans une direction faisant un angle positif θ avec le photon incident, et l'électron recule dans une direction qui fait un angle négatif φ avec celle du photon incident (figure ci-dessous). L'impulsion et l'énergie du photon incident se trouvent partagées entre le photon diffusé et l'électron de recul. En appelant m_e la masse de l'électron, la relation de l'effet Compton est :

  $$\lambda - \lambda' = \frac{h}{m_e c}(1 - cos\theta)$$

  où le terme h/m_ec est appelé *longueur d'onde de Compton de l'électron*.

  La longueur d'onde de Compton ne dépend pas de celle des photons incidents, c'est une propriété de l'électron. Pour une particule quelconque de masse m la longueur d'onde de Compton est celle pour laquelle l'énergie des photons est égale à l'énergie au repos de la particule, mc^2.



Effet Compton : diffusion d'une onde incidente de longueur d'onde λ
par un électron (licence CC Microsoft Bing)

Incertitude due à l'effet Compton
La relation de l'effet Compton montre que *la position ou la dimension d'une particule de masse m ne peuvent être définies à mieux que sa longueur d'onde de Compton* $\frac{h}{mc}$ *près*. Cette forme d'incertitude est négligeable en physique macroscopique.

Echanges d'énergie et d'impulsion/quantité de mouvement de cette expérience
La longueur d'onde diffusée λ' est supérieure à la longueur d'onde λ des rayons X incidents. Sa fréquence $\nu'=c/\lambda'$ est inférieure à celle des rayons incidents, $\nu=c/\lambda$. L'énergie $E=h\nu'$ de chaque photon diffusé est donc inférieure à l'énergie des photons incidents, la différence ayant été absorbée par la matière si le rayonnement incident frappait un objet. L'impulsion du photon incident est partagée entre celle du photon diffusé et la quantité de mouvement reçue par l'électron diffusé.

Dans cette expérience c'est un photon incident *entier* qui est rediffusé sous forme d'un photon *entier* de longueur d'onde plus grande, ce ne sont pas des fractions de photon ; et c'est la constante de Planck *h* qui intervient dans la formule de la longueur d'onde de Compton : c'est donc bien un effet *quantique* qui intervient.

Cette expérience de 1922 a illustré le besoin de considérer les rayons X comme composés d'impulsions discrètes, des quanta d'énergie électromagnétique. Les photons ont une masse nulle, mais comme les particules pesantes ils ont une quantité de mouvement (appelée dans leur cas impulsion) et une énergie $E=h\nu$ ou $E=h\nu'$.

2.7.9 Fluctuations quantiques

2.7.9.1 Un vide plein d'énergie

Le terme « vide » représente intuitivement un espace sans matière ni énergie. Nous allons voir que *ce type d'espace n'existe pas*, ne serait-ce que parce que tout point de l'espace cosmique est parcouru par des rayonnements électromagnétiques porteurs d'énergie, et que (la Relativité générale le montre) tout point de l'espace contient de *l'énergie du vide* et une énergie potentielle négative du champ gravitationnel (voir *Energie négative en physique*).

2.7.9.1.1 Le vide de la physique quantique

Source : [B10].

En physique, le *vide* est l'espace qui entoure la matière (faite de leptons et de quarks) et véhicule des interactions résultant de champs de force. C'est le cas de l'espace entre atomes d'une molécule, entre électrons et noyau d'un atome et entre quarks d'un nucléon.

Mais *cet espace contient de l'énergie*, une énergie qui a des instabilités dues au principe d'incertitude de Heisenberg $\Delta E.\Delta t \geq \frac{1}{2}\hbar$: en un point de l'espace elles sont d'autant plus importantes que la durée d'évaluation considérée est petite.

Cette instabilité énergétique permet au vide d'être le siège de « *fluctuations quantiques* » d'énergie. Chaque fluctuation peut se matérialiser (spontanément ou en réponse à une excitation : particule ou rayonnement), en créant de la matière-énergie par emprunt d'énergie ΔE au vide environnant pendant un temps de l'ordre de $\frac{\hbar}{\Delta E}$ et en la restituant ensuite.

L'énergie ΔE est celle de l'émission d'une paire particule-antiparticule ou d'un nombre entier de photons (ou plus généralement de bosons ou de fermions). Le champ électromagnétique éventuel exerce une force attractive ou répulsive sur tout objet chargé, et lui communique une énergie $h\nu$ pour chaque photon de fréquence ν échangé.

> Le regroupement des particules d'une paire est rapide et inévitable dans un espace-temps plat ou à courbure très faible. Mais au tout début de l'Univers, lorsque l'espace-temps avait une forte courbure, et particulièrement pendant la courte et brutale période d'inflation, les particules d'une paire ont pu se trouver séparées trop vite pour s'attirer et disparaître, elles ont pu perdurer. Ce phénomène se poursuit de nos jours lorsqu'un trou noir « s'évapore ».

La présence d'une telle paire de charges opposées crée une polarisation et une déformation relativiste du vide, donc un champ qui agit sur la charge électrique et/ou la couleur d'une particule.

> L'action d'un champ sur une particule *décroît* avec la distance de la particule lorsqu'il s'agit du champ électrique ou gravitationnel. Mais lorsqu'il s'agit du champ de couleur agissant sur un quark, nous avons vu que l'action *croît* avec la distance (ce qui est absolument contraire à l'intuition et au déterminisme traditionnel !) : pour séparer les quarks d'une paire on devrait fournir une énergie qui croît avec la distance entre ces quarks, et dès que cette énergie suffit pour séparer les deux quarks elle est absorbée par la création d'une nouvelle paire de quarks, un nouveau quark apparaissant pour se coller à chacun des deux anciens quarks séparés ! Ce phénomène interdit donc aux quarks d'être isolés pendant plus d'une infime fraction de seconde. (Voir *Confinement* dans *Force nucléaire (interaction nucléaire forte)*).

L'apparition spontanée de matière-énergie à partir de l'espace environnant est de si courte durée qu'on ne peut pas observer les particules produites, d'où leur qualificatif

de *virtuelles*. Elle n'en est pas moins prouvée indirectement par ses effets sur des particules ordinaires.

Conséquences philosophiques

- Le phénomène des fluctuations quantiques ne relève donc pas d'une loi d'évolution, mais d'une loi d'interruption régissant la naissance spontanée d'une paire de particules sans cause autre que l'instabilité/indétermination.
- C'est l'existence de ces apparitions de particules dans la fraction de seconde qui a suivi le Big Bang qui explique leurs combinaisons en matière qui ont perduré jusqu'à ce jour : sans elles nous n'existerions pas.

  Il se peut même que l'Univers ait été créé par une fluctuation quantique [B200].
- Le vide, espace sans matière ni énergie, n'existe nulle part : ni au sein d'un atome, ni dans l'espace intergalactique (qui contient environ 6 atomes/m^3).
  Le moindre électron libre, par exemple, est constamment entouré d'un nuage de particules/antiparticules virtuelles, et leur champ électromagnétique affecte ses propriétés de manière perceptible.

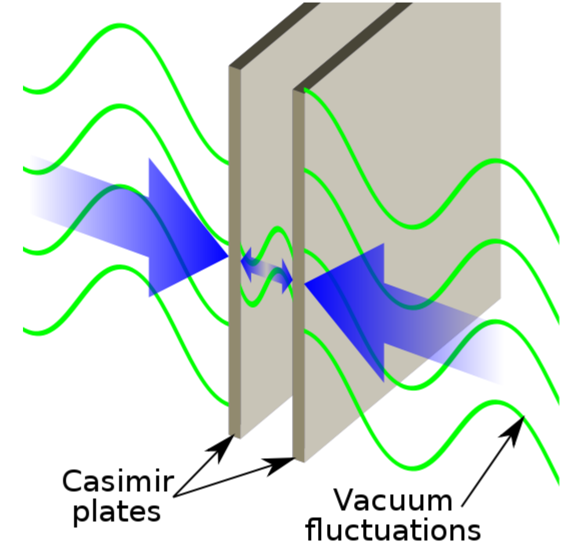
2.7.9.1.2 Effet Casimir du vide quantique

Source : [B9]
La polarisation du vide avec apparition de paires particule-antiparticule est mise en évidence par *l'effet Casimir*, prévu en 1948 et observé en 1996 : la présence de deux plaques conductrices réfléchissantes distantes de moins d'un millième de millimètre élimine certaines charges et diminue l'énergie de l'ensemble, d'où l'apparition entre les plaques d'une « force de Casimir » inversement proportionnelle à la puissance 4 de leur distance. Cette force, tantôt attractive tantôt répulsive, a été mesurée avec des résultats conformes à la théorie.

La force attractive de Casimir *F* entre deux plaques d'aire *A* distantes de *L* est :

$$F = \frac{\pi h c}{480\ L^4} A$$

où *h* est la constante de Planck et *c* la vitesse de la lumière.
C'est une force très faible : pour des plaques de $1m^2$ distantes de 1 micron (10^{-3}mm) F=0.13 gramme-force.



Effet Casimir - © Microsoft Bing Creative Commons

Explication de la force de Casimir attractive ou répulsive entre les plaques
L'élimination de certaines charges entre les plaques est due à une sélection des photons qui oscillent entre elles : seuls ceux qui ont une longueur d'onde telle que l'espace entre plaques peut en contenir un nombre entier persistent et doivent être pris en compte dans un calcul d'énergie de l'espace vide. La densité d'énergie de cet espace devient donc inférieure à celle de l'espace environnant ; elle décroît comme la puissance 4 de leur distance quand les plaques se rapprochent. Cette différence de densité provoque une force attractive entre les plaques, la force de Casimir.
Voir *Pression/Pression de rayonnement*.

Dans le phénomène force de Casimir les *bosons* comme le photon provoquent une attraction, mais les *fermions* provoquent une répulsion.

<u>Conclusion</u>
L'emprunt temporaire d'énergie ci-dessus à l'espace vide, possible n'importe où (à l'intérieur d'un atome comme dans l'espace intersidéral), ne relève pas d'une loi d'évolution, mais d'une loi (ou condition) de stabilité/instabilité. Une telle loi ne relevant ni du déterminisme scientifique (qui régit les évolutions des systèmes macroscopiques), ni du déterminisme statistique, il faudra la prendre en compte dans une extension supplémentaire du déterminisme : le *déterminisme étendu*.
Les définitions de ces trois formes de déterminisme seront précisées dans le chapitre *Déterminisme : étude détaillée*.

Les fluctuations quantiques sont un phénomène où :

- La compréhension causale est impossible. Nous savons seulement qu'elle est limitée par la condition du principe d'incertitude sur un produit d'indéterminations.
- La prévision et la prédiction sont limitées à l'apparition fugitive d'une paire particule-antiparticule, vouée à se retransformer rapidement en énergie du vide. Cette énergie est prise en compte en Relativité générale.

2.7.9.1.3 Fluctuations de l'énergie et de l'espace-temps

Voir si nécessaire les définitions de l'horizon et de l'ergorégion d'un trou noir dans :

- *Horizon des événements d'un trou noir ;*
- *Ergorégion.*

Les fluctuations du vide dues au principe d'incertitude ne génèrent pas que des paires particule-antiparticule ou des paires de photons. Elles peuvent aussi créer des paires où l'une des particules a une énergie cinétique positive et l'autre une énergie potentielle négative correspondant au "trou d'énergie" laissé dans le vide par l'apparition de la première.

Les particules d'une telle paire s'attirent du fait de leurs charges électriques opposées, et elles peuvent s'annihiler si elles se rencontrent. Mais si la particule d'énergie positive est générée à partir d'un point de l'ergorégion du trou noir, ou près de l'horizon et à l'extérieur, par *effet tunnel* (voir ce paragraphe), alors que la particule d'énergie négative est générée à l'intérieur, la première peut s'éloigner du trou noir alors que la seconde, piégée dans l'ergorégion ou par l'horizon, retombe dans le trou. Pour un observateur extérieur à l'horizon, tout se passe comme si le trou a rayonné une particule et perdu la masse correspondante, la particule d'énergie négative additionnant cette masse algébriquement à celle du trou : un trou noir "s'évapore" !

Enfin, le phénomène des fluctuations quantiques peut aussi affecter l'espace-temps relativiste lui-même lorsque l'horizon d'un trou noir a une très forte courbure relativiste. Cela explique l'attraction des particules d'énergie négative à l'intérieur de l'horizon ou de l'ergorégion par le trou noir, qui les voit positives.

Conclusions

Contrairement à notre intuition, le vide dans et autour des atomes et autres particules est le siège de champs quantiques et contient de l'énergie. En outre, des fluctuations quantiques peuvent faire brièvement varier l'énergie en un point par « emprunts » et « restitutions » ; elles peuvent aussi faire apparaître des champs de force électrique.

La fluctuation quantique est un exemple d'instabilité de l'énergie, instabilité à ne pas confondre avec du hasard : *nous avons vu qu'il s'agit de l'instabilité d'un couple de variables, pas du choix d'une valeur, bien que les deux soient imprédictibles*. Lorsqu'une fluctuation d'énergie se produit spontanément, c'est-à-dire en l'absence d'excitation (donc de cause) externe, on ne peut prédire :

- Ni les endroits où apparaîtront simultanément la particule et l'antiparticule ou la paire de photons ;
- Ni l'instant de cette apparition ;
- Ni la quantité d'énergie qui sera empruntée ;
- Ni la durée de vie séparée de ces particules avant annihilation avec restitution au vide de leur énergie.

Fluctuations et niveau minimum d'énergie

Dans tout système physique il existe un niveau minimum d'énergie ; exemples :

- Dans un atome d'hydrogène le niveau minimum d'énergie (dit niveau fondamental) est atteint lorsque l'unique électron est sur la couche n=1, où il a une énergie potentielle de -13.6eV.
- Dans un système physique, le niveau minimum est celui où :
  - sa température étant le zéro absolu, il ne rayonne pas d'énergie ;
  - sa charge électrique nulle fait qu'il n'a pas d'énergie potentielle électrostatique.

Mais, même lorsqu'il n'y a ni charge électrique ni masse, l'espace a des fluctuations quantiques *d'énergie du vid*e du seul fait que cet espace existe : la Relativité générale prend en compte cette énergie en lui attribuant une influence considérable pendant les premiers instants de l'Univers (voir *Principe de l'inflation*).

Fluctuations et conservation de la densité moyenne d'énergie

En l'absence de perturbation extérieure, une fluctuation en un point donné de l'espace qui fait apparaître une paire de particules virtuelles à un instant imprévisible y conserve la densité *moyenne* d'énergie, car sauf évaporation d'un trou noir ce qui est emprunté est restitué.

Une violation temporaire du deuxième principe de la thermodynamique

A l'occasion d'une fluctuation quantique, il y a violation temporaire du deuxième principe de la thermodynamique : l'entropie commence par décroître lorsque la paire particule-antiparticule est créée, puis elle croît et revient à sa valeur initiale lorsqu'elle se transforme en énergie.

2.7.10 Fluctuations thermiques

Les fluctuations quantiques sont un phénomène d'instabilité de l'énergie du vide, qui varie sans cause partout dans l'Univers. Mais il existe un autre phénomène sans cause : *l'agitation thermique*, traduction inéluctable de la température dont l'énergie thermique (c'est-à-dire cinétique) met en mouvement des atomes et molécules. Ce mouvement peut être visualisé pour un liquide sous forme de mouvement brownien : voir *Mouvement brownien - Flocons de neige*.

Exemple proposé par [B173] page 98

Considérons un petit récipient cubique de 1cm de côté, rempli d'un gaz d'hélium inerte à très faible pression comme le gaz du milieu interstellaire. Faisons-y un froid extrême, qui amène la température très près du zéro absolu. L'agitation thermique des atomes devient très faible, leur vitesse moyenne est très proche de zéro.

Mais quelle que soit la température du refroidissement et sa proximité avec le zéro absolu, nous ne pourrons garantir une vitesse vraiment nulle, car il restera toujours l'incertitude due au principe d'incertitude de Heisenberg $\Delta x.\Delta p \geq \frac{1}{2}\hbar$. La petitesse de notre récipient limite l'erreur sur la position Δx à 10mm, laissant donc une incertitude minimum $\Delta p = m\Delta v$ sur la vitesse de chaque particule de masse m. Donc quelle que soit la proximité de la température du récipient avec le zéro absolu, l'immobilité des atomes dans le récipient ne peut être garantie, *leur vitesse fluctuera toujours*.

Par son énergie cinétique, le mouvement des particules est la conséquence de la température ; il s'agit de *translations* se terminant par des rebonds sur une paroi ou une autre particule.

2.7.11 Conséquences philosophiques des résultats d'évolution ensemblistes

2.7.11.1 Une évolution a pour conséquence un ensemble d'états

Lire d'abord le paragraphe *Fonction d'onde*.
Source : [B217]

Une évolution de système dans le temps décrite par une fonction d'onde produit un ensemble de conséquences en superposition à partir d'une situation initiale. Cet ensemble peut avoir un seul élément-solution, plusieurs éléments ou une infinité : il y en a autant que de valeurs propres de l'observable qui a évolué.

1ère conséquence pour le déterminisme
A l'échelle atomique, le déterminisme naturel peut donc produire plusieurs conséquences simultanées (dites "en superposition") à partir d'une même cause, alors que le jet d'un dé peut produire une valeur parmi 6 seulement.

> Il nous faut accepter cette forme étendue de déterminisme même si elle nous paraît intuitivement déroutante. Si nous acceptons qu'une fonction de la forme $y = ax^2 + bx + c$, représentant la composante verticale de la trajectoire d'un boulet de canon, puisse avoir deux solutions (positions où le boulet est à une certaine hauteur) et non une, pourquoi n'accepterions-nous pas que l'équation d'évolution de Schrödinger en ait aussi plus d'une, toutes celles d'un ensemble ?

Mesurée à un instant donné, la valeur d'une observable (=variable) de l'état résultant est choisie parmi celles d'une distribution statistique de valeurs prévue par la Mécanique quantique, l'ensemble des *valeurs propres* de l'opérateur représentant l'observable. *Le hasard n'est pas, dans le cas d'une mesure, le résultat d'une connaissance insuffisante de ce qui se passe. C'est la manière de la nature de choisir statistiquement un résultat dans un ensemble prévu par la théorie, résultat muni d'une probabilité calculable d'être trouvé si l'on refait une même expérience un grand nombre de fois.*

Notons bien que *la valeur* de chaque résultat de mesure possible n'est pas due au hasard, c'est une valeur précise appartenant à un ensemble bien défini ; c'est *le choix* entre les divers résultats possibles *lors d'une mesure* qui est fait au hasard comme dans toute distribution statistique, et ce choix attribue une valeur à une variable qui avant lui n'en avait pas (voir plus haut *C'est la mesure qui crée son résultat ; avant il n'existait pas*).

> Le processus de choix mettant en œuvre une interaction entre l'échelle atomique et l'échelle macroscopique ne peut être décrit comme celui d'une évolution, et il n'est pas soumis à une loi stable. On ne peut donc parler de déterminisme à son propos, comme à propos d'une évolution naturelle soumise à une loi physique.

C'est un cas où l'évolution refuse à l'homme la précision qu'il souhaite, en ne régissant qu'un ensemble de solutions à la fois sans descendre au niveau d'un de ses éléments. Un autre exemple est celui de la décomposition radioactive de

l'uranium 238 où plusieurs prédictions sont impossibles (voir *Radioactivité alpha : émission d'une particule alpha*).

2.7.11.2 Un système n'a pas d'état absolu, indépendant de tout observateur

2ème conséquence pour le déterminisme

Solution du Problème de la mesure quantique (voir ce titre)
Source : [B219]

Conformément à la Relativité et au Théorème de Kochen-Specker, un système n'a pas d'état absolu, existant en l'absence de mesure et d'observateur : tout état et tout ensemble de résultats de mesures sont relatifs à un contexte expérimental.

Relativité restreinte

Cette affirmation est évidente en *Relativité restreinte* (voir ce chapitre), où elle résulte de simples considérations de logique à partir de deux postulats :

- Equivalence d'observations faites à partir de référentiels galiléens ;
- Universalité de la vitesse de la lumière.

Voir *Principe de relativité restreinte*.

Mécanique quantique

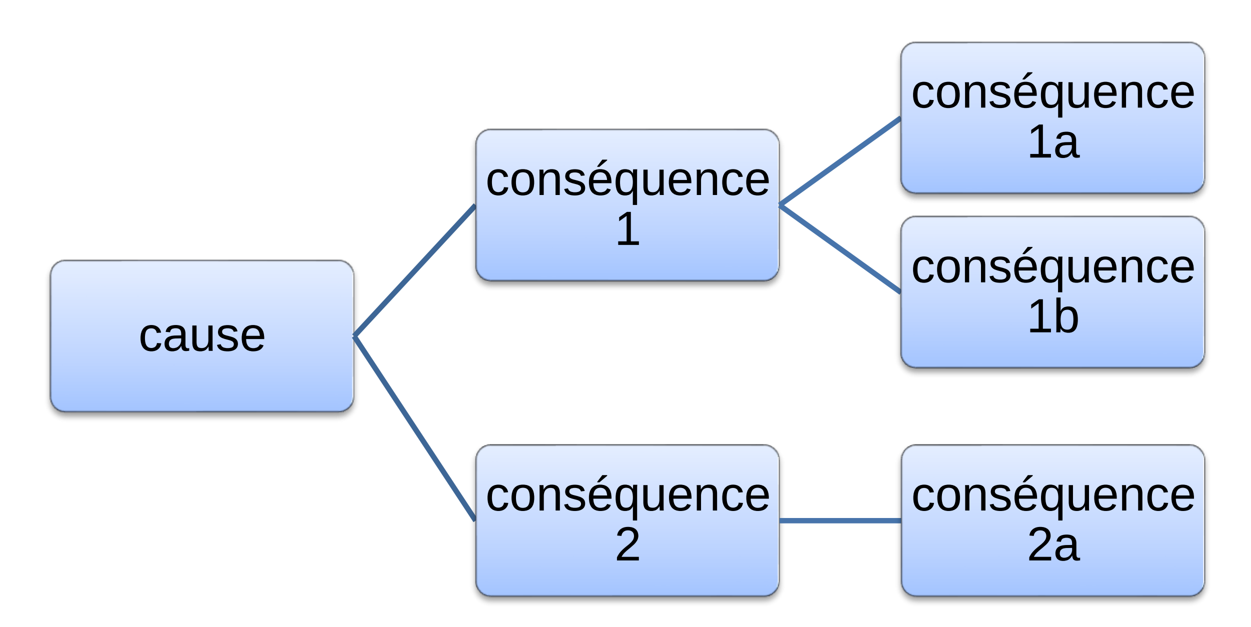
L'auteur de [B217] et [B219], Carlo Rovelli, fait pour la Mécanique quantique un raisonnement analogue à celui fait par Einstein pour la Relativité restreinte : il déduit le formalisme quantique complet de deux postulats métaphysiques en interprétant la Mécanique quantique de concepts d'information. Voici le principe de sa démarche.

> *Postulat métaphysique 1 : l'« Hypothèse 1 » de [B219]*
> « Rien ne distingue a priori un système macroscopique d'un système quantique. Si l'observateur *O* peut construire une description quantique du système *S*, il est légitime qu'un observateur *P* puisse construire une description quantique du système construit par *O* ».
>
> *Postulat métaphysique 2 : l'« Hypothèse 2 (Complétude) » de [B219]*
> « La Mécanique quantique fournit une théorie de description complète et auto-cohérente du monde physique, convenant à notre niveau actuel de possibilités expérimentales ».
>
> D'après ce postulat : « La Mécanique quantique est une théorie de la description physique de systèmes physiques *par rapport à d'autres systèmes*, théorie permettant une description complète du monde ».
> Ainsi, l'état quantique d'un système est défini par rapport à un autre système particulier : une grandeur physique a la valeur *v* par rapport à l'observateur *O*, mais pas par rapport à l'observateur *P*.
>
> La Physique est alors une science complètement relationnelle, toutes ses grandeurs le sont, et il n'y a pas de description d'état universelle, partagée par tous les observateurs. Il n'y a même pas de relation absolue entre les vues d'observateurs différents, et aucune déduction possible de la vue de l'un connaissant la vue de l'autre : les deux vues doivent être rapportées à une même troisième vue ou rapportées à l'une des deux vues, parce que toute

« vue » suppose, en Mécanique quantique, une interaction entre l'objet vu et le dispositif de mesure, avec son résultat probabiliste.

2.7.11.3 Arborescence de causalité

Une situation-cause peut évoluer, à l'échelle atomique, en plusieurs états superposés du système, chacun assorti d'une probabilité prédéterminée. La chaîne de causalité d'une situation, considérée depuis le présent (la cause) vers l'avenir (les conséquences) peut donc avoir une structure arborescente à l'échelle atomique : à chaque décohérence une situation (un état du système) peut évoluer en plusieurs conséquences possibles. Voici un exemple :



La structure de chaîne de causalité linéaire de l'échelle macroscopique devient une arborescence des possibilités à l'échelle atomique. Une évolution réelle choisit un parcours dans cette arborescence, par exemple :

cause ➔ conséquence 1 ➔ conséquence 1b

A l'échelle macroscopique seul ce parcours apparaîtra, les autres seront restés à l'état virtuel de possibilité.

Ce phénomène de choix multiples possibles peut aussi se produire sans superposition lors de l'établissement de liaisons chimiques formant des molécules : certaines liaisons, plus probables que d'autres, seront observées plus souvent. C'est le cas, par exemple, lors de la formation des longues molécules de l'ADN cellulaire : chez un sujet donné, une partie de l'ADN (un gène, par exemple) peut parfois être omise ou être modifiée. Si le mécanisme de réparation cellulaire automatique ne la remet pas en état, la cellule correspondante peut être mutée. Par la suite, la reproduction pourra ou non conserver cette mutation d'une génération à la suivante.

<u>Conséquence philosophique</u>

Chaque évolution cause ➔ conséquence à l'échelle atomique produit plusieurs conséquences possibles, dont l'interaction avec l'environnement (par exemple thermique) choisit une conséquence qui reste visible à l'échelle macroscopique : la chaîne de causalité a progressé d'une étape. Cette progression est déterministe, les choix de résultat possibles étant prédéterminés chacun avec sa probabilité. Mais le

choix unique retenu à l'échelle macroscopique est imprévisible, car il résulte d'une interaction dissipative avec l'échelle macroscopique qui est impossible à décrire, donc non déterministe. C'est pourquoi le résultat final, déterministe mais non prédictible, est si souvent attribué au hasard et considéré comme contingent.

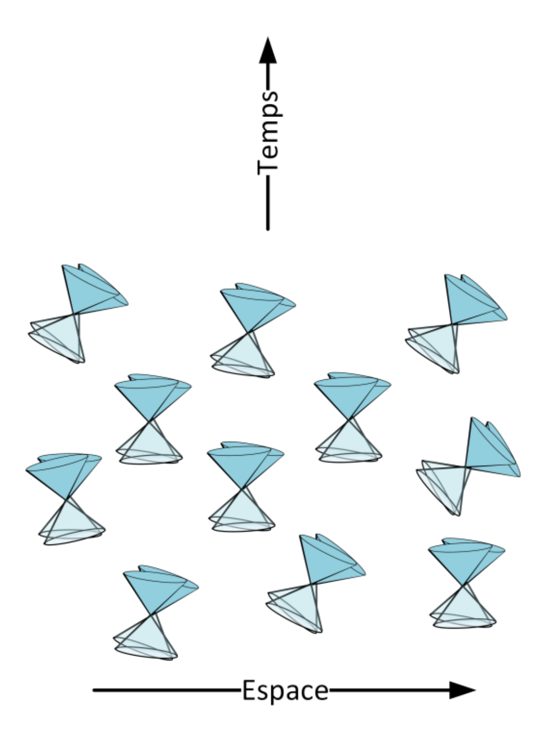
Cette explication répond à l'objection des philosophes qui ne croient pas que les moindres détails d'une situation actuelle étaient prédéterminés depuis le Big Bang. L'arborescence des possibilités l'était, mais pas les choix faits par les interactions dissipatives successives, choix imprévisibles mais limités à des ensembles prédéterminés de conséquences, donc non soumis au hasard. Ces philosophes oublient que le hasard est l'absence *démontrable* de règle d'évolution, alors qu'un choix non déterministe de résultat dans un ensemble prédéterminé n'est qu'une imprédictibilité.

2.7.11.4 Superposition d'états et fluctuations de l'espace-temps

Source : [B217] page 106.

Comme un système à l'échelle atomique, une portion de l'espace-temps qui a subi une évolution quantique peut se trouver en superposition d'états pendant un court instant, avant qu'un des états soit « choisi » par interaction avec le milieu environnant.

Une portion de l'espace-temps est aussi sujette à des fluctuations quantiques. Les cônes de lumière de ses points oscillent comme sur la figure suivante :



La distinction entre passé, présent et futur devient alors indéterminée, car fluctuante : un événement peut alors être (pendant un court instant) à la fois *avant* et *après* un autre événement. Les notions de causalité et d'interaction deviennent alors incertaines.

Selon [B217], **la notion d'état d'un système (ou de valeurs de variables) indépendant(es) de l'observateur est incorrecte**. L'auteur reformule ce « Problème d'interprétation de la Mécanique quantique » comme problème de déduction du formalisme à partir de quelques postulats physiques simples ; il n'y a plus, alors, de distinction entre observateur et observé, la théorie décrivant seulement l'information que chaque système a de l'autre, sans cesser d'être complète.

2.7.12 Temps et gravitation quantiques

2.7.12.1 Le temps, les durées et la gravitation sont peut-être quantifiés

De nombreux physiciens travaillent à une théorie quantique de la gravitation permettant une synthèse de la Relativité générale et de la Mécanique quantique.
La plupart présupposent l'existence de cordes d'environ 10^{-35}m de longueur [B176]. De son côté, Rovelli présuppose une gravité quantique à boucles.

(Citation de [B217] pages 108-115)
[C'est le champ gravitationnel qui détermine la vitesse de déroulement du temps]
Le substrat physique qui détermine la durée et les intervalles temporels (le champ gravitationnel) n'a pas seulement une dynamique influencée par les masses : c'est également une entité quantique qui n'a de valeurs déterminées que lorsqu'elle interagit avec quelque chose. Quand elle le fait, les durées sont granulaires et déterminées seulement par ce quelque chose, tandis qu'elles restent indéterminées pour le reste de l'univers.

> [Noter que le champ gravitationnel n'a de valeur que lorsqu'il interagit avec quelque chose, conformément à la théorie *Relational Quantum Mechanics* de Rovelli [B219] : voir *Un système n'a pas d'état absolu, indépendant de tout observateur*.]

[Conséquences de la doctrine relationnelle de la Mécanique quantique]
Le temps s'est dissous dans un réseau de relations qui ne tisse même plus une toile cohérente. Les images d'espaces-temps (au pluriel) fluctuants, superposés les uns aux autres, qui se concrétisent par intermittence par rapport à des objets donnés, constituent une vision vague du grain fin du monde, mais c'est la meilleure que nous avons. Nous nous trouvons sur le seuil du monde de la gravité quantique.
[…]
[Temps et durée sont des notions relatives]
Le temps n'est pas unique : il y a une durée différente pour chaque trajectoire ; il passe à des rythmes différents en fonction du lieu et de la vitesse.

Les équations d'évolution sont symétriques par rapport au temps
Le temps n'est pas orienté : la différence entre le passé et le futur n'existe pas dans les équations élémentaires du monde, c'est un aspect contingent qui apparaît quand nous regardons les choses en négligeant les détails ; dans ce flou, le passé de l'univers était dans un état étonnamment « particulier ».

[En Relativité générale tout point-événement de l'espace-temps est un « présent »]
La notion de « présent » ne convient pas : dans le vaste univers, il n'y a rien que nous ne puissions raisonnablement nommer « présent ». Le substrat qui détermine les durées (le temps) n'est pas une entité indépendante, différente des autres qui

constituent le monde : c'est un aspect d'un champ dynamique [de gravitation]. Celui-ci saute, fluctue, se concrétise seulement dans l'interaction [qui le mesure ou un objet qu'il influence] et n'est pas défini en deçà d'une échelle minimale [l'échelle de la longueur de Planck]...

[Résumé]
Caractères perdus par le temps [de la physique des XIXe et XXe siècles] : unicité, direction, indépendance, présent, continuité… […] *Le monde est un réseau d'événements*.
(Fin de citation)

2.7.12.2 Penser l'Univers par événements fugaces, non par objets persistants

(Citation de [B217] page 115)
Le temps et ses nombreuses déterminations sont une chose ; le simple fait que les choses ne « sont » pas, mais « se produisent » en est une autre.
(Fin de citation)

> Rovelli rejette donc, en physique, la notion d'existence (« être ») dans l'espace indépendamment du temps ; il la remplace par la notion d'événement de l'espace-temps.

Rovelli rejette la notion de suite ordonnée unique des événements de l'Univers
(Citation de [B217] page 116)
Les événements du monde ne font pas la queue comme les Anglais. Ils se pressent de façon chaotique comme des Italiens. [Les lignes d'univers sont disjointes.]
[…]
Le devenir est diffus, éparpillé, désordonné, mais il est devenir, pas stagnation.
Les horloges qui vont à des vitesses différentes ne définissent pas un temps unique.
[…]
[En Relativité générale, il ne faut pas interpréter les variables (t, x, y, z) comme des coordonnées dans l'espace-temps, mais comme des variables d'équations]
Les équations fondamentales n'incluent pas une variable temps, mais elles incluent des variables qui changent les unes par rapport aux autres.
(Fin de citation)

(Citation de [B217] page 116)
Toute l'évolution de la science indique que la meilleure grammaire pour penser le monde est celle du changement, et non celle de la permanence. Du devenir, et non de l'être.
(Fin de citation)

(Citation de [B217] page 117)
On peut penser le monde comme constitué de *choses. De substances. D'entités.* De quelque chose qui *est.* Qui demeure. Ou bien on peut penser le monde comme constitué *d'événements. D'occurrences. De processus.* De quelque chose qui se *produit.* Qui ne dure pas, qui se transforme continuellement. Qui ne persiste pas dans le temps. La destruction de la notion de temps par la physique fondamentale implique l'écroulement de la première de ces deux conceptions, non de la seconde.
[…]

Penser le monde comme un ensemble d'événements, de processus, est le mode qui nous permet de mieux le saisir, le comprendre, le décrire. C'est l'unique mode compatible avec la Relativité.
[…]
La différence entre les choses et les événements, c'est que les *choses* perdurent dans le temps. Les *événements* ont une durée limitée.
(Fin de citation)

(Citation de [B217] page 119)
Nous ne réussissons pas à penser le monde *physique* en termes de choses, d'entités. Cela ne fonctionne pas. En revanche, penser le monde comme un réseau d'événements fonctionne. Des événements simples et des événements plus complexes qui peuvent se décomposer en combinaisons d'événements simples.
(Fin de citation)

Et le déterminisme…

A ces arguments de Rovelli en faveur d'une compréhension du monde physique par les changements des choses et non les choses elles-mêmes, on peut ajouter ceci :
les lois physiques décrivant notre compréhension du monde sont des lois d'évolution régies par le déterminisme ; les lois descriptives ne concernent que la logique des changements d'évolution : *ce sont les lois d'interruption*.

2.7.12.3 Description d'évolutions physiques sans variable temps

Source : [B217] pages140 et suivantes, [B222]

(Citation de [B217] pages140-141)
[Pour décrire le monde] nous n'avons pas besoin de choisir une variable privilégiée et de l'appeler « temps ». Nous avons besoin, si nous voulons faire de la science, d'une théorie qui nous dise comment les variables changent les unes par rapport aux autres. C'est-à-dire comment l'une d'entre elles se modifie quand les autres changent.
[…]

> [Exemple :] Les équations fondamentales de la gravité quantique sont effectivement faites ainsi : elles n'ont pas de variable temps, et décrivent le monde en indiquant les relations possibles entre les quantités variables.
>
> C'est en 1967 que, pour la première fois, une équation de gravité quantique sans aucune variable de temps a été écrite. L'équation a été trouvée par deux physiciens américains, Bryce DeWitt et John Wheeler, et aujourd'hui appelée équation de Wheeler-DeWitt [B221].

(Fin de citation)

Selon [B217] page 226
L'absence de la variable « temps » dans les équations fondamentales est plausible, mais le débat est vif sur la forme de ces équations.

(Citation de [B217] page 256)

- La forme générale d'une théorie quantique qui décrit l'évolution d'un système dans le temps est donnée par un espace de Hilbert et un opérateur hamiltonien *H.*

- L'évolution est décrite par l'équation de Schrödinger

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\psi(t)>= H(t)|\psi(t)>.$$

- La forme générale d'une théorie quantique qui décrit l'évolution des variables les unes par rapport aux autres est donnée par un espace de Hilbert et une équation de Wheeler-DeWitt $C\psi = 0$. [B221]
- La probabilité de mesurer un état ψ en ayant mesuré un état ψ' est déterminée par l'amplitude $< \psi| \int dt\, e^{\frac{-iCt}{\hbar}} |\psi'>$.

[Compléments : [B222]]
(Fin de citation)

2.7.12.4 Evénements quantiques élémentaires

Source : [B217] pages 145 et suivantes.

Les trois équations de la « gravité quantique à boucles » de Rovelli sont une version moderne de la théorie de Wheeler et DeWitt ; elles n'ont pas de variable temps.
A petite échelle, cette théorie décrit un espace-temps quantique fluctuant, probabiliste et discret. A cette échelle, il n'y a que le pullulement furibond des quanta qui apparaissent et disparaissent.

L'espace-temps de la désintégration quantique d'un trou noir passe par une phase où le temps fluctue violemment – on a une superposition de temps quantiques différents – pour redevenir ensuite déterminé, après l'explosion. La phase intermédiaire où le temps est complètement indéterminé est décrite par des équations sans temps.

Dans la théorie quantique à boucles, l'espace et le temps ne sont plus les contenants ou les formes générales du monde. Ce sont les approximations d'une dynamique quantique, qui par elle-même ne connaît ni espace ni temps, seulement des événements et des relations. C'est le monde sans temps de la physique élémentaire.

Complément aux considérations sur le temps quantique : voir ci-dessous *Cause de toutes les évolutions physiques* et paragraphes suivants.

2.7.13 Le passage du temps

2.7.13.1 Cause de toutes les évolutions physiques

La cause des évolutions physiques n'est pas l'énergie, qui se conserve dans tout système isolé, c'est l'augmentation d'entropie : il faut qu'une source de basse entropie puisse céder de l'énergie.

> *Exemple issu de [B217] pages 186-187*
> Le Soleil est une source de basse entropie pour la Terre. Il nous envoie des photons chauds. La Terre irradie la chaleur reçue sous forme de photons froids. L'énergie des photons chauds reçus est à peu près égale à l'énergie rayonnée des photons froids, sinon la Terre se réchaufferait rapidement.
>
> Pour chaque photon chaud reçu la Terre réémet une dizaine de photons froids, qui ont à peu près la même énergie. Mais le photon chaud a une entropie plus basse que les dix photons froids, car le nombre de configurations d'un seul

photon (même chaud) est inférieur à celui des configurations de dix photons froids.

La condition nécessaire et suffisante de toute évolution physique est donc la possibilité d'une croissance d'entropie à partir d'une source de basse entropie.

<u>L'entropie de l'Univers était plus basse dans le passé</u>

L'entropie de l'Univers croissant sans cesse, elle était plus basse hier qu'aujourd'hui. C'est cette croissance qui distingue le passé de l'avenir : pour n'importe quel système, à l'échelle macroscopique comme à l'échelle atomique, *le temps passe parce que l'entropie croît*.

2.7.13.2 Pourquoi le temps passe

Le passage du temps n'est pas une réalité physique, c'est une impression psychologique. Elle résulte du caractère asymétrique de la mémoire humaine, qu'il est impossible de réinitialiser à un état du passé pour rendre une mémorisation réversible et en éliminer la dissipation thermique. Une telle réinitialisation étant possible dans un ordinateur modifié à cet effet, le fonctionnement de sa mémoire serait alors réversible et non-consommateur d'énergie.

Voir [B102], [B103] et [B223].

2.7.13.2.1 Le temps, abstraction nécessaire, n'existe que dans notre esprit

Nous constatons une évolution en comparant un état ou une image d'un même système à deux instants différents, mais *c'est un raisonnement qui décide que du temps est passé* ; nous n'avons pas *vu* le temps, nous avons mis en relation deux perceptions en les liant par du temps et peut-être par une causalité.

Nous ne pouvons nous passer du temps pour décrire et comprendre le monde, parce que notre faculté de penser sait relier des phénomènes en distinguant un ordre d'apparition. C'est sur cet ordre que nous basons cet autre fondement de notre raison, la causalité, dont nous avons besoin pour prévoir l'avenir à l'aide de règles d'évolution appelées lois ; et nos lois décrivent souvent une évolution dans le temps.

2.7.13.2.2 Concepts kantiens du temps et de l'espace

<u>Le temps</u>

Source : [B32] article *Temps* ; les termes philosophiques comme *forme*, *donné*, *connaissance*, *sens interne*, etc. sont définis et expliqués dans [B32].

- *Critique de la raison pure* [B12] page 126 : "Le temps est une représentation (concept) nécessaire qui joue le rôle de fondement pour toutes les intuitions ; il est donc donné *a priori*. C'est un principe de connaissance des objets intérieurs [à notre esprit], car toute intuition comprend dans le sens interne une intuition de temps, à la fois par une *durée* et par une *position relative* dans l'historique des événements psychiques ressentis par le sujet."

  Le temps n'est pas un concept discursif (universel), mais une forme pure de l'intuition sensible.

  L'espace est un principe de connaissance des objets extérieurs, forme pure des intuitions externes, un archétype inné. C'est un concept *a priori* de l'intuition, une

forme du sens externe en général. L'espace est un et infini, en philosophie comme en sciences.

- *Critique de la raison pure* page 128 : "Le temps n'est rien d'autre que la forme du sens interne, c'est-à-dire de l'intuition que nous avons de nous-mêmes et de notre état intérieur."
- *Critique de la raison pure* page 249 : "…le temps lui-même ne peut pas être perçu, la détermination de l'existence des objets dans le temps ne peut s'accomplir que par leur liaison dans le temps en général, par conséquent uniquement par l'intermédiaire de concepts qui effectuent la liaison *a priori*."

L'espace

Par analogie avec le raisonnement précédent, l'espace aussi n'existe qu'en tant qu'abstraction, et cette abstraction est aussi indispensable à notre représentation mentale du monde, de ce qui existe et des changements que le temps.

L'espace de Newton était absolu, tous ses points étant synchronisés à la même heure. Il a été remplacé par celui de la Relativité, où positions et heures, longueurs et durées, masses et énergies sont définis par rapport à un point-événement de l'espace-temps (à un observateur en ce point).

Carlo Rovelli a compris tout cela et théorisé une physique où le temps est remplacé par des relations, Mécanique quantique comprise. Dans sa physique, quantique par définition, l'espace et le temps sont flous et fluctuants, si fluctuants même que l'ordre causal des événements est parfois instable…

Concept kantien de l'espace
Source : [B32] article *Espace*.

- (Citation de la *Critique de la raison pure* [B12] page 129)

  [Tout phénomène occupe un volume d'espace situé à une certaine position]
  "Si je peux dire *a priori* : tous les phénomènes *extérieurs* sont dans l'espace et sont déterminés a priori selon des rapports spatiaux,

  > [Un objet extérieur (un phénomène) a nécessairement une existence dans l'espace, où il occupe un certain volume. Des objets distincts ont des positions relatives par rapport à l'espace (dans un système de coordonnées), dont on peut déduire la position de chacun par rapport à un autre. L'espace de Kant est celui, absolu, de Newton.]

  [Tout phénomène occupe un intervalle de temps après un phénomène précédent]
  je peux à partir du principe du sens interne dire de manière tout à fait universelle : tous les phénomènes *en général*, c'est-à-dire tous les objets des sens, sont dans le temps et nécessairement soumis à des rapports temporels [consistant à succéder à un prédécesseur]."

  > [Un objet *existe physiquement* si et seulement si il existe à un instant donné. Un phénomène ne peut nous apparaître que parce que ses intuitions pures d'espace et de temps contiennent *a priori* sa condition de possibilité. Son existence dans le temps suppose qu'il succède à un phénomène déjà perçu,

par rapport auquel l'inconscient peut le situer et auquel il peut rattacher sa représentation.]

(Fin de citation)

- (Citation de [B226])
"L'espace n'est pas quelque chose d'objectif et de réel ; il n'est ni substance, ni accident, ni relation ; mais il est subjectif et idéal, et provient, par une loi fixe, de la nature de l'esprit, à la manière d'un schéma destiné à coordonner dans leur ensemble toutes les données du sens externe."
(Fin de citation)

2.7.13.2.3 Raison psychologique du libre arbitre

Source : [B217] pages 192-193

Notre mémoire conservant des traces du passé, nous savons que celui-ci est impossible à changer, qu'il nous faut l'accepter tel qu'il est. Mais ne sachant rien du futur, nous avons l'impression de pouvoir agir librement sur lui, d'avoir une liberté de choix, un libre arbitre.

Bien que partagée par tous, cette impression est irrationnelle, on ne peut en démontrer le bien-fondé. Certaines religions et certaines philosophies prétextent du libre arbitre pour juger l'homme responsable de ses actes, alors que cette responsabilité résulte d'une exigence sociale : la société ne peut permettre que chacun agisse comme il veut, quand une telle action s'oppose à l'intérêt de tous. C'est pourquoi Hobbes voulait un pouvoir fort et Rousseau un *Contrat social* [B224].

2.7.14 Modèle atomique

Sources : [B3], [B5] et [B6].

Voici quelques définitions relatives à la notion d'atome.

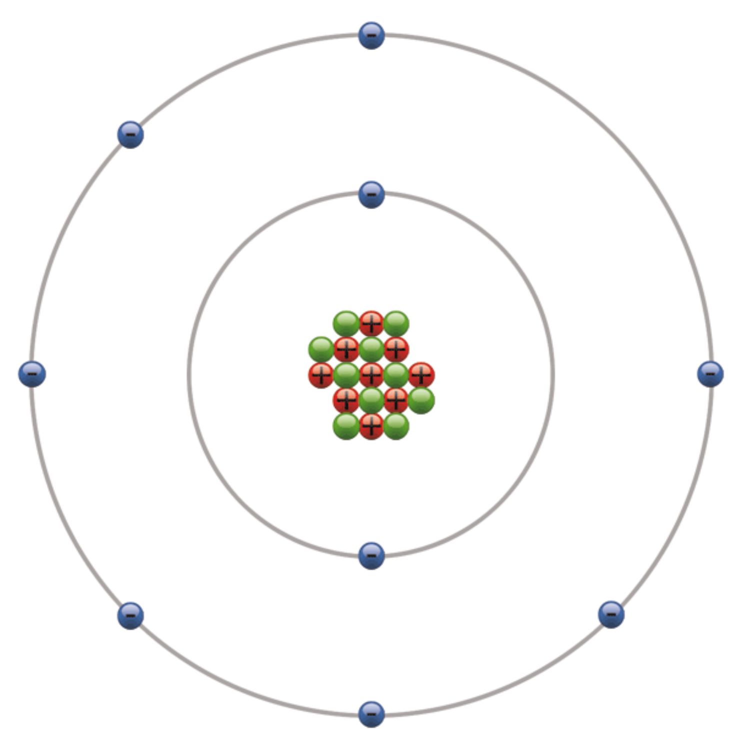
L'atome est la plus petite quantité de matière qu'on puisse obtenir par division d'un objet sans libérer des particules électriquement chargées.

Les propriétés chimiques d'un élément comme l'hydrogène, l'azote ou le fer sont définies au niveau de son atome. Tous les atomes non ionisés d'un élément sont identiques, physiquement et chimiquement.

Un atome ionisé est un atome qui a perdu un ou plusieurs électrons, devenant ainsi un ion positif. L'ionisation se produit souvent lorsqu'un gaz, un liquide ou un solide est traversé par un rayonnement ou une particule chargée d'énergie suffisante.

2.7.14.1 Structure d'un atome

Un atome a une dimension de l'ordre de 1 angström = 10^{-10}m, quel que soit le nombre de ses électrons. Il comprend un noyau autour duquel tournent un certain nombre d'électrons, répartis en couches de rayon croissant. Voici un atome de fluor.



Atome de fluor - © Microsoft Bing Creative Commons

Cet atome de fluor a deux couches électroniques, la première avec deux électrons (signe -), la seconde avec 7 électrons. Son noyau comprend 9 protons (signe +) et 10 neutrons (verts).

Noyau

Le diamètre D_A du noyau d'un atome de masse atomique A est donné (en fermis, 1 fm = 10^{-15}m) par la formule approximative :

$$D_A = d_0\sqrt[3]{A}, \quad \text{où } d_0 = 2.4 \text{ fm}$$

Exemple : l'atome de fer ^{56}Fe de masse atomique 56 a un noyau de 9.2 fm.

Au centre d'un atome il y a un *noyau* d'une dimension de l'ordre de quelques fermis. Ce noyau comporte un ou plusieurs *protons*, de charge électrique positive, et 0, 1 ou plusieurs *neutrons* de charge nulle.

Electrons

Autour du noyau il y a un nuage d'*électrons* (autant d'électrons que de protons), tournant autour du noyau en couches successives séparées. Les électrons sont si petits qu'ils n'ont pas de taille mesurable : un atome est donc essentiellement vide.

Un électron a une charge électrique négative notée (en valeur absolue) e, valeur qui est une constante de l'Univers :

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ coulomb}$$

L'électron a aussi un spin ½ (voir *Spin*).

2.7.14.1.1 Atome de Bohr

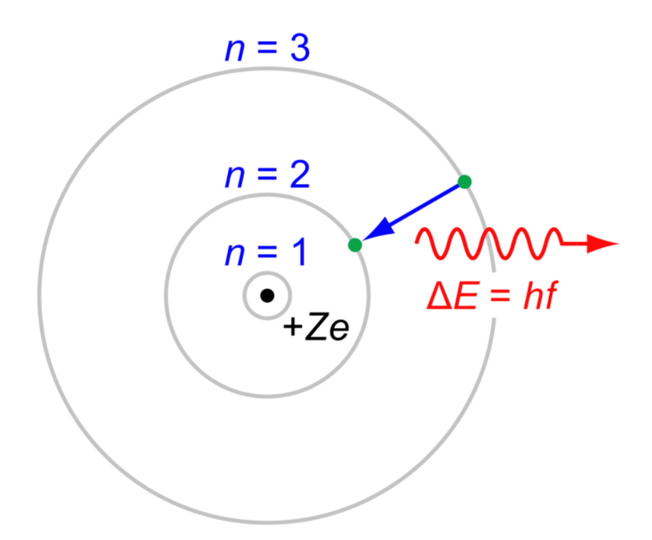
En 1913 Niels Bohr proposa un modèle quantifié de l'atome pour expliquer la stabilité des orbites électroniques, c'est-à-dire le fait que l'électron – charge électrique en rotation - ne rayonne pas d'énergie électromagnétique comme le prévoit la théorie électromagnétique de Maxwell. Ce rayonnement, s'il existait, absorberait l'énergie de l'électron et le ferait tomber sur le noyau, rendant ainsi la matière instable, ce qui est faux.

L'atome de Bohr a un noyau autour duquel les électrons tournent sur des orbites circulaires de rayon fixe numérotées n = 1, 2, 3…. Chaque orbite a un moment cinétique quantifié l_n, multiple de $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ où h est la constante de Planck :

$$l_n = \boldsymbol{r}_n m_e \boldsymbol{v}_n = n\hbar$$

où :

- $\boldsymbol{r}_n$ est le rayon de l'orbite n ;
- m_e est ma masse de l'électron ;
- $\boldsymbol{v}_n$ est la vitesse de l'électron sur l'orbite n.



Atome de Bohr - © Microsoft Bing Creative Commons

L'atome schématisé ci-dessus a un numéro atomique Z : son noyau contient Z protons et a une charge électrique positive $+Ze$. Le schéma représente un électron tombant de la couche 3 à la couche 2, dont l'énergie potentielle est ΔE plus faible, en émettant un photon de fréquence f et d'énergie $\Delta E = hf$ où h est la constante de Planck.

Energie potentielle d'un électron de l'atome de Bohr

L'énergie potentielle d'un électron (négatif) attiré par le noyau (positif) est nulle lorsque l'électron est infiniment loin. Les électrons d'un atome sont répartis en couches concentriques de niveau d'énergie quantifié croissant lorsqu'on s'éloigne du noyau.

Si l'électron se rapproche du noyau, sautant d'une orbite (couche de niveau d'énergie) de rang *n+1* à une orbite de rang *n*, son énergie potentielle diminue d'une quantité $\Delta E = hf$ correspondant à un photon émis de fréquence f ; l'énergie de l'atome devient alors plus négative d'une quantité ΔE différence des énergies des niveaux *n+1* et *n*.

Ainsi, pour chacune des couches électroniques stables de l'atome, celui-ci a une énergie négative, et d'autant plus négative que la couche est plus proche du noyau. Pour l'atome d'hydrogène, les énergies des différents niveaux (mesurées en électron **.**volts où 1eV= 1.6 **.**10^{-19} joule) sont :

Niveau n	Energie en eV
1	-13.6
2	-3.4
3	-1.51
4	-0.85

Niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène

Si l'atome absorbe un photon d'énergie correspondant à la transition d'un niveau *n* au niveau *n+1*, son électron de la couche *n* saute sur la couche *n+1*.

Le niveau 1 est le plus stable : un atome ne peut pas céder d'énergie par émission d'un photon à partir du niveau 1 ; il ne peut éventuellement qu'en absorber.

Le modèle d'atome de Bohr a été un progrès considérable parce qu'il expliquait la stabilité des atomes, mais il est replacé aujourd'hui par le modèle suivant.

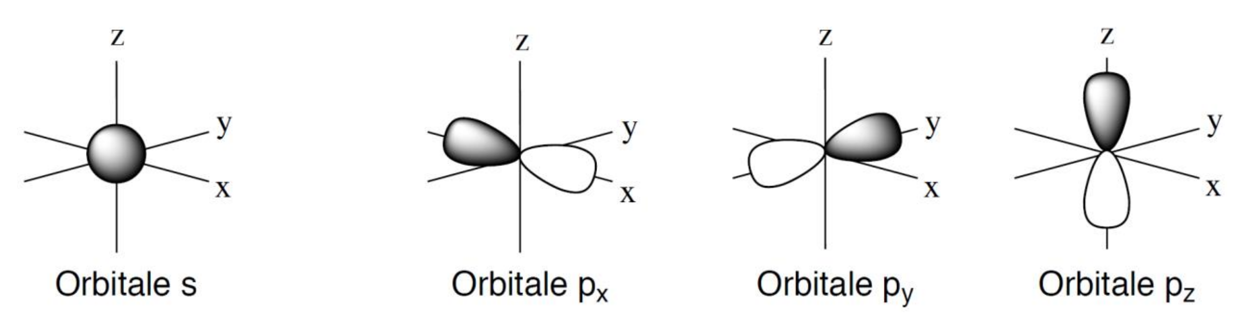
2.7.14.1.2 Trajectoires d'un électron autour d'un noyau atomique : orbitales

Les déplacements et les configurations stables de particules, prévues par la Mécanique quantique, résultent de l'équation de Schrödinger. Elles sont surprenantes : aucune ne ressemble au modèle planétaire décrit par Niels Bohr et conforme à la théorie des ondes de matière de Louis de Broglie, sinon en tant que grossière approximation pour les atomes simples !
Voici les reproches faits à « l'atome de Bohr » :

- Il n'explique pas pourquoi certaines raies spectrales sont plus brillantes que d'autres.
- Il n'a pas de méthode de calcul des probabilités de transition entre niveaux.
- Il assimile l'électron à une petite planète, avec son orbite circulaire de rayon donné et son moment cinétique, ce qui viole le principe d'incertitude de Heisenberg qui affirme l'impossibilité de calculer simultanément une position et une quantité de mouvement.

C'est ainsi que, loin de tourner autour d'un noyau atomique selon une trajectoire plane comme celle de la Terre autour du Soleil, un électron peut parcourir, selon son énergie, une région de l'espace (appelée *orbitale*) en forme de sphère, de paire de lobes, etc. (voir figure ci-dessous) et il faudra interpréter ces "orbites" à trois dimensions comme des régions de l'espace proche du noyau où chaque petit volume autour d'un point a une densité de probabilité de présence de l'électron.

Dans la figure ci-dessous, les surfaces en forme de sphère, à gauche, et de paire de lobes, à droite, représentent la partie de l'espace (formant une des couches) autour du noyau où un électron a une probabilité maximale de se trouver.



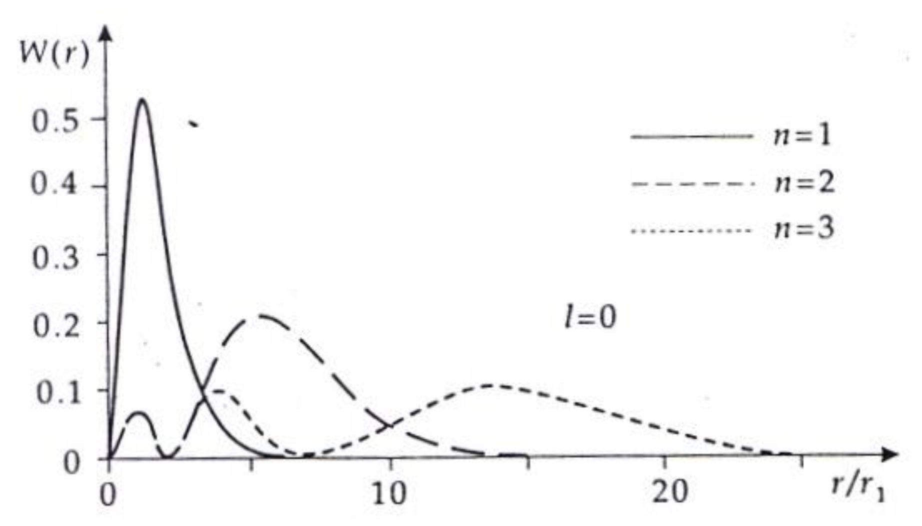
Orbitales électroniques en forme de sphère (sous-couche 1) ou de lobes (sous-couche 2)
© Wikimedia Commons

Dans le graphique ci-dessous, l'éloignement *r* du noyau (en abscisse) est exprimé en nombre de rapports r/r_1, où r_1 est le rayon théorique de l'atome d'hydrogène de Bohr, r_1 = 0.529 Å (où 1Å = 10^{-10}m). La probabilité de trouver l'électron à l'intérieur d'une coquille sphérique de rayons *r* et *r*+d*r* est $W(r)dr=4\pi r^2|\psi(r)|^2dr$, où $\psi(r)$ est la fonction d'onde. On voit que :

- La probabilité de présence *très près du noyau* (où *r* tend vers 0) est non nulle pour chacune des trois couches électroniques ! Ceci ne se produit que lorsque le nombre quantique *l* de moment angulaire orbital vaut *l*=0.

  Moments magnétiques d'un électron
  La charge électrique négative d'un électron se comporte comme un petit aimant, dont la "force" est mesurée par le *moment magnétique de spin*. Celui-ci a été déterminé avec une précision du cent-millionième (10^{-8}).
  Il y a aussi un *moment magnétique orbital* correspondant à la rotation de l'électron autour de son noyau. La somme de ces deux moments magnétiques définit le moment magnétique *total* de l'électron dans son atome.

- La couche de niveau d'énergie *n*=1 a *un* sommet de distance de densité de probabilité maximum. La couche de niveau *n*=2, supérieur de 10.2 électronvolts (eV) au niveau d'énergie de la couche 1, en a *deux*. La couche *n*=3, de niveau 12.1 eV, en a *trois*.



Densité radiale de probabilité de présence de l'électron $W(r)=4\pi r^2|\psi(r)|^2$
dans les couches n=1, 2 ou 3 pour un atome d'hydrogène

On voit à quel point les "trajectoires" tridimensionnelles réelles de l'électron sont éloignées du modèle "planétaire" plan. En fait, le mot trajectoire ne s'applique pas du tout à la rotation d'un électron autour de son noyau ; il vaut mieux parler de *position floue par superposition* ou de *région de présence*. Enfin, le "diamètre" même d'un atome varie avec son énergie, et si on pouvait le voir à un instant donné avec ses électrons l'image serait floue.

Orbitales et ondes de matière

Selon l'expérience, un électron se comporte :

- Soit comme une *particule* d'une masse de 0.9**.** 10^{-30}kg, équivalente à une énergie d'environ 0.5 MeV (c'est la particule stable la plus légère) ;
- Ou comme une *onde* figée autour du noyau sur son *orbitale*, onde d'une longueur multiple d'une « longueur d'onde de matière » λ telle que :

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

où :

- h est la constante de Planck ;
- m est la masse de l'électron ;
- v est la vitesse de l'électron sur son orbitale.

Transitions de couche électronique – Electron libre

Un électron peut sauter d'une couche atomique à une autre, d'énergie différente, en absorbant ou en émettant un photon dont l'énergie $h\nu$ correspond exactement à la différence entre les niveaux d'énergie de ces couches.

Un éventuel excès d'énergie d'un photon absorbé accélère l'électron émis lors d'un effet photoélectrique.

Un électron peut faire partie d'un atome ou être libre de se déplacer, en présence d'un champ électrique, dans un conducteur ou dans le vide.

2.7.14.1.3 Les 4 nombres quantiques

La configuration d'un atome est définie par 4 nombres quantiques (entiers).

<u>1 - Couches électroniques d'énergie : nombre quantique principal *n*</u>

Les électrons d'un atome se répartissent en couches de niveau d'énergie croissant désignées par leur *nombre quantique principal* : *n*=1, 2, 3, 4, etc., nombre défini par Bohr.

> Exemple : l'atome de polonium ^{209}Po (masse atomique 209) ci-dessous a 84 électrons en 6 couches.

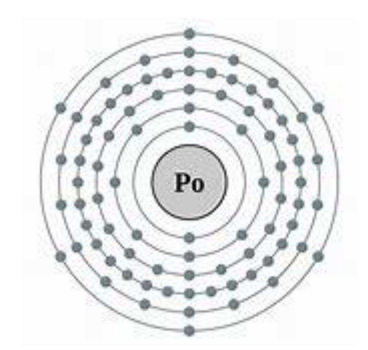


Schéma de l'atome de polonium - © Microsoft Bing Creative Commons

- La couche n=1 est aussi appelée couche K ;
- La couche n=2 est aussi appelée couche L ;
- La couche n=3 est aussi appelée couche M, etc.

<u>2 - Formes des sous-couches : nombre quantique azimutal *l*</u>

Le nombre quantique azimutal *l* de la couche *n* varie de 0 à n-1. Il représente la grandeur du moment cinétique de rotation d'un électron autour de son noyau.
La couche électronique de niveau *n* est subdivisée en sous-couches de formes distinctes (sphères ou lobes) désignées par les lettres respectives *s, p, d, f*, etc.

> Exemple : la couche n=2 a 2 sous-couches : 0, appelée sous-couche *s*, et 1, appelée sous-couche *p*.

Chaque sous-couche a un nombre d'électrons désigné par un chiffre en exposant.
Ainsi, la configuration de l'atome de fluor (qui a 9 électrons) est $1s^2\ 2s^2\ 2p^5$, ce qui veut dire qu'il y a:

- 2 électrons dans la couche *n* = 1, sous-couche *s* = 0,
- 2 électrons dans la couche *n* = 2, sous-couche *s*= 0,
- 5 électrons dans la couche *n* = 2, sous-couche *p* = 1.

Les deux types de représentation des couches électroniques d'un atome
Une couche électronique peut être représentée de deux manières :

- Par l'ensemble des directions où on peut trouver un électron.
  Cette représentation est faite de surfaces sphériques ou en forme de lobe, à l'intérieur desquelles se trouvent, par exemple, 90% des directions possibles de

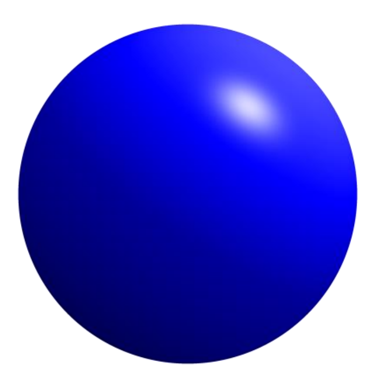
présence d'un électron dans l'espace ; elles sont centrées sur un des axes Ox, Oy ou Oz.

- Par des sections planes des surfaces d'équiprobabilité de densité de présence, surfaces de révolution autour d'un des axes.

Aucune orbite électronique n'est une simple courbe plane comme dans l'atome de Bohr, toutes sont des volumes où chaque point a (dans un petit volume autour de lui) une certaine probabilité de présence de l'électron.

On peut représenter un tel espace par une surface à l'intérieur de laquelle un électron a une probabilité (par exemple 90%) de se trouver.

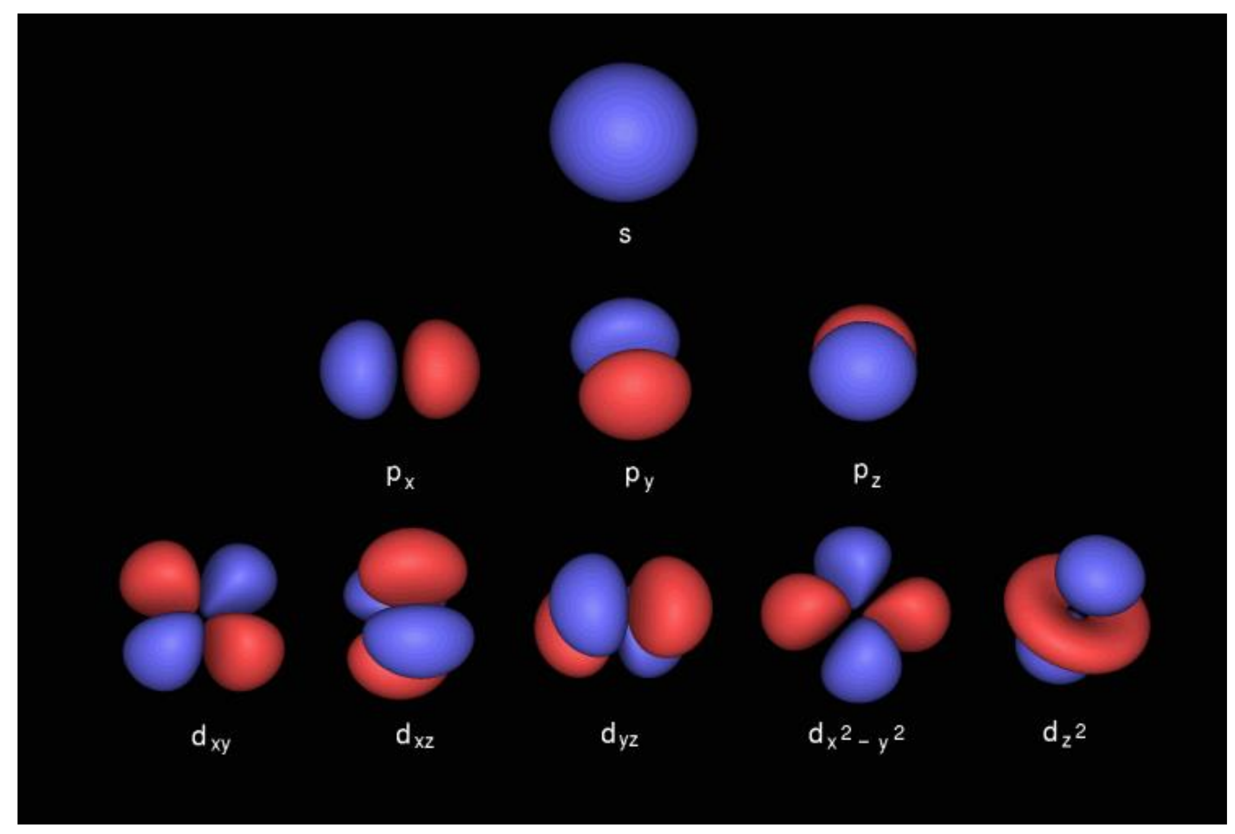
Exemple : pour l'hydrogène, qui n'a qu'une seule couche et une seule sous-couche (*s*), celle-ci a la forme d'une sphère :



Nuage électronique de l'hydrogène (représentation azimutale)

La figure ci-dessous représente les sous-couches *s, p* et *d* d'un atome quelconque :

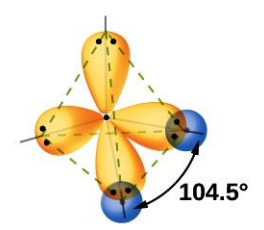
- La sous-couche *s* a 3 paires d'électrons orientées selon les axes Ox, Oy, Oz ;
- La sous-couche *d* a 2 paires d'électrons.



Orbitales : sous-couches *s, p* et *d*

Exemple : Orbitales de l'eau H_2O
Source : [B3] page 857 ; figures : [B89]
Voir d'abord en annexe la définition *Densité de probabilité*.

L'atome d'oxygène a 8 électrons en 3 sous-couches : *$1s^2$ $2s^2$ $2p^4$*. La dernière, appelée *2p*, a 4 électrons : deux (de spins opposés) sur une orbitale *$2p_z$* et les deux autres respectivement sur les orbitales *$2p_x$* et *$2p_y$*. Ces trois orbitales sont dans des nuages de probabilité représentés par la figure ci-dessous, la surface en lobe de chacun faite de points de même densité de probabilité pour chaque électron, ici 0.9.



Orbitales d'une Molécule d'eau : sous-couche *$2p^4$* de l'atome d'oxygène
(sur chaque axe on n'a représenté qu'un des deux lobes symétriques)

La figure représente la molécule H_2O en tenant compte des orbitales des électrons d'hydrogène (en bleu) partagés avec l'atome d'oxygène en orange dans les liaisons O-H, avec des angles entre axes des nuages de liaison de 104.5°. Cet angle, supérieur au 90° prévu, résulte de la répulsion électrostatique entre les protons des atomes d'hydrogène prise en compte par les calculs de Mécanique quantique.

3 – Orientation des orbitales dans l'espace : nombre quantique magnétique *m*
La sous-couche *l* a *2l+1* orientations possibles : *-l ; -l+1 ;…-1 ; 0 ; 1 ; 2…l*

4 - moment cinétique de l'électron : nombre quantique de spin *s*
Pour chaque combinaison des trois nombres quantiques précédents il y a deux valeurs de nombre quantique de spin : +½ et -½.

Nuage électronique autour d'un atome et son rapport de taille avec le noyau
Quand on dit que le diamètre d'un atome est d'environ 1 angström (10^{-10}m) on cite un ordre de grandeur, car la densité de probabilité de présence de ses électrons autour de son noyau diminue avec leur éloignement ; de même quand on dit que le noyau a un diamètre de l'ordre de 1 fermi (10^{-15}m). Voir en annexe dans *Densité de probabilité* : *Densité de probabilité du nuage électronique d'un atome d'hélium* ^{2}He.

2.7.14.1.4 Paramètres d'un électron d'atome : les nombres quantiques
Un électron d'un atome est caractérisé par 4 nombres quantiques :

- un chiffre, indiquant le nombre quantique principal *n* de la couche ;
- une lettre donnant la valeur de *l*, nombre quantique azimutal
(symboles respectifs *s, p, d, f*, pour *l* = 0, 1, 2, 3) ;
- un chiffre en exposant représentant le nombre d'électrons de la sous-couche considérée ;
- une fraction : +½ ou -½ pour le spin.

Exemple : un électron de la couche 2, dernière sous-couche de l'oxygène : $2p^4$ *-½*.

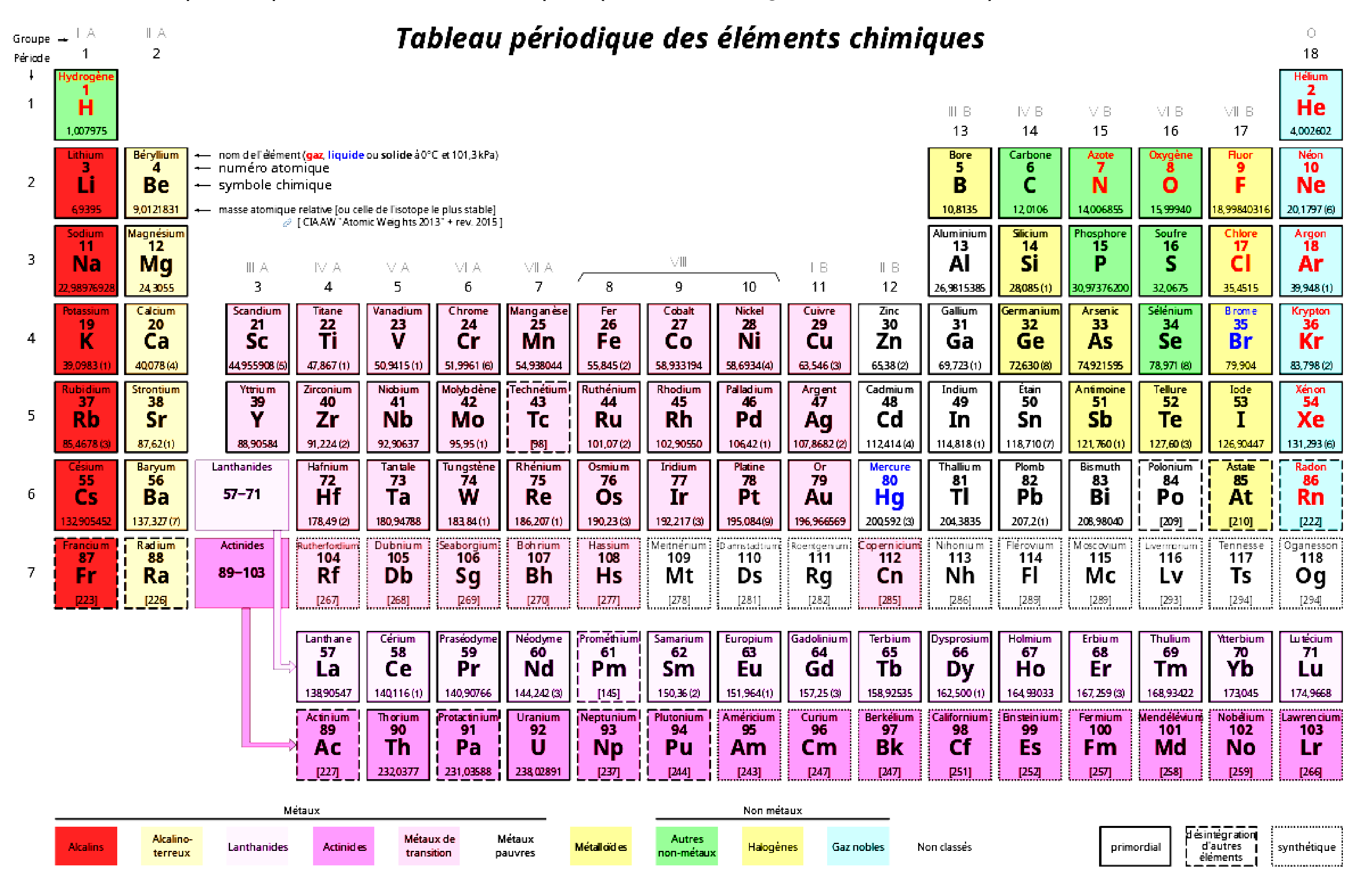
Ces 4 nombres représentent toute l'information qu'on peut avoir sur un électron appartenant à un atome. S'il était libre, on le décrirait par sa masse au repos, ses coordonnées, son vecteur vitesse et son spin, et on appliquerait le principe d'incertitude de Heisenberg pour le produit des incertitudes position x vitesse.

Désignation d'un élément chimique
En plus de son *nom* en lettres minuscules : *fer* pour le fer, on écrit :

- Son *symbole chimique*, commençant par une majuscule : *Fe* ;
- Sa *masse atomique* : nombre en exposant à gauche du symbole : $^{55.8}Fe$;
Cette masse est calculée en proportion de celle du carbone $^{12}_{6}C$, arbitrairement fixée à 12 exactement pour 6 protons et 6 neutrons (masse réelle : 1.661 **.**10^{-27} kg) ; l'unité de masse atomique est donc $\frac{1}{12}1.661 \,.\, 10^{-27}kg$;
c'est ainsi que la masse atomique de l'hydrogène est 1.01 : $^{1.01}_{1}H$;
- Son *numéro atomique Z* (rang dans la classification périodique des éléments, dite de Mendeleev) : nombre en indice à gauche : $^{55.8}_{26}Fe$, allant de 1 pour l'hydrogène $^{1.01}_{1}H$ à 118 pour l'Ununoctium $^{293}_{118}Uuo$.

  On ne trouve dans la nature que les éléments allant de 1 à 92 (uranium $^{238}_{92}U$), les éléments suivants étant artificiels, souvent difficiles à synthétiser et de courte durée de vie.

2.7.14.1.5 Tableau périodique des éléments chimiques (© Microsoft Bing Creative Commons)



2.7.14.2 Ion

Un atome ou une molécule peuvent, en fonction des conditions où ils se trouvent placés, perdre ou gagner un ou plusieurs électrons. Ils constituent alors des ions appelés :

- *cation,* lorsqu'il est chargé positivement (par exemple par perte d'un électron),
- *anion*, lorsqu'il est chargé négativement (par exemple par absorption d'un électron),
- *amphotère* lorsqu'il est chargé à la fois positivement et négativement.

Ces ions interagissent avec une force proportionnelle à la charge électrique de chacun et inversement proportionnelle au carré de la distance (loi de Coulomb).

Un ion est donc un atome ou une molécule porteur d'une charge électrique positive ou négative ; la valeur absolue de cette charge est un multiple de celle de l'électron, $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ coulomb.

2.7.14.3 Spin, fermions et bosons

2.7.14.3.1 Spin

Le spin ***s*** est une grandeur vectorielle, le *moment angulaire intrinsèque* d'une particule, qui a les dimensions d'un moment cinétique (produit vectoriel d'une longueur ***r*** par une masse *m* et par une vitesse ***v*** : $\boldsymbol{s} = \boldsymbol{r} \wedge m\boldsymbol{v}$).

Le spin est analogue à la rotation d'une particule sur elle-même, en ce sens qu'il a un moment angulaire sans être une rotation : c'est une propriété intrinsèque d'une particule, au même titre que sa charge électrique ou sa masse.

En plus de son moment cinétique *intrinsèque*, un électron d'atome a un moment cinétique *orbital*, dû à sa rotation autour du noyau. Ce moment s'additionne au moment intrinsèque, produisant un moment cinétique total de l'électron.

Le module *s* d'un vecteur spin ***s*** est quantifié : c'est un multiple demi-entier (1/2, 3/2,…) de $\hbar = h/2\pi$ ($\hbar$ se prononce h-barre), multiple qui peut prendre les $2s+1$ valeurs :

$$-s\ ;\ -s+1\ ;...0\ ;…;\ s-1\ ;\ s.$$

Le spin d'un électron ou d'un proton valant ½ (c'est-à-dire $\hbar/2$), l'électron et le proton peuvent avoir 2 valeurs de spin : -½ et +½. Le photon a un spin 1, le graviton (s'il existe) un spin 2, le baryon Ω^- (oméga moins) un spin 3/2, etc. Ce module intrinsèque est constant, mais *l'axe de rotation du spin peut adopter n'importe quelle direction de l'espace.*

L'inversion du sens du vecteur spin d'une particule, remplacé par le vecteur opposé, correspond à un changement de polarisation.

Les spins de l'électron et du proton sont à la base des propriétés magnétiques de la matière. Une particule de spin non nul se comporte comme un petit barreau aimanté (exemple : voir *Déterminisme et hystérésis*).

Le spin étant une propriété fondamentale d'une particule, la description de l'état de celle-ci est incomplète sans le spin, aussi incomplète que si elle omettait son impulsion (quantité de mouvement : produit ***mv*** de la masse *m* par le vecteur vitesse ***v***) ou sa charge électrique.

2.7.14.3.2 Fermions et bosons

Les particules identiques d'un certain type (comme le sont entre eux, par exemple, des électrons) peuvent occuper un ensemble d'états d'énergie discrets disponibles de deux façons seulement, selon qu'elles respectent ou non le *Principe d'exclusion de Pauli* (voir ce titre). Voici ces deux façons.

Classement des particules selon leur spin en fermions et bosons
Le spin est une propriété qui permet de classer les particules en deux catégories :

- Les particules de spin demi-entier (1/2$\hbar$, 3/2$\hbar$, 5/2$\hbar$ …), appelées *fermions*.
  Ce sont des particules de matière.

  Exemples de particules de spin ½ (= ½$\hbar$) : l'électron, le proton, le neutron, le neutrino, etc. Ce spin est constant en grandeur - et sans rapport avec la masse ou la vitesse de la particule - mais il peut changer de signe comme si la particule inversait son sens de rotation. Les particules sensibles à l'interaction électromagnétique (force électromagnétique) ont un moment magnétique colinéaire (parallèle dans l'espace) à leur vecteur spin.

  Les fermions sont régis par la statistique de Fermi-Dirac et respectent le *Principe d'exclusion de Pauli* (voir ce titre).

- Les particules de spin entier (0, $\hbar$, 2$\hbar$, 3$\hbar$…), appelées *bosons*.
  Ce sont des particules porteuses de force, c'est-à-dire d'interaction : l'effet d'une des 4 forces fondamentales est toujours un nombre entier de bosons de cette force. Un boson est aussi appelée *messager* de cette force.

  Exemples de particules de spin 1 (=$\hbar$), qui sont donc des bosons :

  - Le photon, boson de la force électromagnétique (oui, même un photon de masse nulle peut avoir un moment cinétique, ce qui prouve que le spin n'est pas lié à une masse en rotation) ;
  - Les bosons de la force faible W et Z ;
  - Le gluon, boson de la force nucléaire (force forte) ;
  - L'hélium II, qui peut être superfluide à très basse température.

  Les bosons sont régis par la *Statistique de Bose-Einstein* (voir ce titre).

Des particules invisibles d'une nature autre que quoi que soit de visible

Au plan philosophique, l'existence du spin nous conduit à admettre qu'il existe des propriétés fondamentales de la matière-énergie sans rapport avec des concepts issus de nos sens comme la masse. Nous en avions déjà un exemple avec le photon, particule-onde de masse nulle, mais d'énergie $h\nu$ non nulle, d'impulsion non

nulle et de spin non nul. C'est là une des raisons pour représenter la réalité à l'échelle atomique avec des formules mathématiques.

Complément : *Modèle standard des particules élémentaires*.

2.7.14.4 Principe d'exclusion de Pauli

Un principe auquel sont soumis tous les fermions

Ce principe est dû à Wolfgang Pauli, à qui il a valu le prix Nobel de physique 1945. C'est une contrainte d'existence des états quantiques à laquelle sont soumis tous les fermions (exemples : les électrons et les nucléons, voir *Fermions et bosons*) :

Deux fermions ne peuvent pas être en même temps dans le même état quantique, décrit par la même fonction d'onde.

Ainsi, dans un atome, il ne peut y avoir :

- Qu'un seul électron ou un seul nucléon dans un état quantique donné.
  Un tel état définit des propriétés quantifiées et constantes :
  - Distance au noyau (couche et sous-couche) où chaque électron est sur une orbitale (trajectoire probabiliste) qui ne peut recevoir que deux électrons de spins opposés ;
  - Energie ;
  - Moments (dont le spin, moment cinétique angulaire intrinsèque) ;
  - Charge ;
  - Nombre baryonique ;
  - Nombre leptonique.
- Qu'un électron avec des valeurs données des 4 nombres quantiques.

Ce principe explique les émissions de photons observées provenant des électrons qui descendent d'une couche atomique à une autre, perdant ainsi de l'énergie.

Du fait de ce principe, deux électrons ont tendance à s'éviter : sur une même sous-couche d'énergie d'un atome il y a au maximum deux électrons, et leurs spins sont opposés pour respecter le principe d'exclusion.

Gaz de fermions : température de Fermi et dégénérescence

Source : [B6] article *Maxwell-Boltzmann distribution law*

Lorsqu'un gaz de fermions est refroidi, il subit une transition de phase à une température appelée *température de Fermi*. Au-dessus de cette température il est régi par les lois de la physique classique, en dessous il est régi par des lois de physique quantique et on le qualifié de *dégénéré*.

> La distribution des énergies des molécules d'un gaz régi par la physique classique peut être prédite par la statistique de Maxwell-Boltzmann de la thermodynamique ; mais en tant que loi de la physique macroscopique cette loi ignore le Principe d'exclusion de Pauli, qui impose une distribution des énergies d'un atome par niveaux atomiques successifs (orbitales successives).

Quand la densité d'un gaz de particules dégénéré croît, les fermions remplissent d'abord les niveaux de faible énergie, puis les niveaux d'énergie de plus en plus élevée, ce qui fait croître la pression du gaz.

2.7.14.5 Statistique de Bose-Einstein

Source : [B6] article *Bose-Einstein condensate*.

Les bosons sont des particules qui ne respectent pas le principe d'exclusion de Pauli, mais respectent la statistique de Bose-Einstein. Cette statistique :

- Permet à plusieurs bosons d'avoir des états distribués selon elle, notamment d'être dans le même état quantique.
- Rend compte, par exemple, de l'écoulement sans friction de l'hélium superfluide (isotopes ^{3}He et ^{4}He). Un atome ^{4}He est bien un boson, mais un atome ^{3}He est un fermion qui se comporte (par paires) comme un boson dans une condensation à basse température.
- Rend compte du phénomène de supraconductivité électrique (courants rencontrant une résistance nulle, qui peuvent donc, une fois lancés dans une boucle, y tourner indéfiniment).

Plusieurs bosons peuvent être en même temps dans le même état quantique

Un grand nombre de photons (ou de noyaux d'atomes d'hélium II) peuvent être en même temps dans le même état quantique ; cette propriété de cohérence est utilisée dans les lasers à photons et s'applique même à des lasers projetant des atomes en faisceaux cohérents focalisables.

2.7.14.5.1 Condensat de Bose-Einstein – Particules géantes – Lumière ralentie

Il existe un état de la matière appelé *condensat de Bose-Einstein,* tel qu'un ensemble d'atomes ou de particules subatomiques refroidi au voisinage du zéro absolu (-273.15°C) se fondent en un objet unique, de même état quantique, décrit par une même fonction d'onde ; cet ensemble peut compter un nombre si grand de particules qu'on peut le considérer comme pratiquement macroscopique.

> (En passant, on a là une vérification du fait que l'équation fondamentale de la Mécanique quantique, l'*Equation de Schrödinger*, s'applique à l'échelle macroscopique en plus de l'échelle atomique habituelle.)

L'existence de ce condensat a été prédite en 1924 par Einstein, à partir des calculs de Satyendra Nath Bose. Son observation expérimentale avec un volume de gaz d'environ 2000 atomes de rubidium refroidi à $0.17 \,.10^{-6}$ degrés K en 1995 a valu à ses auteurs (Cornell, Ketterle et Wieman) le prix Nobel de physique 2001 ; l'« atome » géant était assez grand pour être visible au microscope, tout en ayant les propriétés quantiques prévues par la théorie.

Ralentissement et arrêt de la lumière

Un condensat de Bose-Einstein a le pouvoir de ralentir la lumière :

- Une expérience de 1998 a permis d'y mesurer une vitesse de 17 mètres/seconde au lieu des 300.000 km/s habituels.

- Une expérience ultérieure a même permis de stopper une impulsion lumineuse, de la conserver inchangée, puis de la laisser repartir dans un second condensat.

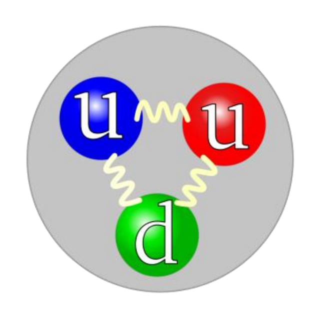
2.7.14.6 Nucléons : protons et neutrons

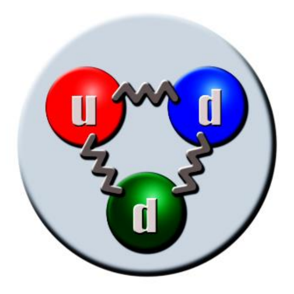
Un nucléon est un proton ou un neutron, ainsi nommé parce qu'il est la particule de base d'un noyau atomique. Un proton et un neutron ont la même sensibilité à la force nucléaire, qui les soude indépendamment de la charge électrique.

Un antinucléon est donc un antiproton ou un antineutron.

Un proton et un neutron sont tous deux composés de 3 quarks solidement réunis par des gluons de la force nucléaire :

- Un proton a 2 quarks up (charge +2/3 chacun) et 1 quark down de charge -1/3, d'où une charge électrique totale de 1 *e* (celle de l'électron, mais positive) ;
- Un neutron a 1 quark up (charge +2/3) et 2 quarks down (charge -1/3 chacun), d'où une charge électrique totale de 0.






Proton

Neutron

Un proton a une forme de boule de surface floue. L'essentiel de sa charge électrique est concentré dans une sphère intérieure de rayon 0.8 fermi environ, la densité de charge décroissant très vite quand on s'éloigne ensuite du centre.

2.7.14.7 Particules et antiparticules subatomiques

Une particule subatomique (appelée souvent simplement *particule*) est un quantum de matière-énergie. Les particules sont les constituants fondamentaux de la nature, certaines (les particules *élémentaires,* comme les nucléons) en tant que « briques de base de la matière », d'autres en tant que liens entre ces briques comme les gluons.

Exemples de particules : proton, électron, photon, neutrino, quark, etc.
Voir *Modèle standard des particules élémentaires.*

Antiparticules
Une antiparticule (particule duale d'une particule subatomique donnée) a la même masse que celle-ci, mais une charge électrique et un spin de signes opposés.
Désignation : le symbole d'une antiparticule est le même que celui de la particule correspondante surmonté d'un trait.

Exemple : quark q ; antiquark $\bar{q}$.

Une particule qui rencontre son antiparticule s'annihile avec elle : elles se transforment alors en énergie électromagnétique (par exemple en photons gamma de haute énergie) en respectant l'équation d'Einstein $E=mc^2$.

Exemples d'antiparticules

- L'antiproton est l'antiparticule du proton ;
- Le positron est l'antiparticule de l'électron ;
- L'antineutron est l'antiparticule du neutron, de charge nulle comme lui, mais de moment magnétique de signe opposé ;
- L'antiquark est l'antiparticule du quark.
  Les quarks *up* et *down* s'unissent avec leurs antiquarks pour former des *mésons* (sensibles, eux aussi, à la force nucléaire, ils sont produits notamment par l'interaction des rayons cosmiques avec l'atmosphère).

Dimensions des particules : ordres de grandeur

- Un atome mesure entre 1 et 6 angströms (1 Å = 10^{-10}m) ;
- Le noyau atomique est entre 10 000 et 100 000 fois plus petit que l'atome ;
- Un nucléon (proton ou neutron) du noyau mesure environ 1 fermi (10^{-15}m) ;
- Un quark (composant des nucléons) mesure environ 10^{-19}m.
- Les électrons et neutrinos sont encore beaucoup plus petits…

Masse des particules
Certaines particules (comme les photons et les gluons) ont une masse nulle ; d'autres comme comme le proton ont une masse de l'ordre de 10^{-27}kg et d'autres encore ont une masse énorme, la plus élevée étant celle du quark top : 173 GeV (1 giga électronvolt =°10^{-10} joule), soit environ 184 fois la masse du proton.

Nombres quantiques des particules et antiparticules
Une particule et une antiparticule sont caractérisées par un ensemble de *nombres quantiques (NQs)* :

- NQs du mouvement de la particule ou de l'antiparticule : *masse* et *spin* (voir *Spin, fermions et bosons*) ;
- NQs des interactions auxquelles la particule ou l'antiparticule sont sensibles :
  - La *charge électrique Q* et le *moment magnétique μ* pour l'interaction électromagnétique ;
  - Le *nombre baryonique B* des baryons, particules lourdes sensibles à l'interaction nucléaire ; invariant dans les conversions de particules, il vaut :
    - ✓ 1 pour les protons et neutrons (-1 pour leurs antiparticules)
    - ✓ $\pm$1/3 pour les quarks et antiquarks.
  - L'*isospin Iz* pour les nucléons ; valeurs : protons = +½, neutrons = -½ ;

L'isospin est un nombre quantique caractérisant une famille de particules élémentaires qui ne diffèrent que par leur charge électrique, comme le proton et le neutron.

Ce nombre quantique permet de distinguer entre deux états d'une même particule. Par analogie avec les rotations dans l'espace habituel (et la notion de spin qui en découle), on appelle *rotation d'isospin* la transformation qui fait passer de l'état proton à l'état neutron ou inversement dans un espace interne.

Lorsque des particules se décomposent ou entrent en collision sous l'influence de la force forte leur isospin total se conserve.

Composition
Certaines particules, comme l'électron, sont indécomposables ; d'autres sont constituées de sous-particules ; le proton, par exemple, est constitué de 3 quarks : 2 quarks *up* et 1 quark *down* reliés par des *gluons*.

2.7.14.7.1 Leptons

Particules élémentaires (indécomposables), les leptons sont insensibles à la force forte mais sensibles aux trois autres forces. Ils font partie des fermions (voir *Spin, fermions et bosons*).

- Il y a trois types de leptons chargés négativement : *électron*, *muon* et *tau* (voir plus bas *Modèle standard des particules élémentaires*).

  Chaque particule de ce type a son antiparticule, par exemple le positron pour l'électron.

- Il y a trois types de leptons non chargés : *neutrino électron*, *neutrino muon* et *neutrino tau*.

Dans toutes les réactions de l'échelle atomique le nombre leptonique se conserve : voir *Symétries et lois de conservation des 4 types fondamentaux d'interaction*.

Neutrino

Un neutrino est une particule sans charge électrique, de masse très faible et de spin ½. Il est sensible à la force faible, qui intervient notamment dans les décompositions radioactives (voir *Radioactivité bêta : émission d'une particule bêta*).

Chacun de ces types de neutrino a son antiparticule appelée antineutrino.

2.7.14.7.2 Quarks

Les quarks sont des particules subatomiques élémentaires (indécomposables), qui interagissent par l'intermédiaire de la force nucléaire (=force forte) pour former les protons, les neutrons et plus généralement l'ensemble des *hadrons*.

Hadrons

Les hadrons sont les particules sensibles à l'interaction forte, formés de quarks et d'antiquarks soudés par des gluons. 2 catégories : baryons et mésons.

Baryons
Les baryons sont des particules subatomiques lourdes composées de 3 quarks et sensibles à la force nucléaire. Exemples : protons, neutrons, lambda Λ^0, sigma Σ+, hypérons Ξ^0, etc. Leurs spins sont demi-entiers (1/2, 3/2,...).

Mésons
Les mésons sont des particules composées d'un quark et d'un antiquark soudés par des gluons. Prévus théoriquement en 1935 et observés expérimentalement en 1947, on en compte aujourd'hui plus de 200 variétés. Ils ont des masses comprises entre140 MeV et 10 GeV (1Mev=1.6 .10^{-13} joule et 1GeV=1.6 .10^{-10} joule). Tous sont instables, avec des durées de vie comprises entre 10^{-22} seconde et 10^{-8} seconde ; exemple : le méson π (« pion ») se décompose en deux photons. Les spins des mésons sont entiers.

Nombre baryonique et sa conservation
Source : [B176] pages 108-110
Le nombre baryonique d'un système est la différence entre son nombre de baryons et son nombre d'antibaryons.

Baryons et mésons se distinguent par leur nombre baryonique *B* : *B*=1 pour les baryons ;

- *B*=0 pour les mésons, les leptons et les particules messagères d'une force (bosons de jauge) ;
- *B*=-1 pour les antibaryons.

Les nombres baryoniques s'ajoutent : un atome comprenant 1 proton et 1 neutron (chacun avec *B*=1) a un nombre baryonique *B*=2.

Dans les réactions on observe toujours la *conservation du nombre baryonique* : une collision à haute énergie de 2 protons (nombre baryonique total = 2) peut produire 3 protons et 1 antiproton (nombre baryonique total = 2) mais pas 2 protons et 1 neutron (nombre baryonique total = 3).

L'Univers observable a un nombre baryonique de 10^{78}. D'après la règle de conservation de ce nombre (confirmée par les mesures), il a toujours été 10^{78}.
Le proton étant le baryon le plus léger, sa décomposition éventuelle produirait un nombre baryonique nul. Or on sait que la demi-vie d'un proton dépasse 10^{32} ans, alors que l'âge de l'Univers est ~10^{10} ans (~ signifie "de l'ordre de"). On peut donc considérer le proton comme stable et la règle de conservation du nombre baryonique comme confirmée *dans les conditions de l'Univers actuel*.

Dans les conditions d'application des *Théories de Grande unification*, la conservation du nombre baryonique est imparfaite : à des températures de l'ordre de 10^{29}°K l'énergie thermique d'une particule est ~10^{16}GeV et il y a de nombreuses réactions qui violent cette conservation. Il est donc possible qu'à l'ère de Grande unification le nombre baryonique de l'Univers ait changé, et qu'au départ le nombre baryonique total initial ait été nul, comme le veut la théorie du Big Bang ; le nombre baryonique actuel résulterait alors d'altérations qui se seraient produites pendant les premières 10^{-39} secondes : il y aurait eu *baryogenèse*.

Pour que l'hypothèse d'une baryogenèse soit plausible, il y a deux conditions :

- Les lois physiques applicables à l'ère de Grande unification doivent comporter une asymétrie fondamentale entre matière et antimatière :
  la probabilité qu'une réaction physique produise des baryons doit être plus grande que la probabilité qu'elle produise des antibaryons ; or c'est le cas (voir [B206]) et cette découverte a été jugée si importante que ses auteurs ont reçu le prix Nobel de physique 1980.
- Les réactions de particules doivent être lentes par rapport aux phénomènes d'expansion et de refroidissement de l'Univers, pour que des densités d'équilibre ne puissent être atteintes. Steven Weinberg (prix Nobel de physique 1979) a montré que c'est possible avec certaines théories de Grande unification.

  Un millionième de seconde après le Big Bang l'Univers contenait 3 **.**10^8 fois plus de quarks que d'antiquarks.

Les 6 saveurs des quarks

Il y a 6 types (appelés « saveurs ») de quarks :

Saveur (=type)	Nombre baryonique	Charge	Etrangeté	Charme	Bottom	Top	Masse (MeV)
down	1/3	-(1/3)e	0	0	0	0	5-15
up	1/3	+(2/3)e	0	0	0	0	2-8
strange	1/3	-(1/3)e	-1	0	0	0	100-300
charm	1/3	+(2/3)e	0	1	0	0	1000-1600
bottom	1/3	-(1/3)e	0	0	-1	0	4100-4500
top	1/3	+(2/3)e	0	0	0	1	180000

Nombres baryoniques des diverses saveurs de quarks

Les nombres quantiques Etrangeté, Charme, Bottom et Top (colonnes) doivent être définis en plus pour distinguer les diverses saveurs.

Chacune des 6 saveurs des quarks existe en 3 « couleurs », propriété qui n'a rien d'une couleur (car un quark est trop petit pour réfléchir de la lumière) mais a donné son nom à la *Chromodynamique quantique*.
Les noms (arbitraires) des 3 couleurs sont : rouge, bleu et vert.

Les quarks ont une charge électrique positive ou négative de 1/3 ou 2/3 celle de l'électron.

2.7.15 Les 4 forces fondamentales de la nature

Il y a 4 forces fondamentales qui agissent dans l'Univers :

- La force de gravitation régissant l'attraction entre corps célestes et à la surface d'un corps comme la Terre ;
- La force électrique (force de Coulomb) régissant l'attraction/répulsion entre charges électriques. Dans le cas de charges en mouvement, une de ses manifestations est le champ électromagnétique, agissant sur des courants et se propageant sous forme de rayonnement électromagnétique (lumière, etc.) ;
  on regroupe parfois ces deux forces sous le nom de *force électromagnétique*.
- La force nucléaire (aussi appelée *interaction forte*) ;
- La force faible.

Définitions d'une interaction

- A l'échelle macroscopique, une interaction est l'effet d'une force mécanique sur une masse ou d'un champ électromagnétique sur une charge électrique.
- A l'échelle atomique, une interaction est une évolution ou une décomposition résultant d'une ou plusieurs particules. Exemples :
  - Décomposition d'une particule en particule(s) et rayonnement ;
  - Collision d'une particule avec une autre particule déviant leurs trajectoires ;
  - Conversion d'un rayonnement en masse ;
  - Annihilation d'une particule qui rencontre son antiparticule, avec émission d'un rayonnement.

Toutes les interactions physiques, par contact ou à distance, sont dues à l'une au moins des quatre forces fondamentales, agissant dans la limite de leur portée :

- Les forces agissant à l'échelle macroscopique, de portée infinie :
  - La force de gravitation de la loi d'attraction universelle de Newton, la seule action à distance connue lorsque Kant a publié la *Critique* en 1781 ;
  - La force électromagnétique, décrite par Maxwell en 1872 (généralisant la *force électrique* de la loi de Coulomb, découverte en 1785).
- Les forces agissant seulement à l'échelle atomique ou subatomique :
  - La force nucléaire forte (ou simplement : « force nucléaire » ou « force forte »), connue avec la *Chromodynamique quantique* depuis 1972 ;
  - La force faible, intervenant dans certaines radioactivités, dans la décomposition de particules instables comme les mésons, et dans l'amorce de la fusion nucléaire qui alimente le Soleil.

Comparaison des quatre forces fondamentales

Type d'interaction	Force relative	Portée (mètres)
Nucléaire	1	10^{-15}
Electromagnétique	10^{-2}	∞
Faible	10^{-14}	$2 .10^{-18}$
Gravitation	10^{-36}	∞

Forces et portées relatives des interactions fondamentales
(voir *Relation entre portée des forces et masse des particules d'interaction*)

Ces quatre forces sont aujourd'hui décrites à l'échelle atomique sous forme de champs d'interaction par la *Théorie des champs*.

Compléments : voir *Action des 4 forces fondamentales de la nature*.

2.7.15.1 Force de gravitation

Effets de la gravitation

La gravitation est responsable de phénomènes comme l'attraction de la pesanteur, le mouvement des planètes et des étoiles dans les galaxies, le déplacement des galaxies les unes par rapport aux autres. Ses effets sont régis par les lois de Newton et de la Relativité générale.

Force des milliards de fois plus faible que la force électromagnétique, elle-même faible par rapport à la force nucléaire, l'effet de la gravitation est toujours négligeable devant celles-ci : en général on n'en tient pas compte entre particules à l'échelle atomique.

La force de la pesanteur qui fait le poids d'un piano résulte de l'attraction réciproque de chaque atome du piano pour chaque atome de la Terre, et le piano paraît lourd. Mais l'attraction réciproque des masses de deux particules à l'échelle atomique est si faible qu'elle n'a jamais été mesurée.

L'attraction de la masse d'un proton pour celle d'un électron est ~$2 .10^{39}$ fois plus faible que leur attraction électrostatique.

Dans un espace euclidien

Un champ de gravitation provoque une force d'attraction de vecteur ***F*** entre masses gravitationnelles, à qui elles confèrent une accélération de vecteur ***a*** telle que, pour chaque masse *m*, ***F*** = *m*.***a*** : la masse oppose alors une inertie mesurée par *m* (appelée pour cette raison *masse d'inertie*).

Masse gravitationnelle et masse d'inertie sont identiques, mesurées par la même unité (le kg) : ce sont deux effets d'une même réalité physique, la masse.

Dans un espace-temps relativiste
La présence d'une masse (ou de son équivalent, l'énergie) dans l'espace-temps de la Relativité générale provoque une déformation de celui-ci. Celle-ci explique les phénomènes d'attraction et de trajectoire d'un corps en chute libre par l'existence de courbes géodésiques de l'espace-temps que le corps parcourt.

> Une courbe géodésique correspond à une ligne droite dans l'espace euclidien, non déformé par la présence d'une masse.

Dans un espace relativiste il n'est plus question de force de gravitation : l'effet du champ gravitationnel sur les mouvements des corps sont calculés à partir des géodésiques.

2.7.15.2 Force nucléaire (interaction nucléaire forte)

Les particules sensibles à l'interaction forte sont les hadrons (voir le paragraphe *Quarks*).

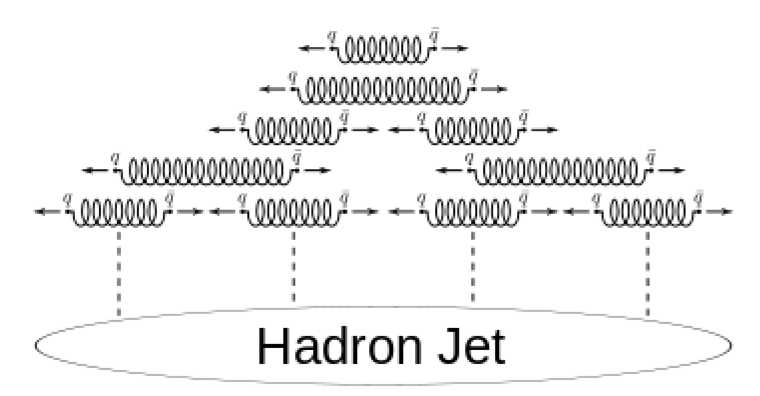
La force nucléaire relie :

- les quarks qui forment un proton ou un neutron ;
- les protons et neutrons qui forment un noyau atomique.

Une portée entre deux limites
La portée de la force nucléaire est de l'ordre de 1 fermi (1 fm = 10^{-15}m, diamètre approximatif des noyaux atomiques). Plus exactement : c'est une force *attractive* à des distances inférieures à 2 fm et *répulsive* à des distances inférieures à 1 fm ; elle a donc tendance à maintenir ses particules entre ces deux distances.

A des distances de l'ordre de 1 fm la force nucléaire attractive est environ 100 fois plus intense que la force de Coulomb répulsive, c'est pourquoi les protons d'un noyau y restent groupés au lieu de se séparer sous l'effet de cette force.

Confinement
Si la distance entre deux quarks d'un nucléon (ou entre un quark et un antiquark) soudés par des gluons augmentait au-delà de 2 fm, la théorie montre qu'on ne parviendrait pas à arracher un quark à l'autre : en « tirant » l'un on créerait une paire quark-antiquark à partir de l'énergie d'arrachement ; le membre arraché de l'ancienne paire se souderait à un nouveau quark pour former une nouvelle paire qui s'éloignerait de la première, tandis que l'ancienne paire se reformerait avec un nouveau quark. Ce phénomène, appelé *confinement*, est constaté dans des accélérateurs de particules de haute énergie sous forme de « jets » de particules associés à un quark unique. Le dessin ci-dessous illustre cette propriété :



Arrachage d'un quark à une paire quark-antiquark reliée par un gluon
(étapes successives de haut en bas) - © Microsoft Bing Creative Commons

Conclusion : on ne peut observer de quark libre.

Une force de cohésion
La force nucléaire est une attraction entre quarks qui les relie par 3 sous forme de *protons* ou de *neutrons*. Elle est aussi responsable de la cohésion des noyaux atomiques. Elle est décrite par la théorie de la *Chromodynamique quantique* (QCD).

Les 3 « couleurs » de la force nucléaire
L'origine de cette force est la *couleur* (propriété sans rapport avec la couleur visible), de la même manière que la charge électrique est l'origine de la force électrostatique de Coulomb ; il y a 3 couleurs appelées *rouge*, *vert* et *bleu*, comme il y a 2 sortes de charges électriques : positive et négative.

Les particules sans couleur, comme les électrons, sont insensibles à la force nucléaire.

Gluons
L'action de la force nucléaire sur les quarks résulte d'un échange de particules appelées « gluons » dans un champ quantique : on dit que ces gluons sont les « messagers » de la force nucléaire. Comme un photon, messager de la force électromagnétique, un gluon n'a pas de masse et son spin est 1 ; mais contrairement au photon, sans charge électrique donc insensible au champ de force nucléaire, un gluon a une couleur et se trouve donc sensible à cette force ; il peut aussi interagir avec d'autres gluons.

Plus le nombre de gluons échangés entre des quarks augmente, plus leur force de cohésion augmente.

2.7.15.3 Force faible (interaction nucléaire faible)

Cette force a été détectée pour la première fois dans les décompositions radioactives de noyaux atomiques : voir *Décomposition radioactive d'un élément chimique*. Elle intervient aussi dans les réactions nucléaires du Soleil qui génèrent son énergie.

Les neutrinos ne sont sensibles qu'à la force faible et à la force de gravitation, beaucoup moins intense.

La force faible est une interaction fondamentale qui a la même intensité (à son échelle) que la force électrostatique. Ces deux forces sont deux manifestations d'une même *force électrofaible*, régie par une théorie de synthèse dite *Théorie électrofaible*.

La force faible agit sur tous les fermions, en échangeant entre eux des particules d'interaction appelées *bosons W et Z* ; elle régit notamment la décomposition spontanée des neutrons libres après une durée de vie moyenne de 889 secondes. Sa portée, de l'ordre de 2. 10^{-18}m, est 500 fois plus faible que celle de la force nucléaire ; elle suffit pourtant pour que la force faible soit responsable (au niveau d'un quark) de la radioactivité bêta (voir *Radioactivité bêta : émission d'une particule bêta*), qui transforme un nucléon en un autre.

Action de la force faible dans les étoiles : synthèse du deutérium
La force faible intervient aussi dans les étoiles (dont le Soleil) où la température et la densité élevées de l'hydrogène favorisent une fusion de deux protons par la force faible en un noyau de deutérium ${}_{1}^{2}D$ (1 proton + 1 neutron) qui fusionnera ultérieurement encore pour donner de l'hélium ${}_{2}^{4}He$ en dégageant une énergie considérable (mise à profit, hélas, dans les bombes thermonucléaires, dites « bombes à hydrogène »).

> La température intérieure de l'étoile (des millions de degrés) se traduit par une agitation incessante à grande vitesse des noyaux d'hydrogène (protons). La densité élevée multiplie les chances qu'un de ces protons rapides rencontre un autre proton, avec une violence suffisante pour qu'ils se rapprochent assez près pour que la force faible puisse agir malgré la force de répulsion de Coulomb.
>
> Nous avons là un exemple d'effet d'une loi d'interruption, ici celle de la force faible : dès que les conditions sont remplies (ici : proximité de deux protons), la loi d'interruption provoque la fusion des protons en deutérium.

2.7.15.4 Théorie électrofaible

L'électromagnétisme comprend l'électricité et le magnétisme, qui sont indissociables : un champ électrique qui varie produit un champ magnétique, champ qui ne peut exister autrement que par la variation d'un champ électrique.

Dans un atome, la force d'attraction qui relie chaque électron au noyau est une force électrique (force de Coulomb) ; celle-ci est donc la force fondamentale assurant la cohésion de la matière.

Un rayon lumineux est l'effet visible d'un champ électromagnétique, comme le sont aussi les ondes radio et les rayons X : voir *Onde électromagnétique*.

La théorie électrofaible est une synthèse des théories des forces électromagnétique et faible. En apparence ces deux forces diffèrent beaucoup, à la fois par leur portée et par leur intensité. Mais en fait ce sont des manifestations à une échelle différente d'une même interaction ; voici comment.

On fait intervenir dans les équations trois particules d'interaction de la force faible avec des durées de vie d'environ 10^{-27} seconde, et une particule pour la force électromagnétique :

- Trois particules bosons vecteurs pour l'interaction faible :
  - deux avec une charge électrique : W^+ et W^-, d'une masse de 80.4 GeV ;
  - une particule neutre : Z^0, d'une masse de 91.19 GeV ;

  Ces particules lourdes se déplacent lentement.
- Une particule neutre, le photon, pour l'interaction électromagnétique. Sa vitesse est toujours celle de la lumière, *c*.

On peut alors fusionner leur modèle mathématique en un « modèle électrofaible ».

Mais un problème surgit : la portée très faible de la force faible signale l'existence de particules d'interaction lourdes, alors que la force électromagnétique de portée infinie a pour particule d'interaction des photons sans masse. Ce problème a été résolu par la prise en compte d'une interaction particulière avec un champ de force nouveau, le *champ de Higgs* existant dans tout l'espace et porté par une particule appelée *boson de Higgs*, d'une matière-énergie de 125 GeV.

Incertitude intrinsèque sur la masse-énergie de la particule Z^0

Le principe d'incertitude de Heisenberg $\Delta E \cdot \Delta t > ½\hbar$ impose une indétermination sur la masse d'une particule quantique : plus sa durée de vie Δt est courte, plus l'incertitude sur sa matière-énergie $\Delta E = mc^2$, donc sur sa masse m, est grande.

Décomposition de la particule Z^0

Les recherches sur la particule Z^0 ont montré qu'elle ne peut se décomposer en paires neutrino-antineutrino que de 3 façons différentes en produisant un neutrino, dont il n'existe donc que 3 types. Cette découverte est fondamentale, car elle valide le Modèle standard des particules en confirmant qu'il contient exactement 3 types de leptons et 3 types de quarks.

Particules W et radioactivité bêta

L'interaction faible, qui se produit par échange de particules W, ne peut avoir lieu que parce que le principe d'incertitude de Heisenberg impose des fluctuations de matière-énergie pendant des durées suffisamment réduites, compatibles avec la courte durée de vie des particules W (~10^{-27}s).

2.7.15.5 Champ et boson de Higgs

Pourquoi la matière a une masse

Les électrons et les quarks ont une masse parce qu'ils interagissent d'une façon particulière avec un champ dit *de Higgs*, présent partout. Le boson de ce champ (la particule porteuse de son quantum d'énergie) est le boson scalaire de Higgs. On en a synthétisé quelques-uns au CERN, à Genève : voir texte et photo dans *Détails du déroulement de l'inflation*.

Caractéristiques du champ de Higgs

Immédiatement après le Big Bang, le champ de Higgs avait une valeur nulle. Mais en se refroidissant, ce champ a acquis spontanément une valeur non nulle et a fourni une masse à toutes les particules qui interagissaient avec lui : électrons, quarks et même bosons comme W et Z^0. Par contre, les particules qui n'interagissent pas avec le champ de Higgs, comme le photon, n'ont pas de masse.

Le champ de Higgs existe partout dans l'Univers, dans l'intérieur des atomes comme entre les étoiles. Comme les autres champs, il transporte de l'énergie ; mais contrairement aux autres champs, ce n'est pas un champ de force : il ne fait qu'attribuer leur masse d'inertie aux particules de masse non nulle, *toutes* les particules de masse non nulle.

> Par cette inertie, ces particules s'opposent à toute variation de vecteur vitesse, exigeant donc une force pour produire cette variation.

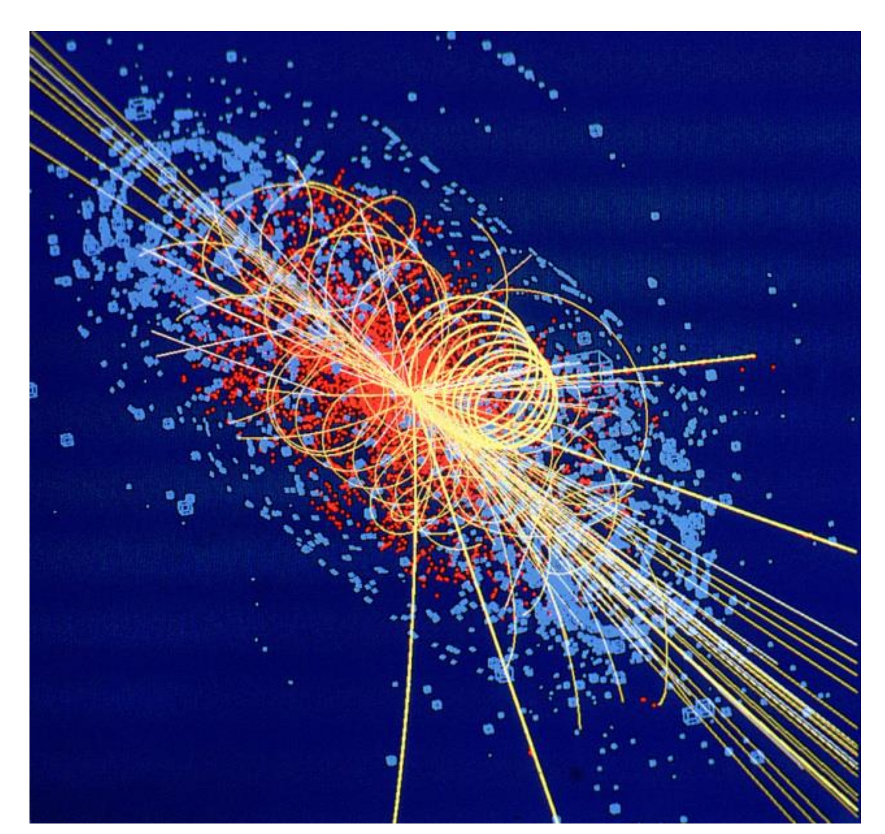
Le champ de Higgs est un champ d'énergie *scalaire* : il n'a pas de direction privilégiée, il s'oppose aux variations de vecteur vitesse dans toutes les directions. Il a un spin nul. Mais sa propriété la plus étonnante est que *son énergie est plus grande dans un champ nul que dans un champ non nul* ; il n'a donc pu conférer leurs masses aux particules, après le Big Bang, que lorsque l'Univers se fut suffisamment refroidi et que sa densité d'énergie ait suffisamment diminué.
Compléments : voir *Rupture spontanée de symétrie*.

Plus l'interaction d'une particule donnée avec le champ de Higgs est intense, plus sa masse d'inertie est grande.

Le champ de Higgs a une grande importance dans la *Théorie électrofaible* : il explique la masse des bosons vecteurs W et Z^0, particules porteuses de l'interaction faible, et l'absence de masse du photon, porteur de l'interaction électromagnétique.

Comme les autres champs de la théorie quantique, le champ de Higgs a un boson porteur de son interaction : le *boson de Higgs* (particule fondamentale découverte en 2012), d'une masse de 125 GeV, susceptible de se décomposer de diverses manières (par exemple, d'après le Modèle standard un boson de Higgs devrait se décomposer sitôt produit en un quark b et un antiquark b).

La masse des particules W et Z leur est conférée par le boson de Higgs au moyen du *mécanisme de Brout-Englert-Higgs*.



CERN (Lucas Taylor 2013) : Production d'un boson de Higgs par la collision de 2 protons avec une énergie de 14Tb (14 .10^{12}eV) ; le boson se décompose rapidement en 4 muons non absorbés par le détecteur. Les lignes sont des trajectoires des autres produits de la collision, et l'énergie déposée dans le détecteur forme des taches bleues.

Le *Modèle standard des particules élémentaires* prévoit qu'un boson de Higgs peut se désintégrer en quarks b dans 60% des cas, et des expériences au CERN l'ont vérifié [B263], confirmant ainsi une fois de plus le Modèle standard.

<u>Le boson de Higgs est peut-être responsable de l'inflation</u>

Selon [B4] page 345 : Si on suppose que l'inflation provient d'une transition [de phase, comme le passage de l'état solide à l'état liquide] mettant en jeu le boson de Higgs des théories de grande unification [voir *Théories de jauge*], alors la température de la transition correspondra à une énergie de l'ordre de 10^{15} GeV. [Compte tenu de la relation temps-température] le calcul donne un temps de l'ordre de 10^{-36} seconde après le Big Bang et une durée du même ordre pour une expansion d'un facteur e=2.718. Si la transition doit durer assez pour au moins 70 expansions successives de ce facteur, le rayon de l'Univers en inflation grossira d'un facteur de l'ordre de $e^{70} \approx 10^{30}$.

Complément : *Inflation et transport d'énergie par le boson de Higgs*.

2.7.15.6 Relation entre portée des forces et masse des particules d'interaction

Voici un exemple d'impact de la non-indépendance de certaines variables complémentaires formant un couple d'observables qui ne commutent pas, conformément au principe d'incertitude de Heisenberg : l'*existence d'une portée maximale des forces résultant des interactions*.

Les interactions sont quantifiées, c'est-à-dire matérialisées par des échanges de particules ayant une énergie *E* qui équivaut (d'après la *Relativité restreinte*) à une certaine masse *m* : $E = mc^2$.

Considérons donc une particule de masse *m* porteuse d'une force d'interaction. Cette particule va être émise et se propagera pendant un temps court Δt avant d'être absorbée et de céder son énergie $\Delta E = mc^2$ correspondant à sa masse *m*. Or le principe d'incertitude démontre que l'énergie d'un phénomène qui a une durée Δt ne peut être définie à mieux que $\hbar/(2\Delta E) = \hbar/(2mc^2)$ près ; autre interprétation : une énergie *ΔE peut être "empruntée au vide"* pendant une durée maximum de Δt. Comme la particule se déplacera à une vitesse nécessairement inférieure à celle de la lumière, *c*, la distance maximale qu'elle pourra atteindre est $d = c\Delta t = \hbar/(2mc)$: *c'est l'ordre de grandeur de la portée de la force correspondant à la particule d'interaction*.

- Si la particule a une masse nulle, comme un photon, la distance *d* peut être infinie : c'est pourquoi *la portée de l'interaction électromagnétique est infinie*.

  La force de gravitation ayant aussi une portée infinie, si comme les trois autres forces elle est due à une particule, celle-ci a nécessairement une masse nulle.

- Si la particule a une masse non nulle, la portée de l'interaction correspondante est de l'ordre de $\hbar/(2mc)$.
  - C'est ainsi que pour la particule appelée *méson* π, dont la masse est 0.24 $.10^{-27}$ kg, la portée est de l'ordre de 0.7 $.10^{-15}$ m, (environ 1 fermi), voisine du diamètre d'un noyau atomique, environ 100 000 fois plus petit que celui de l'atome.
  - La durée de vie du boson W de la force faible, d'énergie 80 GeV, est de l'ordre de $\Delta t = \frac{\hbar}{2\Delta E}$ = 4 $.10^{-27}$s. Pendant cette très courte durée de vie, ce "messager" de la force peut parcourir une distance maximale de $c\Delta t$. Puisque $c\Delta t \sim 10^{-18}$m, la portée de la force faible est de cet ordre-là, 1000 fois plus faible que le diamètre d'un noyau atomique.

La notion de *portée d'une force* apparaît et s'explique en Mécanique quantique ; elle n'a pas d'équivalent en physique classique, où l'effet du principe d'incertitude est négligeable. Il faut donc, là aussi, enrichir notre définition du déterminisme.

2.7.15.7 Symétries et lois de conservation des 4 types fondamentaux d'interaction

Les lois d'évolution dues aux forces fondamentales de la physique, souvent appelées *interactions fondamentales*, conservent :

- l'énergie ;
- la quantité de mouvement des particules ayant une masse ou l'impulsion de celles qui n'en ont pas, comme les photons ;
- le moment cinétique ;
- les charges électrique, baryonique et leptonique ;
- le spin ;
- la quantité d'informations.

Mais il faut se souvenir qu'aucune des lois d'évolution de la physique n'agit seule : toutes leurs actions sont soumises aux lois d'interruption. Ainsi, par exemple, les forces nucléaires faible et forte ne sont pas, à proprement parler, des causes d'évolution, car elles n'interviennent que dans les transitions de phase qui forment des particules nucléaires, et dans leur cohésion ultérieure : elles interviennent dans des lois d'interruption.

La table ci-dessous indique l'origine physique des lois de conservation :

Lois de conservation	**Origines physiques**
Energie d'un système isolé	Homogénéité du temps (invariance par translation dans le temps)
Information totale d'un système isolé	Réversibilité dans le temps de équations d'évolution, notamment celle de Schrödinger
Quantité de mouvement ou impulsion d'un système isolé	Homogénéité de l'espace (invariance par translation dans l'espace)
Moment cinétique d'un système isolé	Isotropie de l'espace (invariance par rotation)
Invariance par le couple de symétries CP	Symétrie gauche-droite de l'espace
Invariance par la symétrie T	Symétrie du temps en changeant dans les équations *t* en *-t*
Charge électrique d'un système isolé	Inconnue
Charge baryonique d'un système isolé	Inconnue
Charge leptonique d'un système isolé	Inconnue
Etrangeté (propriété de certaines particules)	Inconnue

Origine physique des lois de conservation

2.7.15.8 Une loi générale d'interruption du déterminisme des lois d'évolution

L'existence des lois de conservation ci-dessus résulte d'une même loi générale de la physique, une loi d'interruption de son déterminisme (voir le paragraphe *Lois d'interruption et lois d'évolution*, puis lire *Invariances et lois de conservation (lois fondamentales de la nature).*

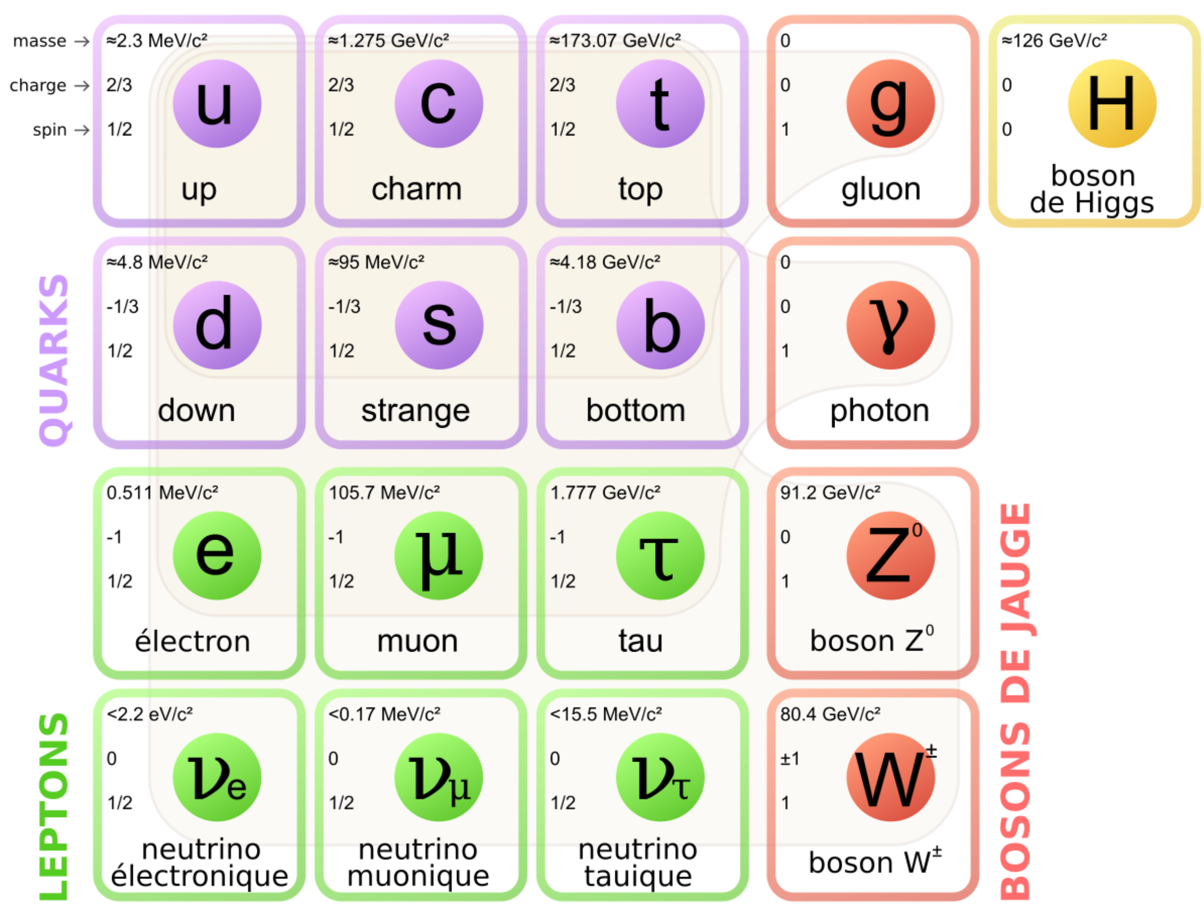
D'après le théorème de Noether, chaque loi de conservation ci-dessus résulte de l'invariance d'une théorie par rapport à une transformation continue : c'est là une loi générale d'interruption régissant l'existence de lois d'évolution particulières.

Voir aussi le paragraphe *Conservation de l'information d'un système matériel fermé*.

2.7.15.9 Modèle standard des particules élémentaires

<u>Particules élémentaires</u>

On appelle particules élémentaires les deux familles de particules composant la matière : les *quarks* et les *leptons*.



Modèle standard des particules élémentaires © Microsoft Bing Creative Commons

- Les quarks sont de 2 sortes : les quarks *d* (down) et les quarks *u* (up).

  Les quarks s'associent par 3 pour former des nucléons :
  - 2 quarks *d* et 1 quark *u* forment un neutron ;
  - 2 quarks *u* et 1 quark *d* forment un proton.

  Les liaisons entre quarks d'un nucléon sont réalisées par des particules appelées gluons.

- Les leptons sont aussi de 2 sortes : les électrons et les neutrinos.
  - Les électrons sont associés aux nucléons dans les atomes et participent aux liaisons des atomes en molécules ;

- Les neutrinos participent à la stabilité de la matière et interviennent dans la radioactivité bêta.

Lire ici le paragraphe *Spin, fermions et bosons*.

Il existe trois générations de fermions, correspondant à des masses croissantes mesurées par des valeurs en MeV/c^2 (millions d'électronvolts à diviser par c^2, carré de la vitesse de la lumière : par exemple, la masse de l'électron 0.511 MeV correspond à 0.91 **.**10^{-30} kg.). Ces trois générations sont :

- Quarks Up / Down et leptons Electron (e) / Neutrino-électron ν_e
- Charm / Strangeness et leptons Muon (µ) et Neutrino-muon ν_μ
- Top / Bottom et leptons Tau (τ) et Neutrino-tau (ν_τ).

Seule la première génération (quarks *u* et *d*, électron et neutrino électron) composent la matière ordinaire ; les deux autres générations sont des particules artificielles ou présentes dans des circonstances ou phénomènes de haute énergie comme les rayons cosmiques.

Particules d'interaction

- Gluon pour la force forte ;
- Photon pour la force électromagnétique ;
- Bosons vectoriels de jauge W et Z pour la force faible ;
- Boson scalaire de Higgs H pour le champ de Higgs.

Définition du Modèle standard

Le modèle standard décrit les interactions des particules élémentaires en faisant la synthèse de la *Chromodynamique quantique* et de la *Théorie électrofaible* (elle-même synthèse de la Théorie électromagnétique de Maxwell et de la théorie de la force faible). La *Chromodynamique quantique* et la *Théorie électrofaible* sont toutes deux des *Théories de jauge* (voir ce titre).

Dans le Modèle standard les particules acquièrent de la masse par leurs interactions avec les champs de Higgs : voir *Rupture spontanée de symétrie*.

Généralité et fidélité de ce modèle

Utilisé avec les outils mathématiques des théories quantiques des champs, ce modèle s'est avéré assez précis pour décrire fidèlement toutes les expériences réalisées à ce jour. La description de toute la réalité physique se fait à partir d'un petit ensemble de particules de base et d'un ensemble d'équations qui en décrivent les interactions.

> Ce modèle a pourtant besoin de progrès sur certains points ; exemples : pourquoi y a-t-il 3 générations de quarks et de leptons ? comment le compléter pour unifier les forces nucléaire et électrofaible en une même *Théorie de Grande unification ?*

Intérêt du Modèle standard

Cette théorie est la première étape vers l'unification des quatre forces fondamentales, et la base pour extrapoler les connaissances vers les phénomènes d'énergie encore plus élevée.

2.7.16 Théories des champs

La notion de « force » précédente est très utilisée par la physique newtonienne pour décrire des interactions. Mais de nos jours la physique quantique décrit celles-ci à l'aide du concept de « champ quantique » dans la *Théorie quantique des champs*, théorie des interactions des particules chargées avec le champ électromagnétique.

> *Citation de [B173] page 105*
> Le cadre mathématique nouveau qui a pris la place des lois newtoniennes du mouvement s'appelle la théorie quantique des champs. Il impose à la nature de n'être que particules élémentaires se déplaçant d'un point à un autre, entrant en collision les unes avec les autres pour se séparer ou se joindre.
> (Fin de citation)

Dans cette théorie, les forces électrique et magnétique sont deux aspects d'une même réalité physique : le champ produit par des charges électriques ; le photon décrit l'effet d'une telle charge aussi bien que celui d'un aimant.

A toute particule, à l'échelle atomique comme à l'échelle subatomique, est associé un champ quantique dont l'énergie est communiquée par échanges de particules comme celle- là.

> Exemple : à toutes les particules (bosons) de Higgs sont associés des champs de Higgs, conformément au *Modèle standard des particules élémentaires* et à des modèles qui vont au-delà comme la *Théorie de Grande unification*.

Les phénomènes électromagnétiques résultent d'un champ produit par une source, c'est-à-dire de l'influence à distance de cette source. Une particule d'interaction qui se propage dans un tel champ est absorbée par un objet comme un quark en lui communiquant une énergie quantifiée, c'est-à-dire multiple d'une quantité constante appelée *quantum*.

La Théorie quantique des champs ne s'applique donc qu'aux phénomènes électromagnétiques aux échelles atomique et subatomique, et son quantum d'action utilise des particules indécomposables appelées *photon* ou *gluon* :

- Tout échange d'énergie des forces électromagnétique, forte et faible se fait par un nombre entier de telles particules ;
- Le photon et le gluon sont les vecteurs des forces attractives et répulsives des particules chargées.

La Théorie quantique des champs est une synthèse des théories de la *Relativité restreinte* et de la *Mécanique quantique* ; c'est le fondement de l'*Electrodynamique quantique* et de la *Chromodynamique quantique*. Nous décrivons ces théories plus bas, après la théorie des ondes électromagnétiques de Maxwell.

Différence entre mécanique newtonienne et Théorie quantique des champs

Citation de [B173] page 108

La mécanique newtonienne cherche à répondre à la question séculaire de prédire le futur en prenant comme point de départ un ensemble donné de particules dont la position et la vitesse sont connues. La Théorie quantique des champs pose la question autrement : étant donné un ensemble initial de particules se déplaçant d'une certaine façon, quelle est la probabilité d'obtenir tel ou tel résultat ?
(Fin de citation)

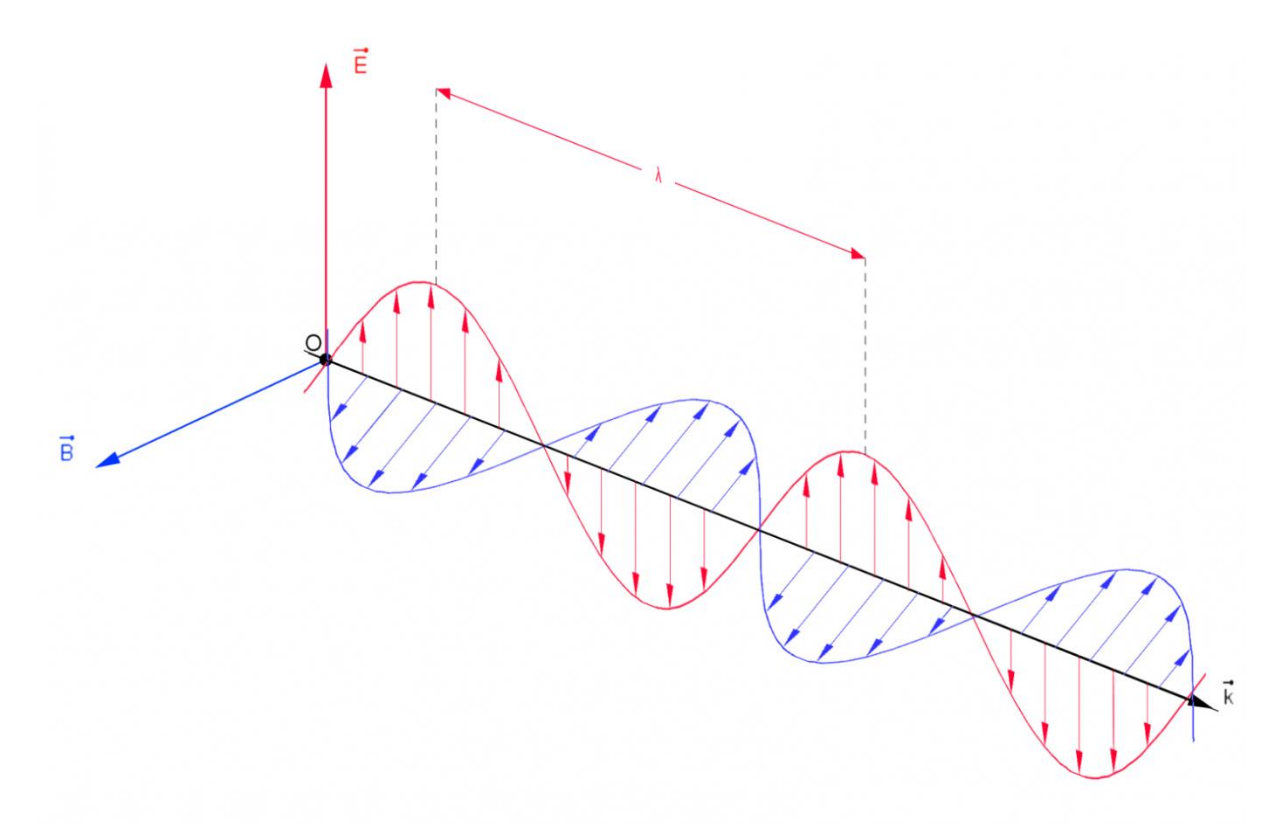
Cette approche quantique relève d'une fonction de l'équation de Schrödinger décrivant le déplacement des particules que nous avons appelée *propagateur* : voir au paragraphe *La Mécanique quantique, outil mathématique de l'échelle atomique* le sous-titre *Exemple de différence entre physique newtonienne et Mécanique quantique*.

2.7.16.1 Théorie des ondes électromagnétiques

C'est la théorie ondulatoire (non quantique) des ondes électromagnétiques, publiée en 1872 par James Clerk Maxwell (voir en annexe *Equations de Maxwell*).

2.7.16.1.1 Onde électromagnétique

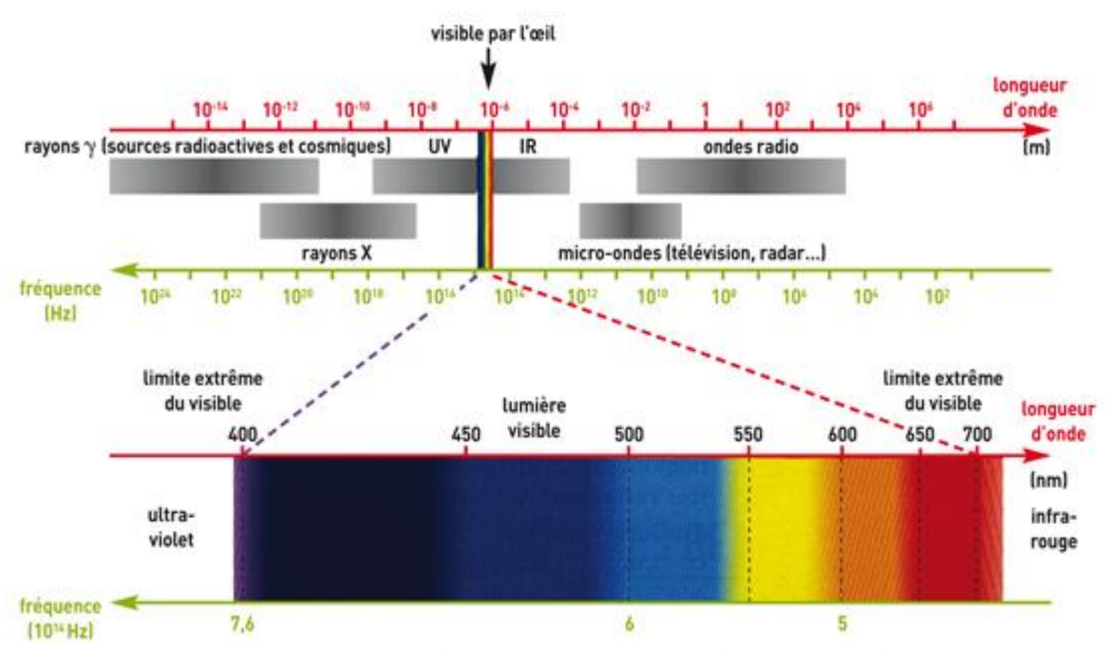
Une onde électromagnétique est une oscillation sinusoïdale de deux champs en phase, de même longueur d'onde λ, un champ électrique d'intensité $\vec{E}$ et un champ magnétique d'intensité $\vec{B}$, qui se propagent dans le vide à la vitesse de la lumière *c* et dans la matière à une vitesse inférieure ; la fréquence des deux champs est $\nu = \frac{c}{\lambda}$.



Onde électromagnétique pure (une seule fréquence) - © Microsoft Bing Creative Commons

Les vecteurs intensité du champ électrique et du champ magnétique varient dans des plans perpendiculaires. La propagation dans l'espace est selon l'axe $\vec{k}$.

Gammes d'ondes électromagnétiques
La lumière visible est elle-même une onde électromagnétique, plus exactement un ensemble d'ondes de longueurs comprises entre 0.38µm et 0.76µm (1µm = 10^{-6}m).



Longueurs d'onde et fréquences des ondes électromagnétiques
© Microsoft Bing Creative Commons

2.7.16.1.2 Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell décrivent la propagation (variation dans le temps et l'espace) des champs électrique et magnétique couplés d'une onde électromagnétique : voir ce titre en annexe.

2.7.16.2 Toute évolution nécessite une interaction avec échange d'énergie

L'évolution d'un système physique sous l'action de forces ou d'un champ (électrique, de gravitation, etc.) exige *un échange d'énergie* entre des parties du système et/ou avec l'extérieur. Cet échange se produit dans le cadre d'*une interaction* entre parties du système et/ou entre le système et son environnement. Les sciences qui étudient les échanges dus à l'influence d'un champ (par opposition à l'influence d'une force de contact) sont des *Théories des champs*.

- La théorie *classique* des champs est née avec la description par Faraday puis Maxwell de l'influence d'un courant électrique, propagée par des ondes électromagnétiques, sur un autre courant ou une charge électrique.
  Exemple : théorie du champ électrique de Coulomb, voir *Loi de Coulomb*.
- La théorie *quantique* des champs est née avec la quantification par Planck des échanges d'énergie électromagnétique, tous multiples de $h\nu$ (*h* est la constante de Planck) pour une fréquence ν donnée, échanges réalisés par des particules appelées photons porteuses des forces d'attraction et répulsion.
  Exemple : électrodynamique quantique.

Le processus d'échange entre un système et un champ comprend trois étapes :

1. Rayonnement du champ par sa source ;
   - Exemple 1 : une lampe électrique émet de la lumière, champ électromagnétique qui transporte l'énergie de ses photons, particules sans masse. Un photon de fréquence ν a une énergie quantifiée égale à $h\nu$ joules.
   - Exemple 2 : un ressort qui pousse une masse exerce sur elle une force par l'intermédiaire de champs électromagnétiques au niveau atomique, où ils assurent la cohésion de la matière dans le ressort et dans la masse.
2. Propagation du champ dans la matière ou dans le vide, à une vitesse inférieure ou égale à la vitesse de la lumière dans le vide, *c* (il n'y a pas d'action physique instantanée mettant en jeu de l'énergie, la Relativité l'interdit) ;
   - Dans l'exemple 1, la lumière se propage à partir de la lampe.
   - Dans l'exemple 2, les champs de cohésion du ressort liés aux atomes de celui-ci se propagent jusqu'au contact des atomes de la masse, liés par leurs propres champs de cohésion.
3. Absorption du champ par la cible.
   - Dans l'exemple 1, un atome de la cible éclairée par la source absorbe un photon, ce qui le fait passer dans un état supérieur d'énergie potentielle ; ou un corpuscule touché par le photon reçoit une impulsion qui modifie sa quantité de mouvement, donc son énergie cinétique.
   - Dans l'exemple 2, le champ de cohésion du ressort exerce une force électrostatique de pression sur les atomes de la masse ; le champ de cohésion de la masse exerce une force de réaction sur les atomes du ressort, égale à la précédente et de sens opposé.

   Dans ces deux exemples les champs des processus d'interaction sont toujours de type électromagnétique. En fait, il existe quatre types de champs de force : voir *Les 4 forces fondamentales de la nature*.

Aucun échange d'énergie n'intervient en l'absence d'un champ, comme dans le mouvement rectiligne uniforme d'un système soumis à sa seule inertie, où l'évolution est un simple déplacement sans poussée.

2.7.16.3 Théorie quantique des champs

A la fin du XIXe siècle, la théorie ondulatoire de la lumière de Maxwell rendait bien compte des phénomènes d'interférence et de diffraction, mais pas de l'émission et de l'absorption de la lumière. En 1900, Max Planck montra que l'émission et l'absorption se produisent par quantités d'énergie discrètes, et non continues comme le voulait le modèle ondulatoire : la lumière est donc aussi, dans certaines expériences, un flot de particules ; ce comportement discret est décrit par la Théorie quantique des champs.

Du point de vue déterminisme, il faut donc compléter les lois continues de l'échelle macroscopique par des lois discontinues et quantifiées aux échelles atomique et subatomique. L'ensemble devra alors respecter le *principe de correspondance* et le *principe de complémentarité* (voir ces titres), qui font partie des lois d'interruption du déterminisme.

Principe d'interaction entre particules de la Théorie quantique des champs

La Théorie quantique des champs décrit la dynamique des particules subatomiques.

Les particules électriquement chargées interagissent en émettant ou en absorbant des photons. Une charge peut émettre un photon qu'une charge voisine absorbe. Les forces entre particules chargées s'exercent par échange de photons.

> Ces échanges sont extrêmement rapides : d'après [B173] page 346, un électron peut émettre et absorber ~10^{19} photons par seconde.

Les photons échangés étant des quanta d'énergie, les échanges sont quantifiés.

La description des forces de la Théorie quantique des champs à l'aide de particules et la description de Maxwell à l'aide de champs sont complémentaires, exactement comme les descriptions des rayonnements électromagnétiques par photons ou par ondes.

2.7.16.3.1 Dualité onde-particule

Aspect ondulatoire des corpuscules matériels

Louis de Broglie émit en 1923 l'hypothèse suivante : les corpuscules matériels (notamment les électrons) peuvent avoir un comportement ondulatoire en plus de leur comportement particulaire ; la longueur d'onde de matière λ d'un corpuscule d'impulsion (ou moment cinétique) *p* est :

$\lambda = \frac{h}{p}$ (Relation de Louis de Broglie, où *h* est la constante de Planck)

En fait ces ondes de matière ne sont pas des oscillations comme celles d'un pendule, celles d'une onde sonore ou celles d'une onde électromagnétique. Ce sont des propriétés des orbites électroniques d'un atome, les seules détectées expérimentalement bien qu'en principe tout corpuscule matériel en ait aussi. Chaque orbite ne peut être stable que si sa longueur est multiple entier de la longueur d'onde de matière de l'électron qui la parcourt, l'orbite étant alors le siège d'ondes stationnaires.

Des ondes qui pénètrent la matière

Les ondes de matière peuvent pénétrer la matière de manière analogue aux sons qui pénètrent un mur. Ainsi, dans le phénomène de radioactivité alpha, un noyau d'atome lourd et instable comme l'uranium 238 peut éjecter une partie de lui-même sous forme de *particule alpha*, c'est-à-dire de noyau atomique d'hélium 4, à travers la barrière de potentiel électrostatique qui entoure ce noyau lourd. L'explication du phénomène est fournie par la Mécanique quantique : en tant qu'onde de matière, la particule alpha a une probabilité non nulle de présence à l'extérieur du noyau lourd, de l'autre côté de la barrière.
Voir *Radioactivité alpha : émission d'une particule alpha*.

Ce pouvoir de pénétration se manifeste aussi dans l'*effet tunnel* (voir ce paragraphe), les ondes de probabilité de présence de l'équation de Schrödinger étant les mêmes que les ondes de matière.

Aspect corpusculaire des ondes électromagnétiques

Selon les expériences, une onde électromagnétique apparaît tantôt comme une propagation de champs électromagnétiques, tantôt comme une émission de particules – mais jamais des deux manières en même temps.

Ce double aspect des corpuscules matériels et des ondes électromagnétiques fait qu'on parle à leur propos de *dualité*.

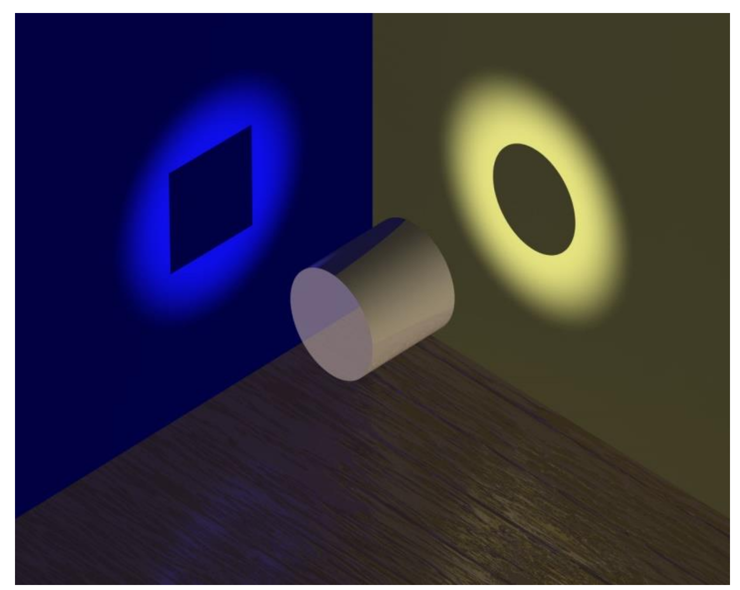


Illustration de la notion de dualité :
selon l'expérience (ici la source de lumière), le même objet apparaît différemment
(Jean-Christophe BENOIST – Licence Free Documentation)

Photon

Un photon de fréquence ν (nombre d'oscillations par seconde en Hertz, Hz) a une énergie $h\nu$ (en joules), où h est la constante de Planck $h = 6.6261 \,.10^{-34}$ joules .seconde, une constante de l'Univers. Un échange d'énergie électromagnétique transporte toujours un nombre entier de photons d'une ou plusieurs fréquences.

Un photon est une suite d'oscillations des champs électrique et magnétique, porteuse d'énergie, qui dure un certain temps.

Une oscillation est une variation périodique sinusoïdale d'intensité de ces deux champs qui a une période T (en secondes), inverse de la fréquence ν : $T=1/\nu$. Pendant une période, l'oscillation se propage à la vitesse de la lumière, *c*, parcourant donc dans le vide une distance *cT* appelée *longueur d'onde*.

Les longueurs des ondes électromagnétiques varient approximativement de 100km (ondes longues radio), à 10^{-17}m (ondes gamma), en passant par l'intervalle 0.38µm à 0.76µm, où 1 µm ("micron") = 10^{-6}m pour la lumière visible.
Voir *Onde électromagnétique*.

2.7.16.3.2 Théorie du comportement particulaire des ondes électromagnétiques

Cette théorie quantique des champs est l'Electrodynamique quantique, basée sur une conséquence de la Relativité restreinte : les forces électrique et magnétique de l'Electrodynamique de Maxwell sont deux aspects d'un même phénomène physique :

le déplacement de charges électriques de signes opposés vu dans deux référentiels différents en mouvement l'un par rapport à l'autre.

Le principe de l'interaction quantique entre une source émettrice d'énergie et une cible réceptrice distante est le suivant : la source émet une suite de quanta de champ intermédiaire qui se propagent jusqu'à la cible, par exemple sous forme de photons électromagnétiques ou de gluons.

> Pour tenir compte du principe d'incertitude de Heisenberg, la différence E^2-$\boldsymbol{p}^2c^2$-M^2c^4 (où *E* est l'énergie de la particule médiatrice, ***p*** son vecteur impulsion, *M* sa masse et *c* la vitesse de la lumière) peut être d'autant plus grande que la transmission est de courte durée : la particule échangée est dite *virtuelle*.

Le calcul des interactions se fait par prises en compte successives des divers champs. Deux particules, par exemple deux électrons, échangent ainsi des quanta d'énergie en étant alternativement source et cible. Des outils mathématiques supportent ce procédé et permettent des prédictions remarquablement précises.

2.7.16.3.3 Théories de jauge

Les théories de jauge sont des théories quantiques des champs. Elles reposent sur un théorème très général démontré en 1918 par la mathématicienne allemande Emmy Noether :

> **L'invariance d'une théorie physique par rapport à une transformation continue se traduit toujours par l'existence d'une loi de conservation d'une quantité.**

Les théories de jauge décrivent les interactions entre particules par échanges de particules-messagers de spin entier qui portent la force du champ.

Principe de l'utilisation des transformations de jauge

Dans une théorie de jauge il existe un groupe (au sens de la structure de groupe d'un ensemble – voir *Ensemble – Théorie des ensembles*) de transformations des variables d'un champ (électromagnétique, de force nucléaire ou de force faible) par rapport auxquelles les théories quantiques de champ sont invariantes. Cette invariance (dite « invariance de jauge » ou « symétrie de jauge ») fait apparaître une symétrie dans les équations en chaque point de l'espace, et des restrictions des possibilités d'interaction du champ avec une particule élémentaire.

Dans la théorie électromagnétique de Maxwell, les variables de champ sont les intensités des champs électrique et magnétique, qui s'expriment sous forme de potentiels scalaire et vectoriel. Les « transformations de jauge » introduisent dans ces théories des modifications de ces potentiels qui laissent inchangés les champs électrique et magnétique ; cette invariance subsiste dans l'Electrodynamique quantique.

A la fin des années 1960 apparut une théorie de jauge unifiant les interactions forte et faible, la *Théorie électrofaible*. Dans les années 1970 apparut une application des théories de jauge aux interactions entre quarks de la Chromodynamique quantique.

Des recherches en cours portent sur l'unification des forces électromagnétique, forte et faible en une *Théorie de grande unification* : une même théorie pourrait alors décrire les interactions des quarks et des leptons, mais pas la gravitation.

Les paragraphes ci-dessous à partir de *Lois de conservation et symétries* décrivent d'autres exemples de transformations continues.

2.7.17 Lois de conservation et symétries

Définitions

Il y a en physique des principes affirmant que certaines grandeurs mesurables d'un système isolé ne changent pas quand le temps passe ou quand on applique des transformations au système. On distingue :

- Des *lois de conservation* comme la conservation de l'énergie ou de la charge électrique
- Des *symétries* (=invariances) qui affirment que certaines propriétés d'atomes et molécules ne changent pas lors de certaines opérations ou transformations.

2.7.17.1 Invariance de valeurs et de lois physiques

Certaines lois physiques de conservation sont connues depuis longtemps et nous paraissent évidentes, relevant du simple bon sens et du déterminisme traditionnel. Exemples :

- La conservation de la charge électrique impose que toute évolution d'un système fermé conserve sa charge électrique totale, qui ne peut ni croître ni décroître.
- La conservation du moment cinétique (on dit aussi : angulaire) d'un système fermé (produit vectoriel $\boldsymbol{r} \wedge m\boldsymbol{v}$ d'un « bras de levier de longueur *r* » par une « quantité de mouvement » $m\boldsymbol{v}$ et par le sinus de l'angle de $\boldsymbol{r}$ avec $m\boldsymbol{v}$).

  Exemple d'universalité de cette loi : quand une étoile très lourde de plusieurs millions de km de diamètre s'effondre en étoile à neutrons d'une vingtaine de km de diamètre mais de même masse, le moment cinétique qu'elle avait avant effondrement se conserve, l'étoile naine tournant extrêmement vite sur elle-même.
- Masse *m* et énergie *E* sont deux propriétés indissociables d'un système, dont les variations sont reliées par la célèbre équation d'Einstein $E = m.c^2$. La conservation de la matière-énergie fait que toute évolution d'un système fermé conserve la somme masse + énergie.

Les trois exemples ci-dessus illustrent des conservations *de valeurs de variables* (charge électrique, masse + énergie…) lorsqu'un système évolue. Mais puisque toute évolution physique est déterministe (donc obéit à des lois stables), on doit aussi se poser la question de l'invariance *des lois* qui régissent les évolutions : par exemple, que devient une de ces lois lorsque l'on change le repère des coordonnées d'espace-temps ?

Pour les physiciens la symétrie est une invariance

Par définition, si une équation représentant une loi physique reste invariable lors d'une transformation, on dit qu'elle est *symétrique* par rapport à cette transformation : la symétrie est ici synonyme d'invariance. Voici des exemples d'invariance.

2.7.17.2 Invariance de lois physiques par rapport à l'espace et au temps

- L'invariance par déplacement (translation et rotation) traduit *l'homogénéité et l'isotropie de l'espace* : un changement du repère *R(Ox ; Oy ; Oz)* en repère *R'(O'x' ; O'y' ; O'z')*, où *R'* se déduit de *R* par déplacement de l'origine des axes d'un vecteur ***OO'*** suivi d'une rotation autour d'un axe quelconque, laisse une loi et son équation inchangées. C'est le cas, par exemple, pour la loi fondamentale de la dynamique ***f*** = *m**r''***, où ***r''*** est la dérivée seconde (accélération) du vecteur ***r*** (position) par rapport au temps.

  Ce type de symétrie est appelé *symétrie euclidienne*, car elle résulte de deux propriétés de l'espace euclidien, l'homogénéité et l'isotropie.

  - *Conservation de la quantité de mouvement et de l'impulsion*
    L'homogénéité de l'espace a aussi pour conséquences la conservation du vecteur *m**v***, quantité de mouvement d'un corps de masse *m*, et celle du vecteur impulsion ***p*** d'une particule sans masse.
  - *Conservation du moment cinétique*
    L'isotropie de l'espace a pour conséquence la conservation du vecteur moment cinétique $\boldsymbol{r} \wedge m\boldsymbol{v}$ ou $\boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{p}$, où :
    - ✓ ***r*** est le vecteur associé à la distance ***OA*** entre le point matériel *A* de masse *m* et vitesse ***v*,** et le point *O* par rapport auquel on évalue le moment cinétique ;
    - ✓ ***p*** est le vecteur impulsion d'une particule sans masse ;
    - ✓ $\wedge$ est l'opérateur de produit vectoriel, opération décrite en annexe au paragraphe *Produit vectoriel*.

- L'invariance par translation dans le temps traduit *la stabilité des lois physiques dans le temps*. Si on change l'origine des temps, par exemple en faisant commencer notre calendrier au début du XXIe siècle, le 1er janvier 2001, les lois physiques sont inchangées. Cette invariance a une conséquence importante, la conservation de la masse et de l'énergie d'un système isolé.

  Ce type de symétrie est appelé *symétrie temporelle*, dénomination qui introduit une confusion possible avec celle qui laisse invariante une équation par changement de *t* en *-t*.

- Invariance par changement de repère galiléen. Par définition, un changement de repère galiléen fait passer d'un repère *R(Ox ;Oy ;Oz)* à un repère *R'(O'x' ;O'y' ;O'z')* d'axes parallèles à ceux de *R* et en mouvement rectiligne uniforme parallèle à *Ox* à la vitesse *V* par rapport à *R* ; à l'instant *t*=0, les origines des deux repères *O* et *O'* coïncident. Dans un tel changement, une longueur *r* d'un segment *Ox* de *R* devient *r - Vt* dans *R'*.

  Cette symétrie traduit le fait que certaines lois physiques sont les mêmes pour deux observateurs en mouvement rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre. Elle implique notamment le « principe d'additivité des vitesses », dont voici un exemple : si, dans un train qui roule à 100 km/h, je marche de l'arrière vers

l'avant à la vitesse de 5 km/h, ma vitesse par rapport au sol est 100 + 5 = 105 km/h.

Ce type de symétrie est appelé *symétrie galiléenne* du nom du physicien Galilée. Elle fait partie des hypothèses de base de la mécanique classique de Newton, qui suppose l'existence d'un espace (et d'un temps) absolus. Ces hypothèses et la symétrie galiléenne sont des approximations, acceptables seulement lorsque les vitesses v sont négligeables par rapport à la vitesse de la lumière, *c* : $v \ll c$; nous allons voir cela à propos *de l'invariance relativiste*.

- *Résumé de propriétés qui seront développées avec la Relativité restreinte*
  Invariance relativiste. En 1887, Michelson et Morley ont observé que *la vitesse de la lumière est constante dans toutes les directions de l'espace*. Elle ne s'ajoute donc pas à la vitesse de déplacement de la Terre autour du Soleil (30 km/s), à celle du Soleil en direction de l'étoile δ de la Lyre (20 km/s), à celle due à la rotation de la Galaxie, etc. Donc :

La vitesse de la lumière *c* est une grandeur invariante, une constate de l'Univers.

Pour tenir compte de cette invariance, Lorentz a proposé en 1904 une transformation linéaire permettant un changement de repère qui préserve l'invariance des lois de la dynamique. Il suffit de remplacer la loi galiléenne *r' = r - vt* par une loi qui change simultanément l'espace et le temps ; on passe alors du repère *(R)* où les coordonnées sont *(x ; y ; z ; t)* à un repère *(R')* où elles sont *(x' ; y' ; z' ; t')* comme suit :

$x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$	$y' = y$	$z' = z$	$t' = \dfrac{t - \dfrac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$

Transformation de Lorentz utilisée en Relativité restreinte

(On a choisi les axes de *(R)* et *(R')* parallèles, le mouvement de *(R')* par rapport à *(R)* parallèle à *Ox* à vitesse constante *v*, et l'instant 0 de *(R)* coïncidant avec l'instant 0 de *(R')*).

Ce type de symétrie est appelé *symétrie relativiste* ; c'est celle de la théorie de la Relativité restreinte d'Einstein.

Lorsque la vitesse relative *v* est très faible par rapport à *c*, cette loi de changement de repère équivaut à la loi galiléenne d'additivité des vitesses :

$$x' = (x - vt)\ ;\quad y' = y\ ;\quad z' = z\ ;\quad t' = t$$

La symétrie relativiste :

- Contracte ou dilate l'espace (les longueurs) selon le sens du déplacement par rapport à un observateur ;
- Dilate le temps pour une horloge en mouvement, qui prend du retard par rapport à une horloge fixe (par exemple lors des voyages en avion).

- Sépare deux événements simultanés distincts de *(R)*, distants de *Δx*, à la fois dans l'espace *et dans le temps* dans *(R')*.

  La relativité affecte la causalité, donc le déterminisme : si deux événements situés en des endroits distincts *A* et *B* sont simultanés, l'un ne peut être cause de l'autre ; mais vus d'un troisième point, *C*, distinct de *A* et de *B*, ils ne sont plus simultanés. Si l'observateur en *C* ne connaît pas l'emplacement spatial de *A* et *B* et ne sait pas qu'ils sont simultanés, il peut croire que l'un est cause de l'autre. Pour plus de détails voir *Espace-temps de Minkowski*.

La symétrie relativiste conserve les lois de la dynamique de Newton à condition de transformer les longueurs, les durées et les masses conformément aux équations de Lorentz. C'est ainsi, par exemple, que la masse d'un corps qui vaut *m* au repos varie avec la vitesse *v* selon la loi

$$m_R = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

qui implique l'impossibilité pour un corps pesant d'atteindre la vitesse de la lumière *c*, où sa masse m_R serait infinie. L'énergie relativiste totale de ce corps est :

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Cette énergie tend vers l'infini lorsque *v* tend vers *c* : pour accélérer une masse au repos *m* jusqu'à la vitesse *c*, il faudrait une énergie infinie ; aucun corps pesant ne peut donc atteindre la vitesse de la lumière, et les plus puissants accélérateurs de particules ne peuvent accélérer celles-ci au-delà d'une énergie de l'ordre de 10 000 GeV ($1.6 \cdot 10^{-6}$ joule), correspondant pour un proton à 99.9999995 % de la vitesse de la lumière.

2.7.17.3 Invariances et lois de conservation (lois fondamentales de la nature)

Théorème de Noether

En 1918, Emmy Noether a démontré que *l'invariance d'une théorie physique par rapport à une transformation continue se traduit toujours par l'existence d'une loi de conservation d'une quantité*. Toutes les symétries que nous venons de voir sont continues, qu'il s'agisse de la symétrie euclidienne, de la symétrie temporelle, de la symétrie galiléenne ou de la symétrie relativiste. Il y en a d'autres, dont voici des exemples.

- La conservation de la charge totale dans toute transformation est vraie séparément pour la charge électrique, la charge baryonique et la charge leptonique.

- La symétrie par rapport à un plan, qui intervient dans la formation d'une image dans un miroir, laisse inchangées les interactions gravitationnelle, électromagnétique et nucléaire ; *les lois fondamentales de la physique sont invariantes par cette symétrie*, qui respecte la *Conservation de l'information*.

Le fait que cette symétrie ne respecte pas l'interaction faible n'a pas d'importance pour la conservation de l'information : pour le déterminisme cette interaction-là n'est pas une loi d'évolution, mais une loi d'interruption.

Cette symétrie conserve la parité : on l'appelle « *symétrie P* ». La symétrie d'opérateur *P* génère une image miroir d'une fonction d'onde : $P\psi(\mathbf{r}) = \psi(-\mathbf{r})$.

- La symétrie par changement de sens du temps est en fait un renversement de l'évolution, un « déroulement du film à l'envers ». Les 4 interactions fondamentales sont invariantes par cette symétrie, appelée « *symétrie T* ».

  Les lois fondamentales de la physique sont aussi invariantes par symétrie T.

- La conjugaison de charge, appelée aussi « *symétrie C* » est celle qui fait passer d'une particule à son antiparticule dans les équations. Toute particule a son antiparticule, qui a même masse et même durée de vie, mais des nombres quantiques de charge opposés. Ne pas confondre la conjugaison de charge avec la *conservation* de la charge.

  Les lois de la physique sont invariantes lorsque toutes les charges sont remplacées par des charges de signe opposé.

  Comme les symétries d'opérateurs *P* et *T*, la symétrie d'opérateur *C* a la propriété suivante : deux opérations successives ramènent à l'état initial.

  Pour respecter la symétrie de conjugaison de charge, l'Univers devrait être électriquement neutre et avoir autant de particules de chaque espèce que d'antiparticules. Mais, hélas, les observations montrent qu'il n'en est rien et la raison de cette asymétrie est inconnue.

- L'invariance CPT est celle des lois d'évolution qui se conservent si on applique simultanément les trois symétries *C*, *P* et *T*. Une telle loi serait identique dans notre Univers et dans un univers hypothétique où les particules seraient devenues des antiparticules, la droite serait devenue la gauche comme dans un miroir, et le temps s'écoulerait à l'envers !

  Si une loi décrivant un phénomène physique violait l'invariance CPT, elle serait en contradiction avec toutes les lois fondées sur la Théorie quantique des champs et même avec le principe de causalité.

  L'invariance CPT est donc un des principes fondamentaux du déterminisme. C'est une loi d'interruption au même titre que le principe d'incertitude de Heisenberg ou le principe d'exclusion de Pauli.

Voir aussi *Symétries et lois de conservation des 4 types fondamentaux d'interaction*.

2.7.18 Déterminisme des lois fondamentales de la physique quantique

A l'échelle atomique (voir *Etat quantique d'un système*), cet état représente *tout* ce qu'on peut savoir sur le système à un instant donné (toute l'information à son sujet). La Mécanique quantique, l'Electrodynamique quantique et la Chromodynamique quantique permettent de manipuler mathématiquement les variables de cet état quantique en décrivant des comportements statiques ou évolutifs dans des circonstances données. L'étonnant est que la nature se comporte exactement comme ces outils l'affirment : *chaque comportement de système permis*

mathématiquement se réalise dans la mesure où il respecte toutes les lois de conservation.

Les lois de conservation sont des lois d'interruption
Les lois physiques de conservation sont donc des lois fondamentales de la nature. Elles régissent des conditions de comportement respectées par les autres lois. Du point de vue déterminisme *ce sont des lois d'interruption*.

Constantes fondamentales et unités
Les mesures physiques sont basées sur les *constantes* fondamentales de l'Univers que sont la vitesse de la lumière *c*, la charge de l'électron *e*, la constante de Planck *h*, la constante de gravitation *G*, etc., dont sont dérivées toutes les unités utilisées. Les valeurs numériques des variables dépendent du système d'unités. Le plus utilisé aujourd'hui est le Système International (SI), dont les *unités fondamentales* sont le mètre, le kilogramme, la seconde, l'ampère, le degré de température kelvin, l'intensité lumineuse en candélas et la mole (quantité de molécules ou d'atomes correspondant au *Nombre d'Avogadro*).

2.7.19 Problème de la mesure quantique

2.7.19.1 Critique de l'article [B154] Wikipédia *Problème de la mesure quantique.*

Rappels

Définition du déterminisme du dictionnaire de l'Académie [B60]
Principe scientifique d'après lequel tout phénomène est régi par une (ou plusieurs) loi(s) nécessaire(s) telle(s) que les mêmes causes entraînent dans les mêmes conditions ou circonstances, les mêmes effets.

> (Noter que cette définition n'implique en rien une promesse de résultat unique de l'application d'une loi.)

Définition du postulat de causalité
Le postulat de causalité est une condition nécessaire et suffisante :

- *Condition nécessaire*
  Tout phénomène (situation ou évolution constatée) a nécessairement dans l'Univers une cause efficace (situation ayant déclenché une évolution) qui l'a précédé et dont il résulte. (Aucune promesse de prédictibilité de résultat).
- Condition suffisante
  Il suffit que la cause efficace (situation) existe dans l'Univers pour que la conséquence (évolution) y ait lieu immédiatement. (C'est une certitude).

Définition de la règle de stabilité
Règle : la même cause produira le même effet, partout et toujours.

Cette règle postule que pour toutes les situations identiques à S_0 :

- *Il existe une loi d'évolution de la nature* qui produit une même situation S_0 au bout d'un certain temps ;
- Cette loi est *unique*, pour qu'une cause donnée ait toujours la même conséquence ;

- Cette loi *ne varie pas*, le même énoncé s'appliquant :
  - dans tout l'espace lorsque son point d'application se déplace ou qu'on considère des points distincts,
  - dans le présent, le passé et l'avenir ;

  elle n'a d'exception en aucune circonstance : elle est *universelle*.

Définition du déterminisme scientifique
Le déterminisme scientifique est une doctrine selon laquelle l'évolution dans le temps d'une situation sous l'effet des lois de la nature est régie par le postulat de causalité et la règle de stabilité ; l'application de ces lois peut donner un résultat unique ou des oscillations périodiques (amorties ou non).

Définition du déterminisme statistique
Le déterminisme statistique est une doctrine selon laquelle l'évolution dans le temps d'une situation sous l'effet des lois de la nature est régie par le postulat de causalité et la règle de stabilité ; l'application de ces lois peut donner des résultats à distribution stochastique.

Problèmes de la mesure énoncés par [B154]

Voir d'abord le paragraphe *Les 6 postulats de la Mécanique quantique.*

1. L'évolution de la fonction d'onde étant causale et déterministe (postulat 6), et représentant *toute l'information* connaissable sur un système (postulat 1), pourquoi le résultat d'une mesure quantique est-il fondamentalement indéterministe (postulats 4 et 5) ?
2. L'évolution de la fonction d'onde étant linéaire et unitaire (postulat 6), comment les superpositions quantiques peuvent-elles disparaître (postulat 5), alors que la linéarité et le caractère unitaire mènent naturellement à une préservation des états superposés ?

Problème 1 : définition incorrecte du déterminisme

Pour la plupart des auteurs, notamment parmi ceux de [B154] et [B148], il y a un problème de définition du déterminisme : ils lui attribuent implicitement le pouvoir de prédire un résultat unique ; pour eux, une évolution n'est déterministe que si son résultat est unique ; on se demande s'ils considèrent l'équation de mouvement d'un pendule sans frottement $\alpha = A\cos(\omega t+\varphi)$ comme déterministe, sachant qu'elle a une infinité de solutions en t parce qu'elle est périodique…

Or la nature a des phénomènes dont l'évolution à partir d'un état initial produit :

- Soit un état choisi dans un ensemble non périodique prédéfini ; exemples :
  - en franchissant le Point triple, la glace d'eau peut se transformer soit en liquide, soit en vapeur, états tous deux macroscopiques
    (voir *Changement de loi d'évolution par bifurcation – Valeur critique*) ;
  - lors d'une décohérence, une superposition d'états de l'échelle atomique se transforme en l'un des états de l'ensemble des valeurs propres de l'observable de l'expérience, état de l'échelle macroscopique
    (voir *Décohérence : passage d'une superposition cohérente à un de ses objets*).

- Soit une superposition d'états quantiques, comme la molécule d'ammoniac NH_3 (voir *Décohérence : passage d'une superposition cohérente à un de ses objets* et *Superposition d'états, cohérence et décohérence*).

Or il n'y a pas de cas où la nature produit un état *au hasard* (ne respectant aucune règle) : l'état produit appartient toujours à un ensemble prédéfini, caractérisé par le spectre de valeurs propres de son observable, stable toutes choses restant égales par ailleurs ; un résultat d'observable de l'échelle macroscopique est alors une *variable stochastique*. Il faut donc admettre qu'il y a des phénomènes où notre désir de réponse unique ne peut être satisfait par la nature.

Donc c'est à nous d'enrichir la définition du déterminisme en adoptant celle d'un *déterminisme statistique*, au lieu d'en rester à la définition binaire d'un déterminisme à résultat prédictible unique respecté ou non. Nous avons adopté la même démarche en remplaçant la certitude binaire par la probabilité, à valeur fractionnaire ou réelle.

Conclusion sur le problème 1de l'article [B154]
Les tenants du déterminisme binaire accusent le postulat 4 de donner des résultats *non déterministes*, en contradiction avec le postulat 6 qui décrit une évolution déterministe.

D'abord, cette accusation présuppose qu'une évolution déterministe doit donner un résultat *unique*, alors que la définition veut seulement que le résultat ne dépende que des conditions initiales.

Ensuite, le postulat de résultat d'évolution 4 est conforme au *déterminisme statistique*, seule forme de déterminisme qui s'applique à ce cas-là.

> Exemple : l'équation déterministe de Schrödinger prévoit deux états (géométries) équiprobables pour la molécule d'ammoniac NH_3 : dans l'un l'atome d'azote est au-dessus du plan des 3 hydrogènes, dans l'autre il est en dessous. Le spectre de l'équation a ici 2 valeurs entre lesquelles l'équation ne choisit pas : la géométrie qu'elle implique s'en tient à ces deux valeurs, qui d'après l'équation pourraient même être en superposition.
>
> Mais une observation à l'échelle macroscopique d'une molécule NH_3 ne peut produire qu'un seul des états quantiques, car une superposition cohérente éventuelle est extrêmement sensible aux perturbations comme l'agitation thermique : en général elle ne résiste que quelques dizaines de microsecondes dans les conditions pourtant favorables d'une température de l'ordre de 1°K. Une telle observation (*opération indépendante de l'équation de Schrödinger, se produisant après l'évolution qui a créé la molécule*) ne nous ramènera donc qu'un des deux états quantiques, dont la valeur d'observable unique est donnée par le postulat 4 : il n'y a aucune contradiction du déterminisme.

Du reste, le déterminisme régit des évolutions conformes à des lois, et il n'y a pas de loi décrivant le choix d'une des valeurs propres sous l'effet de l'agitation thermique, choix physique qui n'a aucun rapport avec l'équation de Schrödinger qui décrit l'état à 2 solutions qui le précède et qu'il a déconstruit.

Enfin, l'équation de Schrödinger - et la Mécanique quantique tout entière elle-même – n'ont jamais été faites pour modéliser une décohérence ; les accuser de non-déterminisme dans une réduction de fonction d'onde est absurde.

C'est parce que l'on doit séparer l'étape d'évolution d'un système de l'étape de choix de la solution résultante après une fin d'évolution que l'on doit avoir deux types de lois : les lois d'évolution et les lois d'interruption. En postulant comme Daniel Martin ces deux types de lois et les deux types de déterminisme (scientifique et statistique), le « Problème de la mesure » ne se pose plus.

Problème 2 : incompréhension du déroulement de la décohérence

Les partisans du déterminisme binaire accusent le postulat 5 de donner des résultats *non unitaires* (voir *Fonction d'onde*). Elle n'a pas à le faire : la réduction du paquet d'ondes, projection normée sur le sous-espace correspondant au résultat, est une opération d'interprétation humaine qui ne fait pas partie de l'évolution décrite par l'équation de Schrödinger, nous venons de le voir. Cette opération de sélection permet d'obtenir la valeur de l'observable correspondante une fois l'évolution achevée.

L'équation de Schrödinger décrit une évolution à l'échelle atomique qui ne comprend pas l'impact perturbant (colossal à cette échelle) d'une mesure à l'échelle macroscopique. C'est cet impact qui force brutalement la fin de la superposition, étape que nul ne peut décrire avec précision, qui n'a donc pas de loi formulée, et qui ne fait pas partie de l'évolution décrite par l'équation de Schrödinger. On ne peut donc reprocher à cette dernière la contradiction relevée. Voir :

- Une preuve expérimentale de la décohérence [B156] ;
- [B52] : article *Cette étonnante Mécanique quantique*, discours d'Alain Aspect du 17/06/2002).

Conclusion générale

Le « Problème de la mesure » dont certains débattent résulte d'une mauvaise interprétation de la portée de l'équation de Schrödinger et d'une définition incorrecte du déterminisme. C'est pourquoi l'application de l'équation de Schrödinger dans les calculs des physiciens donne des résultats irréprochables depuis des décennies à tous ceux qui suivent le conseil de Niels Bohr : « En Mécanique quantique, faire les calculs sans philosopher ».

Compléments

- *Un système n'a pas d'état absolu, indépendant de tout observateur*
- [B219] *Relational Quantum Mechanics*.

2.7.19.2 Interprétation de Copenhague et Onde-pilote de De Broglie-Bohm

L'article [B154] critiqué ci-dessus contient deux théories intéressantes : *l'Interprétation de Copenhague* et *l'Onde-pilote de De Broglie-Bohm*, théories que nous aborderons ci-dessous. Mais l'existence même de cet article, et sa gestation sur plus de 12 ans par une multitude d'intervenants, prouve qu'il y a un problème d'*interprétation de la Mécanique quantique*, avec des questions comme :

- Pourquoi les positions et quantités de mouvement des particules sont-elles probabilistes et pas exactes ?
- Pourquoi y a-t-il des instabilités ou indéterminations (principe d'incertitude de Heisenberg) ?

Nous avons des réponses à ces questions et d'autres du même genre, mais elles ne sont pas totalement satisfaisantes parce qu'elles sont toutes de type mathématique : ne pouvant rien « voir » à l'échelle atomique, notamment la fonction d'onde, nous devons nous représenter ce monde-là à partir d'équations. Voici donc les deux interprétations les plus généralement admises de la Mécanique quantique, les autres étant dans [B220].

2.7.19.2.1 Interprétation de Copenhague

L'Interprétation dite « de Copenhague » est celle de Niels Bohr, qui était danois.
Bohr et ses collègues pensaient que :

- L'homme ne peut connaître la réalité, il n'a accès qu'aux représentations qu'il s'en fait : c'est la doctrine de Platon et de Kant.

  Cette vérité est d'autant plus forte en Mécanique quantique, où nous ne pouvons voir que des équations – *nos* équations. En particulier aucune valeur d'observable n'a de sens en l'absence de l'expérience qui la mesure et la perturbe.

  La description humaine des phénomènes et lois de l'échelle atomique est donc la seule que nous ayons, parce que ses mathématiques sont notre seule manière de les « voir ».
- Les 6 postulats de la Mécanique quantique sont justes, ils permettent des calculs prédictifs exacts dans la mesure où on en accepte le caractère stochastique des variables.
- Il ne faut donc pas perdre son temps à spéculer sur la signification philosophique de la physique quantique, et s'en tenir aux outils de la Mécanique quantique.

Cette doctrine est aujourd'hui "officielle", en ce sens qu'elle est la plus acceptée.

2.7.19.2.2 Onde-pilote de De Broglie-Bohm

Source : [B155]
L'hypothèse « Les 6 postulats de la Mécanique quantique – dont l'équation de Schrödinger – décrivent tout ce qu'on peut savoir sur l'évolution d'un système à l'échelle atomique » ne satisfait pas les physiciens que le caractère stochastique des variables de position (paquet d'ondes) dérange. Tout en acceptant l'équation de Schrödinger (démontrée) ils ajoutent à sa fonction d'onde un complément qui décrit les déplacements des particules.

Ce complément est une *équation guide* décrivant une *onde pilote*, basée sur la fonction d'onde ψ de Schrödinger :

$$\frac{d\boldsymbol{Q}_k}{dt} = \frac{\hbar}{m_k} Im \frac{\psi^* \partial_k \psi}{\psi^* \psi}(\boldsymbol{Q}_1, \dots, \boldsymbol{Q}_N)$$

où :

- $\hbar = \frac{h}{2\pi}$,
- $\boldsymbol{Q_k}(t)$ est la position à l'instant *t* de la particule *k*, de masse m_k,
- $\mathcal{I}m(z)$ est la partie imaginaire du nombre complexe *z*,
- $\psi(t)$ est la fonction d'onde de l'équation de Schrödinger et ψ^* sa conjuguée,
- $\partial_k = (\frac{\partial}{\partial x_k}, \frac{\partial}{\partial y_k}, \frac{\partial}{\partial z_k})$ est le gradient en coordonnées génériques $\boldsymbol{q_k} = (x_k, y_k, z_k)$ de la particule *k*.

La nature physique de l'onde n'est pas précisée : c'est un concept de calcul représentant la présence d'éventuelles variables cachées, également non précisées.

Ce procédé de calcul, proposé par Bohm en 1952, est compatible avec celui de l'interprétation de Copenhague pour les évolutions non relativistes, tout en fournissant des coordonnées précises pour les particules en mouvement connaissant leurs valeurs initiales ; en outre, il prend en compte le spin des particules, ce que ne fait pas l'équation de Schrödinger.

Le modèle d'évolution non stochastique de Bohm remplace les variables cachées - qui expliquent (selon ses partisans) le caractère probabiliste du modèle de Copenhague – par une inclusion de ces variables dans le système complet, dispositifs de mesure inclus.

2.8 Déterminisme arborescent à univers parallèles de Hugh Everett III

Un postulat radical : la fonction d'onde est irréductible

Pour éliminer l'embarrassante question sur l'absence de mécanisme physique et de loi expliquant et décrivant la décohérence et le résultat aléatoire que produit sa réduction, le physicien américain Hugh Everett a posé en 1957 un postulat radical :
la fonction d'onde est irréductible.

Pour Everett il n'y a jamais de décohérence, puisque l'évolution d'un système est *toujours déterministe*, toujours unitaire et régie par la même équation de Schrödinger, qu'il y ait une mesure ou non [B227].

Everett a proposé une *fonction d'onde universelle*, représentant un système à la fois aux échelles atomique et macroscopique. Cette fonction d'onde intègre toujours des variables de mesure macroscopique d'une expérience en plus des variables microscopiques. Un résultat macroscopique donné est toujours possible dès le début d'une évolution décrite par l'équation de Schrödinger, avec une probabilité connue. Lorsqu'un observateur en constate un en particulier, *c'est qu'il a évolué avec le reste du système de la façon qui le fait constater la valeur qu'il lui trouve*.

Des solutions superposées sans décohérence

Pour Everett, donc, il faut considérer l'ensemble du système expérimental - y compris un éventuel appareil de mesure et l'homme qui observe le résultat - comme un tout,

un univers décrit par une fonction d'onde universelle. *La mesure fait passer sans décohérence de l'état superposé de ce système à l'état macroscopique, par une évolution régie par l'équation de Schrödinger du départ*.

Tout se passe comme si l'expérience transformait l'Univers unique du début en une superposition comprenant autant d'univers qu'il y a de résultats possibles, chacun avec son expérience et son expérimentateur. En vertu de l'équation de Schrödinger *tout ce qui peut arriver arrive !*

Lors de la mesure d'un système à l'état superposé, chaque expérimentateur (toujours dans un état unique) suit *son* système dans *une* branche de l'arborescence des possibilités d'évolution superposées créées par l'expérience à partir du nœud de l'état avant mesure. Pour lui, le déterminisme de l'équation de Schrödinger a fait évoluer l'univers tout entier – appareil de mesure et lui-même inclus – vers l'état correspondant à la valeur propre qu'il mesure. Les autres univers (système et observateur) existent désormais en même temps, en superposition. Mais ils sont invisibles pour lui, qui ne peut voir que l'univers dans lequel il vit et fait son expérience depuis le début : chaque observateur croit toujours être unique, la même équation de Schrödinger n'ayant jamais cessé de s'appliquer pour décrire l'évolution du système ; *il n'y a plus de décohérence à expliquer, plus de hasard*.

Bien entendu, ce déterminisme arborescent régit toutes les transformations dont les lois ont des solutions multiples, avec ou sans observateur ou dispositif de mesure. Il contredit l'interprétation classique de la physique quantique (dite « interprétation de Copenhague » parce qu'elle était proposée par le danois Niels Bohr), interprétation selon laquelle les solutions et prédictions de la Mécanique quantique ne s'appliquent pas au domaine macroscopique. Mathématiquement irréfutable, l'élégante interprétation d'Everett est acceptée de nos jours par certains physiciens. Elle est ignorée par les autres, qui ne l'aiment pas bien qu'ils ne puissent prouver qu'elle est fausse ; ils se contentent de dire qu'une mesure réduit la fonction d'onde du système par décohérence, et que le croire ne les empêche pas de faire des calculs justes.

Avantages de cette approche

Avec cette interprétation :

- La célèbre expérience de pensée du chat de Schrödinger crée simultanément deux chats, l'un mort et l'autre vivant ; et selon l'Univers où l'observateur a basculé, il voit le chat mort *ou* vivant sans avoir pu prédire le résultat.
- L'expérience du comportement non séparable de deux photons intriqués [B52] ne prouve plus la non-séparabilité : quel que soit l'Univers où on a basculé lors de l'émission simultanée des deux photons dont les états quantiques sont superposés, la mesure donne toujours un résultat cohérent, sans qu'il soit nécessaire d'envisager une transmission d'information ou une non-séparabilité.
- Le caractère surprenant de la valeur de tant de constantes de l'Univers, qui semblent choisies « juste comme il faut » pour que l'homme ait pu naître (voir paragraphe *Principe anthropique*), n'a plus rien de surprenant, le choix faisant partie des choix possibles. L'étonnement des idéalistes partisans du principe anthropique n'a donc plus de raison d'être.

L'objection de la dualité onde-particule invisible à l'échelle macroscopique

L'équation de Schrödinger prévoit que la superposition des résultats d'une évolution a tantôt un aspect particule, tantôt un aspect onde. L'aspect onde permet par exemple à une particule de passer par deux fentes à la fois et à un objet d'être en plusieurs endroits à la fois.

De son côté, l'équation universelle d'évolution de Hugh Everett, qui s'applique aux objets macroscopiques comme aux particules, prévoit qu'un objet macroscopique peut parfois avoir un comportement ondulatoire, existant par exemple en deux endroits à la fois ou sujet à des interférences. Or on a eu beau faire soigneusement des expériences, on n'a jamais pu mettre en évidence un tel comportement ; voici pourquoi.

Représentation de la fonction d'onde généralisée par une matrice de densité

On peut représenter une fonction d'onde généralisée par une *matrice de densité* ([B3] page 436), tableau qui regroupe les informations de la fonction d'onde et celles d'une connaissance de ses résultats mesurés (ce que l'on sait, en probabilité). Cette matrice est régie par une équation fondamentale de la Mécanique quantique, équivalente à celle de Schrödinger mais formulée par Born, Heisenberg et Jordan. Son élément ligne *i* colonne *j* appelé ρ_{ij}, se calcule à partir du nombre complexe Ψ_i associé à la valeur propre *i* de la fonction d'onde Ψ par $\rho_{ij} = \Psi_i\Psi_j^*$ où Ψ_j^* est le conjugué de Ψ_j. Ainsi, par exemple :

- Les deux valeurs propres équiprobables de la fonction d'onde auront des probabilités de 0.5 situées sur la diagonale principale d'une matrice 2x2.

$$\begin{vmatrix} 0.5 & \\ & 0.5 \end{vmatrix}$$

- L'incertitude sur la connaissance de ces valeurs propres est représentée par les deux nombres de l'autre diagonale, par exemple deux fois 0 s'il n'y a pas d'incertitude (connaissance certaine). Il y a eu alors décohérence et une des valeurs propres est mesurée avec certitude, *mais nous ne savons pas laquelle*.

$$\begin{vmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{vmatrix}$$

  Si ces deux dernières probabilités sont aussi égales à 0.5, le système est dans un état de superposition ; nous ne savons pas laquelle des valeurs propres serait choisie lors d'une décohérence, et quelle serait sa valeur scalaire.

$$\begin{vmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{vmatrix}$$

Exemple : mesure utilisant le spin d'un électron polarisé

Si par exemple le résultat macroscopique de l'expérience est donné par la mesure du spin d'un électron polarisé, celle-ci tiendra compte de la décohérence éventuelle et nous pourrions savoir qu'il y a ou non superposition. Mais si l'électron est non-polarisé ou s'il y a trop d'électrons pour une mesure de polarisation, le spin est dans un état indéterminé et nous ne pouvons conclure sur la superposition (valeurs propres multiples ou valeur propre isolée).

C'est ce genre de difficulté qui gêne dans la mise en évidence d'un éventuel état superposé d'un objet macroscopique *que nous voyons* : nous en recevons trop de photons à la fois, des milliards de milliards donnant une image unique qui nous paraît nette : les autres images sont atténuées par la décohérence avant que nous puissions les voir. Et si nous mesurons la polarisation d'un électron que nous avons omis de polariser dans l'expérience, celle-ci ne pourra évidemment pas conclure.

Il y a même une difficulté supplémentaire. Une mesure effectuée à l'aide d'une particule (comme un photon ou un électron) ne pouvant être plus précise que la demi-largeur de son *paquet d'ondes*, il restera toujours une incertitude sur la possibilité de distinguer entre états superposés et non-superposés, en même temps qu'une probabilité non-nulle de trouver chacune des valeurs propres, comme dans *l'effet tunnel*.

L'interprétation par univers parallèles de Hugh Everett est donc utilisable.

Voir aussi [B228].

Pourquoi notre cerveau ne nous permet de voir des objets qu'*après* décohérence

Sources : [B54] et [B91].

Lorsque notre œil reçoit des images provenant d'un objet macroscopique, le nerf optique et divers neurones transmettent ces images à l'inconscient du cerveau. Celui-ci les analyse et ne les passe à la conscience que s'il les juge suffisamment prometteuses ou menaçantes, et nous ne les percevons que dans ce cas-là et après ce traitement cérébral.

Ce processus comprend un certain nombre de transmissions d'informations entre neurones, en passant par leurs axones (émetteurs) et dendrites (récepteurs). Comme le nerf optique, un neurone soumet une éventuelle superposition quantique à une décohérence, car il ne peut transmettre à travers un axone qu'une seule information à la fois et qu'il est un objet macroscopique interférant avec l'échelle atomique ; en outre, cette décohérence se produit *avant* l'évaluation par la barrière de conscience et *infiniment plus vite* qu'elle. La transmission d'une région du cerveau à une autre par plusieurs neurones en parallèle ne change rien à la décohérence, qui survient toujours avant l'évaluation par la barrière de conscience.

Conclusion : lorsque nous sommes conscients de voir un objet nous n'en voyons qu'une seule image, même si l'objet est à l'état de superposition.

2.9 Chaos

Introduction

Le mot chaos évoque la désorganisation, l'imprédictibilité. S'agissant de systèmes physiques ou abstraits qui évoluent, le caractère chaotique vient de ce que leurs équations descriptives d'évolution *déterministes* ont pourtant des solutions imprédictibles. Nous avons abordé ce phénomène au paragraphe *Le déterminisme ne garantit pas la prédictibilité*, et nous verrons dans celui-ci qu'une des raisons de l'imprédictibilité des systèmes chaotiques est leur *sensibilité aux conditions initiales*.

Nous verrons aussi que cette imprédictibilité n'est pas totale : les prédictions sont possibles dans le cadre de statistiques, les variables prédites étant stochastiques. Les évolutions des systèmes dynamiques sont régies par un déterminisme enrichi, le *déterminisme statistique* ; il y a là des analogies avec les évolutions en Mécanique quantique, régies également par le déterminisme statistique.

Il n'y a pas de « Théorie du chaos », il y a une « Théorie des systèmes dynamiques »

Voici une première définition du sujet de l'étude du chaos due à [B8-4] page 2 :

> *Etude qualitative du comportement apériodique des systèmes dynamiques déterministes non linéaires.* (Noter le « qualitative ».)

Selon le *Dictionnaire de l'Académie* [B60], « une théorie scientifique est un ensemble de lois formant un système cohérent et servant de base à une science, ou rendant compte de certains faits ».

Or, il n'y a pas d'équation du chaos, pas de méthode chaotique pour calculer un état physique ou une évolution, pas de méthodologie explicative de phénomènes physiques, économiques, etc. *Le chaos n'est pas une causalité*.

En toute rigueur, donc, au lieu de parler de Théorie du chaos nous devrions parler de *Théorie des systèmes dynamiques*.

Le chaos est un état de phénomène déterministe aux conséquences essentiellement négatives : il empêche la prédiction d'états futurs un peu lointains et il amplifie des imprécisions expérimentales. Nous en donnons des critères au paragraphe *Propriétés d'une évolution chaotique*.

2.9.1 Evolution itérative

La non-linéarité exige une solution numérique par itérations successives

Le caractère non linéaire de l'évolution d'une fonction chaotique interdit, en général, d'en donner une formule permettant un calcul direct en fonction du temps de la forme $F(t)$.

Voici le principe du calcul de l'évolution d'un tel système. On calcule *numériquement*, par itérations successives aux instants t_1, t_{1+h}, t_{1+2h}…, la valeur de ses variables $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ et leurs variations pendant un court intervalle de temps h grâce à leurs dérivées : voir exemples dans *Déterminisme des évolutions régies par des équations différentielles*. L'évolution des systèmes dynamiques est donc décrite par une suite d'étapes de calcul dont chacune a pour point de départ le résultat de la précédente. Mais rappelons d'abord quelques définitions dont nous aurons besoin.

Définition d'une suite de nombres

Une *suite* de nombres x_1, x_2, x_3… est définie par une loi de progression d'un terme au suivant ou de calcul des termes connaissant leur rang ;
exemple : la loi $x_n = 2n$, produit la suite 2, 4, 6… pour n = 1, 2, 3…

Exemple de progression

Considérons un pays à forte natalité : malgré les décès, les naissances sont si nombreuses que la population croît de 2% par an. Ainsi, un groupe représentatif de *100* personnes de ce pays en compte statistiquement *102* un an après, *102 x 1.02*

l'année suivante, etc. Si *x* représente la population de l'année *n*, celle de l'année *n+1* sera *1.02x*, celle de l'année *n+2* sera 1.02^2x, etc.

La suite des populations sera donc telle que $x_{n+1}=1.02x_n$: connaissant la population x_n de l'année *n* on peut en déduire celle de l'année x_{n+1} en appliquant la loi de progression « multiplier par 1.02 ». Et en recommençant (on dit « en itérant ») *p-n* fois (où *p>n*) l'application de la loi de progression de la suite x_n on peut calculer x_p connaissant x_n.

Comparaison d'évolutions par calcul direct et par itération

Considérons la suite $x_{n+1}=1.02x_n$.

- Un *calcul direct* de x_n connaissant x_0 (l'élément initial de rang 0 la suite) est possible : $x_n=1.02^n x_0$. Exemple : *si* $x_0=2$ et $n=3$, $x_3=1.02^3 \times 2=2.122416$.
- Un *calcul itératif* à partir de $x_0=2$ serait :
  - Etape 1 : $x_1=1.02 \times 2=2.04$;
  - Etape 2 : $x_2=2.04 \times 1.02= 2.0808$;
  - Etape 3 : $x_3=2.0808 \times 1.02=2.122416$.

Un calcul direct est plus simple et rapide qu'un calcul itératif, sauf lorsque la loi de progression est si compliquée qu'il faut avoir (ou écrire) un programme informatique qu'on exécutera autant de fois qu'il faut faire d'itérations ; c'est le cas, par exemple, pour certaines lois d'évolution physiques définies par des *équations différentielles* : voir le paragraphe *Déterminisme des évolutions régies par des équations différentielles.*

Les deux méthodes de calcul, direct ou itératif, sont déterministes : connaissant une donnée initiale et une loi de progression, on en déduit (on prévoit) une évolution dont on prédit avec certitude le résultat au bout d'un nombre de périodes, entier ou non.

2.9.2 Théorie des systèmes dynamiques

Source : [B160] pages 74 à 79.

Système dynamique

Par définition, un système qui évolue selon une loi donnée à partir d'un état initial donné est appelé *système dynamique* ; parler de *son évolution,* c'est parler de *sa dynamique*.

Théorie des systèmes dynamiques

La Théorie des systèmes dynamiques est une théorie *qualitative* des systèmes d'équations différentielles. A partir de principes et sans écrire explicitement d'équation, elle étudie les propriétés générales de leurs solutions :

- Trajectoires, c'est-à-dire valeurs des variables en fonction du temps ;
- Points d'équilibre stables et instables ;
- Oscillations ;
- Evolutions apériodiques, etc.

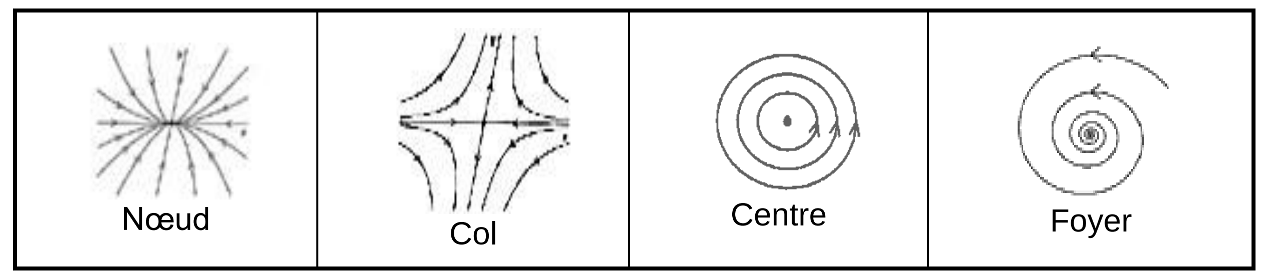
Cette étude associe les informations de voisinages de points (états du système) particuliers avec des propriétés géométriques et topologiques générales de la forme et de la structure de la *variété* (espace courbe des phases, localement euclidien) des solutions possibles. Les résultats de cette étude sont appliqués à l'aide de programmes informatiques de calcul de solutions approchées.

Théorie des systèmes dynamiques d'Henri Poincaré

La théorie des systèmes dynamiques imaginée en 1892 par Henri Poincaré dans le cadre du « Problème des trois corps » [B162], est citée ici car la dynamique du chaos en fait partie ; voir au chapitre *Chaos* le sous-titre *Sensibilité aux conditions initiales*. Cette théorie fournit des outils mathématiques (analytiques, topologiques, géométriques et numériques) pour analyser qualitativement et quantitativement des systèmes régis par des équations différentielles.

<u>Exemple de résultats fournis par cette théorie</u>

1. Dans l'espace des phases il y a 4 types de points d'équilibre vers lesquels un système dynamique peut évoluer : les nœuds, les cols, les centres et les foyers.



Points d'équilibre de l'espace des phases - Sources : thèse de Loïc Petitgirard et [B161]

- Nœud : une infinité de courbes intégrales passent par le point ;
- Col : deux courbes intégrales passent par le point ;
- Centre : les courbes intégrales sont des courbes fermées entourant le point ;
- Foyer : les courbes intégrales s'enroulent en spirale autour du point.

2. En appelant N le nombre de nœuds, F le nombre de foyers et de centres et S le nombre de cols, on a :
   - Pour un système dynamique dont l'espace des phases est une sphère : $N + F = S + 2$;
   - Pour un système dynamique dont l'espace des phases est un tore avec g trous : $N + F = S + 2 - 2g$.

     Ces relations sont les mêmes que celles d'Euler reliant les nombres de faces F, d'arêtes A et de sommets S d'un polyèdre, et ce n'est pas une coïncidence.

3. Un système dynamique qui a un espace des phases torique peut n'avoir aucun équilibre et évoluer indéfiniment.

   Mais cette situation ne peut survenir dans un espace sphérique, car en l'absence de col le nombre total de nœuds et de foyers doit être égal à 2. C'est pourquoi un épi se forme au sommet du crâne : on ne peut se peigner en orientant toujours les cheveux dans le même sens sans qu'il y ait un point où ils forment un tourbillon (appelé « foyer » par Poincaré) ; cette restriction n'existe pas pour les

crânes chauves où l'absence de cheveux au sommet produit une valeur *g*=1 dans la formule Poincaré.

Applications de la Théorie des systèmes dynamiques

La théorie des systèmes dynamiques est utilisée en mécanique céleste (astronomie de position), en chimie, en biologie, en économie, en sociologie, en résistance des matériaux (tenseur des contraintes et tenseur des déformations), etc.

Ouvrages traitant de Théorie des systèmes dynamiques : voir [B242].

2.9.3 Conditions définissant le caractère chaotique d'un système dynamique

Source [B8] pages 85 à 87

Définition d'un système dynamique à évolution chaotique

On dit qu'un système dynamique a une évolution chaotique si et seulement si, considérant une suite itérative d'états *i* de sa variable x_i :

1. Cette suite est telle que la fonction d'évolution soit de la forme $x_{n+1} = f(x_n)$
   où l'état *n+1* ne dépend que de l'état précédent *n* : la fonction d'évolution (la suite des états) est donc déterministe ;
2. La suite des états est apériodique :
   (aucune partie de la suite d'états n'existe plus d'une fois) ;
3. La suite est bornée inférieurement et supérieurement :
   (les valeurs de la fonction d'évolution sont comprises entre un minimum et un maximum) ;
4. Le système dynamique est sensible aux conditions initiales :
   (une variation - même petite - des conditions initiales d'une loi d'évolution donnée produit, à plus ou moins long terme, des variations significatives et imprévisibles, de la fonction ; pour une mesure de cette sensibilité voir le paragraphe *Exposant de Liapounov*). Le système dynamique est donc non linéaire.

   Exemples :

   - Au paragraphe *La fonction logistique*, sous-titre *Sensibilité aux conditions initiales*.
   - Au paragraphe *Déterminisme des évolutions régies par des équations différentielles,* sous-titres *Equations de Lorenz – Dynamique chaotique* et *Attracteur de Rössler*.

     Définition d'attracteur : voir *Bassin d'attraction de l'espace des phases*.

Définition rigoureuse de la sensibilité aux conditions initiales d'une fonction *f*

Une fonction d'itération *f(x)* est dite sensible aux conditions initiales si, étant donnés un nombre δ arbitrairement grand et un nombre ε arbitrairement petit, il existe pour presque toute valeur initiale x_0 une valeur initiale y_0 et un entier *n* tels que si $|x_0-y_0|<\varepsilon$ alors après *n* itérations $|x_n-y_n|>\delta$.

(Pour la définition mathématique de « presque toute » voir le paragraphe *Nombre aléatoire, nombre normal*.)

Complément : Voir plus bas au paragraphe *Sensibilité aux conditions initiales* le sous-titre *Précision sur la sensibilité aux conditions initiales*.

Indépendance du caractère chaotique et des lois physiques

Le caractère chaotique de l'évolution d'un système dynamique est une propriété purement mathématique (donc déterministe) de divers modèles d'évolution. En lui-même, ce caractère ne suppose aucune loi physique particulière, même si ses conséquences d'imprédictibilité régissent bien des phénomènes physiques comme la turbulence des écoulements de fluides ; il n'y a pas, par exemple, en matière de chaos, une hypothèse sous-jacente de vitesse négligeable par rapport à celle de la lumière. Les mathématiques du chaos sont aussi indépendantes des phénomènes physiques que les nombres eux-mêmes : ce sont des calculs purs.

Nous verrons que les mathématiques du chaos permettent certaines prévisions exactes et certaines prévisions statistiques ; mais elles limitent notre possibilité de prédire des résultats ou leur précision. Elles ont leur propre loi universelle, l'accélération de l'évolution des périodes vers le chaos, régie par la constante δ de Feigenbaum, et leur modèle de sensibilité aux conditions initiales régie par l'exposant de Liapounov.

2.9.4 Propriétés d'une évolution chaotique

A long terme ($t \rightarrow \infty$), l'évolution d'un système dynamique peut avoir une valeur unique ou un groupe de valeurs successives formant une période qui se répète indéfiniment : voir plus bas l'exemple de *La fonction logistique*.

L'évolution peut aussi être apériodique, ayant alors une infinité de valeurs uniques, phénomène chaotique que nous examinons dans la suite de ce paragraphe.

Non-linéarité

Sa sensibilité aux conditions initiales fait qu'une évolution chaotique est nécessairement non linéaire (la variation d'un résultat n'est pas proportionnelle à celle de la donnée initiale). Une évolution chaotique d'un système dynamique est non linéaire dans tous les systèmes dont le nombre de degrés de liberté est fini.

Limite de la précision des résultats quelle que soit celle des données initiales

Une évolution chaotique limite la précision des résultats : accroître la précision des mesures des données initiales ne permet pas d'accroître avec certitude celle des résultats d'évolution à long terme (d'où l'impossibilité de prédire à long terme la trajectoire d'astéroïdes, perturbée par celle des grosses planètes comme Jupiter).

Imprédictibilité à long terme

L'évolution d'un système chaotique est imprédictible à long terme : une différence minuscule dans l'état initial produit des différences considérables à long terme, phénomène appelé « *Effet papillon* » ; seule est possible la prédiction d'évolutions à court terme (après un nombre réduit d'itérations).

Unicité des résultats successifs d'une évolution apériodique

La suite infinie de valeurs d'évolution (position *x, y, z* en fonction de l'instant t_n, par exemple) est unique à long terme, aucune valeur n'apparaissant plus d'une fois.

Deux trajectoires d'évolution partant de points distincts restent totalement distinctes
Elles n'ont aucun point commun, car à partir d'un point d'une trajectoire l'évolution est unique. Leur évolution peut, cependant, devenir à l'infini aussi proche que l'on veut de points ou d'une courbe appelés *attracteurs*.

Alternance de points de bifurcation et de points d'apériodicité
(Pour la définition d'une bifurcation voir *Changements de phase d'un corps pur* dans *Limites d'application d'une loi d'évolution*).

Les points à l'infini de certaines trajectoires peuvent être uniques ou multiples. Des bifurcations sont possibles pour certaines valeurs de paramètres critiques, après lesquelles une trajectoire se sépare en deux, chaque branche pouvant ultérieurement bifurquer à son tour. Après un certain nombre de bifurcations il peut y avoir un nombre infini d'états finaux, pour lesquels l'évolution est apériodique.

Structure fractale du diagramme de bifurcation
Nous verrons au paragraphe *Diagramme des bifurcations - Universalité - Constante de Feigenbaum* que ce diagramme présente pour la fonction logistique une structure fractale qui se reproduit à diverses échelles : on parle *d'auto-similitude*. Cette structure fractale du comportement d'un système dynamique est très fréquente dans leurs modèles.

Le caractère chaotique est sans rapport avec la complexité de la loi d'évolution
Même des lois d'évolution simples peuvent, par une suite d'itérations, donner des résultats multiples, imprévisibles, sensibles aux conditions initiales donc chaotiques ; voir par exemple les sous-titres du paragraphe *La fonction logistique*.

Propriétés d'écartement et de rapprochement

Une fonction d'évolution chaotique :

- *Sépare deux états initiaux proches* : après un certain nombre d'itérations, la fonction d'évolution agrandit la distance entre ces états d'entrée et les états de sortie correspondants : c'est la sensibilité aux conditions initiales ;
- *Rapproche deux états successifs d'une évolution* : chaque itération prend pour valeur d'entrée de la transformation la valeur de sortie précédente, ce qui rapproche les points successifs (rapprochement indispensable pour respecter le caractère borné de l'évolution, c'est un critère de convergence de toute suite).

2.9.5 Déterminisme d'un processus itératif

2.9.5.1 Définition et objectifs

Définition d'un processus itératif
Selon le *Dictionnaire de l'Académie française* [B60], un processus est une suite continue de faits, de phénomènes présentant une certaine unité ou une certaine régularité dans leur déroulement.

Nous avons vu au paragraphe *Evolution itérative*, qu'un processus itératif déroule la même opération à chaque étape. L'opération est une abstraction humaine qui a un déroulement déterministe entre un début et une fin. L'opération d'un processus

itératif se renouvelle un grand nombre de fois, chaque résultat final servant de données initiales à l'opération suivante.

> Dans la vie d'une société humaine on trouve des processus itératifs se reproduisant à intervalles de temps fixes : mesures macroéconomiques (PIB) ; estimations démographiques annuelles des naissances et décès (dynamique des populations) ; valeur d'un placement à taux d'intérêt fixe (progression géométrique), etc. Rien ne prouve que tous ces processus eux-mêmes sont déterministes, mais les modèles mathématiques qu'en font les professionnels le sont : nous ne nous intéresserons qu'à ces modèles, pas à leur fidélité.

Objectif essentiel de l'étude des processus itératifs : prédictions à long terme
Dans un processus itératif on s'intéresse particulièrement à l'évolution à long terme : après un grand nombre d'itérations, c'est-à-dire lorsque le temps t tend vers l'infini ($t \to \infty$) peut-on prédire le résultat ? Si oui, avec quelle précision ?

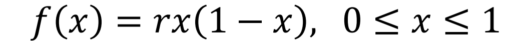
Pour faire appréhender les particularités du déterminisme d'un processus itératif, nous considérerons des exemples tirés de l'excellent ouvrage [B8] et ferons les calculs avec le logiciel mathématique MAPLE [B113] 2017.

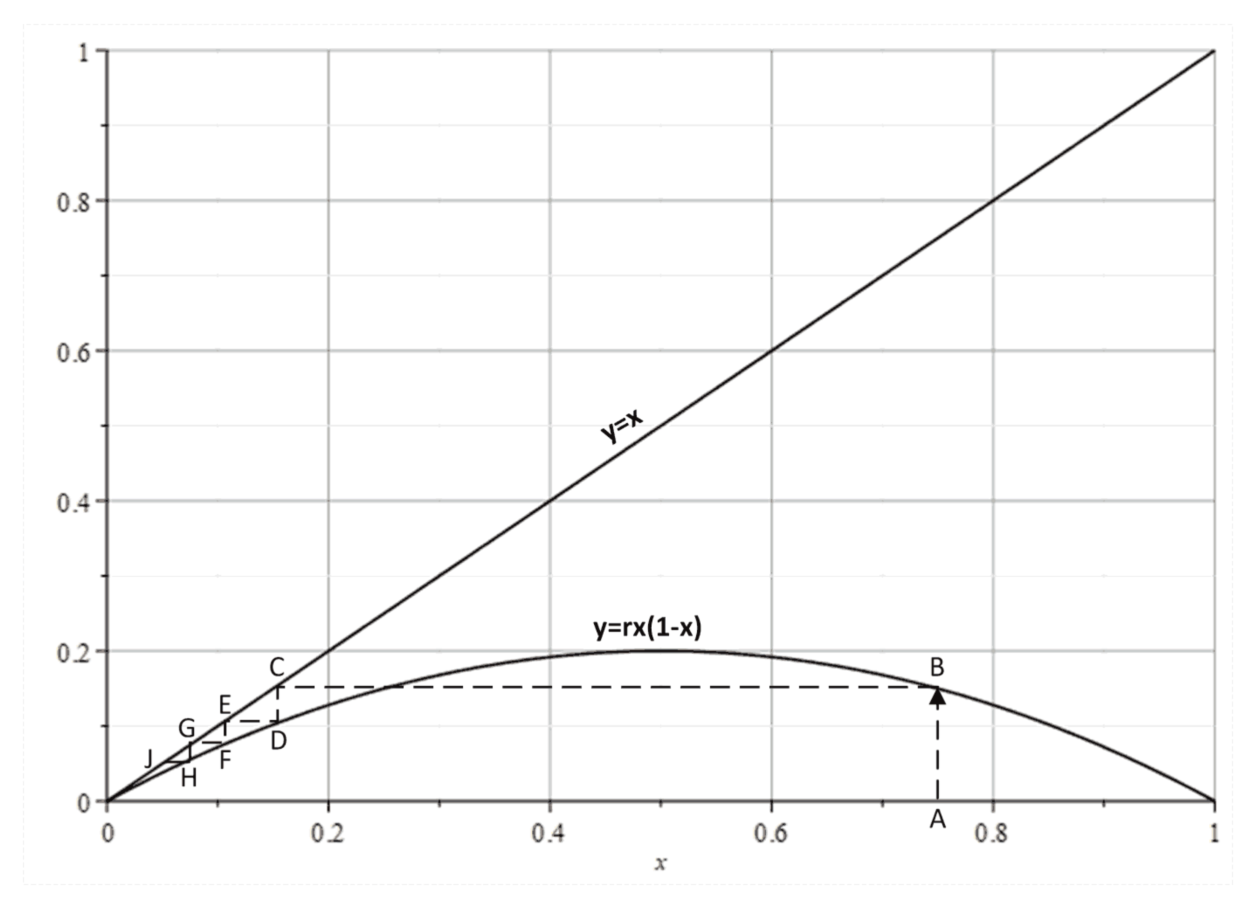
2.9.5.2 La fonction logistique

Selon [B5], la *fonction logistique* a été définie par Pierre-François Verhulst en 1838 en tant que modèle d'évolution des populations animales [B244]. Une de ses premières utilisations a été la tentative d'explication des variations d'une population de papillons de nuit qui pullulent puis disparaissent en masse.

Dans cette fonction :

- La variable x, définie entre 0 et 1, représente le rapport entre une population effective, une année donnée, et un maximum arbitraire ;
- La fonction logistique $f(x)$ en calcule la valeur après une période de temps prise pour unité ; ce calcul se fait par itérations successives (voir paragraphe suivant).
- Le paramètre r représente la vitesse de croissance de la population. Sa valeur maximum est 4, pour que la fonction ne croisse pas indéfiniment lorsque le nombre d'itérations croît.



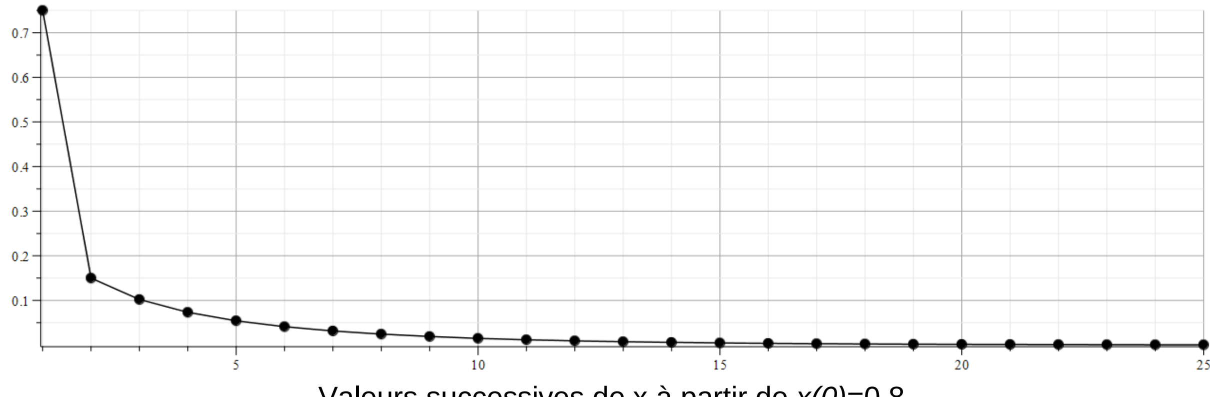


2.9.5.2.1 Déroulement de l'itération

Le graphique ci-dessus représente les fonctions *y=rx(1-x)* et *y=x*, pour *r=0.8* et *0≤x≤1*.

<u>Evolution « en escalier »</u>

1. A partir du point *A* (*x=0.75*) on trouve la valeur *f(x)= rx(1-x)* en suivant la verticale jusqu'en *B*, sur la courbe *f(x)*.
2. Pour reprendre la valeur de *f(x)* trouvée en *B* comme nouvelle valeur de *x* on suit l'horizontale *BC* jusqu'à la droite *y=x* : on y trouve la position *x* du point *C*.
3. La valeur *f(x)* pour *x* en *C* est à l'intersection *D* de la verticale *CD* avec *f(x)*.
4. Pour reprendre la valeur de *f(x)* trouvée en *D* comme nouvelle valeur de *x* on suit l'horizontale *DE* jusqu'à la droite *y=x* : on y trouve la position *x* du point *E*.
5. Et ainsi de suite : **on suit « l'escalier »** ABCDEFGHJ… qui se termine en 0, à l'intersection des axes : l'itération de la fonction *rx(1-x)* au départ de *x=0.75* pour *r=0.8* tend vers *x=f(x)*=0 au bout d'un nombre infini d'étapes. (Dans le cas d'une population c'est un cas d'extinction.)



Valeurs successives de x à partir de *x(0)*=0.8

La convergence vers *f(x)*=0 était évidente par raisonnement direct, sans itération : l'équation *x=rx(1-x)* a pour solution évidente *x=0*. On la voit aussi sur le graphique à l'intersection de la courbe *f(x)* et de la droite *y=x*.

Fonction ou suite

Compte tenu de son emploi itératif et de l'intérêt que présente son comportement lorsque *n* tend vers l'infini, cette fonction *f(x)=rx(1-x)* pourrait aussi être représentée en tant que *suite* (voir en annexe *Convergence d'une suite ou d'une série*) :

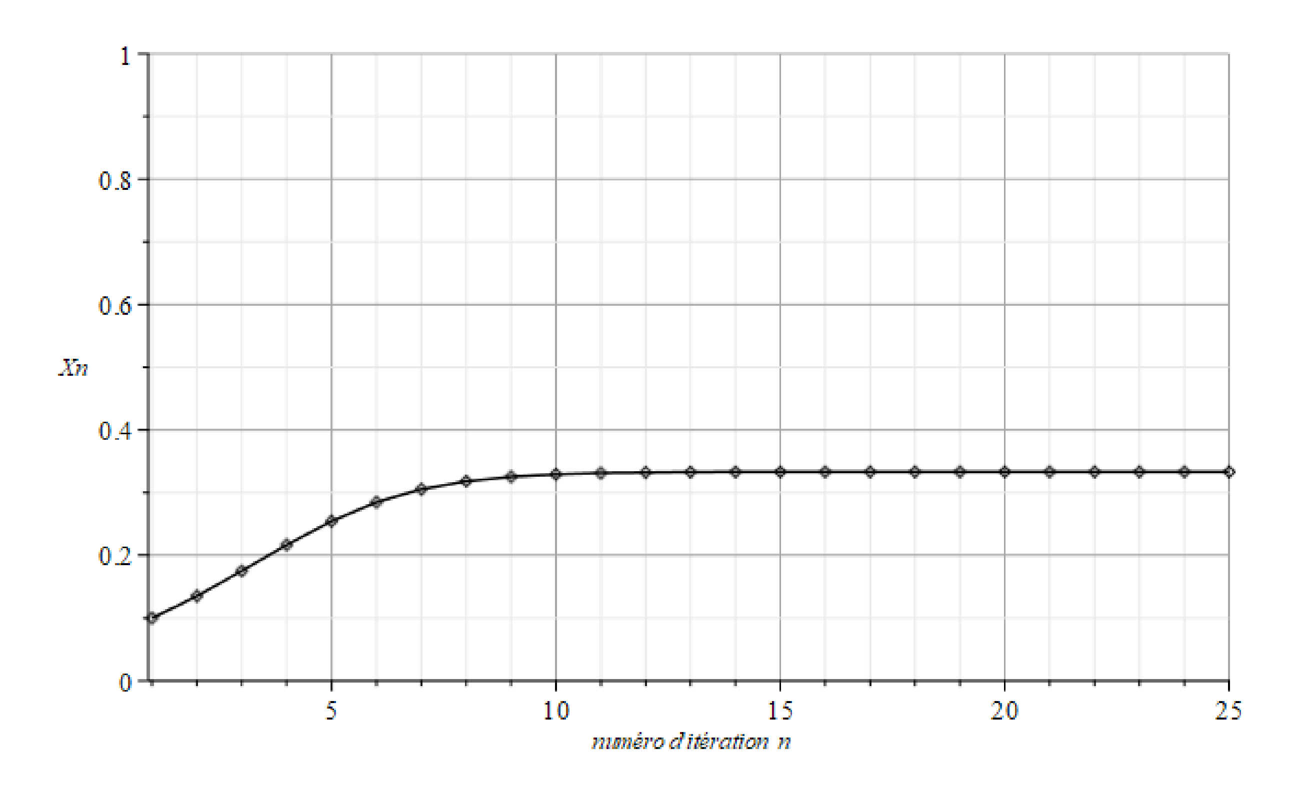
$$x_{n+1} = rx_n(1\text{-}x_n)$$

2.9.5.2.2 Evolution vers un point d'équilibre – Stabilité et instabilité

Reprenons la fonction logistique sous forme de suite avec $r=1.5$, $x_1=0.1$ et $0 \leq x \leq 1$.
En plus de l'origine *x=0*, *y=0*, la courbe de la fonction *f(x)=rx(1-x)* coupe la droite *y=x* au point tel que *1.5x(1-x)=x,* donc *x=0.333* (*1/3*).

A partir d'une valeur initiale $x_1=0.1$ (point *A*), la construction itérative précédente évolue en escalier jusqu'au point *C* (*x=0.333, y=0.333*).

La suite des valeurs de *x* atteintes par itération est représentée comme suit :



Points fixes d'une fonction d'évolution f(x)

Les points x^* que l'itération d'une fonction d'évolution $f(x)$ laisse inchangés s'appellent des *points fixes*. On a alors $f(x^*)=x^*$.

Exemple : Pour $f(x)=rx(1-x)$, le point $x=0$ est un point fixe car $f(0)=0$.

Stabilité après un grand nombre d'itérations

Avec $r=1.5$ et $x_1=0.1$, la suite des itérations converge vers $x=0.333$… ($1/3$).
Si, au lieu d'une valeur initiale $x_1=0.1$, une perturbation avait fait démarrer les itérations à n'importe quelle autre valeur de x entre 0 et 1, la valeur de convergence aurait été la même : avec $r=1.5$ la fonction logistique converge vers $x=1/3$, qui est donc un *point d'équilibre,* appelé aussi *attracteur*. Le déterminisme de cette fonction est alors stable, capable de résister à des perturbations de la valeur initiale en finissant toujours au même point $x=1/3$.

Points fixes instables

Pour une fonction d'évolution $f(x)=x^2$, les points $x_1=0$ et $x_2=1$ sont tous deux des points fixes, mais :

- Le point $x=0$ est stable : une petite différence de valeur initiale comme $x=0.1$ ne change pas le point de convergence final, après un grand nombre d'itérations : la valeur de x décroît sans cesse et tend vers zéro.
- Le point $x=1$ est instable : une valeur initiale un peu plus petite converge vers zéro, alors qu'une valeur un peu plus grande croît indéfiniment ; ce point initial est répulsif.

Points fixes attractifs et points fixes répulsifs

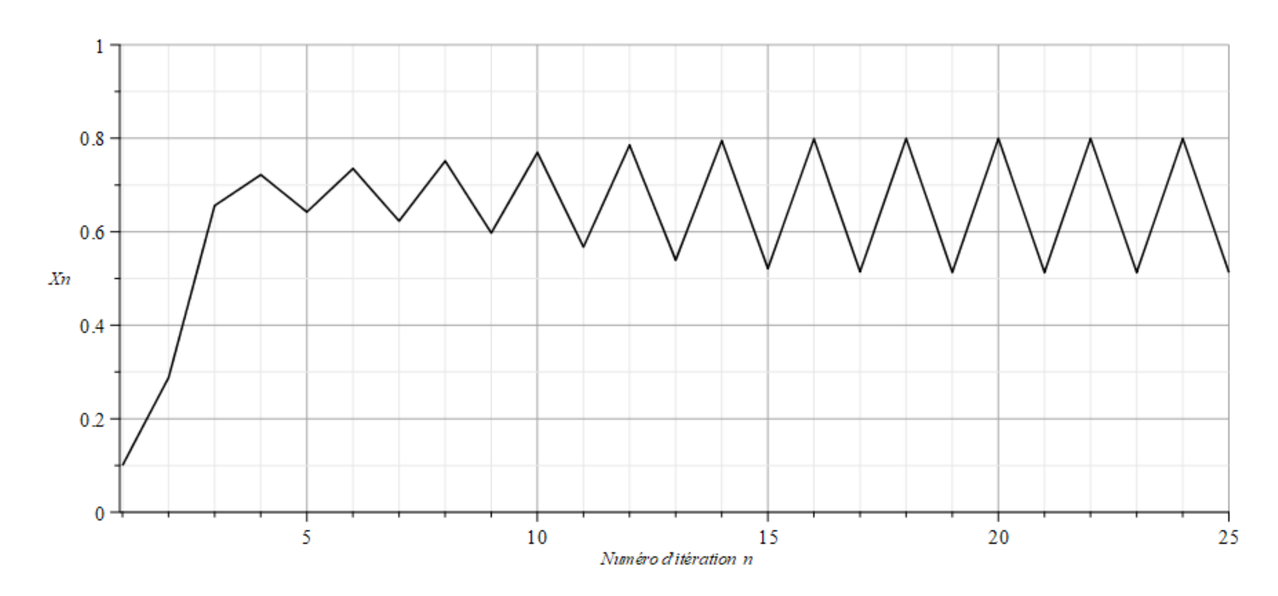
Selon les positions relatives de la fonction itérative et de la droite $y=x$ dans le graphe d'évolution, un point fixe peut être :

- *Attractif* : l'escalier des itérations converge vers lui, soit par valeurs supérieures, soit par valeurs inférieures ;
- *Répulsif* : l'escalier des itérations s'éloigne de lui, soit par valeurs supérieures, soit par valeurs inférieures ;
- *Attractif en spirale* : l'escalier des itérations converge vers lui, par valeurs alternativement inférieure et supérieure ;
- *Répulsif en spirale* : l'escalier des itérations s'éloigne de lui, par valeurs alternativement inférieure et supérieure :
- *Attractif d'un côté, répulsif de l'autre* : l'escalier des itérations s'approche d'un côté et s'éloigne de l'autre.

2.9.5.2.3 Evolution vers une oscillation entre deux points

Reprenons de nouveau la fonction logistique sous forme de suite, mais avec $r=3.2$ et $x_1=0.1$. A partir d'une valeur initiale $x_1=0.1$ (point *A*), la construction itérative précédente évolue en escalier jusqu'au point *B*, sur la droite $y=x$. L'escalier devient ensuite une spirale tournant dans le sens des aiguilles d'une montre jusqu'au point *C*, où $f(x)\sim 0.8$. La trajectoire itérative oscille ensuite entre deux valeurs proches, respectivement, de 0.8 et 0.513.

La fonction déterministe *f(x)* saute donc, à long terme, entre deux valeurs très différentes, allant de l'une à l'autre sans valeur intermédiaire.
Voici le diagramme d'itération :



Conclusions

Notion de période

Une même fonction, *f(x)=rx(1-x), 0≤x≤1*, peut donc, selon la valeur du paramètre *r*, converger par itérations successives vers une ou deux solutions stables qui sont des attracteurs.

Lorsqu'une fonction itérative a deux attracteurs stables on dit qu'elle a une *période 2* : en matière de dynamique des systèmes, le terme période ne désigne pas, alors, un cycle répétitif qui dure un certain temps, mais un nombre de solutions à l'infini entre lesquelles la suite d'itérations converge alternativement. Bien entendu, si la *durée* d'une itération est 1 période (une année pour les papillons de Verhulst) le mot période désigne aussi bien la durée d'une oscillation que le nombre de ses valeurs.

Notion de stabilité

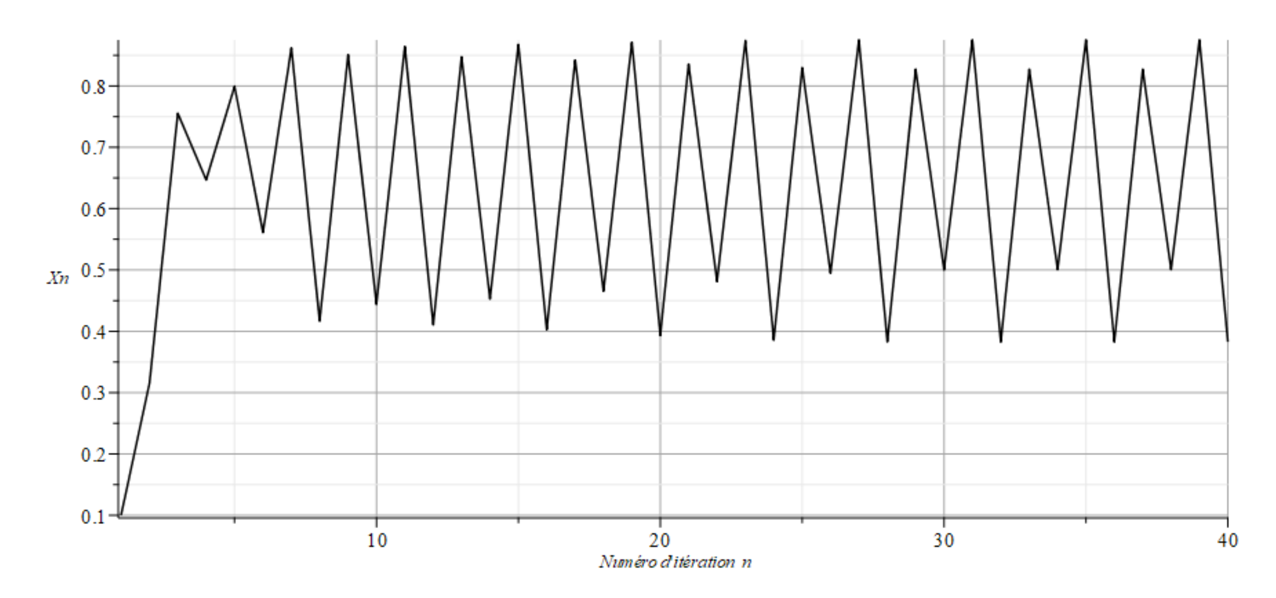
Pour une valeur donnée de *r* il existe une infinité de valeurs initiales de *x* dont l'évolution par itérations tend vers les deux mêmes attracteurs stables :

> Du point de vue déterministe, un même résultat « couple d'attracteurs stables » peut avoir pour causes une infinité de valeurs initiales ; c'est pourquoi la dynamique d'un système qui serait représenté par la fonction logistique avec *r=3.2* est réputée *stable*.

2.9.5.2.4 Evolution vers une oscillation finale entre 4, 8 ou 3 points

Hypothèse *r=3.5*

La même fonction logistique, avec *r=3.5* conduit au diagramme d'itération suivant :

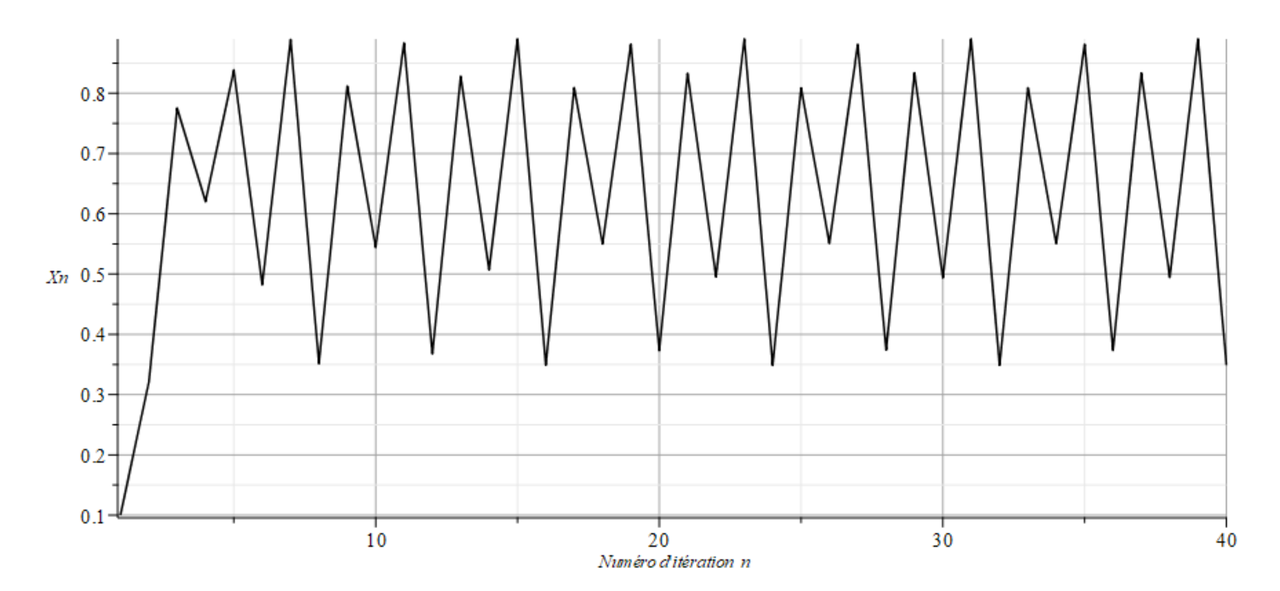


On voit qu'à partir de l'itération 30 il y a une *oscillation de période 4* : les valeurs successives de *x* du graphique semblent se reproduire toutes les 4 itérations. En fait, dans ce cas il y a 4 attracteurs stables vers lesquels convergent les valeurs de x_n issues de la suite $x_{n+1} = rx_n(1-x_n)$.

Donc cette suite peut avoir, selon la valeur de *r*, 2 ou 4 points attracteurs ; faisons donc encore un essai avec *r=3.56*.

Hypothèse *r=3.56*

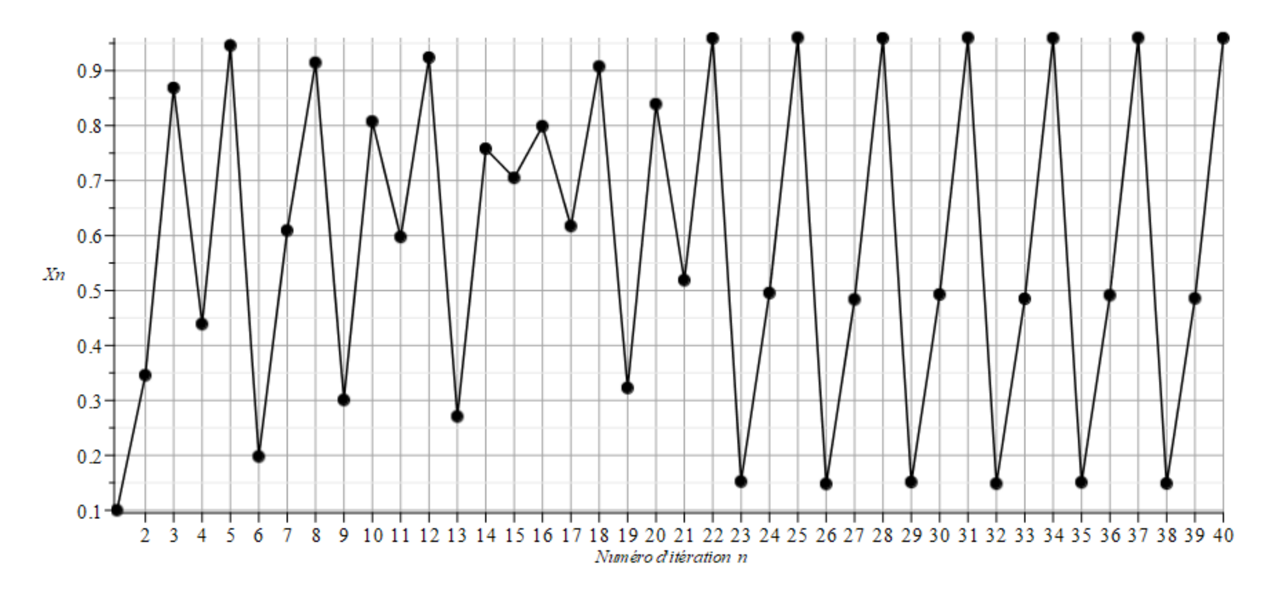
Le choix *r=3.56* conduit au diagramme d'itération suivant :



Cette fois la période est 8 : la suite oscille entre des groupes successifs de 8 attracteurs.

Hypothèse *r=3.84*

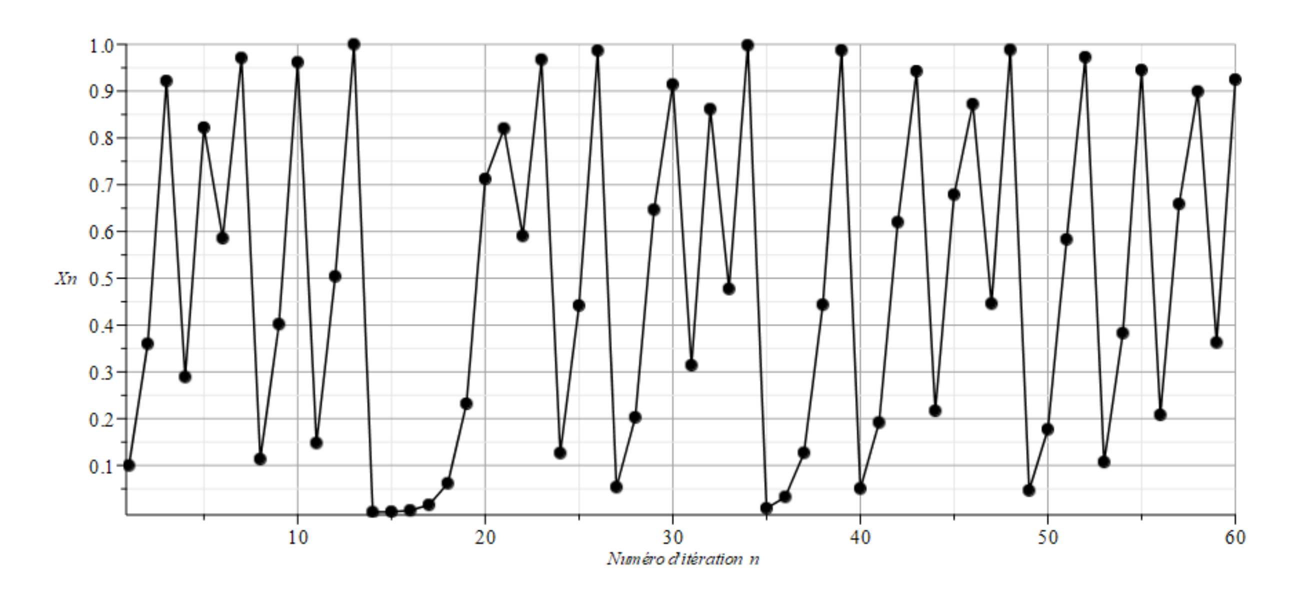
Pour cette valeur de *r*, on observe une période de 3 à partir de l'itération 22 :
$x_{23}=0.152$; $x_{24}=0.495$; $x_{25}=0.96$.



2.9.5.2.5 Evolution apériodique

Hypothèse *r=4.0*

Pour cette valeur de *r* on a beau aller jusqu'à 60 itérations, on ne voit pas apparaître de période particulière sur le diagramme d'itération :



Pour mieux vérifier l'absence de période, l'auteur de [B8] a poussé jusqu'à 10000 itérations, mais toujours sans trouver de période. Nous avons ici un phénomène nouveau : toutes les valeurs de x_n sont distinctes ! Si la précision des calculs est suffisante, une valeur rencontrée ne revient jamais : on dit qu'à l'infini l'évolution est *apériodique*.

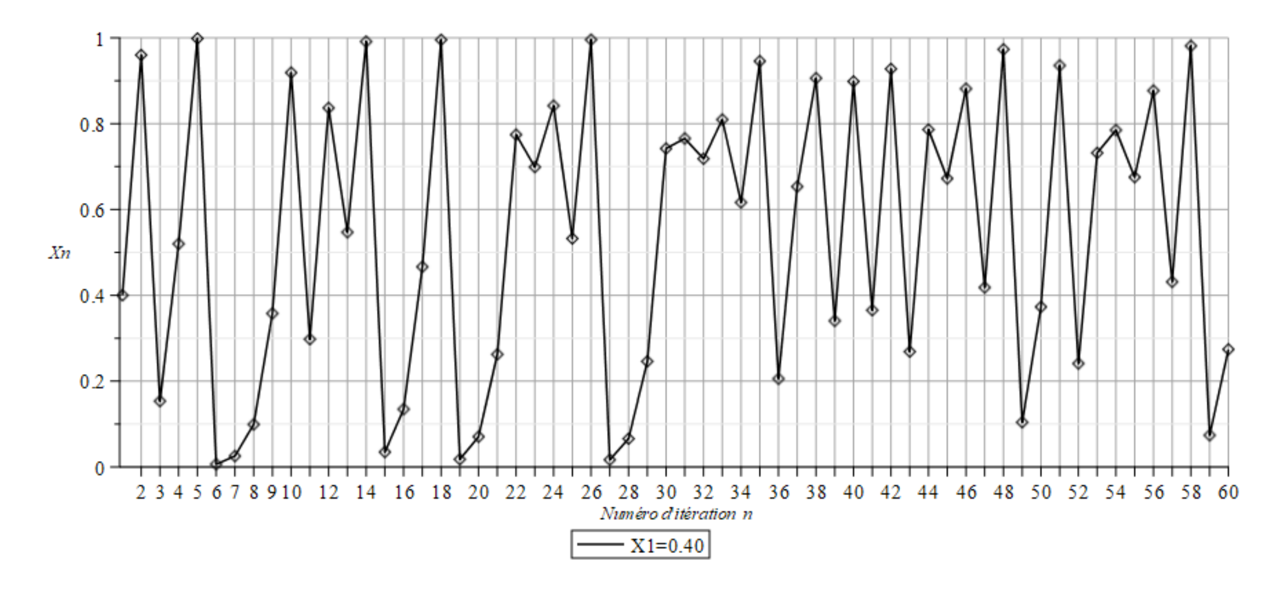
> En pratique, cependant, la précision des calculs étant toujours limitée (même si on sait faire des calculs avec 100 chiffres significatifs, par exemple) on finit toujours par retrouver une valeur déjà rencontrée.

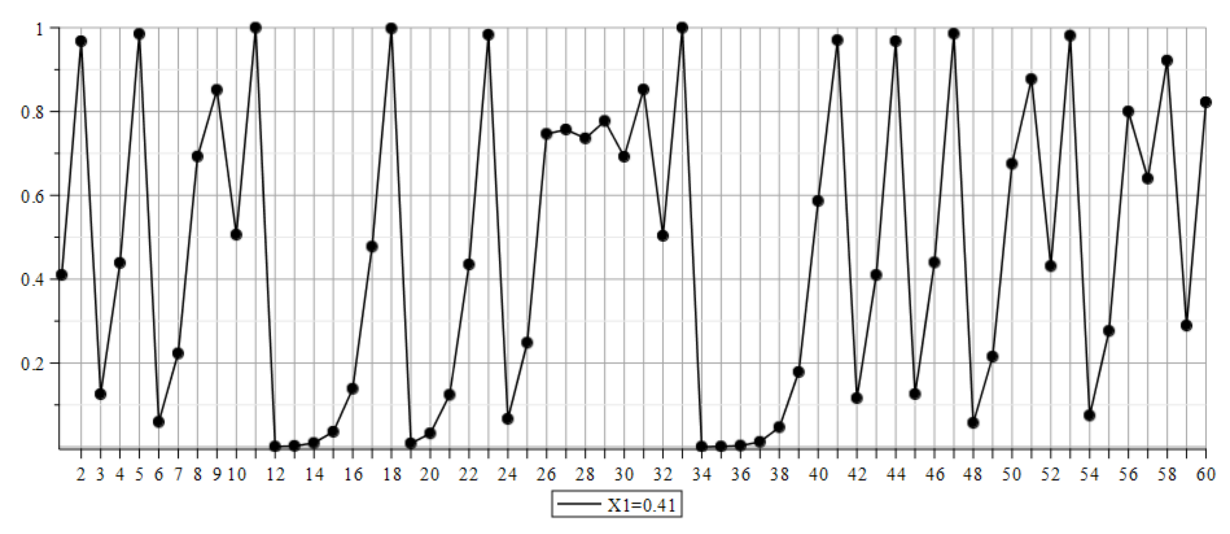
Conclusion pour la fonction logistique sur la période finale

Selon la valeur du paramètre *r*, lorsque le nombre d'itérations tend vers l'infini, cette fonction déterministe peut tendre vers 1, 2, 3, 4, 8 ou une infinité de valeurs de 0 à 1 : *après un grand nombre d'itérations la fonction est soit périodique, soit chaotique (apériodique)*. Et nous verrons ci-dessous que lorsque *r* évolue, la période peut doubler jusqu'au chaos : 1, 2, 4, 8, 16, 32…apériodique.

2.9.5.2.6 Sensibilité aux conditions initiales

Pour la même valeur du paramètre *r=4.0*, comparons l'évolution des suites logistiques pour des valeurs initiales proches de 0.40 et 0.41 :





On voit qu'à partir de l'itération 6 la différence est significative.

Conclusion pour la fonction logistique sur la sensibilité aux conditions initiales
Avec *r=4*, la fonction logistique est sensible aux conditions initiales : *au bout de quelques itérations elle amplifie une petite différence initiale*. On ne peut donc prédire son état final que si la précision de son état initial est infinie ou pour un intervalle de valeurs initiales infiniment étroit ; on ne peut prédire l'état que pour un nombre réduit d'itérations, c'est-à-dire pour un *avenir proche*.

Cette évolution apériodique se produit quelle que soit la valeur initiale de *x* lorsque *r=4*. Et les valeurs successives, apériodiques, chaotiques, sont toutes distinctes : une valeur déjà obtenue ne se reproduira jamais.

> *Précisions sur la sensibilité aux conditions initiales*
> En toute rigueur, cette condition doit être vérifiée « presque partout », le qualificatif « presque » ayant un sens précis en mathématiques. Il faut à la fois :

- Que l'ensemble des valeurs initiales pour lesquelles cette forte sensibilité n'existe pas ait une « mesure nulle » : dans notre cas, cet ensemble doit

contenir seulement un (ou quelques) point(s) fixe(s) isolé(s), comme c'est le cas pour :

- ✓ 0 et (selon le *r* choisi) les valeurs 1/3 et 0.513 ;
- ✓ les autres valeurs de périodes 2; 3; 4 et 8,
- ✓ et le point isolé à valeur finale instable sommet de la parabole, x=1/2.

- Que l'ensemble des valeurs initiales pour lesquelles cette sensibilité existe ait une « mesure infiniment plus grande » que l'ensemble précédent, comme c'est le cas pour l'infinité de valeurs à résultat apériodique.

Une sensibilité aux conditions initiales n'existe que si elle est vérifiée presque partout : la probabilité, après *n* itérations, de trouver alors une valeur initiale qui produit un point fixe ou une période est infiniment plus faible que celle de trouver une valeur sensible aux conditions initiales.

On peut démontrer rigoureusement que la suite logistique $x_{n+1} = rx_n(1-x_n)$ est sensible aux conditions initiales pour $r=4$, mais on ne connaît pas de preuve de ce caractère pour d'autres valeurs de *r*.

La suite $x_{n+1} = rx_n(1-x_n)$ est chaotique au moins pour $r=4$, car elle vérifie les 4 conditions énoncées précédemment au paragraphe *Conditions définissant le caractère chaotique d'un système dynamique*.

Pour une mesure de cette sensibilité voir le paragraphe *Exposant de Liapounov*.

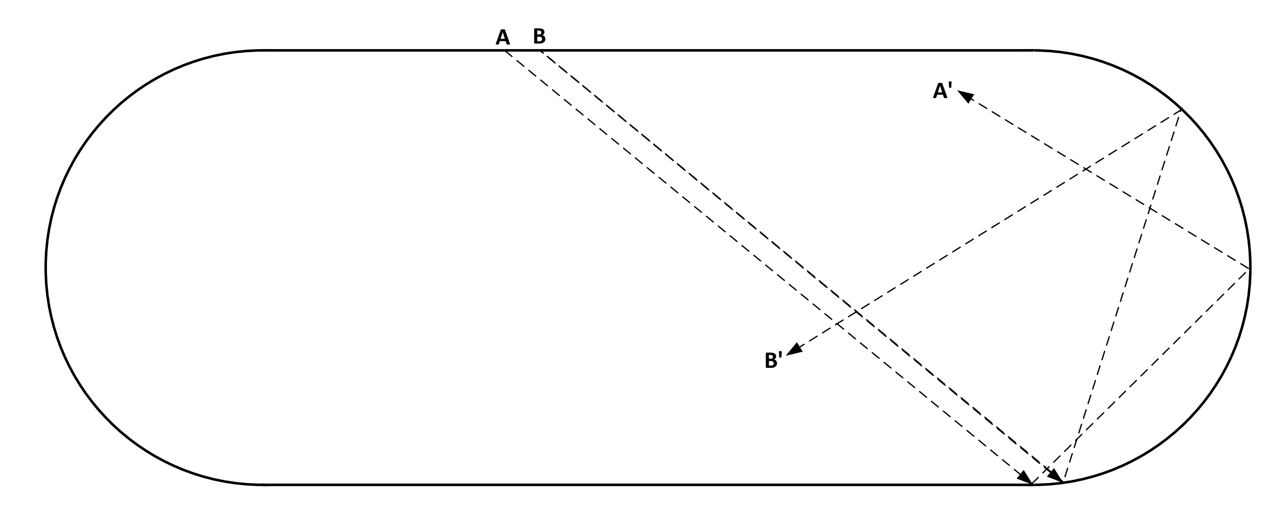
Autres exemple d'évolution chaotique :

- Orbites planétaires chaotiques : problème des trois corps d'Henri Poincaré ;
- Ecoulements turbulents de fluides.

Sensibilité aux conditions initiales dans les systèmes non chaotiques

Il n'y a pas que les systèmes chaotiques qui soient sensibles aux conditions initiales : l'exemple suivant va le montrer.

Considérons un billard qui a deux côtés arrondis suivant le schéma ci-dessous. Supposons que deux billes soient lancées dans des directions parallèles de deux points voisins *A* et *B*. Lorsqu'elle rencontre une paroi, une bille rebondit en faisant un angle exactement opposé à celui qu'elle fait avec la normale à la paroi au point de contact. Or la bille partie de *A* touche la paroi opposée dans sa partie rectiligne et celle partie de *B* la touche au début de sa partie ronde. Les tangentes à la paroi de ces deux points d'arrivée n'étant pas du tout parallèles, les trajectoires finales *AA'* et *BB'* sont très différentes.



Dans cet exemple de sensibilité aux conditions initiales il n'y a pas eu d'itération, mais seulement non-linéarité.

2.9.5.2.7 Abandon du principe de limitation des conséquences d'une petite erreur

Les physiciens, les chimistes, les médecins, les financiers, les philosophes et d'autres hommes de bon sens ont l'habitude de penser qu'une erreur minime dans une valeur initiale d'une évolution ne produira qu'une erreur minime dans son résultat.

> Principe : un battement d'ailes de papillon ne changera pas les prévisions météo à 2500 km.

La discussion précédente sur la sensibilité aux conditions initiales oblige à abandonner ce principe pour les systèmes dynamiques non linéaires ou sensibles aux conditions initiales. Ces systèmes sont parfaitement déterministes, soumis aux équations de Newton pour la mécanique classique, à celle de Navier-Stokes pour la mécanique des fluides et à celles de Maxwell pour l'électromagnétisme. C'est le nombre d'itérations qui limite l'horizon de prédictibilité à cause de l'inévitable amplification d'imprécisions initiales : cela se démontre et constitue une imprédictibilité pratique.

2.9.5.2.8 Diagramme des bifurcations - Universalité - Constante de Feigenbaum

Nous avons vu que la période de la fonction logistique (nombre de valeurs formant un groupe répétitif après un grand nombre d'itérations) dépend de la valeur du paramètre *r*. Un programme simple MAPLE [B113] permet de représenter graphiquement l'ensemble des valeurs finales de la fonction logistique en fonction de *r*.

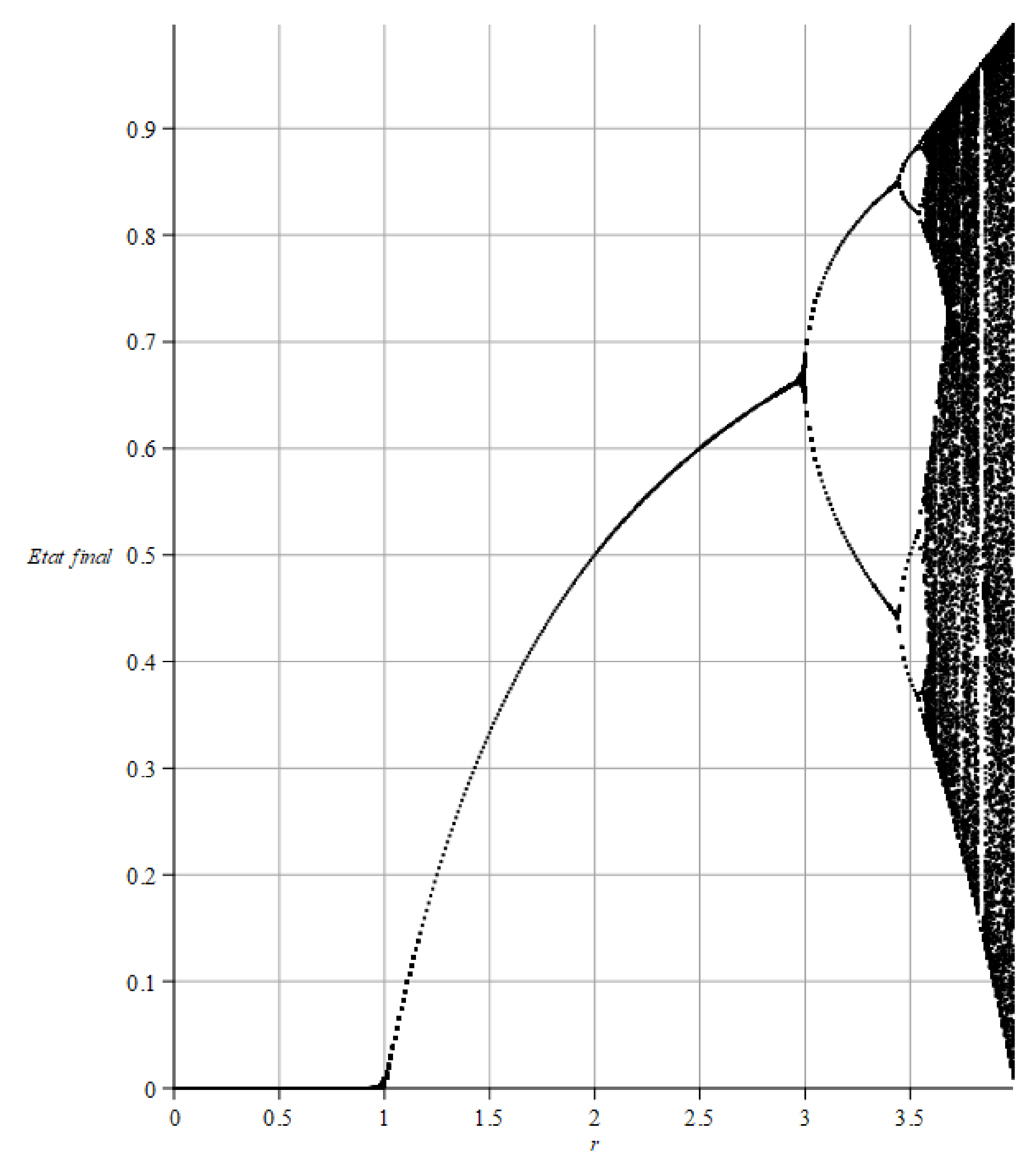


Diagramme des bifurcations : état final de la fonction logistique en fonction de *r*

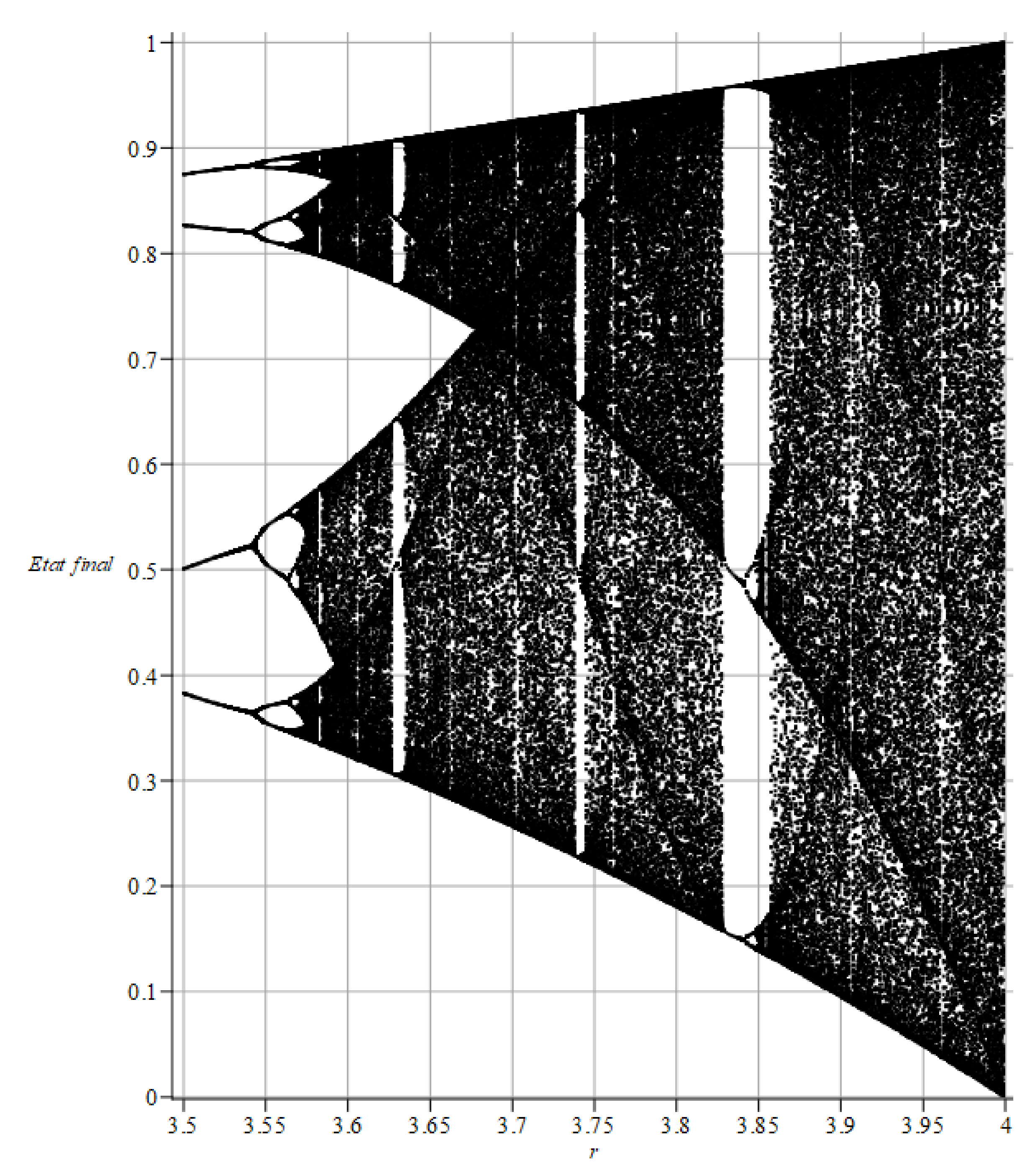
Remarques

- Pour *0≤r≤1*, la valeur finale est zéro.
- Pour *1<r<3*, il y a une seule valeur finale.
- Pour *3≤r<3.46* environ, il y a une période de deux valeurs finales.
- Pour *3.46≤r<3.544* environ, il y a une période de quatre valeurs finales.
- Pour *3.544≤r<3.5644* environ, il y a une période de huit valeurs finales.
- Pour r>3.5644 il y a une courte période de seize valeurs finales, jusqu'à environ *3.5687* où commence une période de 32 valeurs.

- Les plages de valeurs associées à une périodicité sont de plus en plus courtes quand celle-ci croît. Cette suite de doublements est interrompue par le fait que pour *r=3.84*, il y a une période de trois valeurs dans une sorte de « fenêtre ».
- Pour *r=4*, l'état final est apériodique : il y a une infinité d'états distincts quel que soit le rang de l'itération d'observation considéré, chaque état n'étant atteint qu'une fois.

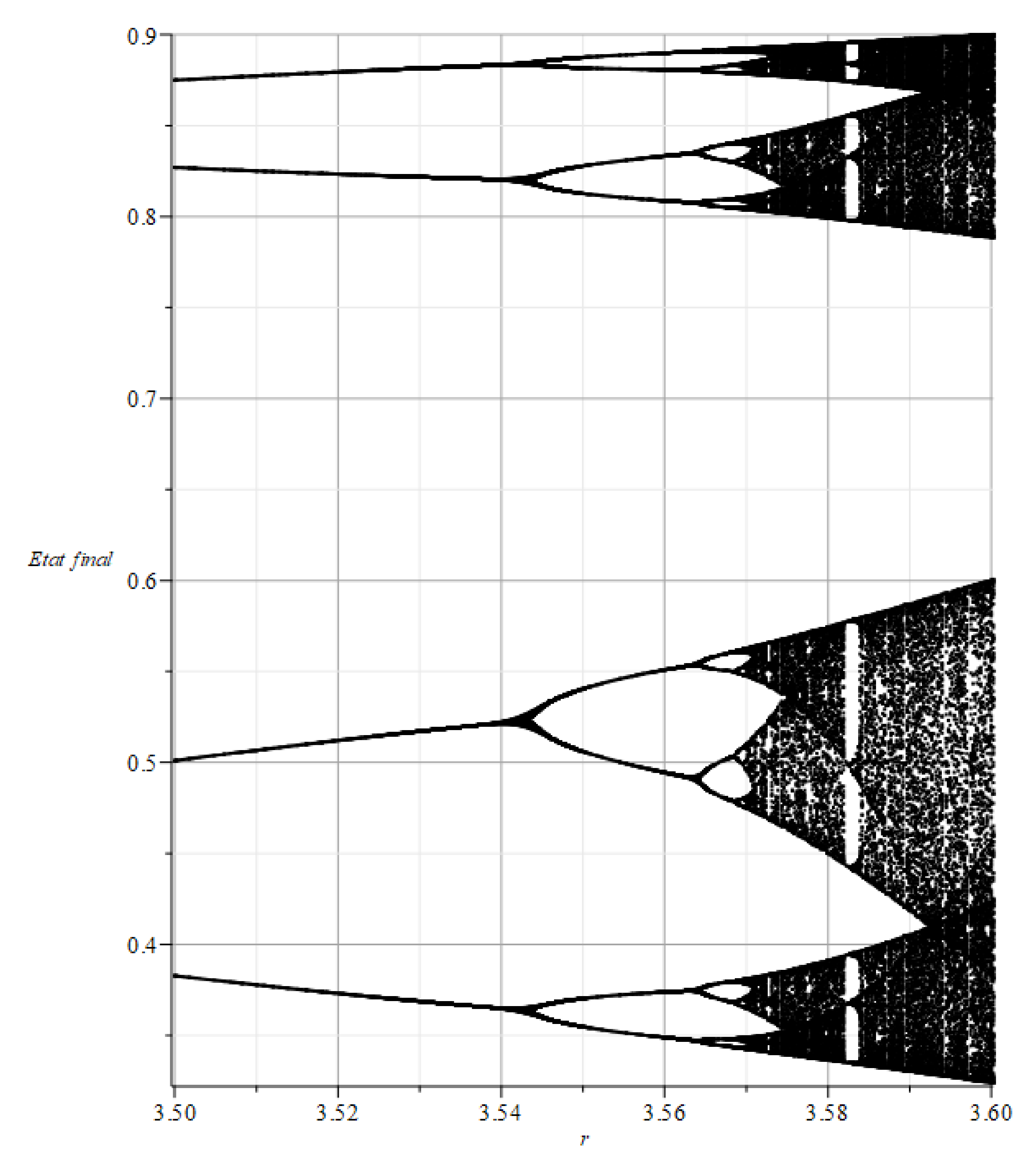
Pour les systèmes dynamiques évoluant comme la fonction logistique, la situation chaotique apparaît vers *r=3.57*, et le maximum de sensibilité aux conditions initiales se produit pour *r=4*.

Examinons les états finaux produits par *3.5≤r<4* :



Bifurcations de la fonction logistique : 1er agrandissement

Il est aussi intéressant d'examiner en détail les états finaux produits par *3.5≤r<3.6* :

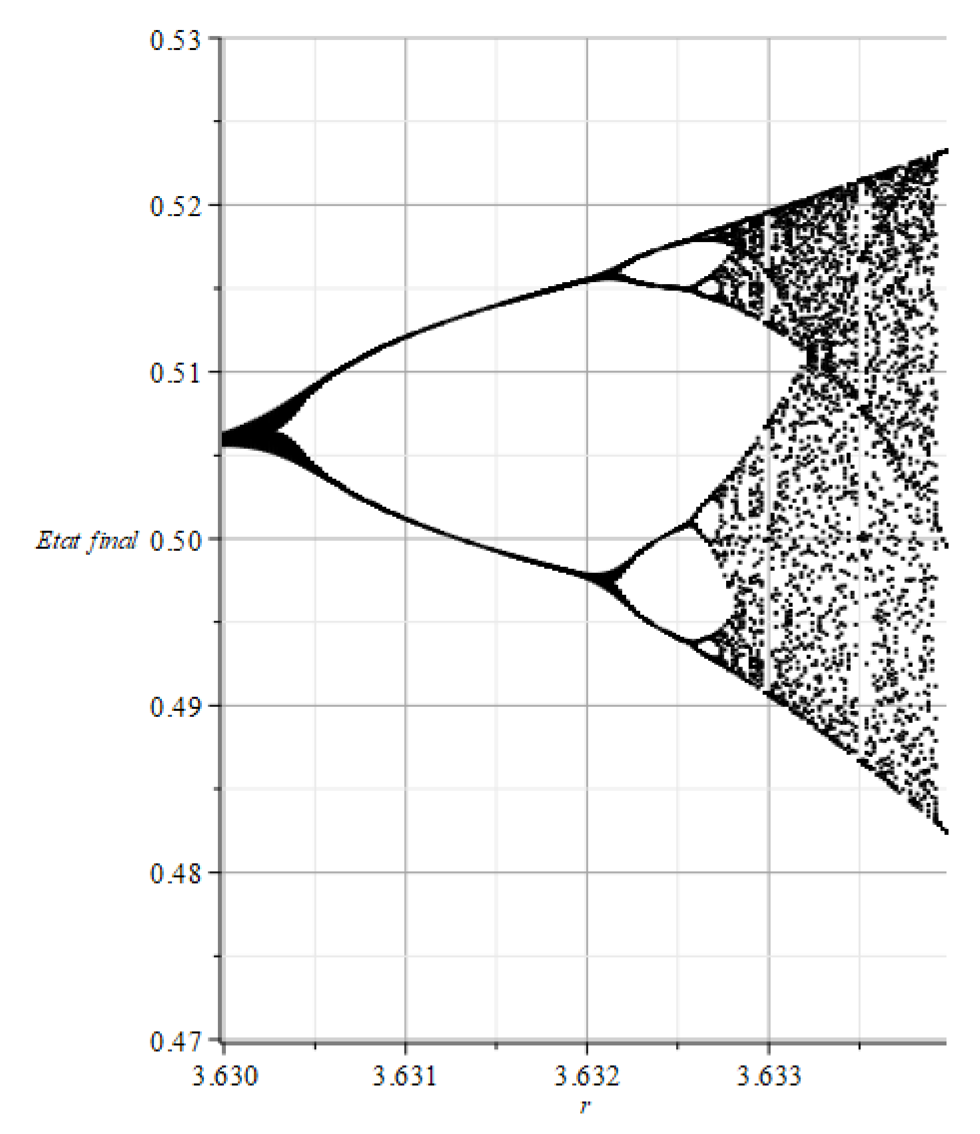


Bifurcations de la fonction logistique : 2ème agrandissement

On voit un certain nombre de bifurcations, la période passant de 4 à 8, puis à 16 : il y a un phénomène de *doublement des périodes successives*.

> Ce phénomène existe pour un grand nombre de fonctions d'évolution par itération, existence qui relève de leur *universalité* (caractère défini plus bas).

En agrandissant le diagramme de bifurcation entre 3.630 et 3.634, et en limitant l'affichage aux seuls états finaux entre 0.47 et 0.53, on obtient ceci :



Bifurcations de la fonction logistique : 3ème agrandissement

Le diagramme ci-dessus ressemble aux précédents, malgré une résolution plus fine : *les bifurcations de la fonction logistique ont donc une structure fractale*.

Le doublement des périodes successives par bifurcation ne se poursuit pas indéfiniment, il apparaît des fenêtres chaotiques. Dans une telle fenêtre, on trouve des valeurs où la période change brusquement, par exemple celle à 3.84 où la période est 3. Les plages de forte sensibilité aux conditions initiales contiennent des valeurs apériodiques. Chaque plage contenant une valeur chaotique contient aussi une fenêtre périodique…

Prédictibilité de l'évolution d'un système dynamique

Au vu de cet exemple on peut conclure que le déterminisme d'une fonction permet la *prévision* de son évolution, mais pas la *prédiction* fiable de ses valeurs à long terme. De telles prédictions ne sont possibles qu'en effectuant les calculs d'itération nécessaires, et elles sont perturbées par une sensibilité aux conditions initiales.

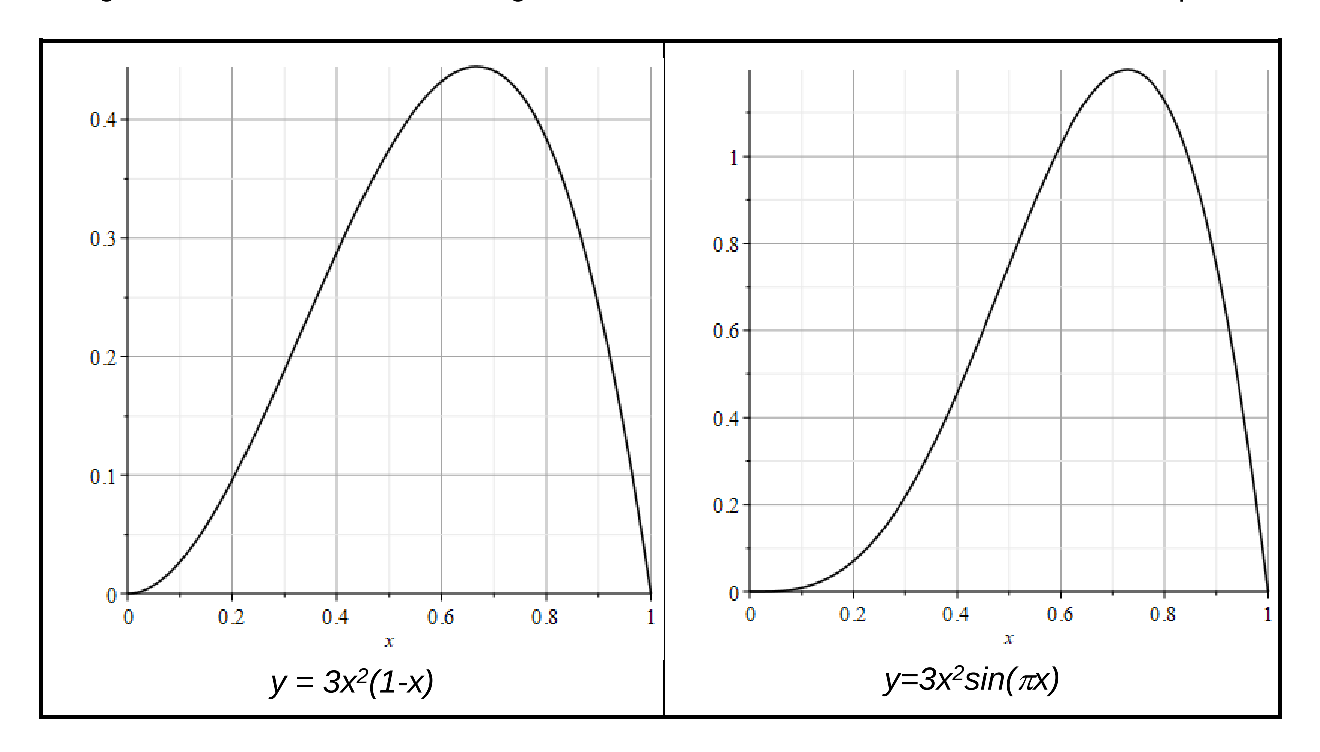
Un changement d'échelle révèle par agrandissement des détails de structure déjà notés aux résolutions plus faibles, caractéristique des systèmes dynamiques chaotiques dont nous reparlerons à propos des *fractales*.

2.9.5.2.9 Constante universelle de Feigenbaum et doublement périodique vers le chaos

Nous avons constaté plus haut que la plage (l'intervalle) de valeurs de *r* du diagramme de bifurcation correspondant à une certaine périodicité rétrécit lorsque la périodicité croît par doublement lors d'une bifurcation. Pour de nombreuses fonctions d'itération cette décroissance (le rapport des longueurs de deux plages successives) tend toujours vers le nombre

$$\delta = 4.669201\ldots$$

Ce nombre est appelé *constante de Feigenbaum*, parce qu'on le retrouve dans les diagrammes de bifurcation d'un grand nombre d'autres fonctions itérées ; exemples :



$y = 3x^2(1-x)$ $y=3x^2\sin(\pi x)$

Complément intéressant sur les nombres de Feigenbaum : voir [B243].

Universalité de la constante δ de Feigenbaum : caractéristiques

Toutes les fonctions dont :

- L'itération présente des rapports d'intervalles successifs de *r* décroissants se terminant par une valeur chaotique (*r=4.0* pour la fonction logistique) ;
- La courbe a, dans l'intervalle de *x* considéré pour les itérations ($0 \leq x \leq 1$ pour la fonction logistique), un seul maximum (*x=0.5* pour la fonction logistique) et une allure parabolique semblable à celle de la fonction logistique $y = rx(1-x)$,

voient la suite de ces rapports tendre vers δ, *toujours le même* δ.

$$\delta = \lim_{n \to \infty} \frac{r_{n+1} - r_n}{r_{n+2} - r_{n+1}}$$

Ce phénomène d'universalité a été appelé *doublement périodique vers le chaos*.

2.9.5.2.10 Doublement périodique vers le chaos

Ce phénomène a les *Propriétés d'écartement et de rapprochement* citées dans le paragraphe portant ce nom :

- *Séparation de deux états initiaux proches par sensibilité aux conditions initiales ;*
- *Rapprochement de deux états successifs d'une évolution :*

  Tout intervalle de valeurs d'états successifs $|x_{n+1}-x_n|$ d'une évolution finira par se contracter. L'évolution tendra vers l'attracteur, qui doit avoir un volume nul dans un espace des phases à trois dimensions.

<u>Conditions d'un doublement de période</u>

Dans un système dynamique donné, la variation d'un paramètre (comme le *r* de la fonction logistique) peut changer la fin $t \to \infty$ de l'évolution par itérations en lui faisant franchir un point de bifurcation, doublant ainsi sa périodicité ; nous en avons vu plusieurs exemples.

Une variation de paramètre de ce type se produit, par exemple, dans l'écoulement d'un fluide dont le *nombre de Reynolds* (voir *Turbulence*) varie avec la vitesse d'écoulement. Au franchissement par croissance d'une valeur de ce nombre correspondant à une bifurcation la période double, le régime d'écoulement change, des tourbillons peuvent brusquement apparaître ou se multiplier ; après un certain nombre de bifurcations, l'écoulement devient apériodique, c'est-à-dire turbulent. Une telle croissance de la vitesse d'écoulement du fluide survient, par exemple, lorsqu'il doit contourner un obstacle, comme l'eau d'une rivière tranquille qui devient turbulente en contournant une pierre ou en franchissant un rétrécissement de son lit.

L'imprécision des calculs peut masquer des réalités mathématiques

Nous avons au paragraphe *Ensembles de Mandelbrot* des exemples de la possibilité de découvrir des détails d'un objet fractal même à des échelles minuscules ; nous avons vu aussi en étudiant la fonction logistique qu'il y a parfois de petites différences du paramètre *r* qui entraînent des différences considérables d'évolution, par exemple par franchissement d'une bifurcation.

Or, quelle que soit la précision d'un calcul

(on peut, par exemple, calculer avec une précision de 100 décimales avec le logiciel mathématique Maple par l'instruction *evalf [100] (π),* qui produit :
π = 3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406286208998628034825342117068)

il peut arriver, après un certain nombre d'itérations, que l'imprécision inévitable du programme masque un détail de résultat, par exemple le franchissement d'une bifurcation ou le saut d'un côté à un autre d'un attracteur à deux corbes.

En outre, la précision des valeurs des grandeurs physiques d'un système dynamique a elle-même une limite…

Exemples d'application de la constante de Feigenbaum

La constante de Feigenbaum δ apparaît, par exemple, dans la fonction de calcul du débit d'un robinet coulant goutte à goutte en fonction du nombre de gouttes par minute, fonction présentant (lorsque le débit croît) un doublement de périodes successives se terminant par un régime apériodique de chaos.

Le doublement périodique vers le chaos apparaît aussi dans des phénomènes de mouvements de convection de fluides soumis à des différences de température, dans des réponses de circuits électroniques oscillants, etc.: voir [B20]

Prédictibilité des périodes successives grâce à la constante de Feigenbaum

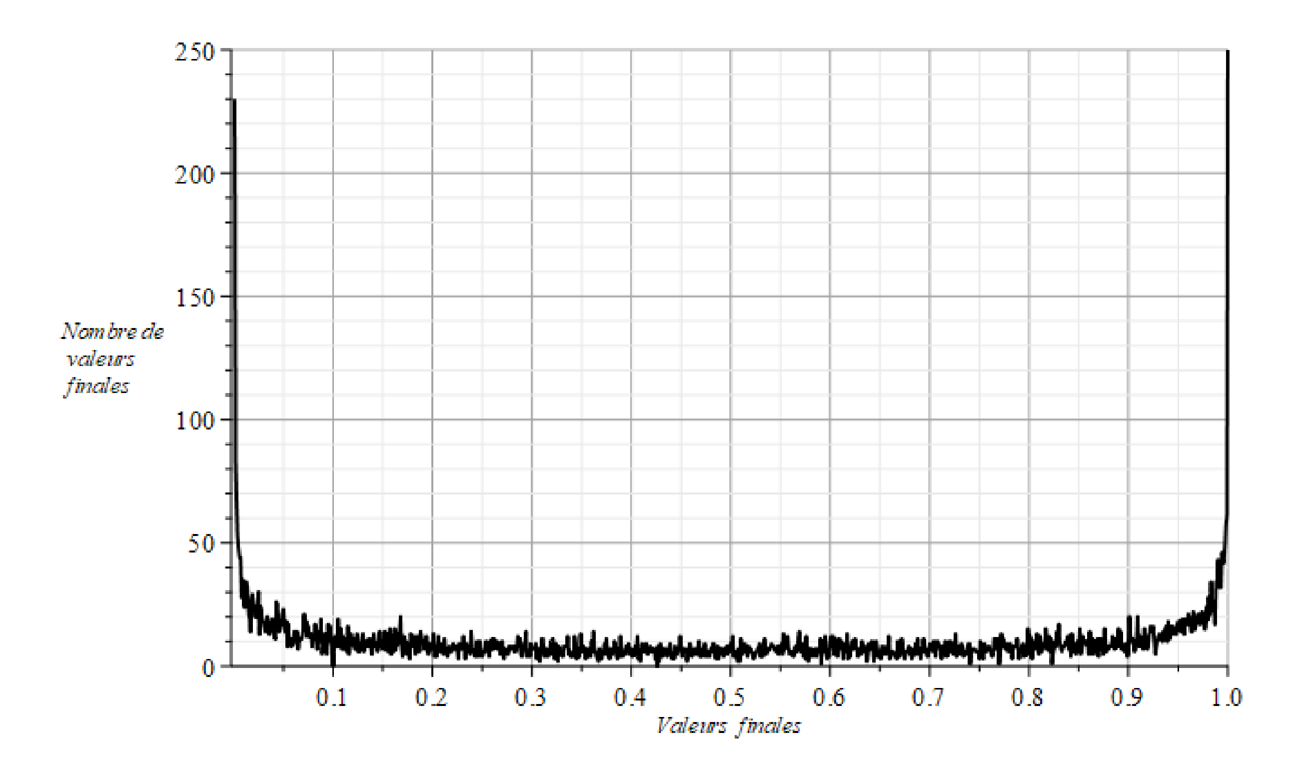
Il y a beaucoup de systèmes dynamiques dont l'évolution d'une variable x peut être confinée à l'intervalle $0<x<1$ par un simple changement de variable, et qui ont dans cet intervalle l'allure parabolique citée sous le titre *Universalité de la constante* δ *de Feigenbaum : caractéristiques*.

Pour un tel système, même si on ne connaît pas la fonction d'évolution précise, on peut prédire la suite des conditions de survenance des bifurcations connaissant une des périodes et l'intervalle de temps jusqu'à la suivante, qui la double : en divisant cet intervalle de temps par la constante de Feigenbaum on peut prédire approximativement la survenance de la bifurcation suivante, puis de la suivante, etc. jusqu'au chaos qui survient après quelques doublements, et ceci pour tout système dynamique répondant aux critères d'allure parabolique dans l'intervalle $0<x<1$.

2.9.5.2.11 Histogramme des évolutions chaotiques – Prédictibilité statistique

Nous avons vu que les évolutions de la fonction logistique pour $r=4$ sont apériodiques : lorsque le nombre d'itérations tend vers l'infini, les valeurs successives de x_n oscillent de façon désordonnée sans jamais repasser par un point déjà atteint. Nous savons aussi que les trajectoires dues à deux valeurs initiales distinctes n'ont ni intersection ni point de contact, conformément à leur caractère déterministe.

L'ensemble des trajectoires pour les diverses valeurs initiales a pourtant en commun l'allure des histogrammes de la distribution de leurs valeurs finales : deux valeurs initiales distinctes donnent des fréquences quasi-identiques d'apparition des x_n lorsque n est grand. Voici un de ces histogrammes de la fonction logistique avec $r=4$, représenté pour $n=10000$ itérations à partir d'un point initial $x_1=0.3$.



On remarque le nombre considérable d'occurrences de x_n pour les intervalles $0 < x_n \leq 0.001$ et $0.999 \leq x_n < 1$, respectivement environ 230 et environ 250, contre seulement une petite dizaine d'occurrences de chacun des 998 autres intervalles.

Cet histogramme peut servir à trouver des pourcentages moyens de temps (c'est-à-dire d'itérations) que le système passe pour des valeurs finales :

- Entre 0.1 et 0.2 : 9.03% (et nous allons voir que ce pourcentage est le même quelle que soit la valeur initiale) ;
- Entre 0.6 et 1 : 43.6%;
- Entre 0 et 0.5 : exactement 50%.

Ces pourcentages de temps sont des probabilités de trouver un système dynamique dans un état donné à long terme.

Conséquences philosophiques sur la prédictibilité des trajectoires

- La première conséquence de cette quasi-identité d'histogrammes est qu'*à long terme la probabilité d'occurrence d'une valeur n'est significative que pour les valeurs extrêmes, voisines de 0 et 1* : ces deux valeurs sont stables, les autres étant instables. Cette constatation contredit, pour la fonction logistique avec *r=4*, celle de la sensibilité aux conditions initiales : même si la valeur de départ est très différente, au bout d'un certain temps les deux résultats les plus probables sont les mêmes !
- La seconde conséquence est *l'ergodicité* de toute trajectoire chaotique de la fonction logistique. Cela veut dire qu'un point quelconque x_a donné entre 0 et 1 sera approché, pour un certain *n* (numéro d'itération), aussi près que l'on veut, c'est-à-dire que quel que soit ε petit et positif il existe un *n* tel que $|x_n - x_a| < \varepsilon$.

La fonction logistique « balaye » donc tout l'intervalle ouvert]0, 1[, dont les divers points n'ont cependant pas la même probabilité d'être atteints au hasard.

Avec *r=4*, l'intervalle]0, 1[contient une infinité de points périodiques ou situés sur une trajectoire menant à un point périodique instable ; mais *presque tous* les points initiaux mènent à une trajectoire apériodique et à un histogramme très semblable au précédent (« *presque tous* » a été défini au paragraphe *Nombre aléatoire, nombre normal* ; voir aussi, au paragraphe *Evolution apériodique*, le sous-titre *Sensibilité aux conditions initiales*).

Une trajectoire ergodique est apériodique ; elle « contourne » les points finaux périodiques (instables) tout en s'en approchant aussi près que l'on voudra. Et deux trajectoires qui sont proches pendant plusieurs itérations le resteront encore pendant un certain temps ; c'est une des raisons qui expliquent la similitude des histogrammes.

Tout système dynamique contenant une trajectoire ergodique est statistiquement stable. Pour de nombreux système dynamiques (notamment la fonction logistique) il ne peut exister qu'une distribution de valeurs finales (et un seul histogramme) constituant un attracteur.

Il y a là des *prédictibilités statistiques* de l'évolution et de la valeur finale d'une trajectoire de système chaotique.

- Conséquence déterministe importante de l'ergodicité : toutes les trajectoires apériodiques (donc, en probabilité 100% des trajectoires) d'un système chaotique ont la même probabilité d'atteindre un sous-intervalle donné de]0, 1[. C'est, là aussi, une prédictibilité statistique de la valeur finale d'une trajectoire de système chaotique.

- Pour un système dynamique comme celui de la fonction logistique *la valeur moyenne à long terme* n'a aucun sens ; seul l'histogramme de la distribution des valeurs décrit celles-ci à long terme de façon utilisable.

- Tout système dynamique chaotique dont l'évolution ressemble à celle de la fonction logistique est *statistiquement prédictible*, bien que ses trajectoires ne le soient pas !

  Météorologie
  Le temps qu'il fait est un système météorologique notoirement chaotique : les prédictions *à court terme* sont entachées d'« effet papillon » dû à la sensibilité aux conditions initiales. Mais sa prédictibilité *statistique* permet des prédictions plus fiables de données météorologiques comme la pluviosité moyenne et la température moyenne sur un siècle que sur une semaine : il ne faut pas confondre *météo à court terme* et *évolution du climat*, car elles sont régies par des lois d'évolution différentes : déterministe pour la météo, déterministe statistique pour le climat.

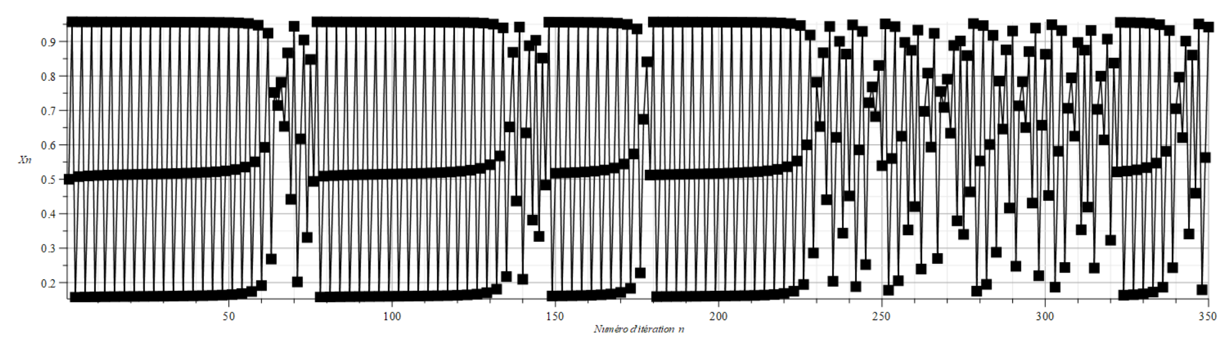
  > Selon [B8-2] page 11, il est démontré que la prévision météorologique *a un horizon de l'ordre de deux à trois semaines* : quoi que l'on fasse, quel que soit le nombre de stations météo, quelle que soit la fidélité du modèle informatique de l'atmosphère et la précision des calculs on ne pourra pas prédire le temps plus longtemps à l'avance.

- Tout système dynamique chaotique (et pas seulement ceux que régit la fonction logistique) apériodique a une infinité de points inaccessibles à une trajectoire

apériodique, car si une telle trajectoire en atteignait un elle deviendrait périodique et ne serait plus apériodique.

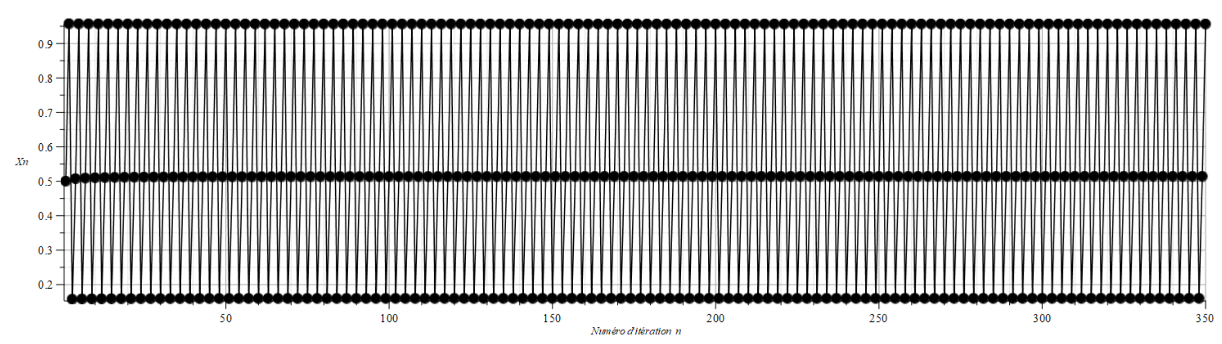
2.9.5.2.12 Intermittence

Les types d'évolution de $x_{n+1}=rx_n(1-x_n)$ lorsque $n\rightarrow\infty$ que nous avons vus ne sont pas les seuls. Voici, par exemple, l'évolution intermittente lorsque $x_0=0.5$ et $r=3.82812$:



Evolution de $x_{n+1}=rx_n(1-x_n)$ pour $x_0=0.5$ et $r=3.82812$

L'évolution a l'air périodique (de période 3) jusque vers $n=50$, puis elle devient chaotique jusqu'à $n=78$, puis elle est stable jusqu'à $n=120$, etc. Cette évolution, qualifiée d'intermittente, est d'autant plus surprenante qu'une valeur à peine différente de $r=3.82843$ (proche de la valeur $r=3.84$ étudiée au paragraphe *Evolution vers une oscillation finale entre 4, 8 ou 3 points*) donne :



Evolution de $x_{n+1}=rx_n(1-x_n)$ pour $x_0=0.5$ et $r=3.82843$

On voit la période 3 stable de l'évolution.

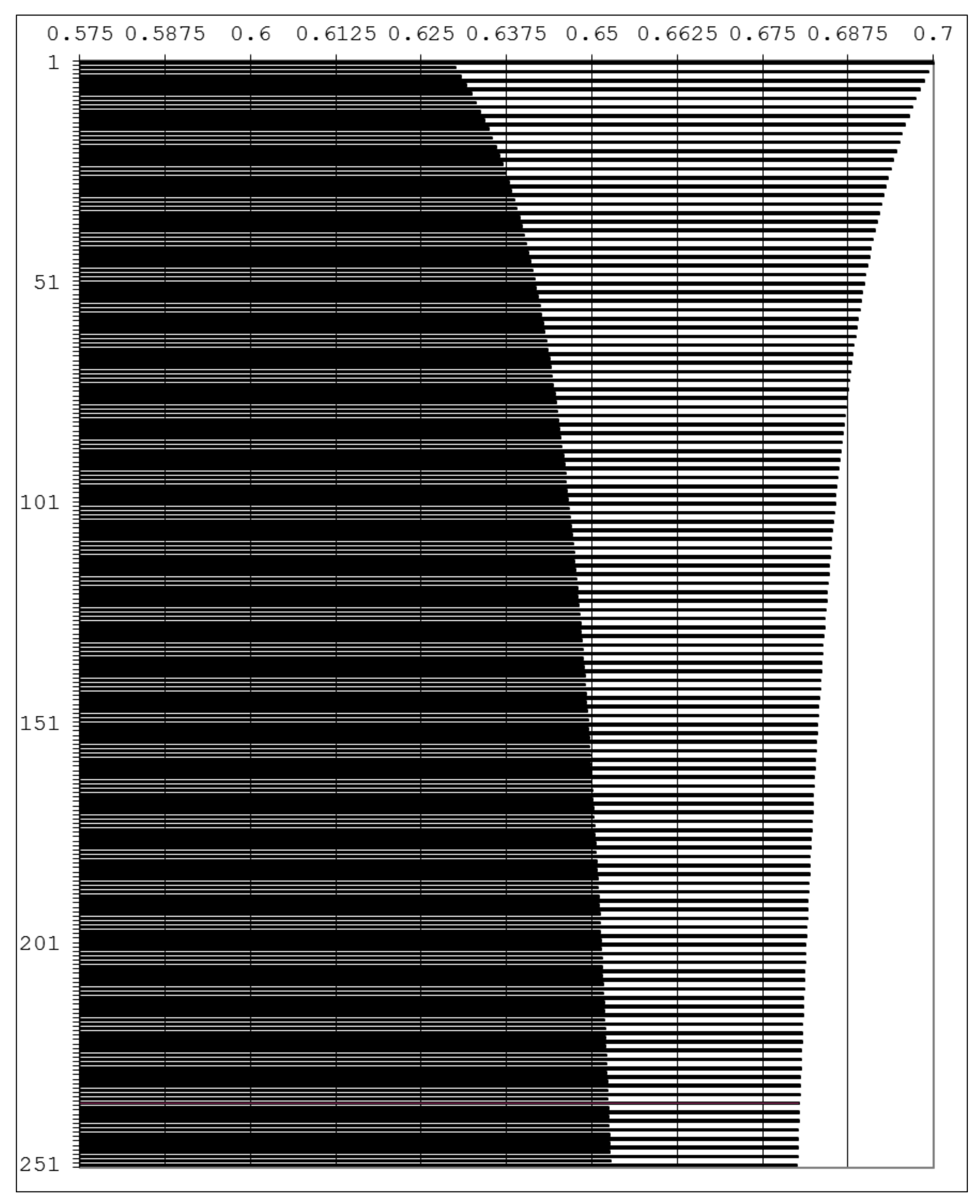
2.9.5.2.13 Attracteurs multiples

Dans certaines conditions, les évolutions d'un processus chaotique peuvent converger, au bout d'un certain nombre d'étapes, pour se regrouper au voisinage de *plusieurs* points de l'espace des phases appelés attracteurs, notion que nous avons déjà présentée. Une fois dans le voisinage d'un attracteur, le système continue à évoluer mais ne peut s'en éloigner. C'est le cas de la suite précédente $x_{n+1} = rx_n(1-x_n)$ pour certaines valeurs de r. Le graphique ci-dessous illustre cette suite, commençant avec $x_1 = 0.7$ et $r = 3$: après adaptation de l'échelle et de l'origine de l'axe vertical, on voit l'apparition de deux attracteurs au voisinage de $x = 0.655$ et $x = 0.678$. Les attracteurs sont des *points d'accumulation* de l'espace des phases définis comme suit.

Point d'accumulation d'un ensemble infini

Etant donné un ensemble infini tel que l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$**,**

l'ensemble des nombres complexes ℂ, ou l'ensemble des points d'un espace des phases, on appelle *point d'accumulation* de l'ensemble un élément de l'ensemble dont tout voisinage contient une infinité de points (éléments) de l'ensemble. Tout point de l'ensemble qui n'est pas un point d'accumulation est appelé *point isolé*.



Suite des valeurs $x_{n+1} = 3x_n(1-x_n)$ où $x_1 = 0.7$ et n varie de 1 à 251 :
on voit les attracteurs au voisinage de $x = 0.655$ et $x = 0.678$

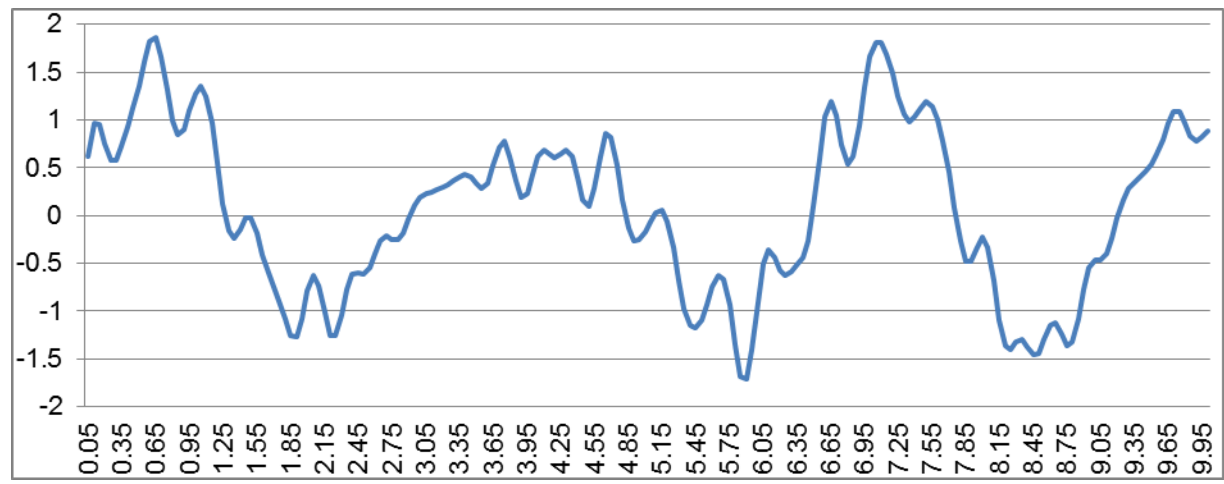
2.9.6 Conditions d'apparition d'une évolution chaotique – Série de Fourier

Toute évolution dans le temps d'une variable peut être décomposée en série de Fourier, somme *f(t)* d'un nombre fini ou infini de fonctions sinusoïdales de fréquences multiples d'une fréquence de base, chacune avec son amplitude et sa phase :

$$f(t) = a_0 + a_1 sin(\omega t+\varphi_1) + a_2 sin(2\omega t+\varphi_2) + a_3 sin(3\omega t+\varphi_3) + ...$$

L'ensemble des fréquences composantes est appelé *spectre de Fourier*.

L'exemple graphique ci-dessous montre une évolution dans le temps qui se décompose en une somme de 6 fonctions sinusoïdales. Il montre aussi que l'addition de plusieurs phénomènes oscillants sinusoïdaux, chacun avec sa fréquence et sa phase, peut avoir une allure désordonnée, chaotique.



Somme de 6 fonctions périodiques de périodes incommensurables
(le rapport des périodes des fonctions, prises deux à deux, est toujours irrationnel)

Chaque évolution périodique est un comportement régulier, prévisible. Mais la somme de plusieurs fonctions périodiques de fréquence, amplitude et phase différentes peut être apériodique si les périodes des phénomènes composants sont incommensurables entre elles (c'est-à-dire si leurs rapports deux à deux sont tous irrationnels) comme dans l'exemple du graphique. Voici trois cas d'évolution vers un régime chaotique de systèmes dynamiques *à petit nombre de degrés de liberté*.

- Un régime périodique pendant un long intervalle de temps peut se déstabiliser brusquement, devenir chaotique pendant un moment, puis redevenir périodique, avant de se déstabiliser de nouveau au bout d'un temps qui n'est pas nécessairement égal au précédent. Une telle évolution « par bouffées » a été observée dans certains cas de convection thermique et de réaction chimique évolutive.
- Un régime périodique peut évoluer par des doublements successifs de sa période sous l'effet d'un paramètre de contrôle, jusqu'à atteindre un point d'accumulation où la période est infinie et où commence l'évolution chaotique. On rencontre ce type d'évolution en dynamique des populations (fonction logistique précédente, lorsque le paramètre *r* varie).

- Un régime périodique peut devenir quasi périodique sous l'effet d'un paramètre de contrôle. L'évolution correspond alors à 2 fréquences, puis peut-être à 3, etc. Si ces fréquences sont indépendantes et incommensurables (l'une au moins n'étant une fraction exacte d'aucune autre), le régime peut devenir chaotique. Voir ci-dessous le paragraphe *Orbites planétaires chaotiques*.

Dans un système dynamique à nombre de degrés de liberté plus important, le chaos peut être à la fois *temporel* (c'est-à-dire *itératif* comme les cas que nous avons vus jusqu'à présent) et *spatial* (le comportement différant d'un point du système à un autre, le système ayant des régions d'évolution ordonnée et des régions d'évolution désordonnée). C'est le cas, par exemple, d'un torrent de montagne.

Conclusion : *une évolution déterministe peut passer d'un régime stable et prévisible à un régime chaotique imprévisible, sous l'influence de divers paramètres, sans cesser d'être déterministe* (et en étant toujours décrite par des équations différentielles ou des équations à dérivées partielles).

Voici une citation de l'Encyclopédie Universalis version 12, article *Forme – Les modèles morphodynamiques* :

> *"Un système dynamique concrètement déterministe est donc un système […] dont les trajectoires sont stables. Cela n'a aucune raison d'être le cas. Il existe même des systèmes dynamiques (par exemple les systèmes géodésiques sur les variétés riemanniennes de courbure négative) qui présentent la propriété que toutes leurs trajectoires sont instables, et qui la présentent de façon structurellement stable. Ainsi que l'a noté Arnold, « l'éventualité de systèmes structurellement stables à mouvements compliqués dont chacun est exponentiellement instable en soi est à mettre au rang des plus importantes découvertes faites ces dernières années en théorie des équations différentielles. […] dans l'espace fonctionnel des champs de vecteurs, il existe des domaines composés de champs où les courbes de phase (les trajectoires) sont plus complexes. Les conclusions qui en découlent couvrent un grand nombre de phénomènes dans lesquels les objets déterministes ont un comportement "stochastique" »"*

2.9.6.1 Fluctuations faussement aléatoires d'un phénomène apériodique

Certains auteurs ont attribué à tort au hasard des effets considérables, voire catastrophiques, dus aux fluctuations d'un phénomène apériodique ou chaotique. Voici des exemples de ce qui peut arriver.

Fluctuations périodiques dont les amplitudes s'ajoutent

Un phénomène apériodique ou quasi périodique peut comporter, dans sa décomposition en série de Fourier (voir *Conditions d'apparition d'une évolution chaotique – Série de Fourier*), une composante de période très longue et d'amplitude non négligeable. Il peut alors arriver, même si c'est rare, que cette amplitude s'ajoute à d'autres amplitudes de phénomènes composants pour donner une amplitude totale considérable, susceptible de provoquer une catastrophe.

Il peut aussi arriver qu'un nombre élevé de phénomènes composants ajoutent leurs amplitudes à des instants précis, même si ces instants sont rares.

Ainsi, des « vagues scélérates » océaniques peuvent atteindre des hauteurs de plusieurs dizaines de mètres, par empilement d'oscillations verticales d'eau qui se déplacent à des vitesses différentes et arrivent à se rattraper, et peut-être aussi du fait d'amplifications non linéaires encore mal expliquées. Ces vagues endommagent gravement même de très gros bateaux. Elles sont rares, imprévisibles et font l'objet d'une surveillance internationale par satellite pour avertir les navires menacés.

Le hasard n'est pour rien dans de telles fluctuations. Tous les phénomènes périodiques composant un phénomène apériodique ont une évolution calculable, donc prévisible. L'attribution au hasard vient de l'ignorance des auteurs, due en partie à la rareté des phénomènes d'amplification catastrophique, qui gêne leur étude scientifique.

Amplification d'une fluctuation par franchissement de valeur critique

Une fluctuation exceptionnelle mais d'amplitude intrinsèquement modeste (comme une fluctuation moléculaire) peut entraîner une évolution d'ampleur spectaculaire lorsqu'elle fait franchir une valeur critique à un paramètre, mettant alors en jeu une énergie importante et changeant une loi d'évolution par bifurcation dans l'espace des phases. Voir *Changements de phase d'un corps pur* dans le paragraphe *Limites d'application d'une loi d'évolution*.
Exemples :

- Un lac à l'eau très pure qui devrait être gelé est en surfusion à une température largement inférieure à zéro degré C. S'il n'y a pas de vent, sa surface est très calme. Si on y lance un caillou minuscule l'eau peut geler instantanément, avec une énergie de solidification des millions de fois plus importante que l'énergie apportée par la chute du petit caillou.
- Un rocher de plusieurs milliers de tonnes est en équilibre instable à flanc de montagne. Le gel peut déstabiliser une petite pierre située au-dessus, et cette pierre en tombant va desceller le rocher qui va tomber à son tour, avec un échange d'énergie potentielle en énergie cinétique infiniment supérieur à l'énergie cinétique de la petite pierre.

Une variable macroscopique qui fluctue du fait d'évolutions microscopiques peut donc subir :

- Soit une évolution masquée par les incertitudes sur les autres paramètres macroscopiques.
- Soit une évolution amplifiée par une sensibilité aux conditions initiales et/ou une bifurcation entraînant un changement de loi d'évolution ; des bifurcations en cascade peuvent alors changer un système stable en système chaotique, comme c'est le cas pour certaines formes de *turbulence* (voir ce paragraphe).

Dans ces cas d'amplification le hasard n'est pour rien : les conditions (énergie, instabilité) du déclenchement du phénomène spectaculaire existaient au départ, un paramètre à valeur critique dépendant d'un phénomène fluctuant plus modeste.

En parlant d'« effet papillon », le météorologue Edward Lorenz écrivait : "un battement d'ailes d'un tel insecte peut changer le temps qu'il fera à des milliers de kilomètres". Il voulait ainsi illustrer l'extrême sensibilité aux conditions initiales

de certains phénomènes atmosphériques, sujet que nous avons évoqué plus haut. Mais il ne faut pas prendre son affirmation au pied de la lettre, les variables météorologiques étant connues avec une précision très inférieure à l'erreur produite en considérant le battement d'ailes du papillon comme négligeable à l'échelle de l'atmosphère.

L'effet d'amplification par bifurcation en un point singulier de l'espace des phases (un paramètre franchissant une valeur critique) ou par changement de bassin d'attraction (voir les paragraphes *Attracteur de l'espace des phases ; Bassin d'attraction de l'espace des phases* et *Systèmes dissipatifs*), peut aussi intervenir lorsque d'un côté au moins de ce point l'évolution du système est fluctuante, par exemple de manière apériodique. Il suffit alors d'une oscillation un peu plus forte pour que la valeur critique soit franchie et le système évolue brusquement de manière spectaculaire. Mais comme précédemment, l'évolution du système n'a jamais cessé d'être prévisible, donc dénuée de hasard.

2.9.6.2 Des suites de nombres ou de chiffres sont-elles aléatoires ?

On ne peut le savoir :

- Il n'existe pas d'algorithme capable, étant donné un nombre écrit, de déterminer si on peut ou non générer sa suite de chiffres par un programme plus concis que lui. On peut malgré tout chercher s'il est *absolument normal* au sens de Borel : voir *Nombre aléatoire, nombre normal*.
- Il n'existe pas, non plus, d'algorithme capable de déterminer si *une suite* donnée de nombres est aléatoire. On peut en étudier le spectre de Fourier et le coefficient d'autocorrélation, mais cela ne donnera qu'une idée d'éventuelles périodicités, pas une preuve rigoureuse d'origine aléatoire ou non.
- Enfin, étant donné un ensemble de *n*-uples (suites de *n* nombres), on peut étudier leur éventuelle conformité à un modèle statistique, mais sans jamais avoir de certitude : un tel modèle est toujours probable (avec une probabilité calculée pour chacun de ses paramètres), jamais certain.

2.9.6.3 Orbites planétaires chaotiques

Source : [B6], article *Celestial mechanics*.
Lorsqu'un système *S* en mouvement périodique de fréquence f_a (comme un pendule qui oscille ou un astéroïde sur son orbite) est perturbé par une force externe elle-même périodique de fréquence f_b, il y a des circonstances (conditions initiales où les fréquences f_a et f_b sont incommensurables entre elles) où le mouvement de *S* devient imprédictible en passant d'un état à un autre d'un ensemble *E* d'états.

Ce mouvement non périodique est chaotique (apériodique), et dans certaines circonstances il est aussi borné ; il relève alors de l'*Evolution apériodique* décrite précédemment pour la fonction logistique avec $r=4$. On a trouvé ce genre de mouvement dans les orbites d'astéroïdes tournant entre Mars et Jupiter.

Dans d'autres circonstances, le rapport entre f_a et f_b étant une fraction (ces fréquences étant commensurables entre elles) le mouvement est soumis à une résonance qui le verrouille dans un rapport fixe avec f_b : il est alors quasi périodique.

2.9.6.4 Turbulence

Le phénomène de turbulence est l'archétype des dynamiques non linéaires, telles qu'on les trouve dans des fluides en mouvement agité, désordonné et chaotique.
Un phénomène physique turbulent :

- A un comportement de chaos déterministe, donc ne devant rien au hasard.
  Il apparaît dans la plupart des systèmes non linéaires par franchissement de bifurcations successives dans l'espace des phases.
- Est irrégulier à petite échelle (au sens dimension ou durée), mais plus régulier à grande échelle, les comportements aux diverses échelles étant interdépendants. Cette différence de comportement entre échelles caractérise la non-linéarité.
  Voir *Histogramme des évolutions chaotiques – Prédictibilité statistique*.
- N'a pas de régularité, ce qui en rend l'évolution imprédictible malgré le caractère déterministe des équations différentielles de son modèle mathématique (qui sont parfois des équations aux dérivées partielles non linéaires). En pratique, l'intégration même numérique de ces équations différentielles peut être si difficile qu'on recourt à des approximations statistiques ou à une étude purement expérimentale.

Images et vidéos montrant de la turbulence : voir [B22].

<u>Le problème de la modélisation des écoulements de fluides</u>

La Mécanique statistique est particulièrement efficace pour expliquer et prédire l'évolution de systèmes faits d'un grand nombre de particules, particulièrement lorsqu'elle fait appel à la Mécanique quantique ; mais en matière d'écoulement de fluides elle est inapplicable : son hypothèse fondamentale d'équiprobabilité de tous les états du système est fausse. Son déterminisme ne permet pas la prévision, et nous n'avons pas de théorie qui la remplace.

2.9.6.4.1 Théorie des bifurcations - Théorie de la stabilité

L'évolution d'un système devient turbulente du fait de valeurs de certains paramètres qui franchissent un seuil critique ; la loi d'évolution bifurque alors dans l'espace des phases. Le diagramme des phases d'un fluide turbulent présente des bifurcations successives correspondant à des valeurs critiques des paramètres de bifurcation. L'étude générale des bifurcations relève de la *théorie des bifurcations*. Les conditions d'établissement, de maintien et de disparition des états entre deux bifurcations successives relèvent de la *théorie de la stabilité*. Ces deux théories sont déterministes, dénuées de hasard.

Les facteurs qui facilitent l'établissement d'un écoulement turbulent d'un fluide sont :

- Un nombre de Reynolds grand
  (voir *Le nombre de Reynolds, paramètre critique de l'apparition des tourbillons* au paragraphe *Lignes de force d'un espace des phases et unicité de l'évolution*),
- Un nombre élevé de degrés de liberté,
- La non-linéarité du système d'équations différentielles de son modèle.

2.9.6.5 Problème des trois corps

Exemple de phénomène chaotique : une orbite planétaire perturbée

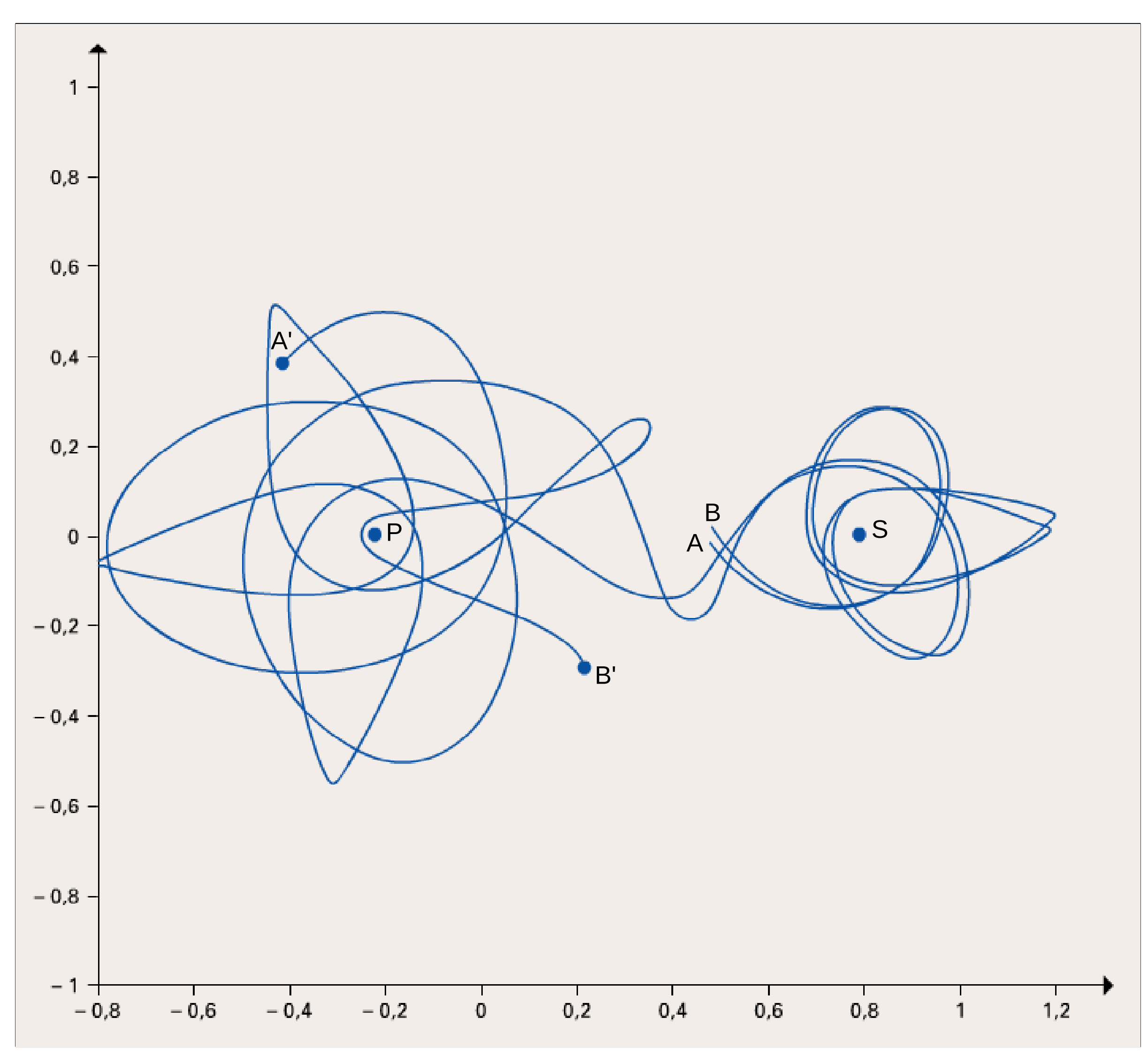
Le problème proposé en 1885 par le roi Oscar II de Suède et Norvège, avec un prix au premier scientifique qui le résoudrait, concerne un phénomène conservatif à solutions chaotiques. Il s'agissait de savoir si le système solaire était stable à long terme, sur des millions d'années, ou si un corps (planète ou astéroïde) pouvait tomber sur le Soleil, entrer en collision avec un autre corps, être éjecté hors du système, bref changer d'orbite de manière significative.

Le gagnant du prix, le mathématicien français Henri Poincaré, étudia les propriétés générales des solutions éventuelles de ce problème. Il en montra la complexité et approfondit le cas simple où il n'y avait que 3 corps - par exemple deux gros comme le Soleil et une planète et un très petit par rapport à eux comme un satellite - cas appelé depuis « Problème des trois corps ». Il montra que même dans ce cas simple *les orbites sont trop complexes pour être décrites par une formule explicite*.

> Pour résoudre ce problème, Poincaré dut approfondir une branche des mathématiques, la *topologie algébrique* ; cette science étudie les transformations continues d'objets géométriques en utilisant des structures algébriques. Il résuma les solutions générales du problème astronomique posé dans une nouvelle discipline dont il posa les bases : la *Théorie des systèmes dynamiques*, évoquée plus haut.

Au XXe siècle, d'autres mathématiciens complétèrent les travaux de Poincaré, montrant que *dans certains cas l'évolution d'une orbite peut être imprévisible, découverte qui remit en cause la définition du déterminisme admise à l'époque*.

Voici un exemple d'évolution chaotique issu de [B8-5] : le mouvement du corps céleste « petit » du problème des 3 corps. Le graphique ci-dessous représente, dans un référentiel où l'axe horizontal passe par les centres du Soleil *S* et d'une planète *P*, et l'axe vertical est une perpendiculaire quelconque au premier, deux trajectoires *A→A'* et *B→B'* du petit corps lorsque celui-ci est parti de points *A* et *B* très voisins. On voit que ces deux trajectoires divergent, la distance finale *A'B'* étant bien plus grande que la distance initiale *AB*. Ce phénomène d'amplification a été abordé au paragraphe *Propriétés d'une évolution chaotique* dans le sous-titre *Propriétés d'écartement et de rapprochement*.



Divergence des trajectoires d'un petit corps attiré par le Soleil *S* et une planète *P*

On connaît aujourd'hui des évolutions chaotiques dans de nombreux domaines : la dynamique des fluides, la météorologie, la chimie des réactions dissipatives et même la Mécanique quantique. Notons qu'une évolution chaotique peut concerner un système conservatif aussi bien qu'un système dissipatif.

2.9.6.6 Vie, organisation, complexité et entropie

En recourant à un dualisme simple, la vie est caractérisée par deux sortes d'organisations, dont l'ordre s'oppose au désordre du hasard ou à l'ordre plus simple de la matière inanimée :

- L'organisation *architecturale*, statique *:*
  - *du code génétique*, où l'ordre des molécules constitue un programme dont la logique détermine des fonctions comme la spécialisation des enzymes ;
  - *des cellules*, dont il existe de nombreux types spécialisés différents (les cellules du sang sont d'un type différent de celles des neurones…).
- L'organisation *fonctionnelle*, dynamique, qui coordonne par exemple les milliers de réactions chimiques des fonctions vitales de l'être vivant. Dans cette organisation, on trouve aussi bien des rythmes réguliers, périodiques, comme

celui du cœur, et des mécanismes arythmiques comme les processus neurologiques du cerveau.

Ces deux sortes d'organisations sont intimement liées, chacune conditionnant l'autre.

Tout être vivant est un système dissipatif : il échange constamment de la matière et de l'énergie avec son environnement, ce qui prouve son instabilité permanente, thermodynamique et chimique, instabilité et échanges qui ne prennent fin qu'avec la mort. Pendant toute sa vie, des parties de cet être sont détruites et crées, l'instabilité étant une condition nécessaire du fonctionnement de ses processus vitaux et de l'auto-organisation qui lui permet de s'adapter constamment à son environnement [B245].

L'élaboration d'un être vivant à partir de molécules (quand il se nourrit ou se développe) constitue une complexification, un progrès vers l'organisation de la matière. Cette complexification diminue l'entropie de l'être vivant qui s'organise, en augmentant celle de son environnement. Le deuxième principe de la thermodynamique (augmentation de l'entropie *du système global*) est bien respecté, tandis que *la diminution d'entropie de sa partie être vivant résulte d'un processus particulier : la dissipation d'énergie et l'échange de matière par l'être qui vit et se trouve loin de l'équilibre thermodynamique et chimique*.

En somme, la complexification des êtres vivants résulte d'une succession d'instabilités, sans lesquelles la vie ne peut subsister. *Notre conception du déterminisme doit donc tenir compte, dans ses lois d'interruption, des exigences d'instabilité et de dissipation d'énergie et de matière de la vie*.

2.9.6.6.1 Evolutionnisme et auto-structuration du vivant

Les travaux de Prigogine sur les structures dissipatives *loin de l'équilibre thermodynamique* ont complété et justifié la théorie évolutionniste de Darwin, en montrant que de multiples phénomènes de diffusion peuvent conduire à des probabilités plus fortes en certaines zones de l'espace des phases appelées *attracteurs étranges*, lorsque le système qui évolue dissipe de l'énergie (comme c'est le cas pour les êtres vivants). Compte tenu des mutations génétiques, l'état du système converge alors vers ces attracteurs.

Au lieu d'évoluer en se désorganisant, comme le prévoit le deuxième principe de la thermodynamique pour des systèmes isolés proches de l'équilibre, un système qui échange de l'énergie avec l'extérieur peut évoluer, par auto-structuration, vers plus de complexité. C'est pourquoi l'évolution des espèces a produit des êtres vivants de plus en plus complexes, ce qui a priori semblait contredire la thermodynamique et servait d'argument aux idéalistes adversaires de l'évolutionnisme matérialiste de Darwin.

La *diversification* accompagne la complexification. Elle résulte du fait que chaque génome provient à parts égales du père et de la mère. La sélection naturelle produit, sur l'être vivant résultant, à la fois de la complexification *et* de la diversification.

Détails de l'évolution d'un système dissipatif dans l'espace des phases

Au voisinage de l'équilibre thermodynamique du système dissipatif, qui se transforme en ayant des échanges de travail, de chaleur et de matière avec l'extérieur, d'éventuelles fluctuations d'état disparaissent dès leur apparition : c'est la stabilité qui correspond à l'équilibre.

Dans la région non linéaire, en revanche, loin de l'équilibre, certaines fluctuations peuvent s'amplifier à proximité d'un premier état critique, perturber cet état macroscopique et le déstabiliser. *Le système bifurque alors vers un nouvel état stable, qui peut être plus structuré que le précédent, d'où croissance de la complexité* ; l'état précédent, devenu instable, peut alors être éliminé. Le nouvel état stable est appelé « *attracteur étrange* ». Pour plus de détails, voir :

- Le sous-titre *Evolution chaotique* dans le paragraphe *Equations de Lorenz – Dynamique chaotique* ;
- Le sous-titre *Systèmes apériodiques dissipatifs - Attracteurs étranges - Déterminisme chaotique* dans le paragraphe *Systèmes apériodiques – Attracteurs étranges*.

Dans [B24] Prigogine montre aussi que des perturbations *extérieures* au système peuvent avoir le même effet, toujours sans contredire le deuxième principe de la thermodynamique. *Il peut donc y avoir auto-organisation de la matière loin de l'équilibre sans intervention transcendante*. Le rôle du « hasard » dans l'apparition de la vie est très restreint : *il se réduit à un choix entre des possibilités d'évolution* prédéterminées par le déterminisme statistique, c'est-à-dire au choix de la valeur d'une variable stochastique. Pour plus de détails, voir :

- *Décroissance de l'entropie. Structures dissipatives. Auto-organisation* ;
- Compléments sur la complexité et les attracteurs : [B25].

2.9.6.6.2 La thermodynamique ne contredit pas la doctrine matérialiste

Certains idéalistes ont invoqué la thermodynamique pour faire triompher leur doctrine de création divine du monde contre celle des matérialistes.

> « Puisque la vie naît et se développe en s'organisant, donc en diminuant l'entropie, elle ne peut résulter exclusivement de processus matérialistes dominés par la thermodynamique, car celle-ci s'oppose à une telle organisation ; donc la création et le développement du vivant ont lieu par des processus échappant à la thermodynamique, donc non exclusivement matérialistes ; donc Dieu est nécessaire ».

Ils oublient que la thermodynamique s'applique aux systèmes *au voisinage de leur équilibre thermodynamique et fermés*. Or le système d'un être vivant est en déséquilibre permanent ; en outre il n'est pas fermé, car il comprend aussi son environnement : il n'y a pas de vie sans échanges de nourriture, de travail, de chaleur, de déchets et de gaz. L'organisation à entropie décroissante de la partie vivante est plus que compensée par la désorganisation de ce qui l'entoure.

> La nourriture inerte ne se transforme pas *toute seule* en être vivant complexe, elle le fait dans le cadre d'un système être vivant + nourriture + environnement ; la complexité qui se crée dans l'être vivant (par exemple lorsqu'un bébé qui

grandit devient enfant) est accompagnée de désorganisation dans son environnement, l'entropie *de l'ensemble* augmentant bien.

2.9.6.6.3 Accidents de la réplication du génome et évolution vers la complexité

L'existence de conséquences multiples d'un état initial peut aussi produire des « accidents » (par exemple des liaisons moléculaires à probabilité faible qui s'établissent néanmoins) notamment lors du mécanisme de réplication du génome d'un être vivant. Dans l'immense majorité des cas le génome est parfaitement répliqué, mais il y a de temps en temps des accidents appelés *mutations*. Bien que rares, *ces accidents sont la première explication de l'évolution des espèces.* L'apparition d'une espèce nouvelle à partir d'une espèce précédente est si surprenante qu'elle est considérée par certains comme un phénomène non déterministe ; elle relève pourtant du déterminisme statistique, comme une mesure en physique quantique qui choisit un résultat dans un ensemble avec une certaine probabilité.

<u>L'évolution des espèces se produit par mutations génétiques importantes</u>

On a constaté que l'évolution des espèces se produit par mutations génétiques importantes, pas par petites variations : il y a alors discontinuité, pas continuité comme Darwin pensait à l'origine. Cette évolution est illustrée par l'évolution des hominidés :

- Une première séparation des hominidés en hommes + néanderthaliens et chimpanzés est survenue il y a 6.5 millions d'années.
- Les populations d'hommes et de néanderthaliens ont cohabité (et même se sont croisées) jusque vers -706 000.
- Brusquement, une mutation génétique a donné naissance à l'homme moderne vers -370 000.
- Les néanderthaliens ont survécu jusque vers -28 000, puis leur espèce a disparu.

<u>Etapes qui conduisent à des mutations génétiques pérennes</u>

Schématiquement, les étapes qui conduisent aux mutations génétiques pérennes sont les suivantes :

- Le système vivant subit les contraintes de son milieu, contraintes qui déterminent des seuils d'instabilité dans l'espace des phases ;
- Certaines fluctuations sont amplifiées au voisinage d'un seuil, d'où des bifurcations et des évolutions vers tel attracteur de l'espace des phases plutôt que tel autre. Il n'y a pas de hasard dans ce processus, mais seulement amplification ou non d'une fluctuation au voisinage d'un point critique.

2.9.6.6.4 Preuves de l'évolution darwinienne des espèces

Une théorie scientifique est considérée comme prouvée lorsque :

1. Elle explique des faits constatés et non expliqués avant elle, ou mal expliqués ;
2. Ou elle prédit des faits précédemment inconnus, ses prédictions étant vérifiées ;

3. Et elle n'est pas contredite par des conséquences qu'on en tire ou des faits avérés, bien qu'elle ait été soumise à la communauté scientifique pour accord consensuel ou réfutation.

L'évolutionnisme de Darwin répondait aux conditions 1 et 3 depuis la publication de son ouvrage *De l'origine des espèces*, en 1859. Son interprétation génétique, plus récente, est basée sur des mutations génétiques accidentelles, nous venons de le voir. Ces mutations sont dues à des liaisons moléculaires au niveau du génome qui parfois s'établissent alors qu'elles ne le font pas en général, ou parfois ne s'établissent pas alors qu'elles s'établissent le plus souvent. La probabilité de ces accidents résulte directement de la Mécanique quantique.

L'article [B97] montre que la condition 2 ci-dessus est remplie depuis les années 1920 : on a démontré à l'époque qu'en favorisant les perturbations accidentelles de l'énergie de liaison moléculaire du génome de l'orge au moyen de rayons X on provoquait de multiples mutations artificielles. On a ainsi obtenu des plantes de couleur blanche, jaune pâle ou à bandes de couleurs alternées. Depuis cette date, des mutations artificielles sont déclenchées dans de nombreux pays, pour obtenir des espèces nouvelles de plantes ayant des propriétés intéressantes. On a ainsi obtenu des espèces plus résistantes et d'autres donnant de meilleurs rendements.

La différence entre cette technique de mutation artificielle (par perturbation des liaisons moléculaires du génome sous l'influence de rayonnements de haute énergie) et les manipulations génétiques produisant des "organismes génétiquement modifiés" est simple : la mutation due au rayonnement agit comme la nature en modifiant un génome, alors que l'approche OGM ajoute délibérément un gène étranger à un organisme. La mutation artificielle se contente de rendre plus fréquents les accidents peu probables affectant des liaisons moléculaires ; l'homme n'a plus qu'à tester les propriétés des nouvelles espèces produites et à retenir celles qui lui sont utiles.

> C'est ainsi que, de nos jours, environ la moitié du riz cultivé en Californie provient d'un mutant artificiel appelé Calrose 76, et que les trois quarts des pamplemousses qui poussent au Texas proviennent de deux variétés mutantes de couleur rouge, Star Ruby (créée en 1971) et Rio Red (créée en 1985). La technique d'obtention de plantes nouvelles par mutation artificielle est aussi utilisée en Europe et en Asie.

Comme la création d'espèces nouvelles par mutation est un processus naturel simplement déclenché ou accéléré, cette technique n'a jamais provoqué d'incident ni fait l'objet de protestations, contrairement à celle des OGM.

2.9.6.6.5 L'obstination des tenants du créationnisme

Voilà donc environ 80 ans que l'apparition d'espèces par mutation génétique est prouvée et que l'homme sait s'en servir à volonté. Il est donc ahurissant de constater qu'il reste tant de personnes qui nient la réalité de l'évolutionnisme au nom du respect de la vérité biblique, qui prétend que Dieu a fait chaque espèce telle qu'elle est de nos jours.

Aux Etats-Unis il y avait en 2014 au moins 14 états où les programmes officiels faisaient enseigner le créationnisme au nom de la « validité des vérités alternatives »

bien que ce créationnisme et l'évolutionnisme darwinien s'excluent mutuellement [B98], [B256].

[B99] rapporte qu'en 2005 un porte-parole on ne peut plus officiel de l'Eglise catholique, Mgr. Schönborn, cardinal-archevêque de Vienne et proche du pape Benoît XVI, a écrit au *New York Times* pour rappeler que l'Eglise catholique considère l'évolutionnisme comme une théorie fausse. Heureusement, le pape (son supérieur dans la hiérarchie de l'Eglise catholique) a admis l'évolutionnisme et affirmé seulement que *l'origine* du monde est la volonté créatrice de Dieu [B62].

Kant définissait les organismes vivants par leur capacité à posséder des finalités internes, résultant d'une intelligence supérieure qui oriente les phénomènes de la vie vers des objectifs finaux. Cette explication téléologique, due à sa foi en Dieu et à l'absence à son époque de connaissances scientifiques contredisant le finalisme, a été démentie par les théories modernes d'auto-organisation, qui montrent comment les structures et fonctions complexes du vivant résultent de phénomènes naturels déterministes.

2.9.7 Conclusions philosophiques sur les systèmes dynamiques

2.9.7.1 Simplicité formelle n'entraîne pas simplicité de comportement

Nous avons tendance à croire a priori qu'un système dynamique dont le modèle mathématique est simple, comme celui de la fonction logistique, a une évolution simple : quelle erreur ! Nous avons vu que des changements minimes du paramètre *r* peuvent induire des comportements très différents, certains imprédictibles.

La première raison de notre a priori erroné est le manque d'habitude de nous représenter intuitivement une évolution par itérations : autant nous savons anticiper le résultat d'un mouvement, par exemple, autant nous n'arrivons pas à deviner le devenir d'une suite d'itérations, même de logique simple.

> C'est ainsi que les Grecs connaissaient le *Paradoxe d'Achille et de la tortue* (voir ce titre) et s'en étonnaient car ils ne connaissaient pas le concept de convergence d'une suite (voir *Convergence d'une suite ou d'une série*).
>
> C'est ainsi que l'immense Kant lui-même a mal raisonné en 1781 sur la nécessaire non-convergence d'une régression à l'infini. [B12], [B32].

2.9.7.2 Calculabilité n'entraîne pas précision

Nous avons aussi l'intuition a priori qu'un modèle calculable donne nécessairement un résultat précis : il suffirait de faire des calculs précis. Cette erreur était si peu évidente que l'humanité a dû attendre Henri Poincaré et 1889 pour en découvrir l'existence [B18].

Et une fois ce problème de sensibilité aux conditions initiales connu, la précision des prédictions dépend de celle des données initiales *de manière non linéaire* : la moindre imprécision de celles-ci est fortement amplifiée par la suite d'itérations produisant la prédiction.

2.9.7.3 Le caractère numérique ou vectoriel d'une grandeur n'implique pas une précision illimitée

Nous avons tendance, autre a priori, à croire que toute grandeur physique représentable par un scalaire (nombre réel ou complexe) ou par un vecteur (à composantes scalaires) est par nature infiniment précise ; nous pensons que le nombre de décimales de sa représentation n'est limité que par la qualité de nos mesures et de nos calculs.

- La Mécanique quantique nous donne des exemples déterministes du contraire :
  - Une particule en mouvement est « quelque part » dans le paquet d'ondes qui l'accompagne ; sa vitesse est une variable stochastique ayant une infinité de valeurs possible distribuées selon une loi de probabilité.
  - La mesure simultanée de certains couples de grandeurs (position et vitesse ; durée et énergie…) est limitée par le principe d'incertitude de Heisenberg : plus l'une est définie avec précision, moins l'autre l'est.
- L'évolution déterministe de certaines suites d'itérations produit des valeurs parfaitement calculables, mais affligées de sensibilité aux conditions initiales et variant à l'infini d'une itération à la suivante, variation qui empêche de mesurer ou même de définir une solution finale.

  Ce genre d'évolution oblige à compléter la définition du déterminisme scientifique par le déterminisme statistique.

2.9.7.4 L'aptitude à réfléchir ne garantit pas des conclusions justes

Beaucoup de personnes très intelligentes ont une culture exclusivement littéraire. Leurs raisonnements peuvent alors être faussés par l'absence de connaissances scientifique : par exemple ce qu'ils croient impossible ne l'est pas, faute de certaines connaissances mathématiques ou physiques.

Symétriquement, beaucoup de personnes de culture scientifique ignorent à peu près tout de la culture humaniste, notamment de la philosophie. Elles ne savent pas qu'un grand nombre de problèmes qu'elles rencontrent dans leur vie sociale et personnelle ont été étudiés par les penseurs du passé.

Le problème de la culture déséquilibrée nous concerne tous, en nous empêchant de profiter de réflexions et de solutions de valeur déjà publiées ; la disponibilité du Web ne compense pas l'ignorance, et aucune personne ne peut raisonner sur des sujets dont elle ignore jusqu'à l'existence.

> Ainsi, le Prix Nobel d'économie 2002 a été attribué à Daniel Kahneman pour avoir étudié en détail ce danger et proposé des solutions [B33].

Les problèmes de jugement basé sur des informations insuffisantes s'aggravent lorsque notre raison se base sur l'apparence du phénomène (sa représentation dans notre esprit), fausse ou surtout incomplète, pour en utiliser les informations et conclure.

Pour minimiser le risque de ne pas prendre en compte des faits importants, il faut profiter des connaissances d'autrui, donc communiquer et interagir.

Le jugement n'utilise que ce qu'il voit, comme si ce qu'il ne voit pas n'existait pas

Kant écrit dans [B34] page 236 : "On se trompe, non parce que l'entendement unit sans règle les concepts, mais parce qu'on nie d'un objet le caractère qu'on n'y

aperçoit pas, et que l'on juge que ce dont on *n'est pas conscient* dans une chose *n'existe pas*."

En France, Jean Tirole, prix Nobel d'économie lui aussi, a publié en 2016 un ouvrage remarquable qui aborde ce sujet, dont on trouvera un extrait intéressant dans [B35].

2.9.7.5 Causalité naturelle et causalité géométrique

Source : [B8-4] pages 107 et suivantes

La causalité que nous avons l'habitude d'invoquer dans nos raisonnements est celle de la nature, qui gouverne les évolutions des systèmes selon des lois. Mais l'étude des systèmes dynamiques a fait apparaître une autre causalité, nouvelle par sa nature comme par ses effets : qualifions-la de *géométrique*.

La causalité géométrique provient, dans le modèle mathématique d'un système dynamique, des équations d'évolution, du choix des paramètres, et du caractère mathématique itératif des évolutions. On l'appelle géométrique parce que la meilleure façon de se représenter les évolutions et les conséquences de divers choix est de les représenter graphiquement, par rapport au temps, dans l'espace géométrique ou dans l'espace des états.

L'étude des phénomènes chaotiques, par définition déterministes, dont nous avons donné un bref aperçu, montre la raison principale de leur imprédictibilité : leur causalité géométrique, complètement indépendante de la causalité naturelle. Dans un système dynamique comme ceux que nous avons étudiés, il est impossible de formuler la causalité reliant l'état au temps t à l'état à un temps ultérieur autrement qu'en exécutant les calculs d'itération comprenant éventuellement des évaluations de limites lorsque $t \to \infty$; et la meilleure façon d'interpréter ensuite les résultats calculés est de les représenter graphiquement pour en faire la synthèse ; il y a un excellent ouvrage sur ce sujet : *Dynamics: The Geometry of Behavior* [B38].

La causalité géométrique offre l'avantage d'expliquer la survenance de certains comportements d'un système ou de certaines de ses propriétés statistiques en expliquant le calcul qui les produit, comme la causalité naturelle les explique par leur nécessité conforme à une loi. Le paragraphe suivant décrit un exemple de ce genre d'explication.

Mais au-delà de l'explication d'évolutions autrement incompréhensibles, l'existence d'une causalité géométrique d'évolutions justifie le choix, dans la doctrine du déterminisme étendu, de distinguer lois d'interruption et lois d'évolution.

Espace des états d'un système dynamique conservateur

Nous avons vu au paragraphe *Propriétés d'une évolution chaotique* sous le titre *Structure fractale du diagramme de bifurcation* un exemple de la propriété de cette synthèse graphique des comportements du système d'avoir une structure fractale ; une telle structure est annonciatrice d'auto-similitude. Un système dynamique conservateur oscillant, perturbé par une action non linéaire, évolue selon une trajectoire qui respecte toujours la région de même énergie, mais de manière d'autant plus décousue (constituée de nombreuses portions d'orbite périodique) que la perturbation est importante : il saute d'une de ces orbites à une autre, il devient chaotique.

Voir aussi le paragraphe *Etats finaux d'un système macroscopique.*

2.10 Fractales

Source principale : [B8]

De même que *chaotique* est un adjectif et que le *chaos* n'est pas une causalité, *fractal(e)* est un adjectif et le caractère fractal n'est cause d'aucun phénomène. Il n'y a pas plus de *Théorie des fractales* que de *Théorie du chaos*.

L'étude des fractales décrit des motifs et structures architecturaux de la nature qui se reproduisent à diverses échelles d'espace ou de temps (on parle à leur propos d'*auto-similitude* ou d'*autosimilarité*). Elle comprend des outils mathématiques, par exemple de calcul de dimensions fractales, utilisés dans plusieurs disciplines scientifiques ; elle a permis d'expliquer pourquoi certaines formes et structures sont si fréquentes. Nous en avons parlé à propos du *Diagramme des bifurcations* et des attracteurs, notamment celui de Lorenz.

Définition intuitive
Une fractale est une forme géométrique divisible en parties qui ressemblent (au moins approximativement) à la forme complète à une échelle réduite.



Chou Romanesco - © Microsoft Bing Creative Commons

2.10.1 Mesure et représentation d'objets complexes

Pour évaluer la longueur des côtes de la France nous pouvons, avec un compas dont les pointes sont distantes de 5 mm, parcourir la ligne de côtes d'une carte de France et compter le nombre *N* de fois où ces 5 mm y sont contenus. En supposant la carte assez détaillée, nous pouvons (en principe !) obtenir une mesure d'autant plus précise que notre unité de mesure (l'écartement des pointes du compas) est petite ; nous prendrons ainsi en compte tous les caps, baies, golfes, longues plages, etc. Par rapport à la place qu'elles occupent sur la carte, la côte bretonne très découpée aura une longueur considérable, alors que la côte landaise très droite paraîtra relativement courte.

Supposons qu'on fasse cette mesure sur le terrain, avec une chaîne d'arpenteur longue de 20 mètres.

> (Aujourd'hui on a des méthodes plus élégantes, plus rapides et plus précises, avec des appareils optiques électroniques. Mais c'est en associant des chaînes d'arpenteur et des théodolites, simples appareils de visée, que Delambre et Méchain ont mesuré de 1792 à 1799 la longueur du méridien terrestre de

Dunkerque à Barcelone, d'où on a tiré la définition internationale du mètre comme « dix-millionième partie du quart du méridien terrestre »…)

On obtiendra ainsi une certaine précision. Mais qu'aurait-on gagné en précision avec une chaîne plus petite, dont l'emploi demande plus de temps et coûte plus cher ?
Y a-t-il une relation entre la taille de l'unité de mesure et le résultat de la mesure, compte tenu de la complexité de l'objet mesuré ?

Des expériences de terrain ont montré qu'une telle relation existe et constitue une « mesure du niveau de découpage » de la côte. Si on refait plusieurs fois une même mesure, par exemple de la côte bretonne entre St-Nazaire (*A*) et le Mont-Saint-Michel (*B*), avec des unités de mesure de tailles différentes *u*, et que l'on reporte les résultats *R* sur un graphique log-log en portant en abscisses les précisions *1/u* et en ordonnées les mesures *R*, on a un résultat remarquable : les points représentant les mesures sont à peu près alignés, il y a une relation quasi linéaire entre les logarithmes de la précision *1/u* et de la mesure *R*, c'est-à-dire :

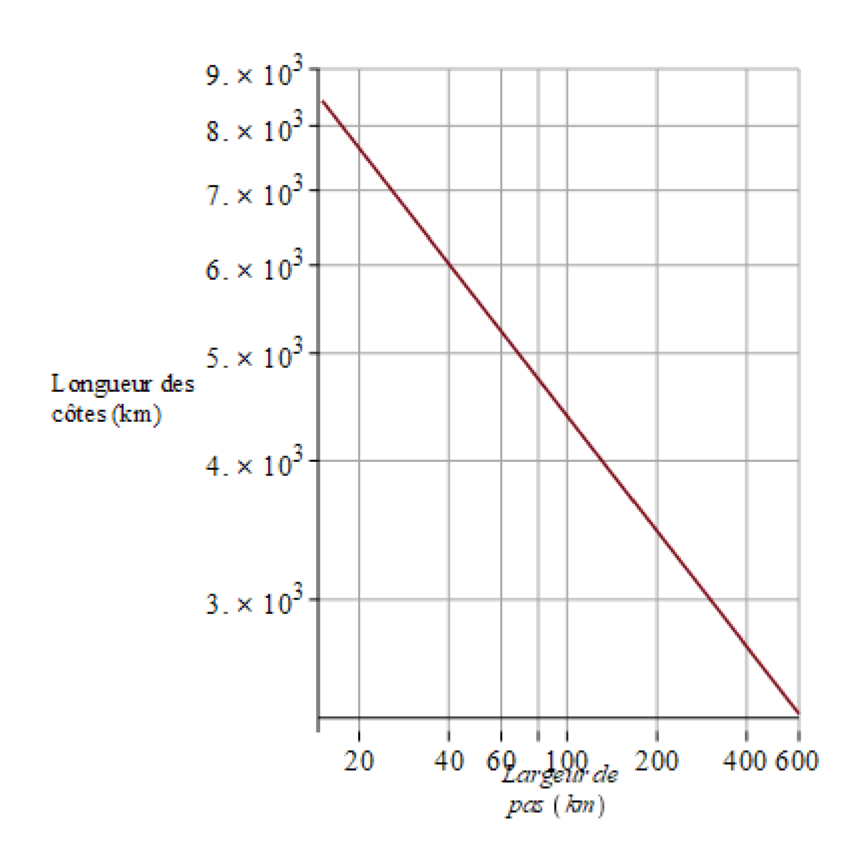
$$\log R = \alpha \log\left(\frac{1}{u}\right) + \log\beta, \quad \text{donc } R = \beta u^{-\alpha}$$

Ce genre de relation permet d'évaluer le gain de précision de mesure d'une longueur de côte quand on change l'unité (donc la précision) de mesure.

Voici, selon [B8-2] page 183 un exemple réel concernant la longueur des côtes de l'Angleterre, évaluée en fonction de divers écartements d'un compas qui parcourt une carte :

Largeur de pas en km	Longueur *R* des côtes (km)
500	2600
100	3800
54	5770
17	8640

Ces points donnent une équation approximative $R = 21379\, u^{-0.344}$ dont la courbe en échelles loglog est une droite :



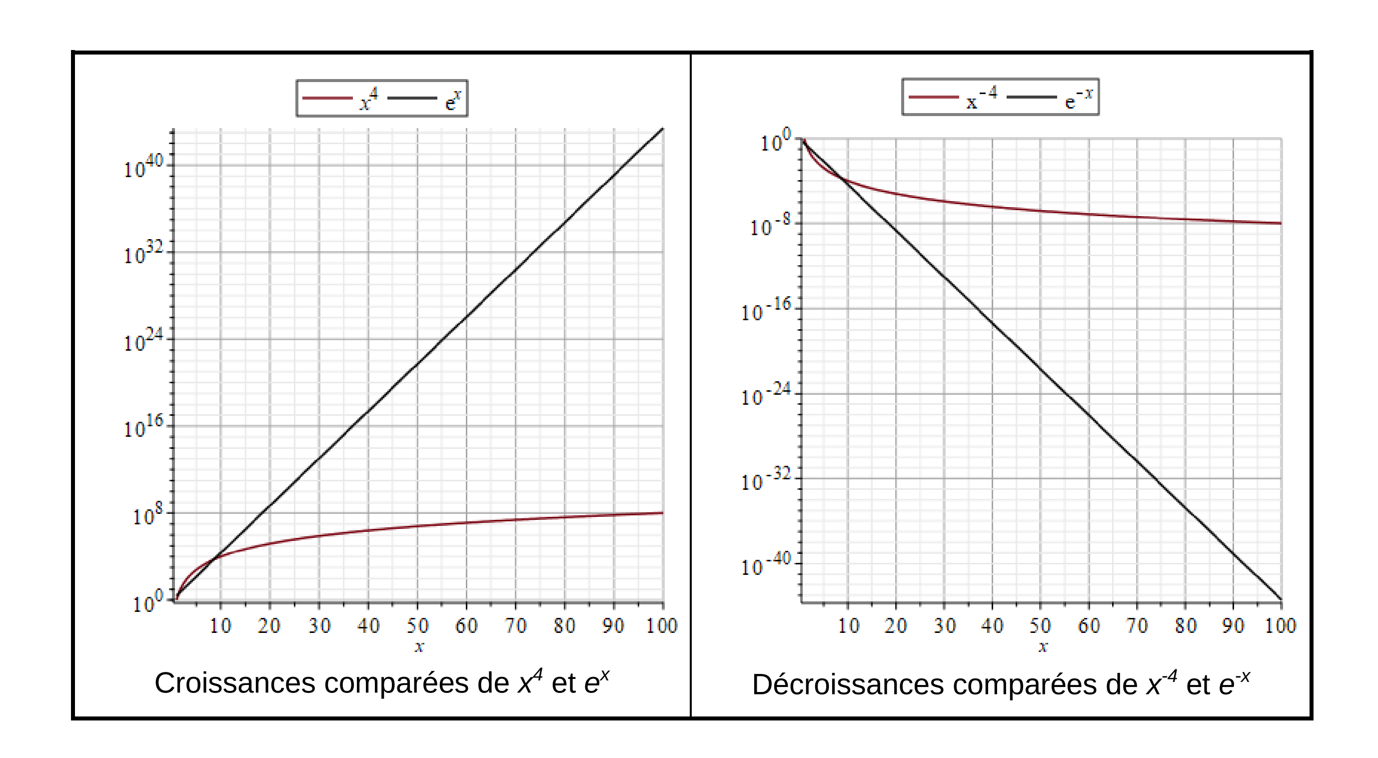
Conclusion philosophique

Une conclusion philosophique apparaît ici : *la longueur d'une côte dépend beaucoup de la méthode de mesure* ; et comme le fait de préciser l'unité utilisée (le pas du compas) n'est pas très parlant, il faut accepter l'évidence : la notion intuitive de longueur d'une côte ne doit pas faire l'objet d'utilisations chiffrées prétendant à une certaine précision. Il y a aussi des surfaces et des volumes dont la dimension dépend beaucoup de la méthode d'estimation.

Ce genre de renoncement est analogue à celui qu'impose la Mécanique quantique s'agissant de la position ou de la vitesse d'une particule en mouvement : on peut les définir autour d'une valeur moyenne, avec une probabilité fonction de la distance à cette moyenne et de l'intervalle de définition qu'on se donne, mais pas avec précision.

Comparaison de la croissance ou décroissance des fonctions x^p et e^x

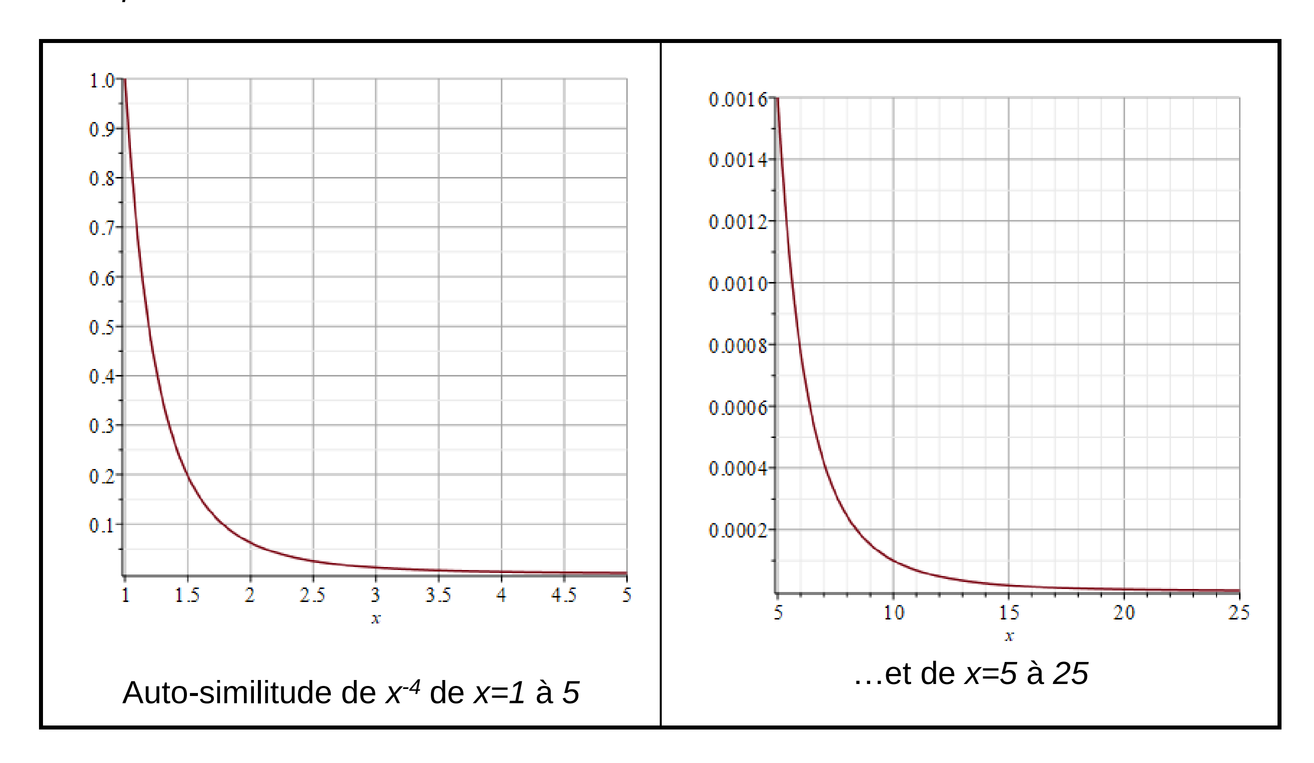
La fonction $R=21379\, u^{-0.344}$ ci-dessus est de type x^p : c'est une « fonction puissance ». Sa croissance ou décroissance est beaucoup moins rapide, quand $|x|\to\infty$ que celle d'une « fonction exponentielle », fonction de type e^x. Cela se démontre en comparant les valeurs de leurs dérivées, mais voici des exemples de croissance et décroissance avec échelle logarithmique (les représentations de e^x et e^{-x} sont des droites, celles de x^4 et x^{-4} sont des courbes) :



Croissances comparées de x^4 et e^x

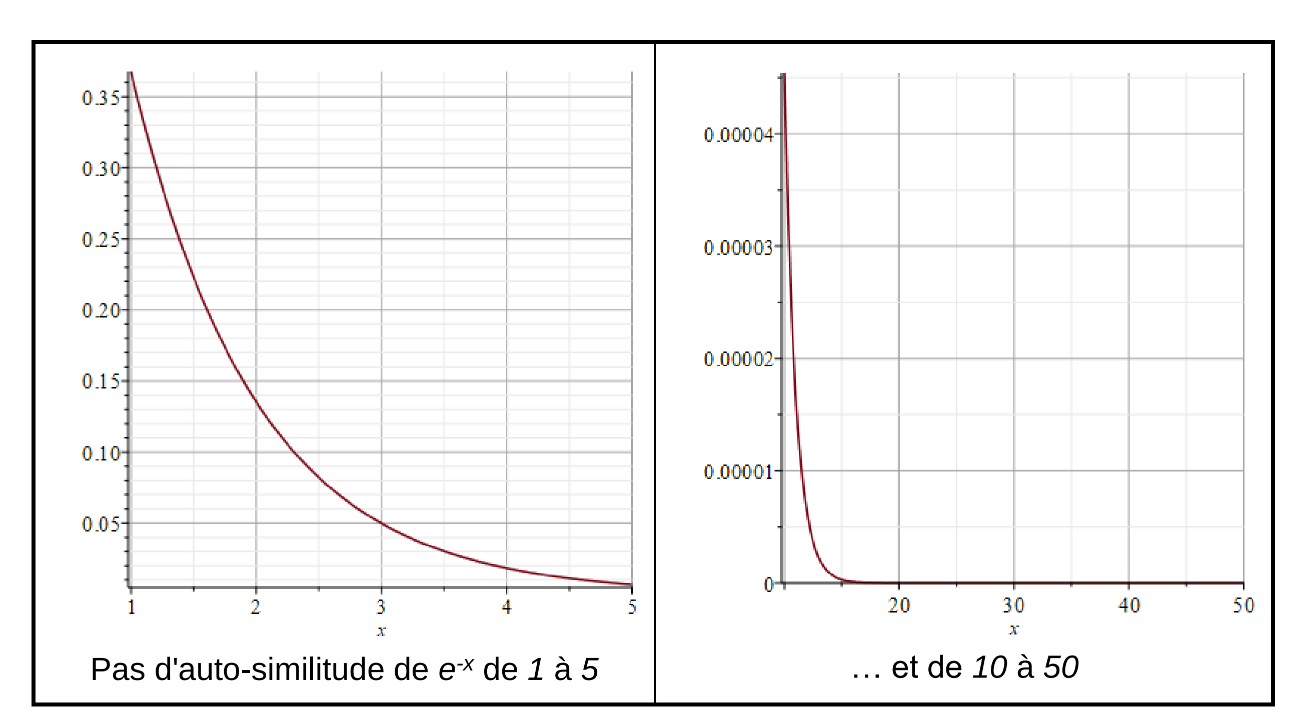
Décroissances comparées de x^{-4} et e^{-x}

Comparaison de l'auto-similitude des fonctions x^p et e^x



Auto-similitude de x^{-4} de $x=1$ à 5

…et de $x=5$ à 25



Pas d'auto-similitude de e^{-x} de 1 à 5

… et de 10 à 50

<u>Approximation de lignes et surfaces naturelles par des courbes mathématiques</u>

On sait aujourd'hui créer des représentations approchées fidèles de lignes naturelles (comme une ligne de côte) à l'aide de courbes mathématiques. L'avantage est qu'on peut s'en servir pour obtenir par simple calcul une vue de la courbe depuis divers endroits et à diverses distances, procédé plus simple que de la construire géométriquement ou par dessin artistique.

Mais on sait aussi représenter tous les points d'une photo en noir et blanc – notamment la densité de points qui donne les nuances de gris – par une courbe parcourue et générée par calcul du début à la fin. *On sait donc créer des courbes planes passant par tous les points d'un plan, ou aussi près de tout point arbitraire que l'on veut*. Les deux premières méthodes de construction de telles courbes ont été publiées par Giuseppe Peano en 1890 [B27] et David Hilbert en 1891 [B28]. A nombres de points stockés et transmis comparables, les reproductions de photos obtenues par courbes couvrantes numériques sont plus fidèles que les reproductions bitmap (pixel par pixel) [B8-2 page 100].

Conséquence sur la dimension des courbes

La possibilité de décrire n'importe quelle surface plane (par son contour comme par ses nuances de gris ou ses luminosités de couleurs) au moyen de courbes parcourues une seule fois oblige à se poser la question de la *dimension* : une telle courbe couvrant la totalité d'une surface a-t-elle toujours la dimension habituelle 1 des courbes unicursales ?

> *Définition d'une courbe unicursale*
> On appelle courbe unicursale une courbe dont on peut exprimer les coordonnées des points en fonction d'une seule variable numérique, et qu'on peut donc parcourir d'un mouvement continu. Les courbes de Peano et de Hilbert sont bien unicursales, mais celle de Peano n'exclut pas de repasser par un point déjà atteint dans une direction différente.
>
> La définition traditionnelle de la dimension d'un point, d'une courbe, d'une surface ou d'un volume repose sur le nombre de paramètres nécessaire pour la parcourir : respectivement 0, 1, 2 et 3 ; c'est la dimension *topologique*.

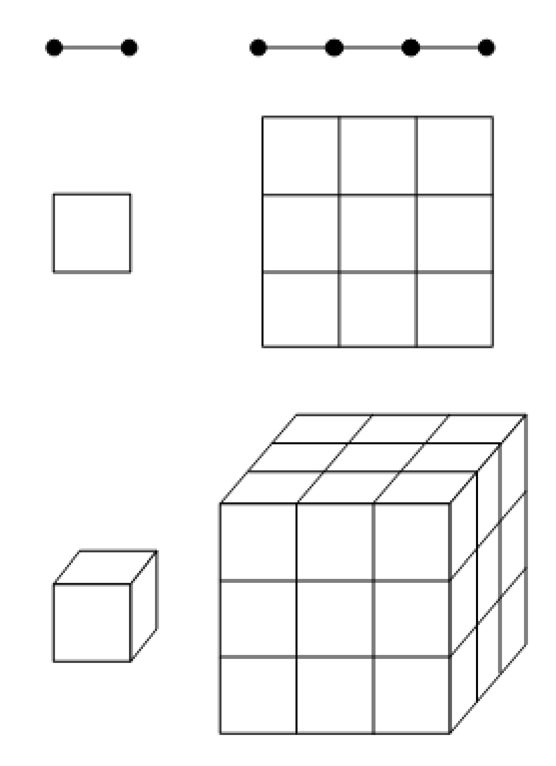
Le paragraphe suivant apporte une réponse moderne à la question de la dimension des courbes, en introduisant la *dimension fractale* par son cas particulier de la *dimension de similitude,* puis les *fractales*. Le concept moderne de dimension étant topologique, voici une définition succincte de cette science.

> *Définition de la topologie*
> La Topologie est la partie des mathématiques qui étudie les formes d'un point de vue qualitatif. Ses notions fondamentales sont la *dimension* et *l'équivalence par homéomorphisme*.
>
> *Définition de l'adjectif homéomorphe*
> Sont homéomorphes deux courbes, surfaces ou volumes que l'on peut faire coïncider par déformation élastique, sans déchirure ni recouvrement. L'homéomorphisme qualifie donc une équivalence.
>
> En topologie, un cercle est homéomorphe (équivalent) à un triangle ou un carré ; une courbe de Koch (voir ci-dessous *Courbe de Koch*) représentant une ligne de côte est équivalente à une ligne droite. Mais des intersections de courbes, surfaces ou volumes demeurent des intersections, car on ne peut ni en créer ni en détruire sans abandonner l'hypothèse d'homéomorphisme. Une sphère et un cube sont équivalents, mais une sphère n'est pas équivalente à un tore à cause du trou.

La notion de dimension fait l'objet de plusieurs définitions, adaptées à des problèmes différents : voir [B8-2] ; mais dans tous les cas, la dimension fractale caractérise les propriétés d'auto-similitude d'objets géométriques.

2.10.2 Dimension de similitude

Le dessin ci-dessous représente trois groupes de deux objets : deux segments, deux carrés et deux cubes. Dans chaque groupe, l'objet de droite est trois fois plus grand que celui de gauche.



Il y a un rapport entre l'agrandissement dimensionnel d'un objet et son contenu :

- Le segment agrandi 3 fois, à 1 dimension, contient 3 segments initiaux, soit 3^1 ;
- Le carré agrandi 3 fois, à 2 dimensions, contient 9 carrés initiaux, soit 3^2 ;
- Le cube agrandi 3 fois, à 3 dimensions, contient 27 cubes initiaux, soit 3^3.

Cet exemple vérifie une formule. En appelant :

- *N* le nombre d'objets initiaux contenus dans l'objet agrandi,
- *A* le facteur d'agrandissement,
- *D* la « dimension de similitude », nombre réel non nécessairement entier,

$$N = A^D \text{ ou } D = \frac{\log N}{\log A}$$

Les formules ci-dessus sont équivalentes. Exemple pour le cube : $D = \frac{\log 27}{\log 3} = 3$.

Signification de cette formule

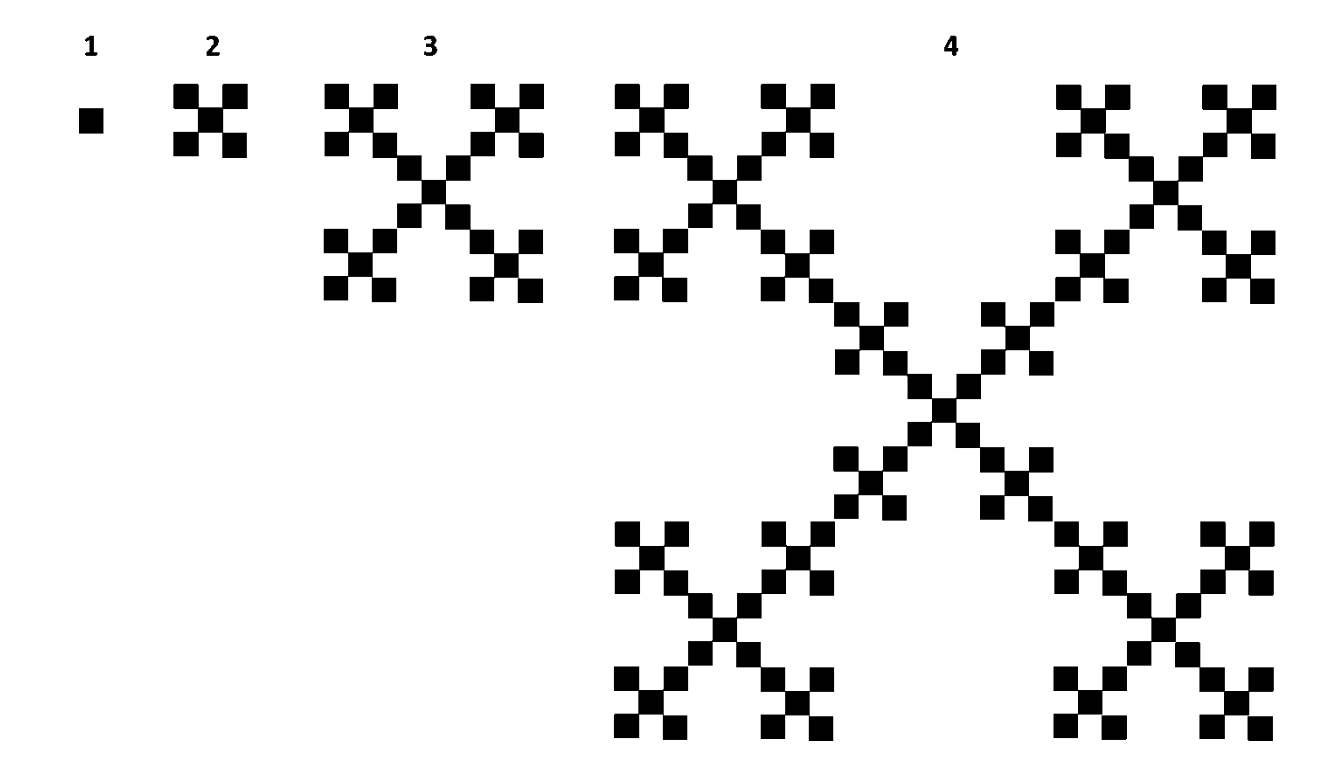
Par la formule $N = A^D$, qui décrit une fonction puissance de *A*, la dimension de similitude *D* intervient en exposant de ce facteur d'agrandissement. Nous avons vu ci-dessus, sous le titre *Comparaison de l'auto-similitude des fonctions x^p et e^x* que les fonctions puissance sont auto-semblables. La formule $N = A^D$ est donc bien adaptée à la propriété d'auto-similitude des figures fractales, dont elle décrit la résolution (nombre d'objets agrandis *N*) en fonction de l'agrandissement et de la dimension. Nous en avons vu un exemple avec la formule $R = 21379\ u^{-0.344}$ qui s'applique aux mesures de la longueur des côtes anglaises.

Nous verrons au paragraphe *Exposant de Liapounov* une seconde formule d'auto-similitude caractérisant le degré de *sensibilité aux conditions initiales* d'une fonction itérative ; c'est la formule d'une fonction exponentielle dont l'exposant est celui de Liapounov [B29].

2.10.2.1 Dimension du flocon de neige

Voyons ce que donne la formule de la dimension de similitude dans le cas d'une figure moins simple.

- Dans le dessin suivant, on part du petit carré 1, qu'on agrandit d'un facteur 3 en lui ajoutant quatre carrés comme le 1 aux quatre coins, pour obtenir la figure 2.
- Puis, considérant la figure 2 comme un tout, on l'agrandit d'un facteur 3 en lui ajoutant quatre carrés comme le 2 aux quatre coins, pour obtenir la figure 3.
- Puis, considérant la figure 3 comme un tout, on l'agrandit d'un facteur 3 en lui ajoutant quatre carrés comme le 3 aux quatre coins, pour obtenir la figure 4.
- etc.



A chaque agrandissement d'un facteur 3 le nombre de « carrés » originaux étant multiplié par 5, l'application de la formule ci-dessus donne :

$$5 = 3^D, \text{ d'où } D = \frac{log5}{log3} = 1.46497$$

Selon la définition de la dimension de similitude, celle du flocon de neige ci-dessus est 1.46497. En tant que dimension (dite *topologique*, nom savant de notre dimension habituelle) comprise entre 1 (celle du segment de droite, une ligne) et 2 (celle du carré, une surface) le flocon de neige est une figure tenant sur une feuille de papier à deux dimensions.

La longueur de son contour est multipliée par 5 à chaque agrandissement, comme le nombre de « carrés » originaux. Inversement, en partant d'un « grand » carré, on peut, en divisant son côté par 3, obtenir un nouveau carré semblable à lui.

A chaque opération d'agrandissement ou de rétrécissement, la dimension de similitude se conserve ; exemple :

$5 = 3^D$ donne la même valeur de *D* que $25 = 9^D$.

2.10.2.2 Dimension de l'ensemble de Cantor

Dans le dessin ci-dessous, considérons un segment de droite (objet d'origine, itération *n=0*) et supprimons-en le tiers du milieu : nous obtenons les 2 segments représentés en dessous du précédent à la ligne *n=1*.

Dans chacun des 2 segments de la ligne *n=1*, supprimons le tiers du milieu : nous obtenons les 4 segments représentés en dessous du précédent à la ligne *n=2*.

Dans chacun des 4 segments de la ligne *n=2*, supprimons le tiers du milieu : nous obtenons les 8 segments représentés en dessous du précédent à la ligne *n=3*.



A chaque itération ci-dessus nous avons multiplié par 2 le nombre de « copies » du segment initial partageable et multiplié par 3 le nombre de sous-segments. Chaque copie a une relation d'auto-similitude avec le segment initial. Le calcul de la dimension de cet ensemble de Cantor est donc :

$$2 = 3^D \text{ d'où } D = \frac{log2}{log\,3} = 0.6309$$

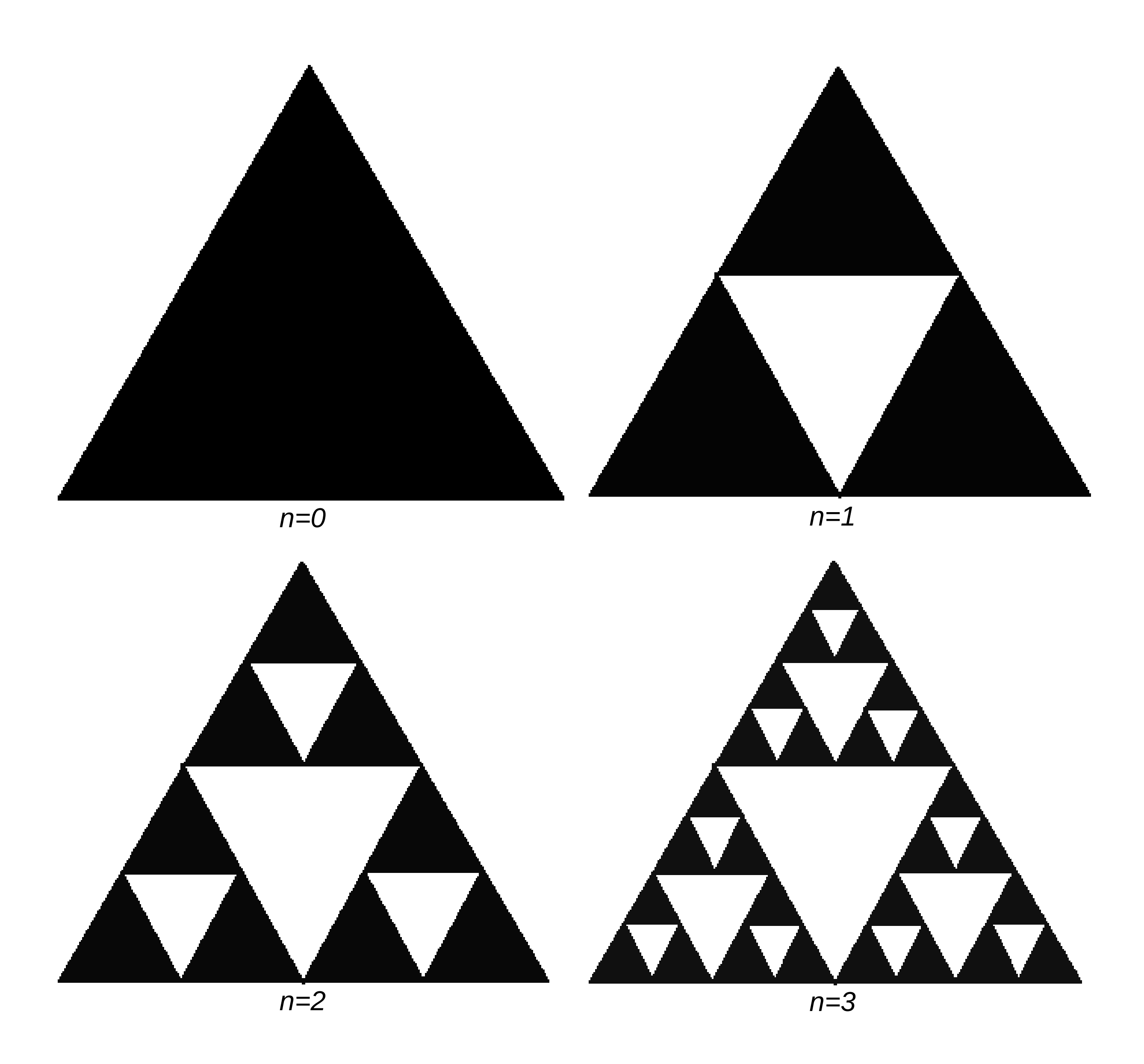
La dimension calculée est inférieure à 1, dimension d'une ligne, mais supérieure à 0, dimension d'un ensemble dénombrable de points. Tous les segments précédents sont considérés comme des ensembles de points, dont on soustrait des sous-ensembles.

Lorsque $n \to \infty$:

- Le nombre total de segments semblables à l'original tend aussi vers l'infini ;
- Le nombre total de points de segment de l'ensemble de Cantor reste un ensemble infini, malgré les suppressions.

2.10.2.3 Dimension du triangle de Sierpiński

Construisons une figure fractale comme suit.
A partir d'un triangle équilatéral $n=0$ on en construit un autre dont les côtés sont la moitié de ceux du précédent en joignant les milieux de ses côtés, d'où la figure $n=1$. En supprimant du triangle initial ce nouveau triangle « central », on obtient 3 triangles que l'on va traiter comme le premier, d'où la figure $n=2$ contenant 9 triangles. On traite ceux-ci comme les précédents, d'où la figure $n=3$ contenant 27 triangles, etc. La suppression de triangle central qui subdivise le triangle de départ en trois triangles est une opération d'auto-similitude, chacun des triangles résultants pouvant à son tour être subdivisé, et ceci à l'infini.



A chaque étape, le nombre de triangles a été multiplié par 3 et la taille du triangle a été divisée par 2. La dimension de similitude de cette fractale est donc :

$$3 = 2^D, \text{ d'où } D = \frac{log3}{log2} = 1.585$$

Il y a une propriété remarquable de ce processus de définition de fractale : quel que soit le nombre *n* d'itérations, il restera toujours trois segments ininterrompus de points non supprimés : ceux des côtés du triangle *n=0*. En tant qu'ensemble de points (certains atteignables et d'autres interdits comme le centre du triangle blanc de la figure *n=1*), le triangle de Sierpiński a donc une dimension topologique de 1, celle d'une ligne.

Rapport entre la dimension de similitude et la dimension topologique

Dans nos trois exemples précédents *la dimension de similitude est plus grande que la dimension topologique*. Cette règle est assez générale, beaucoup de fractales la respectent.

Il existe d'autres définitions de dimension de similitude : voir [B8-2].

A quoi on reconnaît une fractale

- A la similitude qui existe entre des parties et le tout, quelle que soit l'échelle considérée.
- Sa dimension de similitude est plus grande que sa dimension topologique.
- Elle n'est pas bien décrite par des formes géométriques classiques comme les segments de droite, les arcs de cercle, les calottes sphériques, les cônes, etc.

Les critères ci-dessus sont peu rigoureux, mais on n'en a pas de meilleurs pour satisfaire l'aptitude humaine à reconnaître des analogies de forme, de structure, de séquence d'événements, etc. Telles qu'elles sont, les descriptions basées sur des fractales sont utiles pour des processus itératifs, notamment ceux qui sont chaotiques.

2.10.3 Exposant de Liapounov

Nous avons vu au paragraphe *Dimension de similitude* la formule d'une fonction puissance $N = A^D$ qui caractérise la possibilité d'auto-similitude d'une figure fractale par sa dimension de similitude D.

Voici à présent une seconde fonction, exponentielle cette fois, qui caractérise la sensibilité aux conditions initiales d'un système dynamique par son exposant de Liapounov.

Considérons deux valeurs voisines, x_0 et y_0, d'une variable faisant partie des conditions initiales d'un système dynamique dont on décrit l'évolution par une suite d'itérations ou un système d'équations différentielles ; soit $D_0 = |x_0 - y_0|$ la différence initiale entre leurs trajectoires.

Au bout d'un temps d'évolution t (d'un certain nombre d'itérations) ce système dynamique produit pour la variable considérée des valeurs x_t et y_t dont la différence est : $D(t) = |x_t - y_t|$.

Pour de nombreux systèmes dynamiques, on constate que la fonction différence $D(t)$ est assez bien décrite (pour des temps t pas trop grands, car les trajectoires sont bornées), par une fonction de la forme :

$D(t) = D_0 2^{\lambda t}$, où λ est l'exposant de Liapounov.

Sensibilité aux conditions initiales selon la valeur de λ

- Si $\lambda>0$, $2^{\lambda t}$ croît avec t et les deux trajectoires s'écartent : la sensibilité aux conditions initiales produit son effet d'autant plus que λ est grand.

  Si, par exemple, $\lambda=1$, la distance $D(t)$ double à chaque seconde qui passe ou chaque itération ; au bout de 10 secondes elle est multipliée par 1024.
- Si $\lambda<0$, $2^{\lambda t}$ décroît quand t croît et les trajectoires se rapprochent : il n'y a pas de sensibilité aux conditions initiales.

2.10.4 Fractales aléatoires

2.10.4.1 Génération de nombres pseudo-aléatoires

Il ne peut exister aucun algorithme de génération d'une suite aléatoire de nombres : comme nous l'avons vu au chapitre *Hasard*, une suite vraiment aléatoire ne correspond à aucun ordre définissable, donc descriptible sous forme d'algorithme.

Un programme d'ordinateur ne peut pas générer de suite de nombres vraiment aléatoire, mais nous connaissons des programmes générant des suites de valeurs apparemment équiprobables sans relation d'ordre connue : décimales successives du calcul de nombres irrationnels, nombre π, résultats d'itération d'une évolution apériodique, etc. En fait, pour ne pas retrouver la même succession de nombres, il suffit de commencer une de ces suites déterministes à un rang fonction d'un événement imprévisible comme l'heure du jour exprimée en secondes ou le temps de réponse humain à une question évidente exprimé en millisecondes.

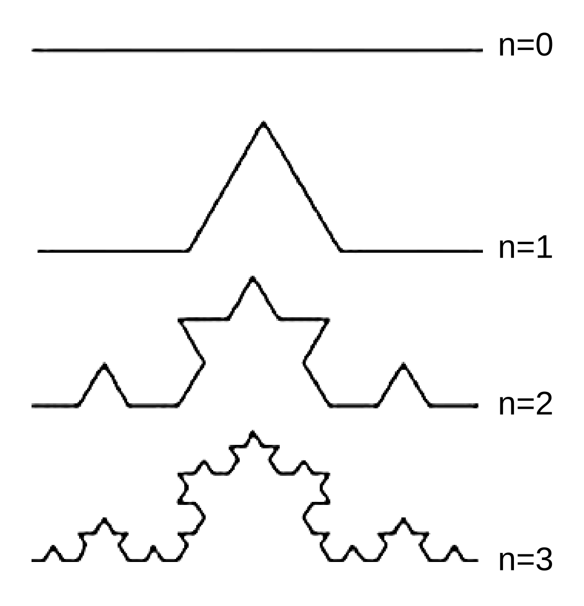
2.10.4.2 Utilité de fractales avec une dose de caractère aléatoire

Comme tout ce qui relève du chaos, les exemples de fractale précédents sont déterministes. Mais nous allons voir que les formes fractales générées par ordinateur avec une dose de caractère aléatoire peuvent être très utiles.

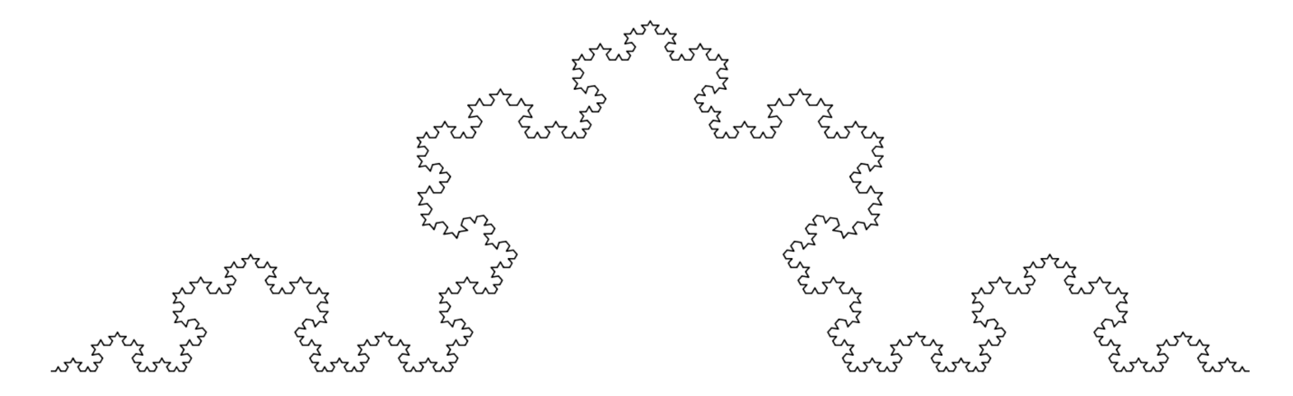
Commençons par définir une courbe fractale déterministe, la *courbe de Koch* (appelée aussi : von Koch).

2.10.4.3 Courbe de Koch

Comme on le voit dans le dessin ci-dessous, l'objet itéré initial est le segment de droite *n=0*. On remplace alors son tiers médian par les deux côtés d'un triangle équilatéral de même longueur que lui, ce qui donne la ligne brisée à 4 segments *n=1*. On remplace alors, dans chacun de ces 4 segments le tiers médian par deux côtés d'un triangle équilatéral de même longueur que lui, ce qui donne la ligne brisée à 4 segments *n=2*. On recommence le remplacement sur cette ligne brisée, d'où la ligne *n=3*, etc.

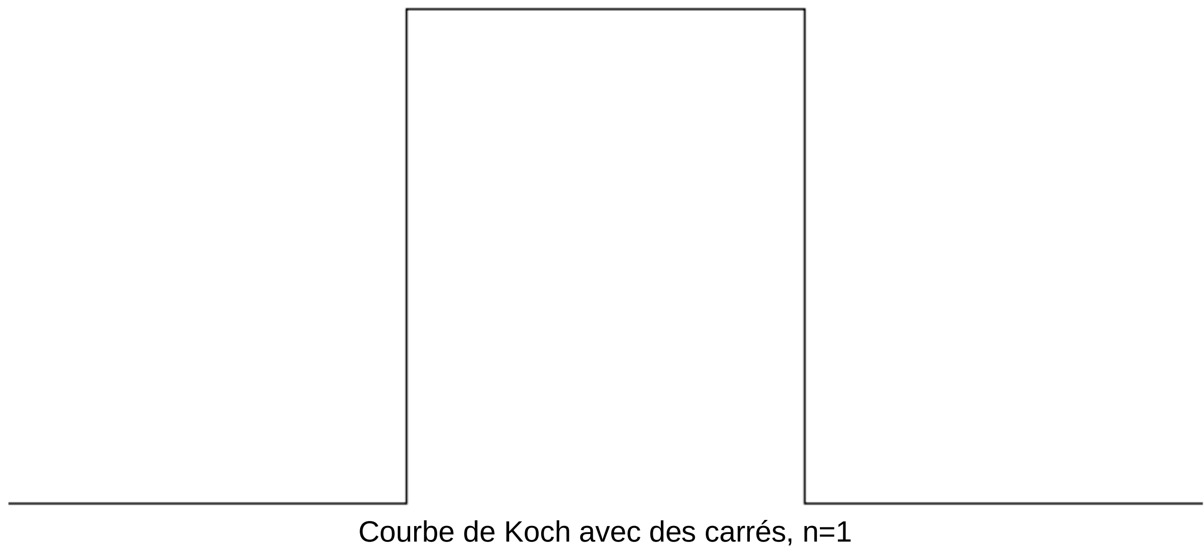


Voici la courbe obtenue après 5 itérations :

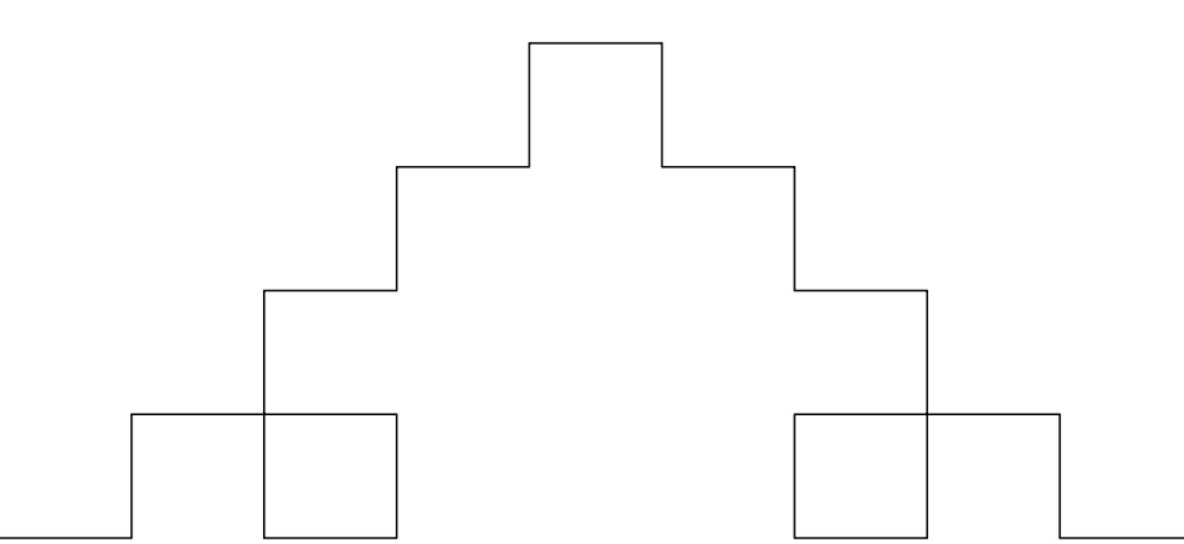


Courbes de Koch avec des carrés remplaçant les triangles

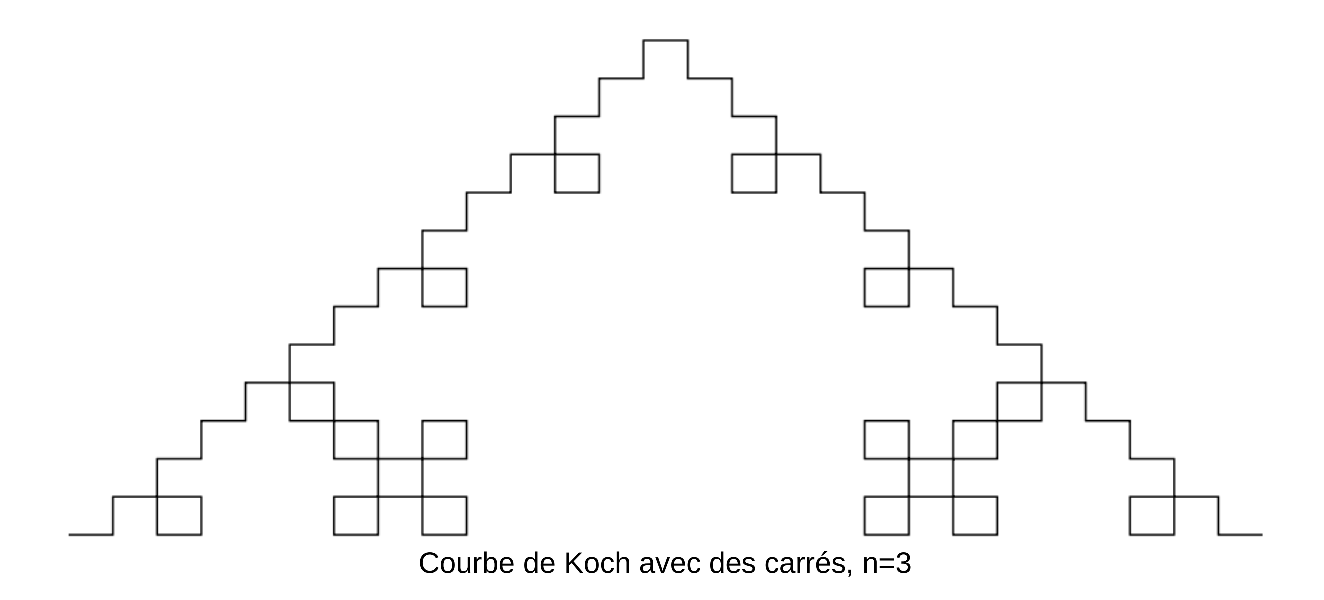
Si on recommence la même procédure avec des carrés à la place des triangles équilatéraux, voici ce que l'on obtient :



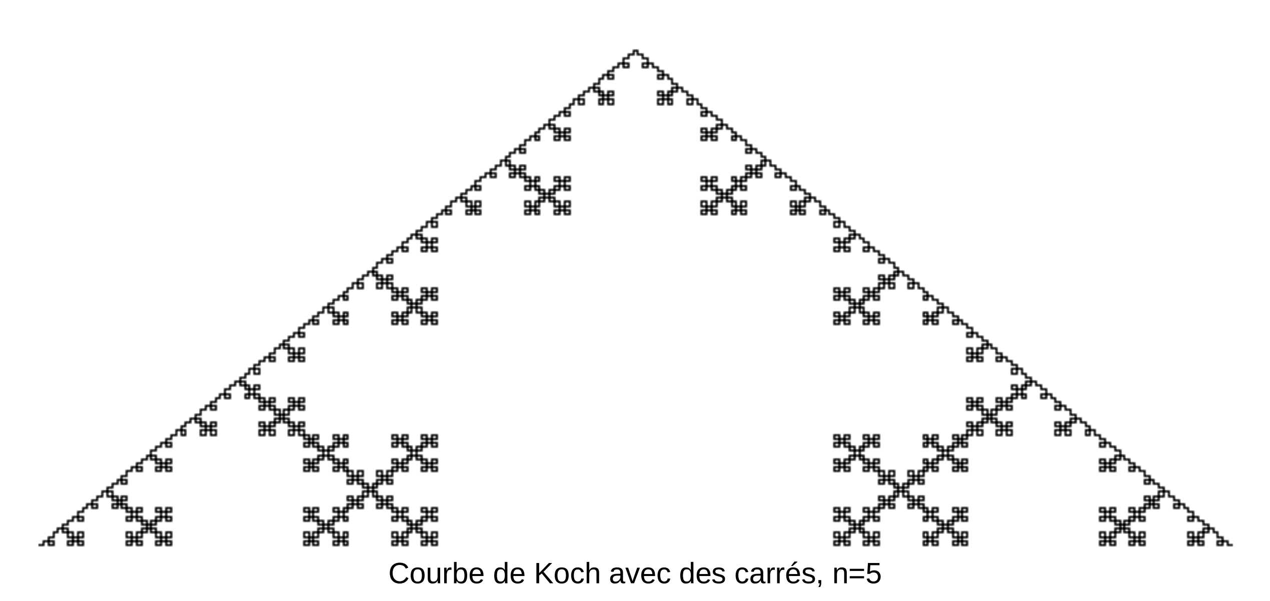
Courbe de Koch avec des carrés, n=1



Courbe de Koch avec des carrés, n=2



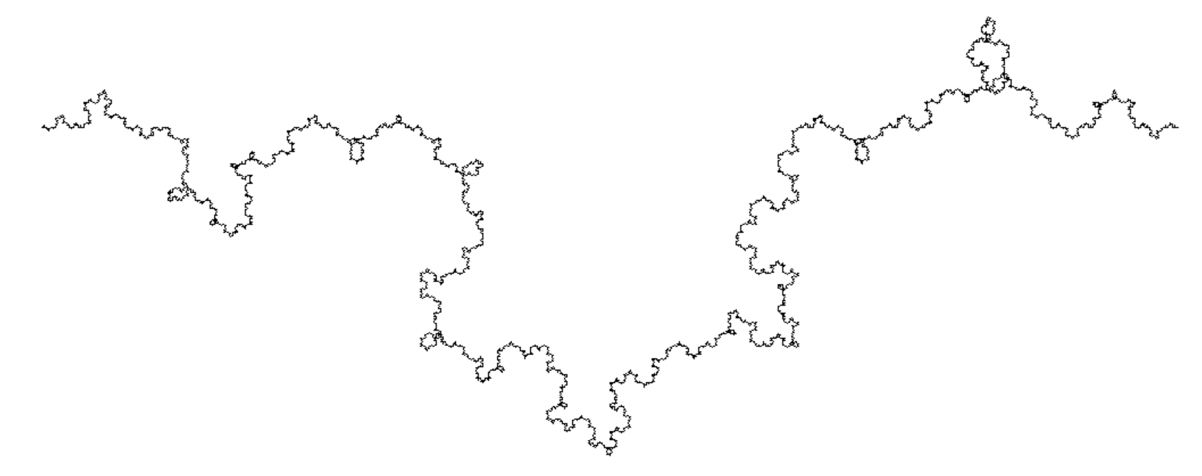
Courbe de Koch avec des carrés, n=3



Courbe de Koch avec des carrés, n=5

Courbe de Koch « aléatoire » avec des triangles

Dans la procédure de substitution de 2 côtés d'un triangle à un tiers de segment, on peut introduire une variation aléatoire consistant à construire ces deux côtés tantôt au-dessus, tantôt au-dessous du segment porteur. Le caractère déterministe de la génération disparaît alors, puisqu'on n'a aucune garantie d'obtenir la même courbe lors d'exécutions successives ; et la similitude par changement d'échelle n'est plus assurée. Voici un exemple de ce qu'on peut obtenir :



Courbe de Koch aléatoire, © Microsoft Bing Creative Commons

Avec un peu d'imagination, la courbe ci-dessus rappelle vaguement une côte marine assez découpée.

2.10.4.4 Images fractales

Le procédé précédent, consistant à générer des courbes fractales en introduisant une dose de hasard artificiel dans les itérations, a été perfectionné pour faire des images virtuelles, par exemple pour des jeux informatiques en réalité virtuelle. Voici un exemple de ce qu'on peut obtenir.

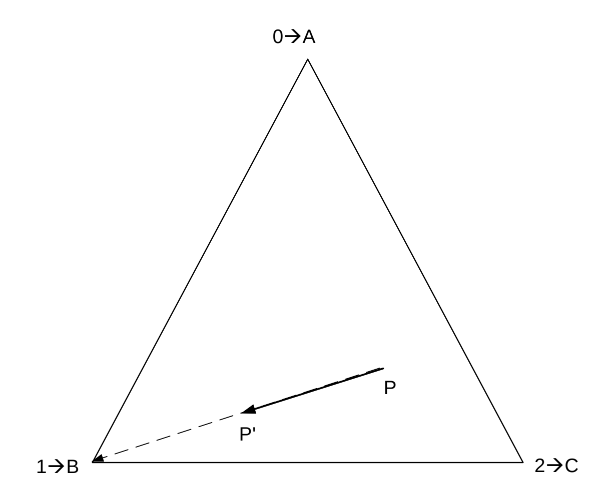


Image fractale, © Microsoft Bing Creative Commons

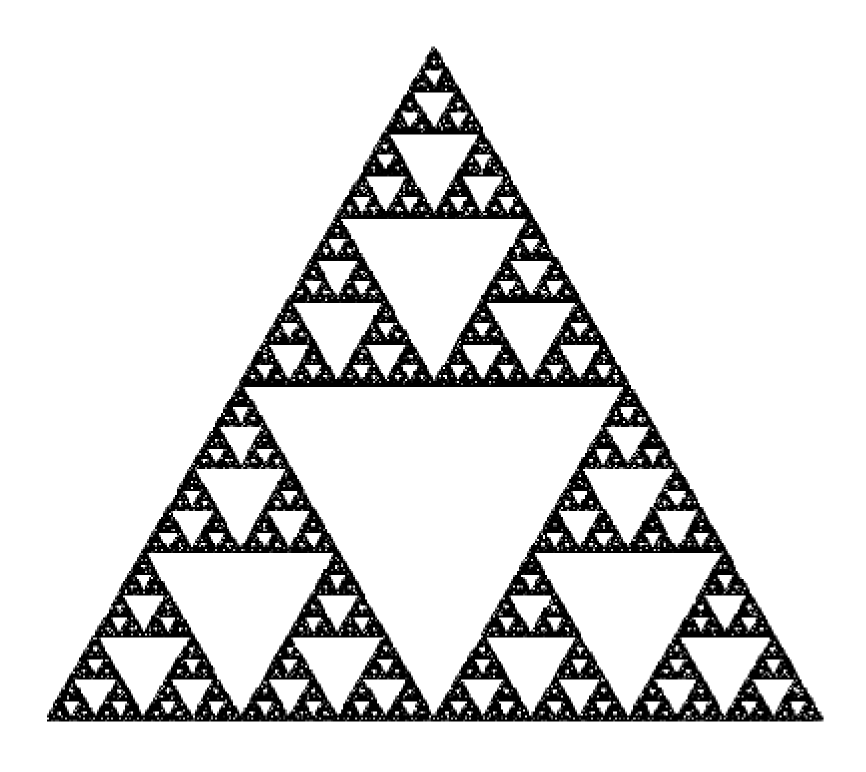
2.10.4.5 Résultats déterministes d'itérations aléatoires

Voici une procédure aléatoire qui génère une image structurée.

Considérons un triangle équilatéral *ABC* et un point intérieur *P* qui n'est pas confondu avec un des sommets. Un générateur pseudo-aléatoire génère trois valeurs, *0, 1, 2* que l'on associe par définition respectivement aux points *A, B, C*. Selon la valeur générée (1 dans l'exemple), on déplace alors *P* de la moitié du chemin vers le sommet correspondant et on imprime son image *P'* dans celle du triangle.



On recommence ensuite : nouvelle génération de valeur, attribuée au « dernier *P* », nouveau déplacement vers le sommet désigné, etc. En itérant ainsi des dizaines de milliers de fois, on génère les points autorisés d'un triangle de Sierpiński :



Triangle de Sierpiński

Le résultat de ces milliers d'itérations est exactement le même quelle que soit la position du point de départ *P* dans le triangle. Non seulement cette génération aléatoire tend vers un résultat *parfaitement déterministe*, mais il est aussi *stable* quelle que soit la position du point initial *P*.

Conclusions philosophiques

1 - Une succession d'itérations aléatoires peut tendre vers une structure déterministe

La conclusion philosophique est importante : une succession infinie de valeurs aléatoires peut générer un ensemble structuré de manière déterministe : certains points du triangle seront atteints, d'autres pas, le tout dessinant une image de Sierpiński. Nous avions déjà une remarque analogue en considérant les diagrammes des bifurcations et les histogrammes des évolutions chaotiques.

On démontre même que ce procédé, appliqué à des polygones réguliers de départ à 3, 4 côtés ou davantage, et déplaçant si nécessaire une courbe au lieu du point unique *P*, peut générer pratiquement n'importe quelle forme, fractale ou non.

Exemple :



Image copyright © Microsoft Bing Creative Commons.

2 – La génération de valeurs par itération permet d'importantes économies de place de stockage et de bande passante

Le texte en un langage informatique d'un programme qui génère ainsi des centaines de milliers de valeurs ou de positions spatiales est beaucoup plus concis que l'ensemble de ces valeurs ou positions. Cette concision permet des économies de place mémoire ou disque dans un ordinateur et des économies de bande passante dans la transmission à travers un réseau.

Ainsi, un satellite d'observation de la Terre extrêmement bavard transmettait des données correspondant à une vingtaine de mesures physiques avec un débit d'environ 1 Mbits/s. Il fallait stocker ces données pendant plusieurs années en attendant que des scientifiques aient eu le temps de les étudier, c'est-à-dire stocker environ 10 milliards d'octets par jour en plus de leur historique.

Le problème fut résolu en calculant au sol, au fur et à mesure de leur réception, des fonctions représentatives de l'évolution des données : on divisa ainsi leur volume par deux ordres de grandeur. De son côté, le satellite faisait un travail analogue pour économiser de la bande passante, et permettre une redondance des données protégeant contre des coupures ou des parasites dans la transmission.

2.10.5 Fractales dans le plan complexe

Bref rappel sur les nombres complexes ; voir aussi en annexe *Nombres complexes et scalaires.*

Les nombres complexes sont ceux qui ont une partie imaginaire multiple de $\sqrt{-1} = i$ en plus d'une partie réelle.

Exemple : *z = 0.8+2i*, où *0.8* est la partie réelle et *2* la partie imaginaire, notée *2i*.

Un nombre complexe est représenté par un point dans un plan rapporté à un « axe des réels » et un « axe des imaginaires » appelé « plan complexe ».

On peut itérer des fonctions de nombres complexes exactement comme les fonctions réelles que nous avons vues précédemment, et comme pour ces dernières il est important de savoir si la distance de leur point représentatif dans le plan complexe à l'origine est bornée ou si ce point s'éloigne indéfiniment.

(La distance du point $z = x + yi$ à l'origine est $d = \sqrt{x^2 + y^2}$.)

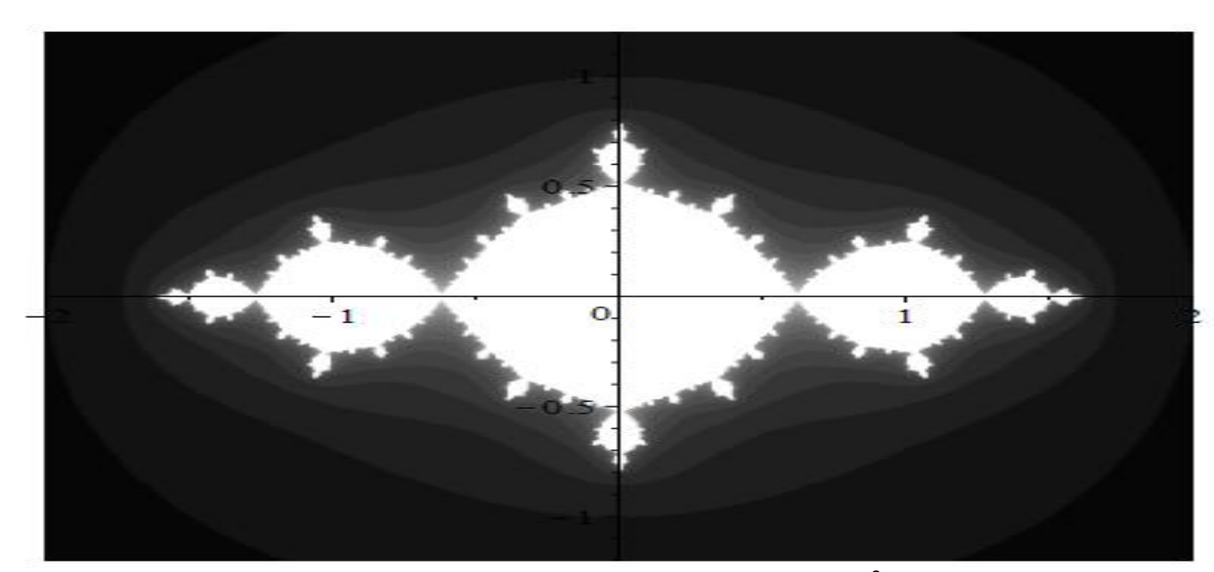
Il existe des fonctions de nombres complexes comme $f(z) = z^2+c$, où c est une constante (complexe elle aussi) ; exemple : $f(z) = z^2-1$ (suite $z_{n+1} = z_n^2 - 1$).

Pour cette suite il n'est pas nécessaire de faire beaucoup d'itérations pour s'assurer de la convergence (absence d'éloignement à l'infini) ; il suffit de s'assurer, par exemple, que $|z_n|$ ne dépasse pas 2.

2.10.5.1 Ensembles de Julia

Considérons une fonction itérative complexe. L'ensemble des points initiaux du plan complexe restés à distance finie de l'origine après un nombre infini d'itérations de cette fonction à partir d'une valeur initiale z_0, est appelé « ensemble de Julia », du nom du mathématicien français Gaston Maurice Julia.

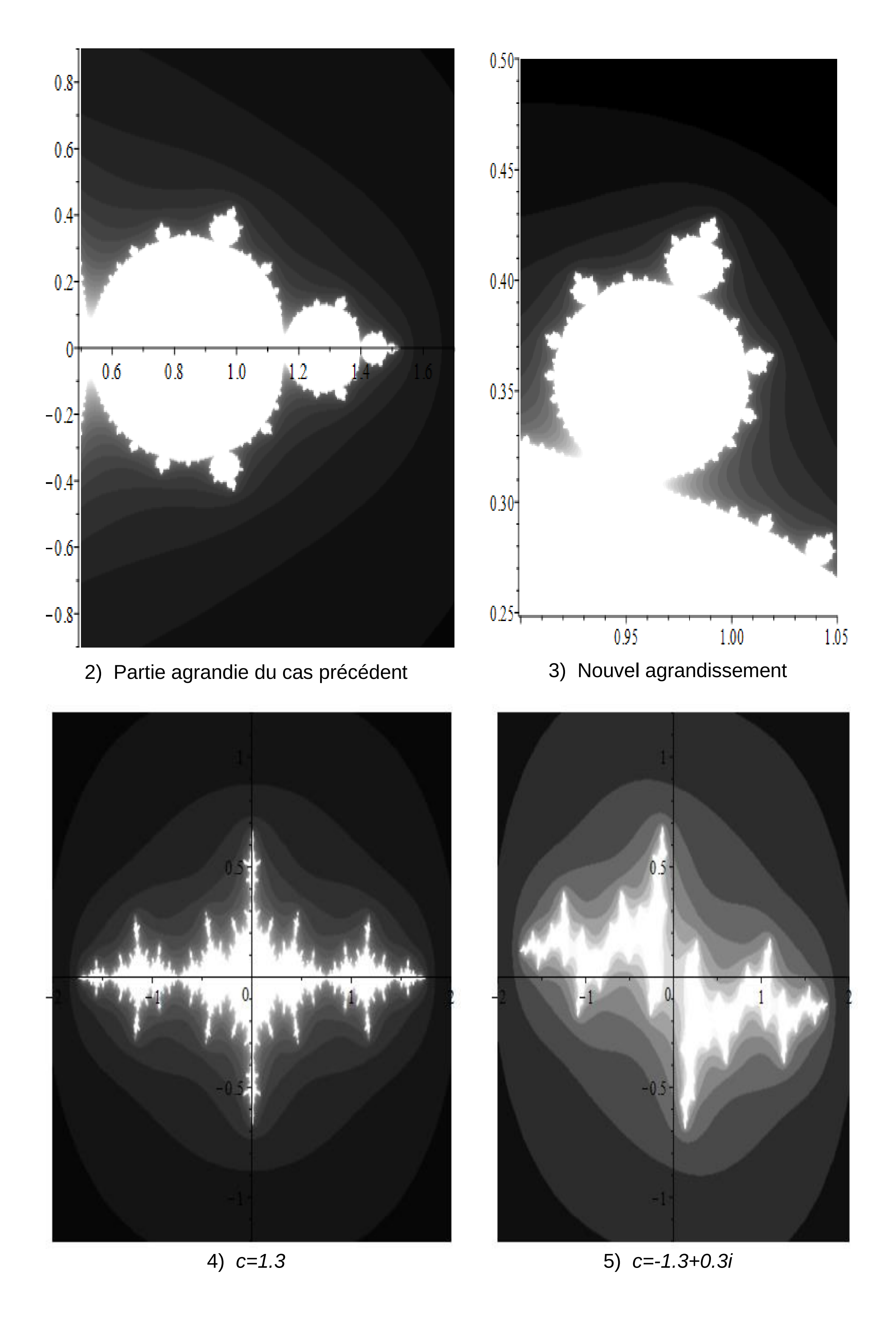
Pour avoir une idée de l'ensemble des points initiaux z_0 du plan complexe couvert par un ensemble de Julia de la fonction $f(z) = z^2-1$ nous avons un programme MAPLE [B113] qui le représente en blanc entouré de points gris d'autant plus foncés qu'il faut peu d'itérations pour que la distance atteinte soit supérieure à une certaine limite représentant arbitrairement l'infini (sur certains des graphiques ces points paraissent tous noirs).



1) Points de l'ensemble de Julia de $f(z) = z^2-1$

Cet ensemble de Julia est une figure fractale du plan complexe.

Voici quelques autres ensembles de Julia avec les valeurs de c correspondantes.

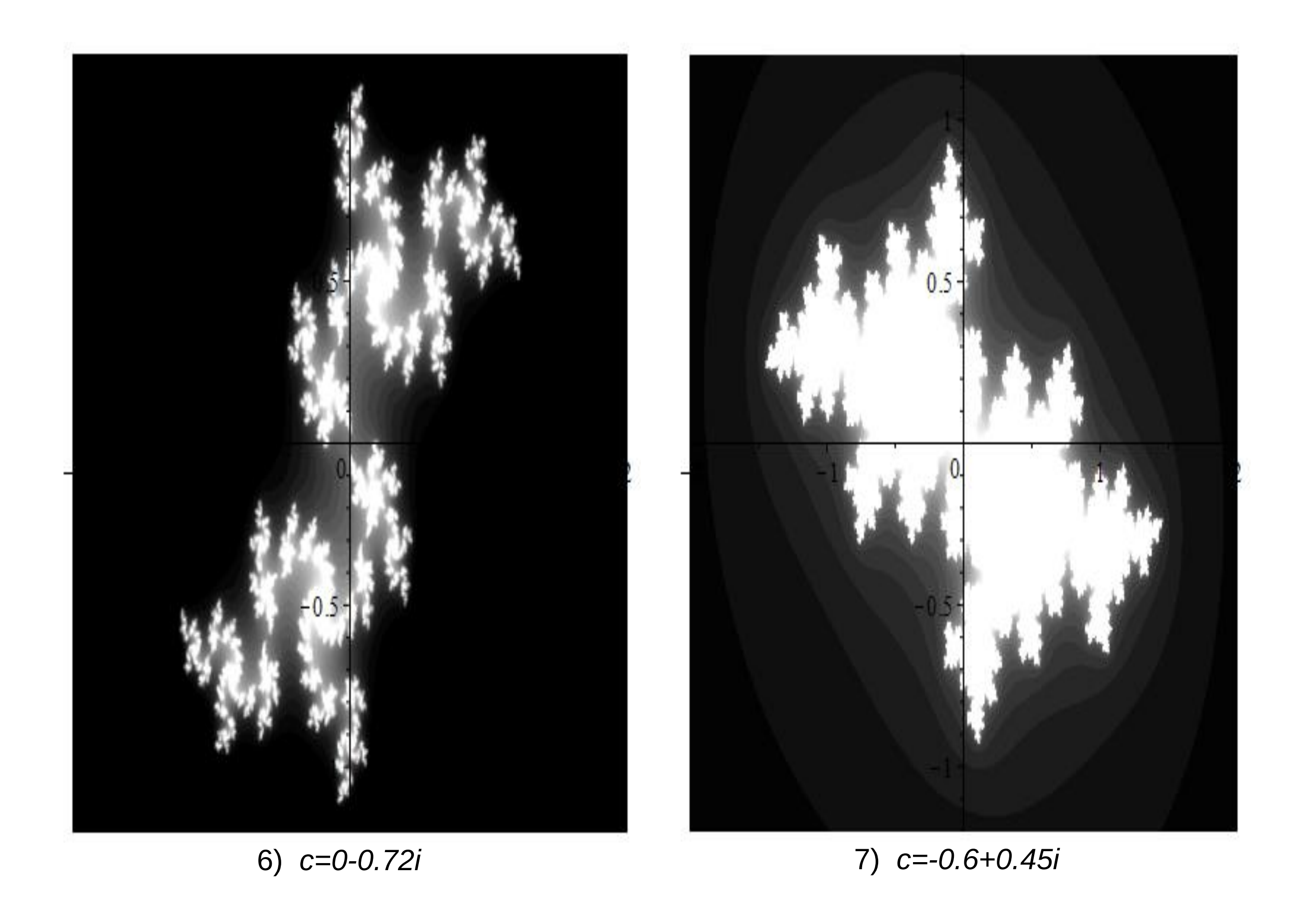


2) Partie agrandie du cas précédent

3) Nouvel agrandissement

4) *c=1.3*

5) *c=-1.3+0.3i*



6) $c=0-0.72i$ 7) $c=-0.6+0.45i$

Connexité

On remarque que les diagrammes 1, 2, 3, 4, 7 ci-dessus sont connexes (d'un seul tenant), alors que les diagrammes 5 et 6 ont des parties disjointes. En fait, si la résolution pouvait être augmentée, le diagramme 5 montrerait son ensemble de Julia comme ce qu'il est : un ensemble de points isolés.

Conclusion : *certains ensembles de Julia sont connexes, d'autres non*.

2.10.5.2 Ensembles de Mandelbrot

Définition initiale

Dans le plan complexe, on appelle *ensemble de Mandelbrot* les points (valeurs du paramètre c) pour lesquels l'ensemble de Julia de $f(z) = z^2+c$ est connexe.

Définition équivalente

Appelons *trajectoire critique* pour une valeur c donnée la trajectoire (suite des itérations de z_n) commençant en $z_0 = 0+0i$, origine des axes du plan complexe. L'ensemble de Mandelbrot est l'ensemble des points pour lesquels la trajectoire critique est bornée (reste à distance finie).

Voici un diagramme de l'ensemble de Mandelbrot dans le plan complexe :

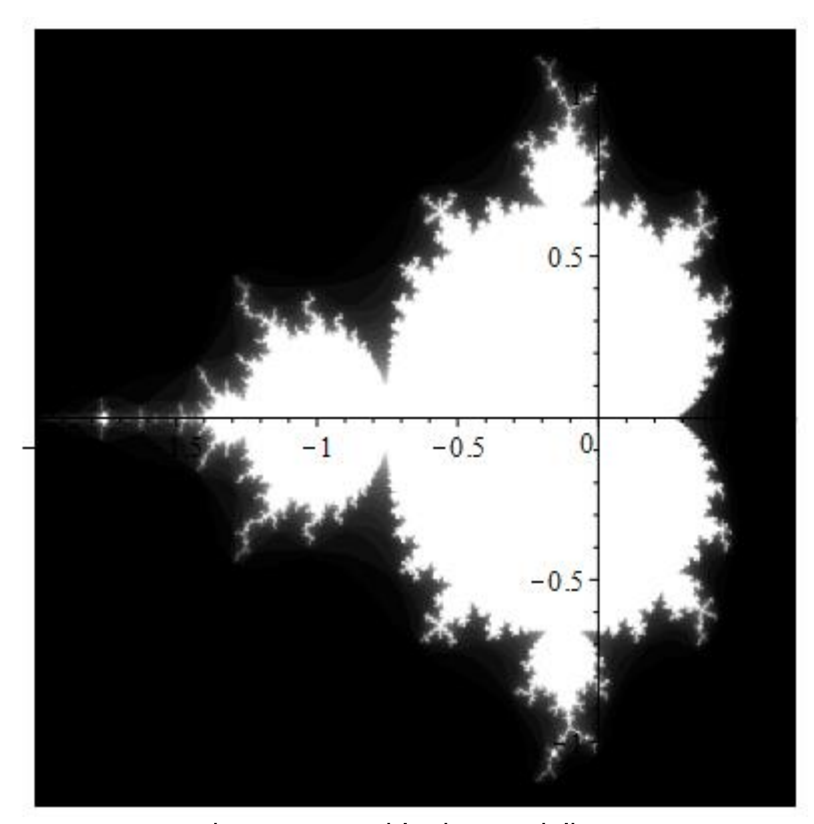
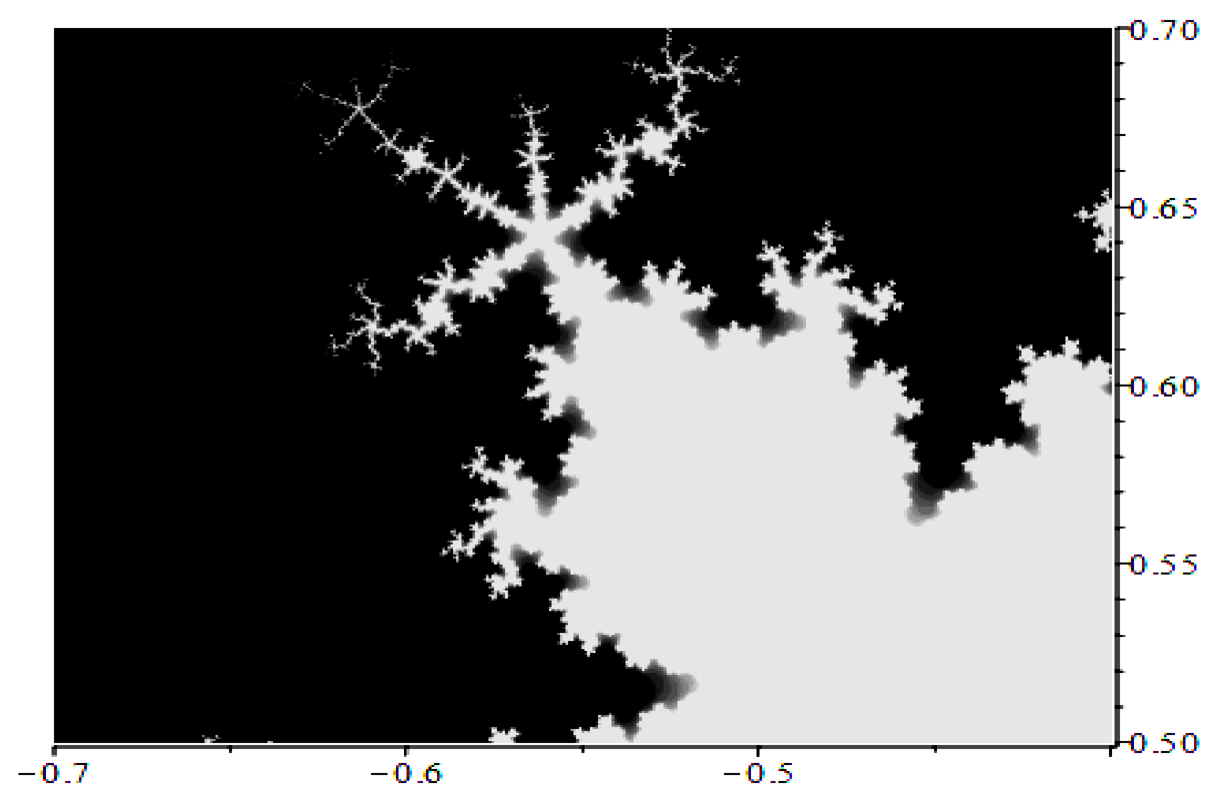


Fig. 1 - Ensemble de Mandelbrot

L'ensemble de Mandelbrot est évidemment fractal : il a au bord de ses nodules connexes des structures qui se répètent à diverses échelles. Voici l'agrandissement d'une partie :



Ensemble de Mandelbrot : agrandissement partiel

On trouve beaucoup d'images et de vidéos générées à partir de portions d'un ensemble de Mandelbrot, par exemple :

- https://www.bing.com/videos/search?q=mandelbrot+set&&view=detail&mid=F97DB3D1C2ABA4040666F97DB3D1C2ABA4040666&&FORM=VDRVRV
- https://www.mapleprimes.com/maplesoftblog/6851-Mandelbrot-Mania-With-Maple
- https://www.bing.com/images/search?q=mandelbrot+fractal&qpvt=mandelbrot+fractal&FORM=IARRSM
- https://www.youtube.com/watch?v=UuOTuFVnWv0
- http://www.madore.org/~david/math/mandelbrot.html

Propriétés surprenantes de l'ensemble de Mandelbrot

Cet ensemble a des propriétés surprenantes, dont quelques-unes sont citées dans [B8-2 page 801]. En voici une : on n'a pas démontré pourquoi, mais le nombre π apparaît dans la suite des nombres d'itérations *n* nécessaires pour que la suite de Julia $z_{n+1} = z_n^2 + c$ diverge lorsque la partie imaginaire εi de son début $z_0 = -0.75+\varepsilon i$ tend vers zéro parce que $\varepsilon \to 0$.

Voici les détails. Dans la Fig. 1 ci-dessus, en agrandissant beaucoup le diagramme, on s'aperçoit que le contact entre le gros nodule de droite et le nodule plus petit à sa gauche, sur l'axe horizontal du plan complexe, est situé à l'abscisse *-0.75*.

Ce contact paraissant très étroit dans le sens vertical, on voudrait savoir s'il se réduit à un point. Pour ce faire, on s'intéresse à la divergence d'une suite de Julia commençant en $z_0 = -0.75+\varepsilon i$ lorsque $\varepsilon \to 0$: on cherche le nombre minimum *n*

d'itérations nécessaires pour que celles commençant en $z_0 = -0.75+\varepsilon i$ divergent lorsqu'on donne à ε des valeurs successives de plus en plus petites.
Voici le tableau que trouve [B8-2] :

ε	n
0.1	33
0.01	315
0.001	3143
0.0001	31417
0.00001	314160
0.000001	3141593
0.0000001	31415928

Nombre d'itérations avant divergence

Le produit εn tend visiblement vers π. C'est une constatation numérique, pas une démonstration par déductions, mais qu'un tel changement d'échelle soit associé à une constante aussi remarquable que π est évidemment surprenant.

Il faut être d'autant plus prudent avec de genre de calcul qu'un premier programme MAPLE [B113] exécuté avec une précision de 40 chiffres significatifs trouve bien exactement les 4 premières valeurs, mais 942484 pour la 5ème, valeur qui multipliée par 0.00001 donne (à la cinquième décimale près) 3π, et non π. Un second programme Maple, écrit différemment et calculant avec 15 chiffres, trouve aussi les 4 premières valeurs, mais ne trouve pas la 5ème car il ne s'arrête pas…

3. Déterminisme : étude détaillée

3.1 Lois d'interruption et lois d'évolution

Lois générales de la physique régissant l'existence de lois particulières

La physique a des lois générales régissant *l'existence même* de lois particulières. Exemples :

- Aucune loi physique ne peut violer la conservation de l'énergie, du moment cinétique ou de la charge électrique.
- Théorème de Noether : voir *Invariances et lois de conservation (lois fondamentales de la nature*) : l'invariance d'une théorie physique par rapport à une transformation continue se traduit toujours par l'existence d'une loi de conservation d'une quantité.
- Le principe d'incertitude de Heisenberg limite la détermination précise de certains couples d'observables et la stabilité de certaines mesures.

Enchaînement dans le temps des lois d'évolution d'un système

Nous avons vu dans l'étude du principe de raison suffisante que le domaine d'application d'une loi d'évolution particulière à un système donné est borné par des situations de déclenchement et d'arrêt. A part la situation particulière de déclenchement du Big Bang, début d'évolution de l'Univers et situation de déclenchement de toutes les lois d'évolution qui s'appliquaient à cet instant-là :

- Toute loi d'évolution régissant un système est déclenchée lors de l'arrêt d'une loi précédente ;
- Tout arrêt de l'application d'une loi d'évolution est suivi par le déclenchement de l'application d'une autre loi.

Cela signifie que :

- Tout ce qui existe et tout ce qui évolue dans l'Univers a pris naissance au même moment, lors de la situation déclenchant le Big Bang ;
- Tout objet ou système de l'Univers est en évolution perpétuelle, comme l'Univers lui-même, dont l'expansion constante accompagne les déplacements et évolutions des systèmes stellaires, le tout régi par des lois de la Thermodynamique, de la Mécanique quantique, de la Relativité, etc.
  Nous reviendrons sur ce sujet.
- Le déterminisme régit deux types de lois d'un système :
  - Des *lois d'interruption* :
    - ✓ qui définissent ou interdisent l'existence d'une loi d'évolution ;
    - ✓ qui déclenchent ou arrêtent éventuellement des lois d'évolution lorsque des conditions particulières sont satisfaites ;
    - ✓ qui définissent des ruptures de stabilité du système provoquant des transformations brutales : transition de phase ; désagrégation ; décohérence ; décomposition chimique ; formation d'une étoile naine, d'une étoile à neutrons ou d'un trou noir, etc.

Chacune des parties résultantes évolue ensuite selon une loi d'évolution adaptée aux circonstances.

- Des *lois d'évolution* :
  - ✓ qui modifient l'état et/ou la position et l'orientation spatiale du système,
  - ✓ qui décrivent toutes les propriétés du système en fonction du temps : structure, formules de calcul de variables, interactions avec son environnement, etc.

Compléments dont la lecture est recommandée avant celle du paragraphe *Lois d'interruption* ci-dessous :

- *La nature est complète* ;
- *Symétries et lois de conservation des 4 types fondamentaux d'interaction*.

3.1.1 Lois d'interruption

Les lois d'interruption du déterminisme étendu sont un modèle théorique de la manière dont la nature peut « décider » des évolutions à lancer ou arrêter dans les circonstances les plus complexes. Ce pouvoir de décision couvre toutes les combinaisons de paramètres concevables, exactement comme l'esprit humain peut raisonner logiquement dans tous les cas possibles.

Définition des lois d'interruption

Une loi d'interruption répond à trois types de nécessité concernant les lois particulières de la physique :

- La nécessité d'exister ou de ne pas exister ; exemples :
  - « Dans telles circonstances, il doit exister une loi sur tel sujet ».
    Exemple : Théorème de Noether (voir *Invariances et lois de conservation (lois fondamentales de la nature*).
  - « Dans telles circonstances, il ne peut exister de loi sur tel sujet » ;
    Exemple : « En matière de décomposition radioactive spontanée d'un élément il ne peut exister de loi de déclenchement de la décomposition au niveau d'un atome, mais seulement d'une population d'atomes. »

  Sachant que c'est l'homme qui définit les lois qui s'appliquent à ce qu'il perçoit de la nature, les lois d'existence ci-dessus régissent le domaine de sa perception de la nature, dans lequel il peut légiférer.

  Mais ces *méta-lois* elles-mêmes sont définies par l'homme pour régir son besoin et sa possibilité de légiférer : la réalité est inaccessible à l'homme, qui ne peut raisonner que sur des perceptions ; au-delà du modèle de réalité de la Caverne de Platon, il y a aujourd'hui la physique quantique, dont la petitesse de l'échelle atomique nous interdit de voir plus que nos propres équations descriptives de Mécanique quantique.

- La nécessité de respecter des contraintes entre résultats de lois distinctes ; exemple : respect du principe d'incertitude de Heisenberg sur la précision des déterminations de variables qui ne commutent pas, ou sur la stabilité d'un résultat observé dans un certain contexte.

- La nécessité de déclencher ou d'arrêter l'application d'une loi d'évolution d'un système lorsqu'une situation déterminée (les valeurs de ses variables d'état et des variables d'environnement) est atteinte.

  Ce besoin est permanent et ininterrompu, et il ne souffre pas de délai de réaction. On peut se représenter ce type de loi d'interruption comme un *agent de surveillance continue* du système ; dès qu'une situation qu'il doit reconnaître apparaît :

  - l'agent arrête ou lance instantanément des lois d'évolution auxquelles le système est soumis, en communicant aux évolutions lancées les paramètres initiaux nécessaires ;
  - l'agent déclenche la décomposition du système, la fusion de certaines de ses parties ou le changement de son état, puis applique aux résultats de cette action les lois d'évolution adaptées.

  Le domaine d'application d'une loi d'évolution de système est donc régi par des lois d'interruption. A un instant donné, un système est soumis à l'action de toutes les lois d'évolution particulières qui s'appliquent ; ces lois sont définies par l'homme, qui postule que la nature en fait toujours la synthèse instantanée : à tout moment, un système particulier est soumis à sa loi *globale* d'évolution, synthèse par la nature de toutes les lois particulières.

  > Exemple (voir dans *Hypothèse géodésique – Temps propre* le sous-titre *Déviations de trajectoire dues aux champs électrique et gravitationnel*) :
  > Une particule de masse *m* et de charge électrique *q* est soumise, dans un spectromètre de masse, à la force d'inertie de Newton et à la force électromagnétique de Maxwell. La trajectoire de la particule résulte de ces deux forces : l'homme postule que la nature en fait la synthèse, qu'elle applique à la particule.

  Voir aussi plus bas *Contrôle de l'évolution* et *Lois d'évolution simultanées*.

  Il appartient donc à l'homme de vérifier, lorsqu'il en est capable, que la synthèse qu'il constate pour l'évolution d'un système particulier correspond à la synthèse qu'il peut faire, en raisonnant, des lois d'évolution particulières qui s'appliquent au système. L'homme procède toujours ainsi : d'abord il postule l'existence d'une loi d'évolution qu'il décrit, puis il vérifie son adéquation. C'est pourquoi, pour de nombreux phénomènes, l'homme a « essayé » des lois successives pour décrire de façon complète et précise ce qu'il constate : valeurs de diverses grandeurs, évolutions, relations, etc.
  Exemple d'essai de théories successives : voir *Rupture spontanée de symétrie*.

  Analogie informatique
  Un système d'exploitation d'ordinateur est un exemple de ce genre d'agent de surveillance. Il surveille en permanence l'activité de l'ordinateur en détectant des situations où il doit arrêter ou lancer un programme : saisie sur un clavier ; arrivée d'un message par le réseau ; demande d'un programme *A* adressée à un programme *B* ; fin d'un intervalle de temps avant déclenchement d'une certaine action, etc. Quand il lance un programme, le système d'exploitation lui passe si nécessaire des paramètres d'exécution.

Détection des situations de rupture et réponse

En plus du début et de la fin de toute évolution, une loi d'interruption définit aussi les conditions dans lesquelles un objet doit passer d'un état stable à un état instable ou réciproquement.

Exemple : décomposition spontanée par radioactivité alpha (décrite plus haut)
Une loi d'interruption décrit les conditions d'une décomposition spontanée (comme celle de l'uranium 238, noté ^{238}U), où :

- Les *forces de Coulomb* (décrites par une loi d'évolution) poussent les protons du noyau d'un atome naturellement radioactif à se séparer parce que leurs charges électriques identiques les font se repousser ;
- Mais ces forces sont équilibrées par les *forces nucléaires* d'attraction entre ces protons qui tendent à les rassembler en un noyau d'un seul tenant, forces décrites aussi par une loi d'évolution.

La loi *statistique* d'équilibre prévoit une probabilité pour que 50% des noyaux d'un échantillon se décomposent spontanément au bout d'un certain temps appelé « période de demi-vie », sans pouvoir préciser lesquels ; dans le cas de ^{238}U cette période est de 4.5 milliards d'années.

Le déclenchement effectif de la décomposition d'un atome donné ne devient pas déterministe par l'application de cette loi d'interruption, bien entendu, la cible de la loi étant la population entière du corps radioactif : il n'existe aucune loi déterministe de décomposition applicable à un atome particulier ; nous devons accepter la réalité d'une cause statistique de décomposition applicable à toute une population, même si une telle cause contrarie notre intuition. C'est parce qu'il existe de telles causes que le *déterminisme statistique* est nécessaire et régit des lois naturelles dont le résultat serait sans cela imputé au hasard.

Détection des conditions de changement ou de persistance d'une loi d'évolution

Une loi d'interruption énonce des limites :

- Au-delà desquelles une loi d'évolution ne s'applique plus et une nouvelle loi d'évolution doit commencer à s'appliquer ;

  Exemple : la température d'ébullition d'un liquide chauffé à pression constante, au-delà de laquelle sa chaleur spécifique est celle de la vapeur au lieu de celle du liquide ;
- Au-delà desquelles une valeur de variable d'état n'est plus calculable ou change de loi de calcul ;
- Qu'une évolution ne peut franchir ou violer, comme :
  - les principes de la thermodynamique ;
  - les lois de conservation (lois fondamentales de l'Univers) :
    conservation de l'énergie, de la charge électrique, du moment cinétique, etc.
  - le principe d'incertitude de Heisenberg ;
  - le principe d'exclusion de Pauli, etc.

Rôles respectifs de l'homme et de la nature dans les lois d'évolution

Dire que la nature fait la synthèse de plusieurs lois de détail inventées par l'homme est un abus de langage : on ne peut pas supposer que la nature « obéit » à l'homme. Il est plus exact de postuler que la nature a une *Loi globale d'évolution* qui s'applique à tout objet considéré par l'homme, fut-il petit comme un électron ou grand comme une galaxie. Cette loi n'est pas formulable par l'homme, qui n'en observe que des comportements de phénomènes particuliers et conçoit des lois particulières, dont il vérifie la conformité avec ses observations et prédictions. L'homme fait des lois qui s'appliquent aux représentations des phénomènes qu'il constate, pour des systèmes arbitraires définis par lui. Le déterminisme est une doctrine qui concerne les lois physiques créées par l'homme, et c'est un postulat commode mais indémontrable que de supposer que la nature évolue selon ces lois.

Adoptons désormais l'hypothèse de travail que les lois humaines d'évolution décrivent fidèlement les évolutions de la nature. Sachant alors que cette nature fait à tout moment, dans sa Loi globale d'évolution, la synthèse de toutes les lois nécessaires à un système auquel nous nous intéressons, nous imaginerons les conditions d'existence et d'application des lois d'évolution partielle de la Loi globale.

Complexité d'une loi d'interruption

Une loi d'interruption est la synthèse d'un certain nombre de conditions, indépendantes ou non. Un ensemble de telles conditions a une logique algorithmique correspondant à un raisonnement aussi complexe que l'on voudra, avec autant de variables que nécessaire, logique représentable par un programme.

La nature n'est pas régie par un ordinateur, mais quelle que soit la complexité d'une situation elle "sait" immédiatement comment réagir, quelle(s) évolution(s) interrompre et quelle(s) évolution(s) lancer, avec les paramètres adéquats ; or

Tout raisonnement logique peut prendre la forme d'un programme.

Traitement des indéterminations et des équilibres

Certaines lois physiques prennent la forme d'indéterminations, comme le principe d'incertitude de Heisenberg ou les variations d'énergie à l'origine des fluctuations quantiques. D'autres décrivent des équilibres, qui peuvent s'établir ou se rompre, comme l'équilibre des noyaux atomiques radioactifs susceptibles de se décomposer.

Les expressions mathématiques de ces lois existent, elles permettent de *prévoir* ce qui peut se passer, mais pas de *prédire* quand et avec quelle(s) valeur(s) numériques cela se passera. La prévision est alors régie par des conditions de déterminisme statistique calculables et par une loi d'interruption, mais aucune prédiction n'est possible, il faut se faire une raison : les décompositions radioactives et l'état à long terme d'un système dynamique chaotique, par exemple, ne sont déterministes que statistiquement, pour une population entière.

3.1.2 Lois d'évolution

Une *loi d'évolution* décrit :

- La manière dont un système se transforme et/ou se déplace lorsque ses conditions d'application sont remplies (et seulement tant qu'elles le sont, une loi d'interruption n'ayant pas interrompu l'évolution) ;

- Une structure du système, une formule de calcul d'une variable, etc.

Une loi d'évolution permet, par exemple, de :

- Décrire un objet ou une structure ;
  exemple : « L'atome d'hydrogène a un proton autour duquel tourne un électron ». C'est une loi, car elle décrit *tous* les atomes d'hydrogène.
- Calculer, pour un système donné dans des circonstances données et à un instant donné, une variable d'état faisant partie des informations descriptives du système ; exemple : calcul de la force électrostatique entre deux charges électriques par la loi de Coulomb.

  Prévision d'une évolution
  Une loi d'évolution permet ainsi de calculer la valeur d'une variable d'état d'un système en fonction d'une autre variable comme le temps, par exemple de la prévoir 1 seconde après le début d'une expérience.

  Exemple 1 : évolution en fonction du temps
  L'abscisse x d'un corps subissant une accélération g, lancé à l'instant $t=0$ à vitesse initiale v_0 d'une position x_0 sera, à l'instant t :

  $x = ½gt^2 + v_0t + x_0$ où g est l'accélération de la pesanteur, 9.81 m/s^2.

  Une telle loi, toujours ininterrompue car due à une cause ininterrompue, prévoit donc toutes les conséquences d'une situation donnée aussi longtemps qu'elle s'applique.

Remarques importantes

- Une situation initiale d'un système a pour conséquence causale une évolution, non une situation conséquence ; c'est là une différence essentielle avec le paradigme d'évolution kantien par succession de situations distinctes (causes ou conséquences, selon le sens de parcours).
- Si la loi est symétrique par rapport au temps (inchangée quand on remplace t par $-t$), elle permet aussi de calculer des valeurs du passé, c'est-à-dire de remonter des conséquences aux causes.
  Voir *Principe de conservation de l'information d'un système fermé*.

  Exemple 2 : évolution indépendante du temps
  La loi des gaz parfaits à température constante (Loi de Boyle-Mariotte) relie le volume v d'un gaz à sa pression p par l'équation

  $$pv = constante.$$

  « La pression d'un gaz est inversement proportionnelle à son volume ».
- Une évolution peut être intrinsèquement discontinue et passer par des étapes imposées ; exemple : la population d'un pays, comptée au 1er janvier de chaque année. Si on en connaît une loi d'évolution comme « la population augmente de *0.18%* par an » on peut prévoir et prédire la population des années $n+1$, $n+2$, etc. connaissant celle de l'année n :

  $$pop_{n+i} = r^i\, pop_n$$

  où r est la raison de la progression, *1.0018* dans l'exemple précédent

Nous avons vu dans l'étude du *Chaos* comment le déterminisme gouverne des évolutions de ce type. Sous cette forme itérative elles peuvent concerner des phénomènes naturels comme des modèles d'évolution d'origine humaine.

Règles d'application des lois d'interruption et des lois d'évolution

Une loi d'évolution s'applique (à partir d'une situation initiale) tant qu'une loi d'interruption ne vient pas arrêter l'évolution pour la remplacer par une autre.
Voir *Changements de phase d'un corps pur* au paragraphe *Limites d'application d'une loi d'évolution*.

Une loi d'évolution prévoit ce qui arrivera *si l'évolution a lieu, et aussi longtemps qu'elle a lieu* : c'est une prévision soumise à des conditions de déclenchement et de non-interruption. Lorsqu'une prédiction est possible avec une loi d'évolution, elle fournit des valeurs exactes, à la différence d'une loi d'évolution qui ne décrit que des changements de valeurs possibles.

3.1.2.1 Contrôle de l'évolution

L'application d'une loi d'interruption peut déclencher ou arrêter l'exécution d'une loi d'évolution : en ce sens-là, c'est une *loi de contrôle de l'évolution d'un système*.

- A chaque lancement d'une loi d'évolution, la loi d'interruption qui la contrôle lui communique les paramètres (valeurs initiales) d'exécution.

  Si les circonstances l'exigent, une loi d'évolution peut être arrêtée et relancée immédiatement avec de nouveaux paramètres.

- Tout objet naturel considéré par l'homme, simple ou complexe, évolue sous le contrôle d'une loi d'interruption.

3.1.2.2 Lois d'évolution simultanées

Considérer l'évolution d'un système due à une seule loi est, en général, une simplification : il y a souvent plusieurs lois d'évolution qui s'appliquent simultanément dans le cadre de la *Loi globale d'évolution* évoquée précédemment.

Cas des équilibres

Un cas particulier intéressant est celui des équilibres, où deux lois d'effets opposés s'appliquant ensemble produisent un équilibre. C'est le cas d'un exemple déjà évoqué, celui de l'équilibre d'un noyau d'atome radioactif ^{238}U dont les protons sont soumis à deux types de forces antagonistes : une répulsion électrostatique (due à la force de Coulomb) et une attraction due à la force nucléaire (l'interaction forte).

Cet équilibre est instable, car à l'échelle atomique les calculs de physique quantique donnent des solutions qui varient dans le temps, produisant une probabilité que 50% des atomes d'un échantillon de ^{238}U se décomposent spontanément au bout de 4.51 milliards d'années. Un atome particulier se décompose lorsque les forces répulsives de Coulomb de son noyau prennent l'avantage sur les forces attractives faibles.

3.1.3 Loi globale d'évolution de la physique

La définition d'un objet étant arbitraire, qu'il ait la simplicité d'un électron ou la complexité d'une galaxie, il est remarquable qu'une loi physique d'évolution adaptée

à un objet simple convient aussi lorsqu'il fait partie d'un ensemble complexe… si l'homme l'a aussi définie pour ces conditions-là.

3.1.3.1 Universalité des lois physiques

La loi de gravitation (attraction) universelle de Newton s'applique à un engin spatial de 100 kg en orbite terrestre comme à une galaxie naine d'un milliard d'étoiles comme celle du *Grand chien* (un milliard d'étoiles est peu par rapport à une galaxie comme la nôtre, la Voie lactée, qui en compte 100 milliards). Une telle galaxie naine est satellite d'une galaxie plus grande qui l'attire, comme la nôtre ou sa voisine M31, la *nébuleuse d'Andromède*.

> Dans les deux cas, l'expression mathématique de la loi d'attraction est la même, et la constante de gravitation $G = 6.67259 \,.10^{-11}$ Nm^2/kg^2 a la même valeur – ce pourquoi on l'appelle *universelle*.

On peut étendre cette remarque à un grand nombre de lois et constantes de l'Univers – ce qui justifie qu'on les appelle *lois* et *constantes*. On constate alors que les phénomènes complexes évoluent selon des lois globales dont des points de vue réducteurs produisent des lois simples identiques à celles qui interviennent ensemble dans un phénomène complexe :

> La loi d'attraction universelle reste la même pour un corps d'un milliard de milliards d'atomes subissant la pesanteur terrestre que pour un électron qui subit aussi, en même temps, l'influence d'un champ électrique et d'un champ magnétique. Si cet électron se déplace sous l'influence simultanée de ces trois champs, sa trajectoire sera prédite par un calcul déterministe comme résultant de la somme de leurs forces.

3.1.3.2 L'évolution naturelle fait la synthèse de causes diverses

L'évolution naturelle d'un système résulte toujours d'une synthèse des causes qui agissent sur lui. Nous pouvons donc postuler :

- Qu'un objet particulier subit une ***Loi globale d'évolution***, synthèse par la nature des lois particulières que l'homme a définies et qui s'appliquent à lui au moment considéré ;
- Que tout objet que l'homme considère à un instant donné, l'Univers compris, est régi par une *Loi globale d'évolution* dont nos lois physiques sont des vues réduites à une cause particulière.

Hypothèses complémentaires
Lorsque plusieurs objets interagissent ou ont des parties communes, leurs lois d'interruption sont coordonnées : elles ne se contredisent jamais, la nature agissant toujours selon une *loi globale d'évolution / interruption* cohérente. Nous pouvons donc postuler l'existence d'une unité logique de toutes les lois d'interruption de l'Univers, qui constituent donc une *Loi globale d'interruption de la physique* associée à la *Loi globale d'évolution de la physique*, sujets dont voici des détails.

3.1.4 Loi globale d'interruption de la physique

La loi (globale) d'interruption de la physique est un modèle conceptuel :

- des conditions d'existence des lois d'évolution,

- du domaine d'application de chacune,
- des mécanismes de déclenchement et arrêt des lois d'évolution,
- des interactions entre elles,

bref de tous les raisonnements de définition et de contrôle des lois d'évolution.

Ce modèle permettant de définir toutes les conditions d'existence et tous les raisonnements de synthèse concevables, convient nécessairement pour une Loi globale d'interruption. Nous ne pouvons démontrer qu'un modèle moins général ne suffirait pas, mais tel qu'il est il suffit à notre doctrine du déterminisme capable de régir toutes les lois physiques.

3.1.5 Loi globale du déterminisme

On ne peut concevoir de loi d'évolution non régie par une loi d'interruption, ou de loi d'interruption sans loi d'évolution : les actions de deux telles lois sont *conjuguées*, au niveau d'une loi causale particulière comme au niveau de l'ensemble global des lois physiques. Il est donc naturel de réunir la Loi globale d'évolution et la Loi globale d'interruption en une ***Loi globale d'évolution du déterminisme****,* synthèse de ses modes de régulation des lois de la nature.

La doctrine du déterminisme régissant toute la physique comprend donc une telle Loi globale d'évolution.

Cette Loi globale convient évidemment aux lois régies par le déterminisme statistique, qui décrivent le comportement d'une population de valeurs d'une variable stochastique.

> Exemple : loi de décomposition spontanée d'une particule, décrivant sa durée de vie moyenne comme le temps au bout duquel 50% des particules d'un échantillon se sont décomposées.

3.1.5.1 Propriétés négatives de la loi globale d'évolution due à la causalité

Conséquences du caractère immédiat et ininterrompu de la causalité qui s'applique à un système tant que ne survient pas une cause d'interruption :

- L'application d'une nouvelle causalité est instantanée
(des conditions d'interruption sont prises en compte sans délai) ;
- L'application de la causalité est continue
(voir *Continuité dans le temps des évolutions naturelles*) ;
- L'application de la causalité est déterministe
(le hasard n'existe pas : voir *Hasard*) ;
- L'application de la causalité conserve l'information d'un système fermé
(voir *Conservation de l'information d'un système matériel fermé*) ;
- L'application de la causalité a des exceptions
(voir *Fluctuations quantiques* et *Apparitions*) ;
- Le déterminisme n'entraîne pas toujours la prédictibilité des résultats d'évolution
(voir *Le déterminisme ne garantit pas la prédictibilité*).

3.1.5.2 Il n'y a pas de phénomène intelligible en totalité

Pour prédire l'avenir, le déterminisme philosophique suppose une connaissance parfaite d'une situation à un instant donné et des lois d'évolution qui s'appliquent.

> Remarque : pour le mathématicien et astronome Laplace qui a défini ce déterminisme, ce sont là précisément les conditions nécessaires à une prédiction par résolution d'équations différentielles.

Mais Laplace savait bien qu'en pratique, face à un phénomène naturel, l'homme ne connaît jamais parfaitement, ni une situation instantanée, ni toutes les lois qui s'appliquent, ni chaque paramètre avec une précision parfaite. Il ne sait même pas quels détails de situation ou de loi d'évolution il ignore, et sur quelles précisions exactes il peut compter.

Alors pour comprendre une situation, en prévoir l'évolution et en prédire les états futurs l'homme simplifie, schématise et prend délibérément des risques intellectuels. Et les progrès des sciences témoignent de la validité de cette approche, qui permet des progrès par essais et erreurs, et par approximations successives.

Laplace savait cela si bien, qu'en plus de sa définition optimiste du déterminisme il a rappelé qu'aucun phénomène n'est complètement intelligible. Mieux même, il a fait progresser la science des probabilités et ses règles d'emploi, permettant de passer d'affirmations binaires vrai/faux à des affirmations probabilistes décrites par un modèle statistique ; ce faisant, il a encadré rigoureusement les erreurs possibles, défini les meilleures prédictions possibles (les moyennes) et expliqué les résultats naturels de phénomènes aux variables multiples par le *Théorème central limite*.

Et à l'échelle atomique…

Nous savons aujourd'hui que la seule manière de comprendre et prévoir les systèmes et leur évolution au niveau atomique est la Mécanique quantique (voir *Déterminisme statistique*), outil mathématique aux résultats entachés d'imprécisions statistiques et d'indéterminations : c'est la seule vérité qui nous soit accessible ; et John Bell a démontré que c'est une vérité *complète*, sans variable cachée possible.

3.1.5.3 Conséquence philosophique des inégalités de Bell : la non-séparabilité

En 1964 (après la mort d'Einstein, en 1955) John Bell établit des inégalités évaluant les corrélations entre des mesures possibles de variables entachées d'incertitude probabiliste. Ces inégalités fournissent des critères d'attribution des incertitudes sur ces variables mesurées à un manque d'informations provenant d'éventuelles variables cachées, dont Einstein soupçonnait l'existence pour rejeter les conclusions de la Mécanique quantique.

3.1.5.3.1 Corrélation de particules : l'espace physique n'est pas séparable

La théorie de Bell a été utilisée dans les expériences d'Alain Aspect [B52] et d'autres physiciens. Nous avons aujourd'hui la certitude que l'espace de la Mécanique quantique n'est pas séparable : deux particules corrélées (on dit aussi "intriquées") peuvent être séparées par une distance aussi grande que l'on voudra tout en disparaissant ensemble si l'on interagit avec l'une d'elles.

Un même système (une même quantité d'énergie partagée par deux ou plusieurs particules générées ensemble, évoluant au départ selon une fonction d'onde commune) peut se déformer et s'étendre sur des kilomètres tout en

réagissant de façon unifiée à une action extérieure sur une « extrémité » : la conséquence de cette action se propage instantanément à tout le système, sans être limitée par la vitesse de la lumière. On dit que pour un tel système *l'espace n'est pas séparable*.

Cette propriété, qui n'apparaît qu'à l'échelle atomique, est – avec la superposition d'états quantiques – une des deux propriétés fondamentales de la physique atomique, conséquences directes de la Mécanique quantique. Toutes deux sont mises à profit dans les calculateurs quantiques [B140].

3.1.6 Action des 4 forces fondamentales de la nature

Voir d'abord ci-dessus, si nécessaire, les paragraphes suivants :

- *Les 4 forces fondamentales de la nature* ;
- *Lois d'interruption* ;
- *Lois d'évolution*.

Tout objet physique subit en permanence l'action de deux au moins des quatre forces fondamentales de la nature, aujourd'hui décrites de préférence sous forme de champs et non plus sous forme « d'action à distance », car celle-ci laisserait entendre un effet instantané impossible compte tenu de la Relativité générale. Ces deux forces sont celles de portée infinie, la force de gravitation et la force électromagnétique. Les deux autres forces n'agissent qu'au niveau subatomique.

3.1.6.1 Les deux types de lois physiques

Si on exclut la thermodynamique (ensemble de lois statistiques du déterminisme scientifique), le reste de la physique ne comprend que deux types de lois :

- Celles qui ont trait à la *matière-énergie*, prenant en compte les lois de Newton ;
- Celles qui ont trait aux *charges électriques*, prenant en compte les équations de Maxwell.

Aucune loi d'évolution ne décrit une transformation de masse-énergie en charge électrique ou réciproquement ; une telle transformation n'intervient que ponctuellement et avec un résultat à faible durée de vie :

- Dans les *fluctuations quantiques*, et encore en créant des couples particule-antiparticule de charge totale nulle. Ces fluctuations ne sont pas des phénomènes d'évolution, mais d'instabilité intrinsèque sans autre cause.
- Dans des conversions de photons en paires de baryons, également de charge totale nulle ; cette réaction, qui existe aussi en sens inverse, existait à l'ère hadronique (voir *Le confinement des quarks et l'ère hadronique*).

Retenons donc que :

La matière-énergie et la charge électrique sont indépendantes.

A l'échelle atomique, la loi fondamentale d'évolution est l'équation déterministe de Schrödinger, qui se déduit des lois de matière-énergie l'échelle macroscopique.

A l'échelle subatomique, les lois font intervenir celles de la Mécanique quantique pour décrire des équilibres ou ruptures d'équilibre régis par la *Théorie des champs* : ce ne sont pas des lois d'évolution, mais des lois d'interruption.

A l'échelle cosmologique, la Relativité décrit la transformation des lois physiques compte tenu de masses qui déforment l'espace-temps et de vitesses relatives.

C'est parce que la physique n'a que deux cibles fondamentales d'évolution, la matière-énergie et la charge électrique, qu'il n'y a que deux groupes fondamentaux de lois d'évolution : le groupe des lois de Newton et celui des équations de Maxwell ; toutes les autres lois de la physique macroscopique régies par le déterminisme scientifique s'en déduisent, les lois de la thermodynamique relevant du déterminisme scientifique. Et compte tenu du *Principe de correspondance* (voir ce titre), les lois de la physique quantique s'en déduisent également.

Conséquence : les propriétés déterministes des lois d'évolution de la physique seront celles des lois et équations qui régissent la masse-énergie et les charges électriques.

La Relativité, théorie unificatrice des lois de Newton et des équations de Maxwell

Dans sa Théorie de la *Relativité générale*, Einstein a pris en compte, pour calculer la courbure de l'espace-temps à un instant donné, aussi bien les lois de Newton pour les masses-énergies que les équations de Maxwell pour les rayonnements. Cette théorie en constitue donc une synthèse appliquée au problème de détermination de la courbure de l'espace-temps – et seulement à ce problème-là.

3.1.6.2 Similitude formelle des forces gravitationnelle et électrostatique

La loi de gravitation universelle de Newton décrit l'attraction *F* d'une masse *M'* par une masse *M* située à une distance *d* :

$F = G\frac{MM'}{d^2}$, où *G* est la constante universelle de gravitation.

La loi de Coulomb a la même forme, en décrivant l'attraction d'une charge *q'* par une charge *q* à la distance *d* :

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{d^2}$$

où ε_0 est la permittivité du vide 8.854 **.**10^{-12} coulombs par (volt **.**mètre).

Ces deux lois « d'action à distance » s'expliquent aujourd'hui par des *champs* formellement semblables, respectivement le champ gravitationnel et le champ électrique, en fonction d'une densité de masse par unité de volume et d'une densité de charge électrique par unité de volume en utilisant l'opérateur *nabla (symbole* ∇*,* voir en annexe *Opérateur vectoriel nabla*) :

$$-\nabla.\boldsymbol{g} = 4\pi G\rho \quad \text{et} \quad \nabla.\boldsymbol{E} = 4\pi k\rho\text{, où :}$$

- $\nabla.$ (noter le point) est l'opérateur scalaire *divergence*, produit scalaire de l'opérateur vectoriel ∇ $(\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ par le vecteur ***g*** ou le vecteur ***E***.

- ρ est la densité par unité de volume de masse ou de charge électrique.

Les forces gravitationnelle et électrostatique sont des forces d'évolution dont l'action est décrite par des équations différentielles. La gravitation intervient à l'échelle macroscopique ; elle est négligeable à l'échelle atomique devant la force électrostatique, qui intervient à toutes les échelles.

La force d'inertie de la deuxième loi de Newton $\boldsymbol{F} = M\boldsymbol{a}$ n'est qu'une force *virtuelle*, se traduisant par des accélérations d'opposition $\boldsymbol{a}$ d'une masse M aux changements de mouvement ; le seul champ qui y intervient est celui qui explique l'inertie d'une masse, le champ de Higgs agissant par l'intermédiaire de son boson (voir le paragraphe *Champ et boson de Higgs*.)

Vecteur gravitation

Le champ gravitationnel est décrit en chaque point d'un espace (plat ou courbe) par le vecteur $\boldsymbol{g}$ tel que $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{g}\ M$ où $g = |\boldsymbol{g}| = GM'/d^2$ (loi de gravitation de Newton).

Selon la loi de Gauss, on peut aussi écrire comme ci-dessus : $\nabla.\boldsymbol{g} = -4\pi G\rho$.

Potentiel gravitationnel

L'énergie de gravitation (celle de la matière-énergie) est une énergie potentielle.
Elle est associée à un potentiel (concept analogue au potentiel d'un champ électrique) appelé *potentiel gravitationnel* Φ, tel que $g = -\nabla\Phi$, d'où $\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho$.

(Dans $\nabla\Phi$, ∇ est l'opérateur *gradient*, produit du vecteur ∇ par la fonction scalaire Φ. pour ∇^2 voir en annexe *Opérateur laplacien delta (symbole Δ) =* ∇^2)

Exemple : dans le champ de gravitation terrestre où $|\boldsymbol{g}| = 9.81$ m/s^2, une masse de 1 kg tombant de 1 m dans le vide perd une énergie potentielle de 9.81 x 1 x 1 = 9.81 joules, transformée en énergie cinétique.

3.1.6.3 Action des forces de l'échelle subatomique

Ces forces sont des forces de cohésion n'intervenant que dans les lois d'interruption. Leur action est décrite par la *Théorie des champs*. Par ordre d'intensité décroissante, ce sont :

- La force nucléaire, reliant entre eux :
  - les quarks d'un proton ou d'un neutron ;
  - les protons et neutrons d'un noyau atomique ;
- La force faible, intervenant dans la stabilité et la décomposition en quarks de particules atomiques comme les protons et les neutrons ;

3.1.6.4 Forces intervenant dans les lois d'évolution

- Les "forces" électromagnétiques, intervenant dans l'attraction électrostatique entre charges et dans les rayonnements électromagnétiques ; elles sont décrites par les équations de Maxwell.
- La "force" de gravitation, intervenant dans l'attraction entre masses et la déformation de l'espace-temps à l'origine de la gravitation ; cette dernière est décrite par les diverses métriques solutions de l'équation d'Einstein.

Les deux seules forces fondamentales intervenant dans une évolution macroscopique, la force électromagnétique et la force de gravitation, sont continues et symétriques par rapport au temps ; les deux autres forces n'interviennent que dans des lois d'interruption, pour la cohésion et la décomposition.

A l'échelle atomique les évolutions sont toutes décrites par l'équation fondamentale de Schrödinger, elle aussi déterministe, continue et symétrique par rapport au temps.

A l'échelle subatomique les évolutions sont décrites par l'Electrodynamique quantique, la Chromodynamique quantique intervenant surtout pour les problèmes de stabilité et de décomposition de particules.

3.1.6.5 Déclenchement et interruption des forces fondamentales agissant sur un système

Nous avons vu que lorsque l'action des forces fondamentales entraîne une évolution d'un système (transformation, déplacement…), celle-ci se déclenche spontanément et immédiatement.

Tout système physique subit sans cesse des forces, internes ou externes, souvent de manière invisible sans instruments spéciaux : il évolue donc en permanence, souvent de manière imperceptible, trop lentement ou trop vite.

La causalité naturelle agit donc sans cesse. La notion de situation d'un objet à l'instant *t* est une abstraction humaine.

L'enchaînement de situations distinctes, souvent utilisé par Kant sous forme de série des conditions, est un paradigme contraire à la continuité des évolutions naturelles et produisant des problèmes logiques de convergence à l'infini.

3.2 Déterminisme scientifique de la physique macroscopique

Rappels

Affirmation de causalité

En tant que doctrine, le déterminisme *scientifique* affirme que toute situation (état d'un système physique macroscopique dans son environnement) déclenche nécessairement et immédiatement une évolution selon les lois, universelles et stables dans le temps et l'espace, qui s'appliquent à cet état.

Ces lois d'évolution relèvent de la physique classique, telle qu'on la connaissait vers 1915, avec la physique relativiste mais sans la physique quantique.

La conséquence d'une cause est une évolution, pas une situation

Selon de déterminisme scientifique, la conséquence d'une cause (l'état d'un système) n'est pas une situation à une date ultérieure, autre état du même système, comme le supposent par exemple les raisonnements de Kant : nous avons vu qu'entre deux dates une évolution peut subir des interruptions et changer de loi (exemple : changement de phase d'un corps chauffé).

La conséquence d'une cause sera donc toujours une évolution selon une loi d'évolution : une cause est une condition nécessaire et suffisante d'une évolution, et celle-ci se poursuivra jusqu'à une interruption régie par la loi d'interruption applicable.

3.2.1 Causalité étendue

La causalité ci-dessus définit la conséquence d'une situation-cause comme une évolution (au lieu d'une situation-conséquence, comme le font beaucoup de gens). Nous l'appellerons *causalité étendue* : cette causalité-là produit une infinité de situations-conséquences conformes aux lois d'évolution qu'elle déclenche, jusqu'à ce que l'effet en prenne fin à l'initiative d'une loi d'interruption ; c'est pour cela qu'on la qualifiera d'étendue. C'est d'elle qu'il sera question chaque fois que les mots *causalité* ou *cause* apparaîtront dans la suite de ce texte. Le contenu sémantique de cette extension est complété par la définition du *déterminisme étendu*.

<u>Contrainte d'action d'une cause efficiente : la continuité dans les limites de l'Univers</u>

L'action d'une cause efficiente est régie par les lois de la physique. Elle se déroule et s'achève dans l'espace de l'Univers et le temps de l'Univers, aucun franchissement des frontières de l'espace-temps ou de la vitesse de la lumière n'étant possible d'après la Relativité. Et cette action sera continue, comme nous l'avons souligné précédemment : aucune rupture de continuité n'est possible, ni pour la causalité ni pour une loi d'évolution dont elle déclenche l'application. Seul un changement de cause peut interrompre une évolution.

<u>Différence fondamentale de la causalité étendue avec la causalité philosophique</u>

Traditionnellement, les philosophes définissent la causalité comme une relation entre *deux situations*, une cause et sa conséquence ; c'est, par exemple, le cas d'Aristote et de Kant. En considérant la conséquence de la conséquence de la conséquence, etc., ou la cause de la cause de la cause, etc., ils définissent une *chaîne de causalité*. La causalité étendue remplace cette notion par une notion de *loi d'évolution ininterrompue* jusqu'au déclenchement d'une autre loi par une loi d'interruption.

L'impasse du postulat de causalité

Connaissant la situation présente, pour prévoir une situation future ou reconstituer une situation passée, les philosophes « sautent » d'une situation à la suivante ou à la précédente ; ils ont alors un problème en remontant dans le passé (démarche appelée *régression*) : si toute situation a une cause, la chaîne de causalité est infinie, il n'y a pas de cause première, et le postulat de causalité doit être abandonné ou modifié pour admettre une cause sans cause, comme Dieu créateur de l'Univers ; conserver ce postulat n'est possible que si l'Univers a toujours existé, proposition à la fois indémontrable et infalsifiable dans notre Physique.

Solution : la causalité étendue, remplaçant la chaîne de causalité par une loi d'évolution ininterrompue

Avec la définition du paragraphe *Définition du postulat de causalité* ci-dessus, la conséquence d'une situation n'est pas une autre situation mais une évolution régie par une loi de la nature. Cette loi est une fonction du temps $\boldsymbol{E}(t)$, au sens mathématique : la situation au temps t_n du passé ou de l'avenir (ensemble de valeurs de variables d'état) est donnée par les valeurs des composantes du vecteur $\boldsymbol{E}$ pour $t=t_n$. Le déterminisme postule alors que cette fonction $\boldsymbol{E}(t)$ est toujours définie dans

son domaine d'existence, à partir du *Big Bang* (voir paragraphe *Big Bang, la naissance de l'Univers*).

Cette définition remplace *l'évolution discontinue par succession de situations séparées par un intervalle de temps* des philosophes par une évolution ininterrompue (on évite le terme *continue*, qui a un sens mathématique) plus conforme à la continuité évidente des évolutions de la nature macroscopique, qui n'arrêtent jamais. Elle supprime le problème de la cause première et rend inutiles les considérations de Kant sur *l'inconditionné* : connaître les fonctions ***E***(*t)* d'un système (les lois de la nature et leur domaine d'existence) détermine les réponses à toutes les questions d'évolution raisonnables sur lui.

3.2.2 Déterminisme et hystérésis

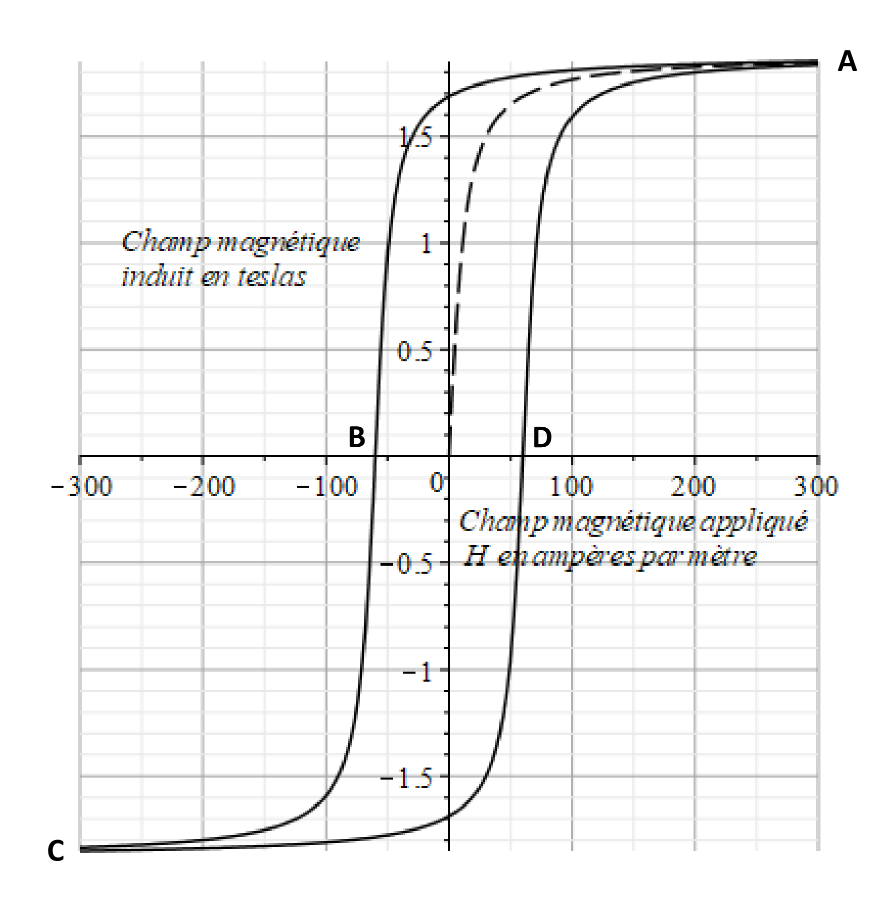
En physique on appelle *hystérésis* la persistance d'un phénomène quand cesse la cause qui l'a produit. Les sciences où l'état actuel dépend de l'historique d'évolution sont, outre la physique, la géologie, la cosmologie, la biologie de l'évolution, etc.

L'existence du phénomène d'hystérésis impose (philosophiquement) un « déterminisme spécial », prenant aussi en compte l'historique des états du système.

> Pour pouvoir se ramener au déterminisme traditionnel, à la causalité instantanée par nature, on ne peut considérer que tout état à un instant donné *tient déjà compte causalement* de l'historique, ou *que l'hystérésis n'est absent que lorsque le système est conservatif*, ce qu'il faudrait démontrer.

<u>Exemple 1 : hystérésis du fer pur</u>

Lorsqu'on soumet un barreau de fer pur à un champ magnétique *H*, mesuré en ampères/mètre, celui-ci induit dans le barreau une induction magnétique (improprement appelée aussi, souvent, *champ magnétique*) *B*, mesurée en teslas. Lorsque le champ appliqué *H* croît à partir de zéro, dans un barreau non aimanté, *B* varie comme la courbe en pointillés *0A* (très approximative) du graphique ci-dessous.



L'induction *B* augmente jusqu'en *A*, point où la saturation est maximale.

Si on diminue alors le champ *H*, le champ induit *B* ne revient pas suivant la courbe *A0*, mais suivant *AB* : il subsiste dans le barreau une aimantation résiduelle même lorsque le champ *H* est redevenu nul.

Si on inverse alors le sens du champ *H*, le champ *B* diminue rapidement, s'inverse, puis change de sens et varie jusqu'en *C*, où il est saturé dans le sens opposé au précédent.

Si on inverse alors de nouveau le champ *H*, *B* varie selon *CDA*, fermant un cycle reproductible d'aimantation.

Interprétation
Tout se passe, lorsque le champ appliqué *H* se réduit puis s'inverse, comme si le champ induit *B* « se souvenait » du champ antérieur et réagissait avec retard. Cet effet est dû à la présence dans le barreau de fer de *domaines magnétiques* multi-atomes qui ne se réorganisent que moyennant une énergie apportée par la variation du champ magnétique appliqué.

> Un atome de fer (ou une molécule d'un corps ferromagnétique comme la magnétite Fe_3O_4, l'alliage aluminium-nickel-cobalt *alnico*, l'alliage nickel-fer *permalloy* et divers aciers au cobalt) se comporte comme un petit barreau aimanté. Ces petits barreaux s'organisent spontanément en domaines où ils sont tous parallèles, additionnant l'effet de leurs champs ; un tel domaine peut contenir des millions d'atomes (de 1.26 angström chacun dans le cas du fer).

Le champ appliqué *H* apporte l'énergie nécessaire pour que les divers domaines s'organisent de façon à ce que leurs champs soient parallèles au vecteur appliqué ***H*** : l'aimantation varie comme la courbe initiale *0A*.

Mais quand le champ *H* diminue, les domaines créés pendant l'aimantation précédente ne se réorganisent pas tant que l'énergie apportée n'est pas suffisante ; et lorsqu'ils le font enfin, la réorganisation est brutale, conformément aux parties quasi-verticales du cycle *0ABCDA* ci-dessus.

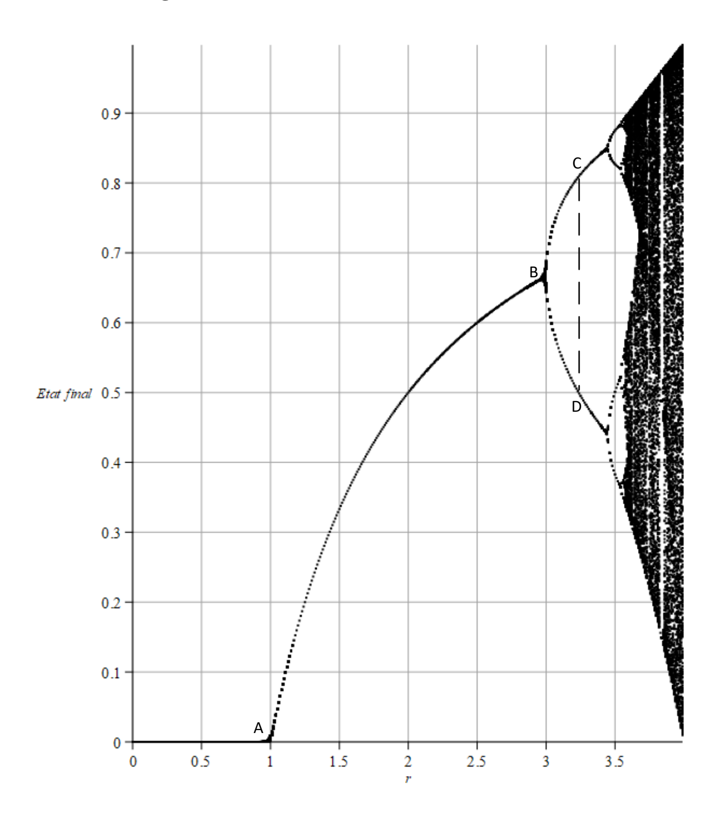
L'apport d'énergie du champ *H* aux atomes de fer est absorbé puis restitué sous forme thermique, lors des réorganisations des domaines : le cycle est donc *dissipatif*.

Le phénomène de réorganisation des domaines atomiques peut être considéré comme une sorte de changement de phase, de ceux dont nous avons vu le diagramme à propos de l'eau : il n'y a pas d'autre « mémoire ».

Exemple 2 : hystérésis diélectrique

L'hystérésis diélectrique est un phénomène par lequel la polarisation d'un isolant soumis à un champ électrique dépend, non seulement de l'intensité actuelle de ce champ, mais aussi de ses valeurs antérieures.

Lorsqu'on connaît un diagramme des bifurcations du système, qui a évolué par valeurs croissantes du paramètre *r* (voir *Diagramme des bifurcations - Universalité - Constante de Feigenbaum*), le phénomène d'hystérésis peut se manifester comme dans l'état du point *C* de la figure suivante.



Pour expliquer l'état du système en *C*, il faut expliquer qu'il est déjà passé, lorsque *r* croît, par les bifurcations successives *A* et *B* ; il faut ensuite expliquer pourquoi, pour cette valeur de *r*, l'état est *C* et non *D*.

Hystérésis et déterminisme

Le « déterminisme spécial » nécessaire pour régir les phénomènes d'hystérésis fait partie du déterminisme étendu, la logique des bifurcations étant régie par les lois d'interruption.

3.2.3 Déterminisme des évolutions régies par des équations différentielles

Selon la condition suffisante du postulat de causalité, une cause suffisante déclenche immédiatement une évolution. Mais qu'est-ce au juste qu'une évolution ? Nous ne répondrons ici que pour les évolutions de systèmes physiques naturels.

Définition d'une évolution

Une évolution d'un système physique est un changement qui affecte des variables qui le décrivent : variables externes comme la position et la vitesse, ou variables intrinsèques comme la masse, la charge électrique ou une dimension.

3.2.3.1 Evolutions dans le temps : variables et leurs dérivées

Une telle variable, *X*, a une *valeur* à chaque instant *t* notée *X(t)*.

- Nous avons vu au paragraphe *Chaos* que cette variable peut n'être définie qu'à des instants successifs séparés par un intervalle de temps non nul, numérotés *1, 2, 3…n*. L'évolution d'un instant t_n à l'instant suivant t_{n+1} se calcule alors à l'aide d'une fonction que l'on peut itérer autant de fois que nécessaire.
- La valeur de *X(t)* peut aussi être une fonction dérivable (donc aussi continue) du temps, hypothèse que nous ferons dans toute la suite de ce paragraphe parce que :

  Les lois d'évolution de la physique de Newton et Maxwell décrivent les changements à l'aide d'équations différentielles.

  Exemples : 2ème loi de Newton, équations de Maxwell.

  Exemple de loi de calcul sans dérivée, qui ne décrit pas une évolution mais un état : la loi de Coulomb.

La variable *X(t)* a, par hypothèse, une *dérivée par rapport au temps,* $\frac{dX}{dt}$, qui mesure son changement par unité de temps ; exemple : la position *X(t)* d'une voiture qui se déplace a pour dérivée sa vitesse *V(t)* en km/heure.

Enfin, la dérivée $\frac{dX}{dt}$ de la variable a elle-même une dérivée $\frac{d^2X}{dt^2}$ qui mesure l'accroissement (ou la diminution) de $\frac{dX}{dt}$ par unité de temps ; pour notre voiture précédente, c'est l'accélération *A(t)* en mètres/seconde par seconde, notée m/s^2.

$\frac{dX}{dt}$ est appelée *dérivée première*, sa dérivée $\frac{d^2X}{dt^2}$ est appelée *dérivée seconde*.

Connaître l'évolution temporelle d'un système, c'est décrire celle de ses variables.

Historiquement, l'évolution d'un système était la suite de ses situations
Historiquement, les philosophes se sont intéressés aux *situations* : ensemble de valeurs à un instant donné. Ils ont décrit la causalité efficace comme la relation entre une situation-cause S_0 et sa conséquence S_1. C'est ce qu'ont fait Kant et Schopenhauer, par exemple. Et cela leur a posé des problèmes de *début* d'une chaîne de causalité (par exemple pour la création du monde par un Dieu lui-même incréé) et de convergence d'une chaîne de causalité (impossibilité de terminer une chaîne infinie en comptant ses éléments, ou d'additionner une suite infinie d'intervalles de temps comme dans le *Paradoxe d'Achille et de la tortue*) : voir *Convergence d'une suite ou d'une série*.

Evolution fonction continue du temps ou suite discrète d'états
Les évolutions naturelles - décrites par des lois calculables directement ou par des équations différentielles - sont continues. Ne connaissant pas bien cette notion mathématique, les philosophes (notamment les Anciens, mais aussi Kant) les ont décrites comme des suites résultant d'une même loi de causalité par itérations successives. Pour nous, sachant que la causalité qui impose sa loi déterministe à la nature est la même, la différence entre une suite discrète et une fonction continue sera seulement affaire de présentation et de calcul. Dans la suite de ce paragraphe, nous ne considérerons que des fonctions continues.

Une description d'évolution comprend nécessairement ses variables et leurs dérivées
Les Anciens pouvaient se contenter de décrire une évolution par une suite de situations, car leur seul but était de raisonner philosophiquement. De nos jours, nous devons tenir compte des lois physiques que nous avons créées, et ces lois exigent en général de prendre en compte une dérivée première ou seconde.

Exemples

- La deuxième loi du mouvement de Newton $F=m\gamma$ relie une force et le mouvement d'une masse en utilisant son accélération, dérivée seconde ; voir *Lois du mouvement et de la gravitation universelle de Newton*.
- La loi de charge d'un condensateur exige la dérivée première de la tension à ses bornes. Nous allons voir pourquoi et comment.

Certaines lois descriptives de phénomènes sont représentées par des équations permettant un calcul direct d'une grandeur représentative de l'état du système.

Exemple
La charge Q (quantité d'électricité, en coulombs) contenue à un instant donné dans un condensateur de capacité C (en farads) est donnée par la formule :

$$Q = CV$$

où V (en volts) est la tension à ses bornes à cet instant-là.

Connaissant C et V on peut calculer directement la charge Q du condensateur.

Mais en général les lois d'évolution physique sont représentées par des équations décrivant la vitesse d'évolution d'une grandeur représentative G, c'est-à-dire sa dérivée par rapport au temps notée

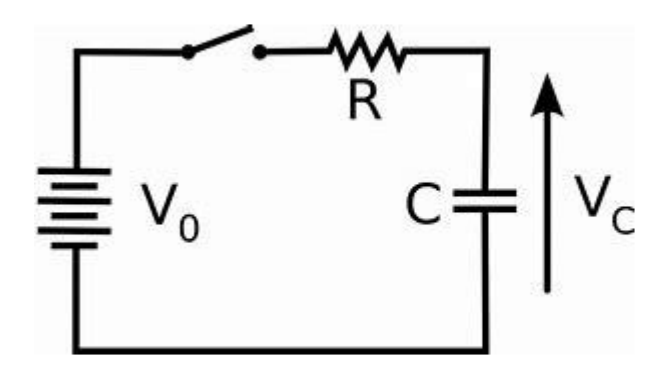
$$\frac{dG}{dt}$$

Dans le cas d'une quantité d'électricité *Q(t)* traversant un circuit, sa vitesse d'évolution (le débit) est le nombre de coulombs par seconde, connu sous le nom *d'intensité* et mesuré en ampères : 1 ampère = 1 coulomb par seconde. A chaque instant, l'intensité *i(t)* d'un courant est :

$$i(t) = \frac{dQ}{dt}$$

Les équations utilisant des dérivées sont appelées *équations différentielles*.
Exemple : quelle est la loi de charge d'un condensateur, c'est-à-dire l'évolution de la tension à ses bornes et de l'intensité du courant de charge ?

3.2.3.2 Charge d'un condensateur à travers une résistance



Notations

- Capacité du condensateur : *C* (en farads *F*), constante
- Résistance : *R* (en ohms *Ω*), constante
- Source de tension : V_0 (en volts) , constante
- Tension instantanée aux bornes du condensateur : $V_c(t)$, nulle à l'instant initial
- Intensité instantanée de charge : *i(t)*
  (en ampères = nombre de coulombs/seconde)
- Quantité d'électricité dans le condensateur : *Q(t)* (en coulombs) = $CV_c(t)$
- Loi de variation de la quantité d'électricité dans le condensateur et de la tension à ses bornes :

$$i(t) = \frac{dQ}{dt} = C\frac{dV_c}{dt}$$

Loi de charge
A tout instant, on a : $E = Ri + V_c = RC\frac{dV_c}{dt} + V_c$, équation différentielle de la fonction V_c dont la solution est de la forme $V_c = Ae^{-\frac{t}{RC}} + B$.

On détermine les coefficients *A* et *B* comme suit :

- Quand *t* tend vers l'infini : le condensateur est chargé, l'exponentielle est nulle et sa tension aux bornes est V_0. Donc $B = V_0$ et $V_c = Ae^{-\frac{t}{RC}} + V_0$.

- Quand *t = 0*, $V_c = 0 = A + V_0$ car l'exponentielle vaut 1 : donc $A = -V_0$ et

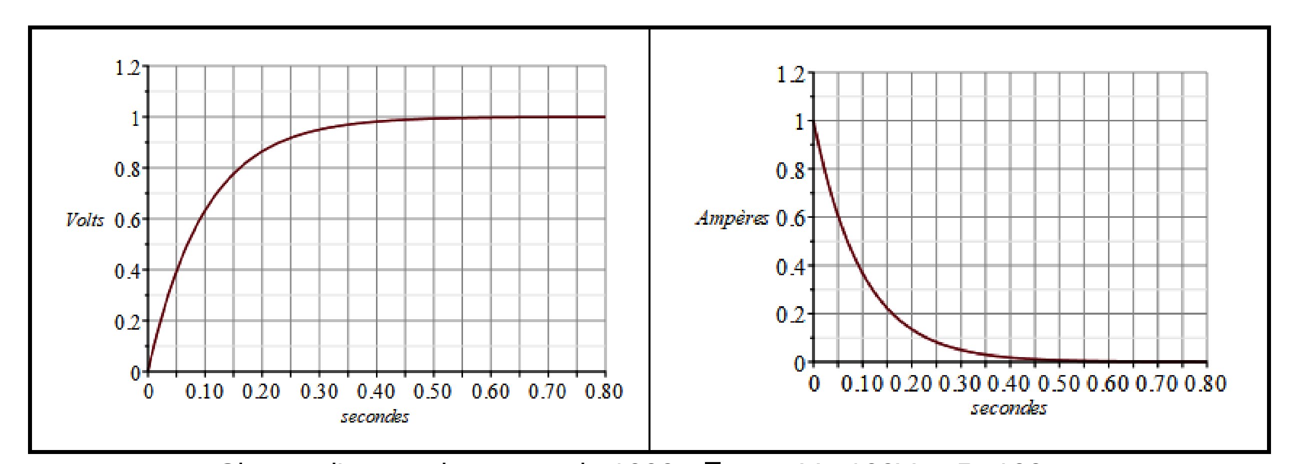
$$V_c = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Quand on ferme l'interrupteur, la tension aux bornes du condensateur croît jusqu'à V_0 et l'intensité décroît selon la loi

$$i(t) = \frac{V_0 - V_c}{R} = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Le produit *RC* (en secondes) est appelé *constante de temps* du circuit de charge.

Exemple : si $R = 100\Omega$ et $C = 10^{-3}F$ (1000 microfarads µF) $RC = 0.1$ seconde. Ainsi, au bout d'un temps $t = 5\ RC = 0.5$s, l'exponentielle vaut $e^{-5} = 0.0067$: le condensateur est chargé à 99,33% de sa capacité.



Charge d'un condensateur de 1000 µF avec V_0=100V et R=100Ω :
les deux courbes ont des asymptotes horizontales

Conséquences pour le déterminisme des lois physiques

Le postulat de déterminisme des lois physiques a donc besoin, pour certaines lois d'évolution, des dérivées première et/ou seconde des variables. Voyons comment on résout de telles équations pour prévoir leur évolution et, si possible, la prédire.

3.2.3.3 Résolution des équations différentielles de proche en proche

Source : [B8] pages 317 et suivantes

Dans de nombreux phénomènes physiques, l'évolution d'un système est représentée par une équation différentielle ou un système d'équations différentielles comprenant des dérivations par rapport au temps. Lorsque c'est le cas, *la connaissance des conditions initiales permet de déterminer toute l'évolution ultérieure de ses variables*, soit parce qu'on peut exprimer celles-ci comme fonctions du temps (on dit alors que le système d'équations est intégrable), soit parce qu'on peut calculer les valeurs successives de ces variables de proche en proche. L'évolution du système est alors déterministe au sens scientifique traditionnel et on peut même parler de *déterminisme mathématique*.

L'existence d'une description du mouvement par équation(s) différentielle(s) implique qu'à tout instant *t*, le mouvement pendant l'intervalle de temps infiniment petit *dt* suivant ne dépend que des conditions à cet instant-là, et *on peut le calculer sans tenir compte des conditions initiales ou des évolutions qui précèdent l'instant t*. La

position et la vitesse à *tous* les instants qui suivent t ne dépendent que des conditions à l'instant t. Le mouvement global, depuis un instant quelconque à partir de $t = 0$, résulte de l'application répétée du principe précédent : la chaîne de causalité est continue, *le futur dépend du seul présent, pas du passé*.

On peut donc calculer la solution *f(X)* d'une équation différentielle *de proche en proche* à partir de la connaissance d'un point initial *X* et de la dérivée *f'(X)* en ce point. On postule que la valeur approchée de *f(X)* au point *X+h* très proche de *X* (c'est-à-dire *h* très petit) est donnée par la formule de Taylor

$$f(X+h) = f(X) + hf'(X) + \cdots$$

c'est-à-dire qu'on suppose que l'accroissement de la fonction de *X* à *X+h* est très voisin de celui de la tangente en *X* à sa courbe, dont la pente est égale à sa dérivée.

Exemple : la dérivée de la fonction $V_c = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ étant $\frac{V_0}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$ on peut calculer la tension aux bornes du condensateur 10^{-9} seconde après le début de la charge sachant qu'à $t=0$ on a $V_c = 0$ et $V'_c = \frac{V_0}{RC}$ par la formule *f(0+h)=f(0)+hf'(0)*, c'est-à-dire : $f(10^{-9})=0+10^{-9}\frac{V_0}{RC}$. Avec $V_0 = 10V$ et $RC = 2.\ 10^{-6}\ s$ on trouve $f(10^{-9}) = 5\ .10^{-3}V$, alors qu'avec la fonction exacte $V_c = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ on trouve 4.999 $.10^{-3}$V.

On peut ensuite recommencer le calcul au point *X+h*, etc. C'est fastidieux, mais avec un ordinateur c'est tout-à-fait pratique si on connaît l'équation de la dérivée de la fonction d'évolution, et on n'a pas besoin de cette fonction elle-même.

En résumé, les équations différentielles peuvent être résolues de proche en proche même si on ne connaît en chaque point que les dérivées ; l'évolution qu'elles décrivent est à la fois prévisible et prédictible. Cette méthode est appelée *méthode d'Euler*. Il y a des méthodes plus efficaces de recherche de solutions approchées de telles équations, notamment celle de *Runge-Kutta*.

3.2.3.4 Equations différentielles autonomes à une variable

Source : [B8] pages 317 et suivantes

Hypothèse limitative

Il s'agit ici seulement d'équations différentielles de la forme $\frac{dX}{dt} = f(X)$, dont les solutions *X(t)* ont donc des dérivées dont la forme dépend seulement de *X* ; de telles équations sont dites *autonomes*.

1. Ces équations différentielles à une variable *X* sont *déterministes* et leurs solutions sont des fonctions *continues*.
2. Ces fonctions sont aussi *monotones* : il n'existe pas de valeur de *t* pour laquelle une d'entre elles passe d'une décroissance à une croissance, ou l'inverse.

   Démonstration par l'absurde : si la fonction *X(t)* pouvait atteindre deux fois une même valeur X_0 pour deux valeurs distinctes de *t* (par exemple d'abord en croissant puis en décroissant), cette fonction y aurait deux sens d'évolution différents, donc deux valeurs différentes de $\frac{dX}{dt}$ et l'équation ne serait pas de la forme $\frac{dX}{dt} = f(X)$ où il n'y a qu'une seule valeur de la dérivée

pour une valeur donnée de *X*. Pour chaque valeur de *t* il n'y a donc qu'une seule valeur de *X(t)* et de la dérivée $\frac{dX}{dt}$, qui ne change jamais de signe.

Une équation différentielle de la forme $\frac{dX}{dt} = f(X)$ a donc une solution monotone par rapport à *t* pour toute valeur initiale de *X(t)*.

3. Lorsque *t* tend vers l'infini ($t \to \infty$) les conséquences de la monotonie sont :
   - Ou la fonction *X(t)* → ∞ (positif ou négatif), et on dit qu'elle diverge ;
   - Ou la fonction *X(t)* tend vers une valeur limite fixe qu'elle ne peut dépasser, et on dit qu'elle est asymptotique à une limite ;
   - Ou la fonction *X(t)* est constante.

   La fonction *X(t)* ne peut pas devenir périodique ou chaotique (apériodique).

3.2.3.5 Equations différentielles à 2 variables – Modèle de Lotka-Volterra

Sources : [B8] pages 321 et suivantes ; [B17]).

Pour illustrer la richesse de la problématique de ces équations, nous nous limiterons au cas où les deux variables interagissent : la dérivée de chacune dépend des deux variables à la fois. On rencontre ce genre de problème, par exemple, dans la modélisation de la dynamique des populations (voir [B5] : *Démographie*) et l'écologie scientifique (voir [B6] : *Ecology* et [B17]). Traitons un exemple.

Problème des lapins et des renards

Il s'agit de définir un modèle simple de l'évolution de deux populations qui interagissent : une population de proies, les lapins (symbole *R* pour Rabbits) et une population de prédateurs, les renards (symbole *F* pour Foxes) ; on cherche donc des fonctions *R(t)* et *F(t)* – en abrégé *R* et *F* - à partir de considérations sur leurs dérivées $\frac{dR}{dt}$ et $\frac{dF}{dt}$.

Hypothèses

1. La croissance de la population de lapins est d'autant plus rapide qu'ils sont nombreux : $\frac{dR}{dt} = aR$.
2. Plus les renards sont nombreux, plus ils mangent de lapins : la population de ces derniers diminue en proportion du nombre de renards ; elle diminue aussi en proportion du nombre de lapins. L'équation 1 devient donc : $\frac{dR}{dt} = aR - bRF$.

   On suppose que les populations *R* et *F* sont assez nombreuses pour que la notion de dérivée ait un sens ; pour la même raison on suppose aussi que les fractions de lapin et de renard trouvées dans les calculs peuvent être négligées. On s'intéresse donc à l'évolution théorique de ces populations, sans chercher à les prédire avec précision.
3. La population de renards croît d'autant plus vite qu'ils sont nombreux et que les lapins dont ils se nourrissent le sont aussi : $\frac{dF}{dt} = cRF$.

   S'il n'y a pas (ou plus) de lapins *R=0*, donc $\frac{dF}{dt} = 0$ et la population de renards ne peut plus varier : prenons en compte la mortalité des renards.

4. Les renards sont mortels : leur population décroît d'autant plus vite qu'ils sont nombreux : l'équation 3 devient donc $\frac{dF}{dt} = cRF - eF$.

Modèle de Lotka-Volterra, compte tenu de ces hypothèses
L'évolution des populations de lapins *R* et de renards *F* est donc solution du système d'équations différentielles :

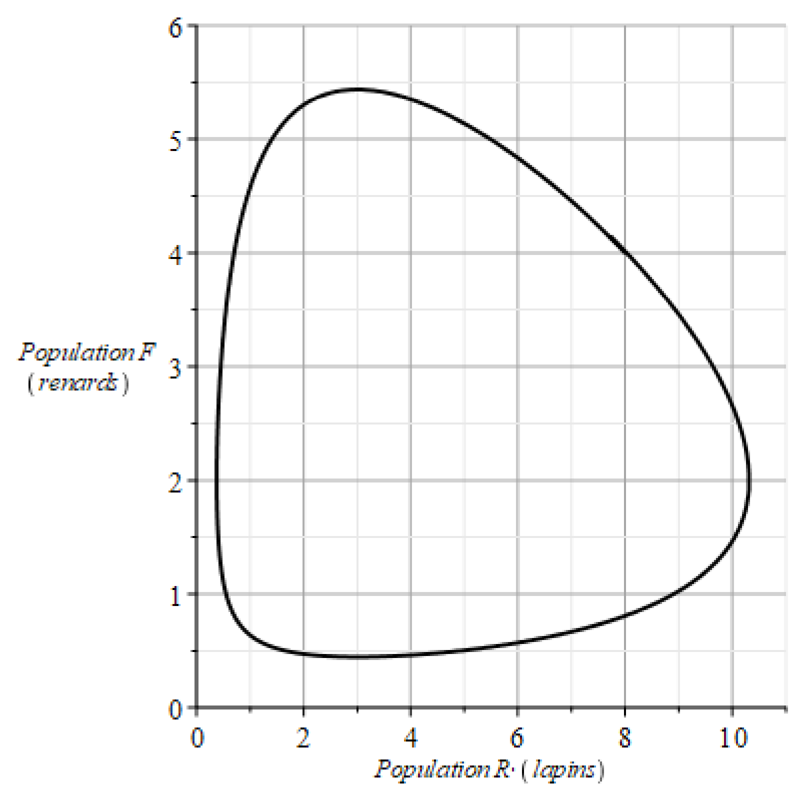
$$\frac{dR}{dt} = aR - bRF, \quad \frac{dF}{dt} = cRF - eF$$

On voit que ces équations différentielles sont interdépendantes, chacune des deux dérivées dépendant des deux variables *R* et *F*.

On peut trouver des solutions de ce système d'équations de proche en proche par la même méthode d'Euler que précédemment, pour chaque groupe de 4 paramètres *a*, *b*, *c* et *e*.

Analyse des solutions du problème des lapins et des renards

On résout le système d'équations différentielles précédent de proche en proche à partir des valeurs initiales à *t=0* : *R=8, F=4, a=1.0, b=0.5, c=0.2* et *e=0.6*, grâce à un script en langage MAPLE [B113], pour 10000 incréments de valeurs du temps égaux à 0.001. En portant ensuite, pour chaque instant *t*, les nombres de lapins *R* et de renards *F* sur un diagramme des phases à deux axes (voir *Diagramme des phases d'un phénomène d'évolution*), on obtient la courbe cyclique suivante, parcourue dans le sens inverse des aiguilles d'une montre :



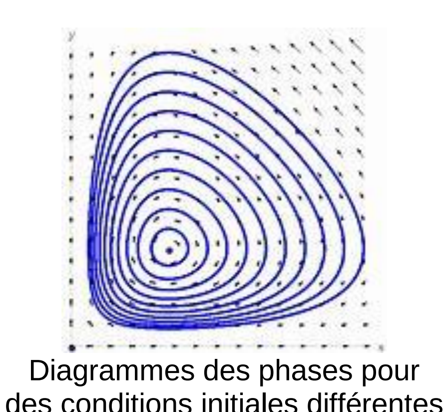
Evolution des populations de lapins R et de renards F : diagramme des phases

On voit que le nombre de lapins *R* commence par diminuer, alors que celui des renards *F* augmente. Au bout d'un certain temps *F* passe par un maximum, puis décroît, passe par un minimum, puis recommence à croître. La population de lapins passe elle aussi, alternativement, par des hauts et des bas : à force de manger des lapins, les renards se multiplient, puis leur population décroît quand ils n'ont plus assez de lapins pour compenser leur mortalité.

> Ce phénomène cyclique de croissance et décroissance alternées a été constaté sur une population de poissons soumise à des prédateurs et à la pêche. Pour le comprendre, les pêcheurs ont soumis le problème a un mathématicien, et c'est le modèle Lotka-Volterra de celui-ci qui a expliqué l'observation des pêcheurs.

Sensibilité à la précision des calculs et aux conditions initiales
Il a fallu plusieurs essais de résolution du système d'équations différentielles pour trouver la taille et le nombre d'incréments de temps 0.001 qui produisent la courbe avec un début et une fin voisins : *ce phénomène cyclique de dynamique des populations est sensible aux paramètres et à la précision du calcul*.

En outre, si on choisit des conditions initiales différentes on obtient des courbes cycliques distinctes, emboîtées, qui ont toutes la même période (temps de parcours d'un cycle). Deux de ces courbes ne se coupent jamais, car à partir d'une situation initiale le déterminisme impose l'existence d'une évolution unique. Au « centre » d'un diagramme des phases à courbes emboîtées il y a une courbe réduite à un point décrivant une situation théorique où les populations de lapins et de renards sont stables.



Diagrammes des phases pour
des conditions initiales différentes

<u>Conclusions philosophiques</u>

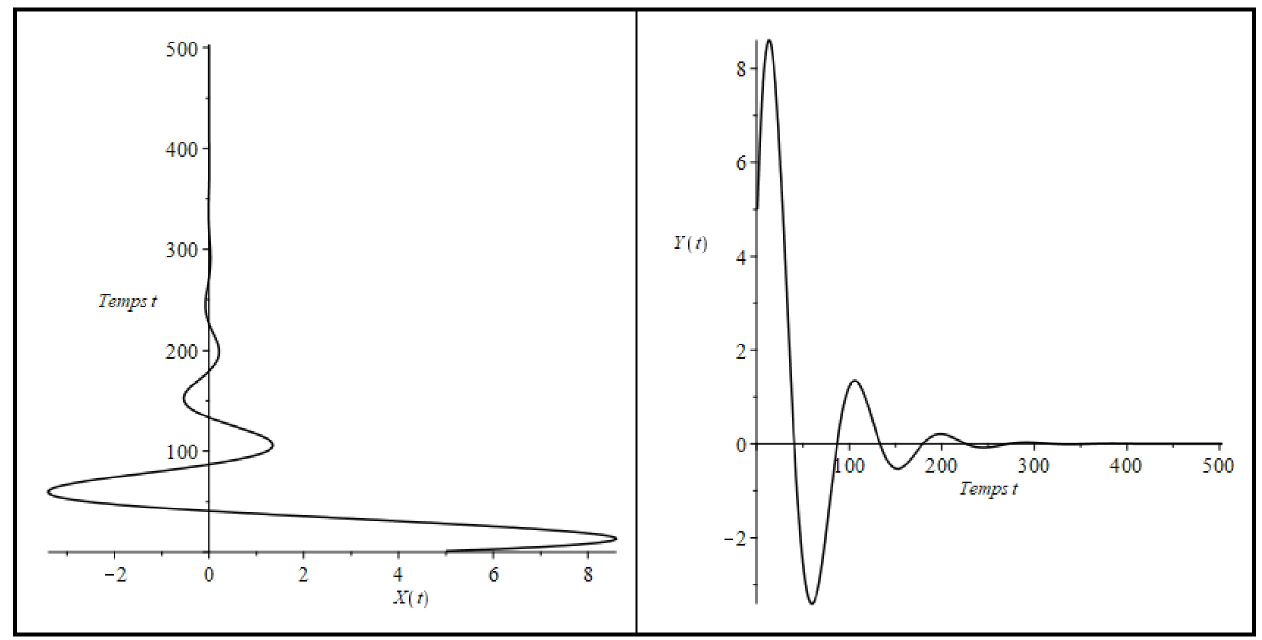
Le problème de dynamique des populations dont le modèle de Lotka-Volterra montre l'évolution théorique est intéressant par sa singularité. Aucune loi physique d'évolution ne ressemble à ce modèle itératif, qui montre la possibilité d'un cycle alternant croissance et décroissance, ainsi que l'influence de la précision des calculs et celle des conditions initiales. Nous avons là un exemple de phénomène parfaitement déterministe et prévisible, mais dont la prédictibilité des résultats dépend fortement des conditions initiales et de la précision des calculs.

3.2.3.5.1 Point fixe attracteur

Il existe des phénomènes dont la dynamique comprend une suite d'oscillations amorties se terminant par une valeur limite traduisant la stabilité du système. C'est le cas du système déterministe décrit par les équations :

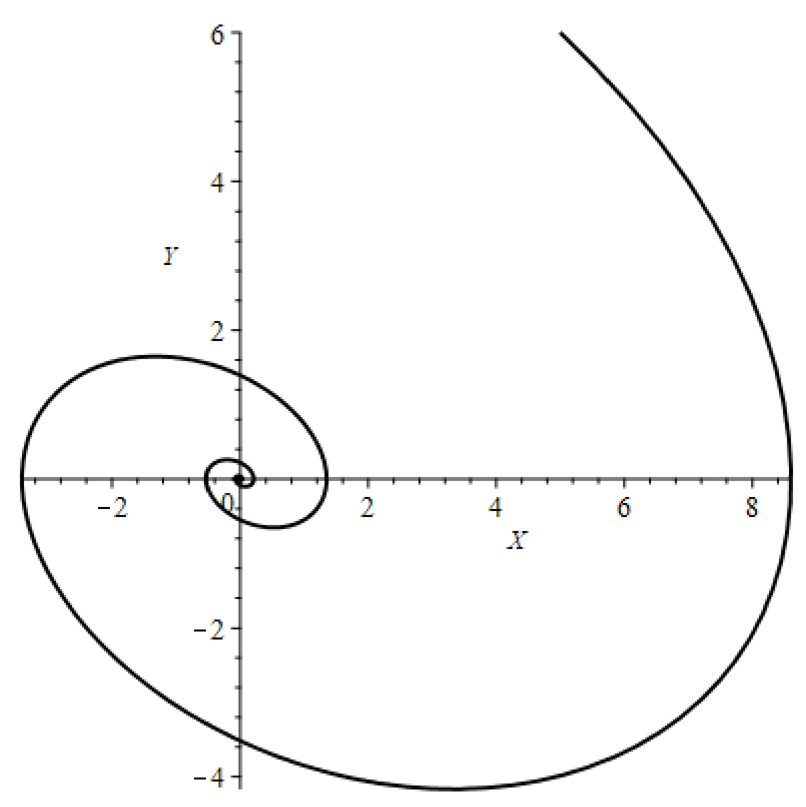
$$\frac{dX}{dt} = Y \qquad \frac{dY}{dt} = -0.5X - 0.4Y$$

L'évolution dans le temps de ce système montre l'amortissement de *X(t)* et de *Y(t)* :



Evolution dans le temps vers un point fixe attracteur : il y a amortissement

Dans l'espace des phases ci-dessous, l'évolution des coordonnées *X* et *Y* tend vers un *point fixe attracteur* dû à l'amortissement, ici *X=0, Y=0* :



Evolution dans le temps vers un point fixe attracteur :
diagramme des phases commençant en *X(0)=5, Y(0)=6*

L'appellation « point attracteur » de la fin de la spirale est due à ce que *ce point est le même quel que soit le couple de valeurs initiales X(0), Y(0)* : un système amorti finit par s'y arrêter quelles que soient les amplitudes initiales.

3.2.3.5.2 Cycle limite attracteur de Van der Pol

Le système d'équations différentielles de Van der Pol a été introduit dans les années 1920 pour décrire des oscillations de circuits électriques ; il est utilisé depuis notamment dans des problèmes de physique et de biologie. Il s'écrit :

$$\frac{dX}{dt} = Y \qquad \frac{dY}{dt} = -X + (1 - X^2)Y$$

Les solutions *X(t)* et *Y(t)* oscillent indéfiniment sans amortissement.
Exemple : à partir de *X(0)=0.1* et *Y(0)=0.1* leur détermination progressive par incréments de temps de 0.0001 donne le diagramme des phases suivant :

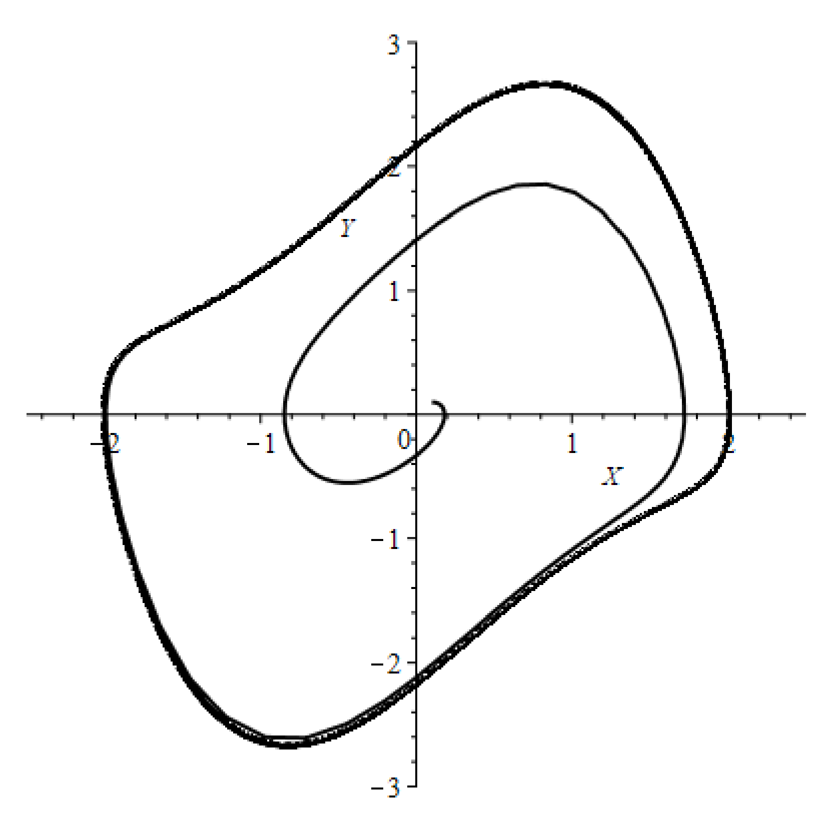


Diagramme des phases d'un système d'équations différentielles de Van der Pol :
le logiciel Maple a représenté 1 sur 1000 du million de points générés
par incréments *Δt=0.0001* à partir du point *X(0)=0.1, Y(0)=0.1*

On voit que la courbe décrite par le point (*X,Y*) lorsque *t* croît "s'enroule" autour d'un *cycle limite* fermé. Ce cycle est le même quel que soit le point initial (*X(0), Y(0)*) : c'est donc un *cycle limite attracteur.*

3.2.3.6 Equations différentielles autonomes à 2 variables

Source : [B8] pages 331 et suivantes

Hypothèse limitative

Il s'agit ici seulement d'équations différentielles de la forme :

$$\frac{dX}{dt} = f(X,Y), \ \ \frac{dY}{dt} = g(X,Y)$$

dont les solutions (*X(t), Y(t)*) ont donc des dérivées qui dépendent seulement de *X* et de *Y* ; chaque point à un instant donné *t* détermine la totalité de l'évolution suivante : le système est parfaitement déterministe.

1. Ces équations différentielles à deux variables sont *déterministes* et *continues*.
2. Leur évolution lorsque *t* varie n'est pas monotone.
3. Elles ne peuvent devenir apériodiques à long terme.
4. Deux courbes du diagramme des phases ne peuvent se croiser, car en un point donné (*X(t), Y(t)*) l'évolution n'a, par hypothèse, qu'un seul couple de dérivées.

Deux courbes du diagramme des phases, issues de points de départ distincts, ne peuvent pas, non plus, être tangentes en un point donné tout en étant distinctes : les dérivées premières seraient alors égales. Cette possibilité théorique est exclue par l'hypothèse déterministe suivante : *l'évolution est entièrement définie par la connaissance des fonctions et de leurs dérivées premières*.

5. Lorsque $t \to \infty$ les solutions (*X(t), Y(t)*) doivent tendre vers des points ou des cycles limites, attracteurs des ensembles de solutions venant de points de départ différents. Elles ne peuvent ni tendre vers l'infini, ni devenir apériodiques : ces résultats (Théorème de Poincaré-Bendixson) ont été démontrés par Henri Poincaré en 1892, et affinés par Ivar Bendixson en 1901.

Conclusion philosophique
Le comportement déterministe à long terme des systèmes décrits par des couples d'équations différentielles à deux variables est donc prévisible et prédictible, mais tout sauf évident.

3.2.3.7 Equations différentielles autonomes à 3 variables

Source : [B8] pages 317 et suivantes.

Nous allons voir que lorsqu'il y a 3 fonctions du temps, *X(t), Y(t)* et *Z(t)* définies par un système d'équations différentielles de la forme :

$$\frac{dX}{dt} = f(X,\, Y,\, Z), \quad \frac{dY}{dt} = g(X,\, Y,\, Z), \quad \frac{dZ}{dt} = h(X,\, Y,\, Z)$$

l'évolution est fort différente de celle observée avec une ou deux fonctions.

3.2.3.7.1 Equations de Lorenz – Dynamique chaotique

Considérons l'exemple des fonctions de Lorenz, apparues lorsque le météorologue Edward Lorenz essaya de modéliser la prévision du temps et du climat au début des années 1960. En simplifiant beaucoup les équations de mouvement des gaz de Navier-Stokes, il aboutit au système suivant :

$$\frac{dX}{dt} = \sigma(Y - X), \quad \frac{dY}{dt} = X(\rho - Z) - Y, \quad \frac{dZ}{dt} = XY - \beta Z$$

<u>1 - Evolution vers un point fixe attracteur</u>

Avec les valeurs initiales suivantes : *X(0)=1, Y(0)=0, Z(0)=0,* σ*=10,* ρ*=8,* β*=2.667*, une intégration pas à pas avec des incréments de temps de 0.02 donne le diagramme des phases suivant :

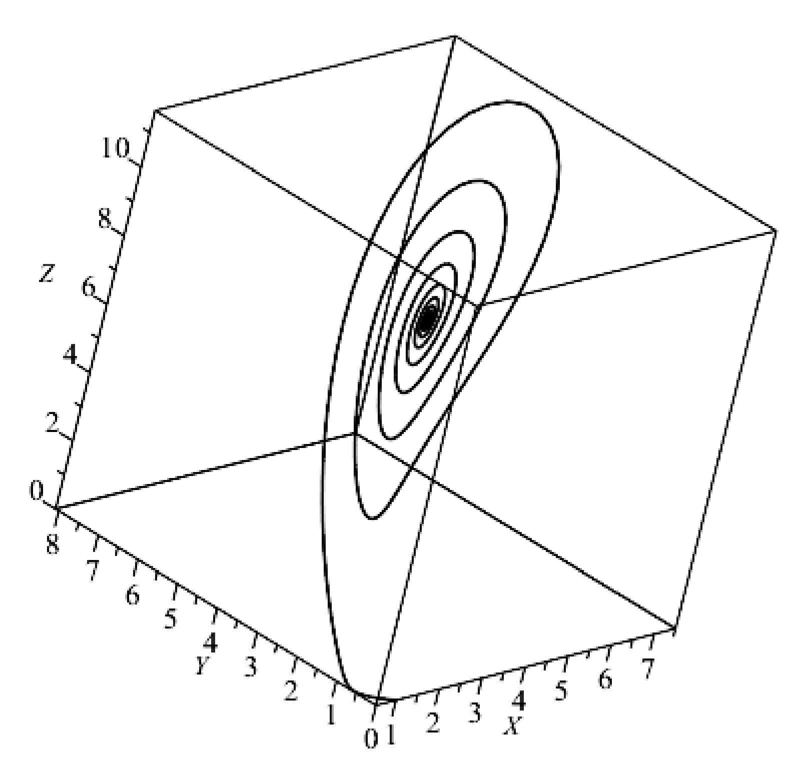


Diagramme des phases des équations de Lorenz
aboutissant à un point fixe voisin de X=4.25, Y=4.25, Z=7.0

La courbe gauche ci-dessus démarre au point (*1, 0, 0*) et forme une spirale non plane aboutissant au voisinage du point (*4.25, 4.25, 7.0*) lorsque $t \to \infty$.
Pour d'autres conditions initiales on trouve le même point final, *qui est donc un attracteur*.

2 - Evolution périodique

Avec les conditions initiales : *X(0)=50, Y(0)=50, Z(0)=50,* σ*=10,* ρ*=160,* β*=2.667*, *l'évolution des trois fonctions devient périodique à partir de t=6 (à peu près), avec des périodes assez compliquées comprenant plusieurs sommets d'amplitudes différentes*.

La courbe gauche du diagramme des phases ne se recoupe jamais :

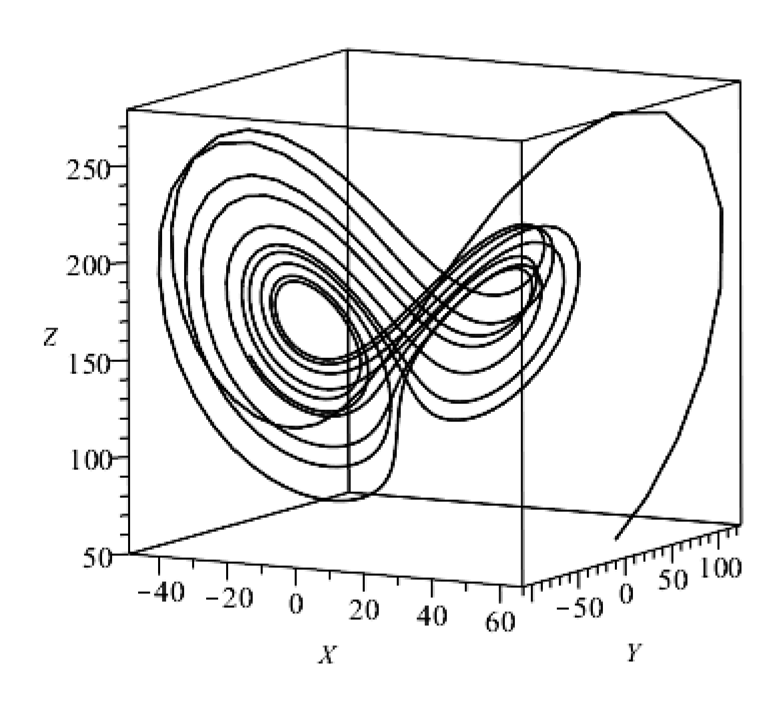


Diagramme des phases du début d'une évolution périodique
commençant en *X(0)=50, Y(0)=50, Z(0)=50*
(la partie périodique commence beaucoup plus tard)

Voilà donc un comportement surprenant si on le compare au précédent.

<u>3 – Evolution chaotique</u>

Avec les conditions initiales : *X(0)=50, Y(0)=50, Z(0)=50,* σ*=10,* ρ*=28,* β*=2.667*, l'évolution devient apériodique, les valeurs de *X* et *Y* basculant ensemble d'un des lobes à l'autre sans jamais repasser au même point : *l'évolution est chaotique*.

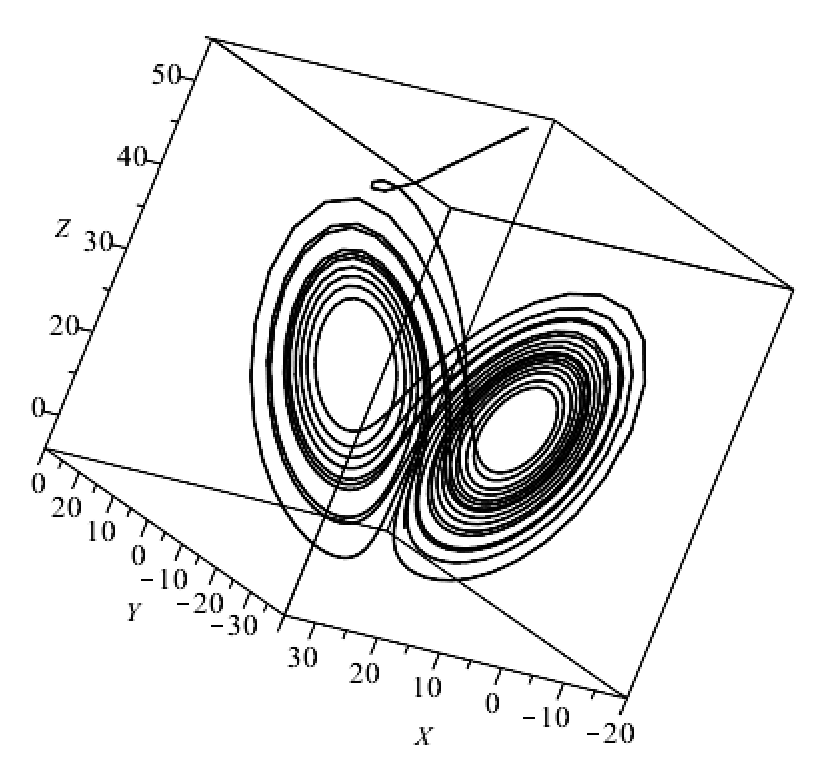


Diagramme des phases des équations de Lorenz : évolution chaotique

La trajectoire de la suite des points (*X(t), Y(t), Z(t)*) obtenus lorsque *t* croît à partir de 0 s'enroule autour d'une partie à deux lobes constituant un *attracteur* : les trajectoires issues d'autres valeurs initiales s'enrouleront aussi autour de lui. L'enroulement autour d'un des lobes est en sens opposé de l'enroulement autour de l'autre, chaque trajectoire passant d'un lobe à l'autre après quelques tours ; les trajectoires partant de points initiaux voisins peuvent se trouver, après un même nombre d'itérations, dans des lobes différents.

Ce modèle d'évolution correspond à un écoulement turbulent, où le fluide (l'air, l'eau, etc.) tourne alternativement dans un sens et dans l'autre, chaque sens correspondant à un lobe de l'espace des phases.

Attracteur étrange

L'attracteur de Lorenz précédent est qualifié d'*étrange* pour les raisons suivantes, souvent utilisées pour définir cette propriété :

- C'est un attracteur vers lequel convergent de multiples conditions initiales ; des trajectoires différentes restant « collées » à l'attracteur. Cet attracteur n'apparaît que dans l'évolution des systèmes dynamiques *dissipatifs* apériodiques.

  Remarque

  Les trajectoires des systèmes *conservatifs* restent confinées sur une surface d'énergie constante de l'espace des phases : elles n'évoluent pas vers un attracteur. Leur évolution, éventuellement compliquée, peut devenir apériodique, mais à dimension non fractale. [B30]

- Lorsque la variable *t* croît, la suite des points sur l'attracteur étrange est elle-même chaotique, les trajectoires étant sensibles aux conditions initiales : pour des valeurs initiales proches elles peuvent sauter d'un lobe à l'autre (la rotation du fluide peut changer de sens).
- L'attracteur étrange est fractal, les boucles successives de la courbe présentant une auto-ressemblance. La dimension de cet attracteur a été estimée à 2.05 par [B19].
- Selon [B8-4] page 92 note 8, il n'existe pas de preuve déductive rigoureuse de l'existence d'un attracteur chaotique pour le système d'équations de Lorenz.

Historique du caractère chaotique de certaines évolutions de systèmes
Les Américains ont tendance à attribuer la découverte des évolutions chaotiques à un compatriote, le météorologue Edward Lorenz, dans les années 1960. Ils ne savent pas que le premier scientifique à avoir découvert le phénomène est le français Henri Poincaré en 1889 [B18].

Nous savons aujourd'hui que le caractère chaotique apparaît dans de nombreux systèmes physiques, car c'est une propriété intrinsèque des systèmes d'équations différentielles qui les décrivent.

Conclusions philosophiques sur le déterminisme des évolutions régies par un système d'équations différentielles
Cet exemple montre qu'après un certain temps, certaines évolutions déterministes :

- *Peuvent conduire à des situations imprédictibles* : la seule façon de les connaître à une époque lointaine est de les calculer jusqu'à la date voulue ; aucune prédiction n'est possible connaissant seulement l'état initial et les équations différentielles d'évolution.

  Cette impossibilité de prédire un résultat sans avoir déroulé toutes les étapes qui y conduisent est analogue à celle qui concerne la prédiction du résultat d'un programme d'ordinateur : il n'y a qu'en l'exécutant qu'on peut connaître son résultat, la connaissance de son listing et des données initiales ne suffit pas. Cette analogie résulte du caractère itératif commun à la résolution de systèmes d'équations différentielles et de programmes en général.

- *Ont un résultat très sensible aux conditions initiales*. Ainsi, une différence entre $X(0)=30.00$ et $X(0)=30.01$ (toutes choses égales par ailleurs) peut conduire à une différence considérable de $X(t)$ dès $t=9$.

  Les conséquences pratiques de cette sensibilité sont considérables : les systèmes physiques régis par de telles équations différentielles peuvent avoir un comportement imprévisible parce qu'on ne dispose pas d'une précision suffisante :

  - des paramètres des équations,
  - des opérations mathématiques du programme qui les résout en centaines de milliers d'étapes itératives,
  - et des données initiales.

- Selon [B8-4] page 92, les systèmes dynamiques chaotiques ne s'étudient pas de manière déductive à partir de théorèmes généraux, on ne sait les étudier que par expérimentation numérique. Chaque expérience constitue alors une preuve dans

un cas particulier, mais pas une explication causale : « c'est ainsi, mais on ne sait pas le justifier de manière déductive ».

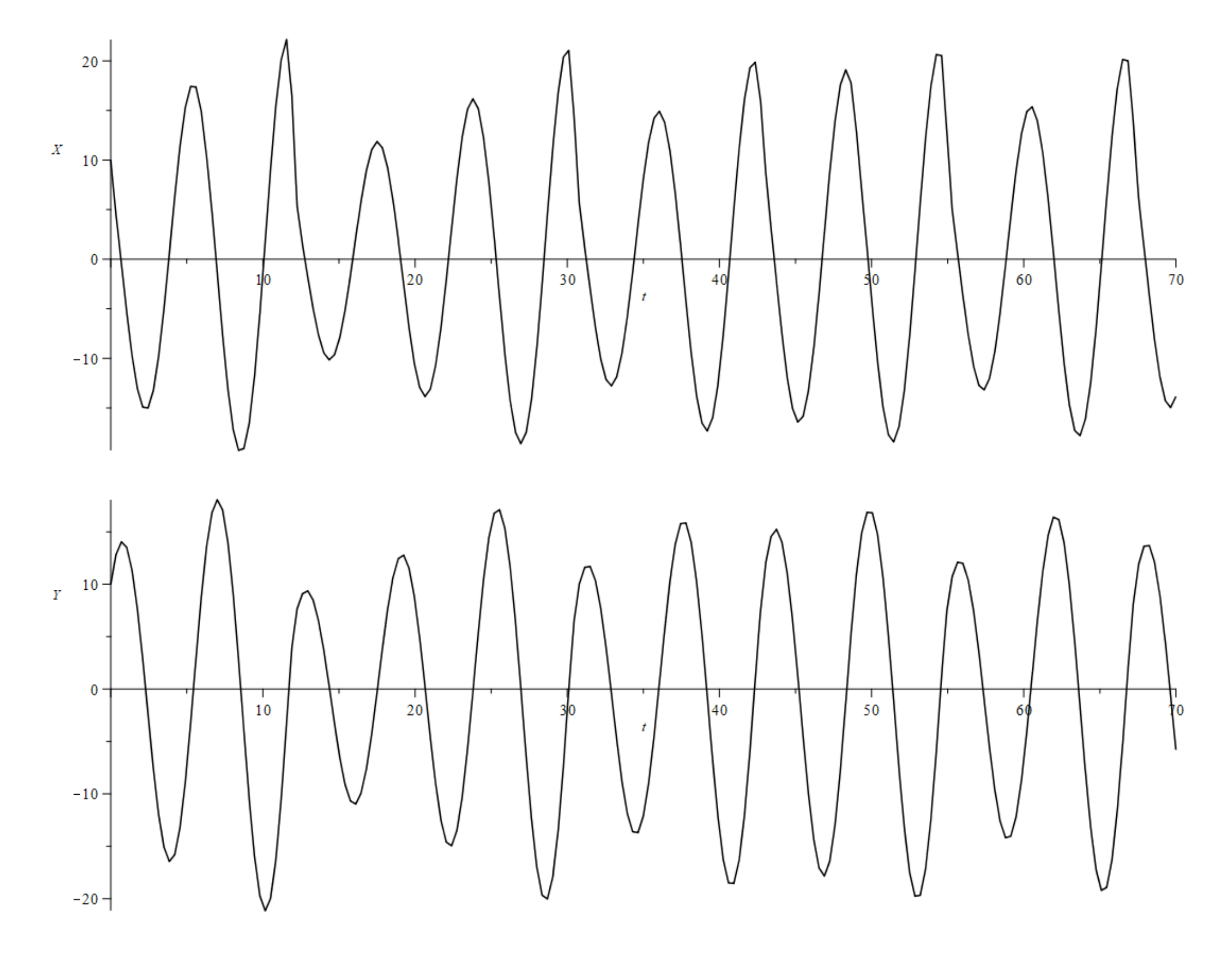
Shadowing theorem : énoncé
Bien que toute trajectoire calculée diverge exponentiellement de la trajectoire réelle (supposée calculée avec une précision infinie à partir des mêmes paramètres initiaux) il existe une trajectoire sans erreur à partir de paramètres initiaux légèrement différents qui suit « comme son ombre » la trajectoire calculée, avec une erreur aussi faible que l'on voudra. [B37]

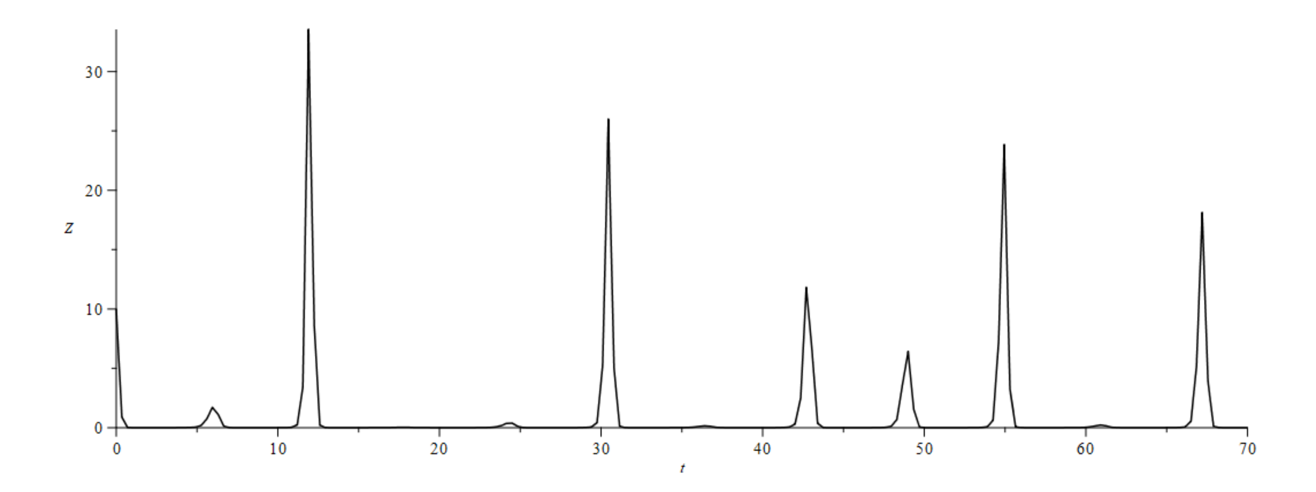
3.2.3.7.2 Attracteur de Rössler

En 1976, Otto Rössler proposa une version simplifiée des équations de Lorenz, dont *l'attracteur étrange* est plus facile à analyser et à représenter que celui de Lorenz. Les équations différentielles de Rössler sont de la forme :

$$\frac{dX}{dt} = -Y - Z, \quad \frac{dY}{dt} = X + aY, \quad \frac{dZ}{dt} = b + Z(X - c)$$

Voici les courbes d'évolution de *t=0* à *t=70* des variables *X(t), Y(t), Z(t)* :





Nous avons tracé la succession d'états de ce système dynamique quand *t* augmente dans l'espace des phases (*X, Y, Z*) avec les conditions de départ suivantes à *t=0* :

a=0.1,   b=0.1,   c=14, à partir du point (*X(0)=10, Y(0)=10, Z(0)=10*)

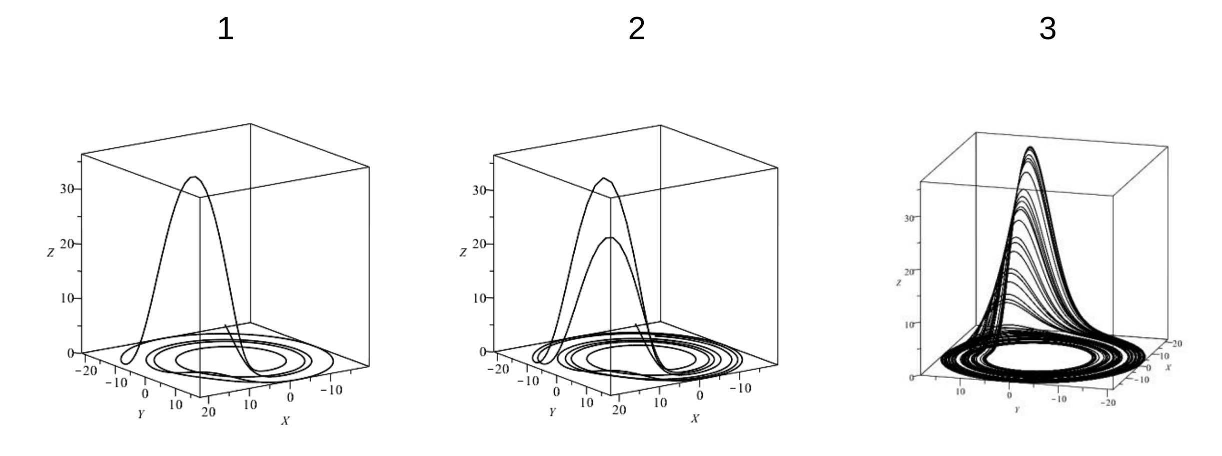
en utilisant le logiciel de calcul mathématique MAPLE [B113] sous Windows 10.
La solution a été si simple qu'aujourd'hui, avec un tel outil, le système de Lorenz n'est pas plus complexe à étudier que celui de Rössler.

Voici l'intégralité du "programme" MAPLE de génération de la courbe 3 :

```
with(DEtools):
with(plots):
a:=1: b:=1: c:=14:

sys:= {diff(x(t), t)=-y(t)-z(t), diff(y(t), t)=x(t)+a*y(t), diff(z(t), t)=b+z(t)*(x(t)-c)}:

DEplot3d(sys, [x(t), y(t), z(t)], t=0..300, [[x(0)=10, y(0)=10, z(0)=10]], scene= [x, y, z], stepsize=0.0001, linecolor=COLOR(RGB, 0., 0., 0.), thickness=0, maxfun= 200000);
```



3 étapes de la génération d'un attracteur de Rössler : la courbe 3 compte 3 millions de points

Comme c'était le cas pour l'attracteur de Lorenz, les trajectoires hors de l'attracteur y sont rapidement attirées, et une fois "sur" l'attracteur elles tournent dans le sens opposé des aiguilles d'une montre tout en étant chaotiques. Comme dans tout système déterministe d'équations différentielles, puisque les dérivées au point *t* ne dépendent que des coordonnées en ce point, deux courbes partant de points différents ne peuvent ni se couper ni être tangentes.

3.2.4 Déterminisme des formules, algorithmes et logiciels

Référence : *Logique* (en annexe)

Un cas particulier d'évolution est la *traduction instantanée d'un concept en un autre, par application d'une formule ou d'un algorithme*. Exemple : la loi d'attraction universelle de Newton entre deux points matériels de masses *M* et *M'* distants de *d* s'exprime par la formule $F = GMM'/d^2$, où *G* est la constate universelle de gravitation, $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$. Connaissant *M, M'* et *d*, on en déduit immédiatement la force d'attraction *F* ; cette force existe sans délai d'évolution, dès qu'existent *M, M'* et *d*. Le déterminisme de la nature régit donc, en plus de ses lois d'évolution, des lois et méthodes de calcul *de situation* traduisant des données initiales en un résultat final qui est leur conséquence, sans délai d'évolution.

Un algorithme de calcul est écrit dans le cadre d'une axiomatique et un programme est écrit en un langage informatique. Chacune des règles de déduction de l'axiomatique et chacune des instructions du programme respecte les conditions du postulat de causalité et de la règle de stabilité : l'algorithme et le programme étant donc des suites de processus déterministes, sont globalement déterministes.

Le résultat d'un algorithme ou calcul n'est pas prédictible à la seule vue de leur texte. En particulier, on ne peut savoir s'ils produisent les résultats attendus qu'en déroulant l'algorithme par la pensée et en exécutant le programme.

> **Théorème : *il n'existe pas d'algorithme général permettant de savoir si un programme donné s'arrête (donc fournit son résultat) ou non*.**

On ne peut pas, non plus, savoir si la progression vers ce résultat est rapide ou non : un programme peut se mettre à boucler, repassant indéfiniment sur la même suite d'instructions, et un algorithme peut converger très lentement ou même ne pas converger du tout ; si l'exécution d'un programme doit durer 100 ans personne ne l'attendra.

Il existe donc des processus déterministes :

- dont le résultat est imprévisible avant leur déroulement ;
- dont le déroulement peut durer si longtemps qu'on ne peut se permettre de l'attendre pour avoir le résultat.

Nous confirmons donc, sur cet exemple, que *le déterminisme d'un processus n'entraîne pas nécessairement la prédictibilité de son résultat*.

> Prédire un résultat d'évolution d'une variable consiste à prédire quel élément de son ensemble de définition résultera de l'application de la loi d'évolution, c'est-à-dire quel élément de cet ensemble elle choisira à un instant donné. En physique

atomique, la prédiction utilise la Mécanique quantique et a pour résultat un ensemble prédéterminé de valeurs ayant des probabilités d'apparition.

3.2.5 Portée du déterminisme : locale ou globale

Le déterminisme *local* régit le passage d'une situation de départ à une situation d'arrivée sous l'effet d'une loi d'évolution locale (qui s'applique à la situation de départ indépendamment des situations qui l'ont précédée ou qui la suivront).
Son application est de proche en proche : voir *Résolution des équations différentielles de proche en proche*.

Mais la forme locale n'est pas la seule que le déterminisme peut prendre. Il peut aussi, en agissant de manière plus *globale* :

- *Choisir une loi d'évolution parmi plusieurs possibles*, ce que nous verrons ci-dessous avec le *Principe de moindre action de Maupertuis*, le *Principe de Fermat* et les *quasi-cristaux*.

  Mais le *Principe de correspondance* fait qu'aucune loi de portée donnée ne peut faire évoluer une même situation de manière différente de celle d'une loi d'une autre portée : la nature est cohérente.

- *Grouper un certain nombre de variables*, en précisant une loi d'évolution globale qui interdit de connaître l'évolution d'une des variables prise isolément ;
  nous verrons cela ci-dessous avec le déterminisme statistique, les variables complémentaires de la Mécanique quantique et ses particules corrélées.

3.2.5.1 Principe de moindre action de Maupertuis

Définition d'une action
Maupertuis appelle *action* A_C lors du déplacement d'un point matériel dans un champ de force sous l'effet de celle-ci le long de l'arc de courbe *C*, de l'instant t_1 à l'instant t_2, le produit d'une énergie par un temps donné par l'intégrale :

$$A_c = \int_{t_1}^{t_2} L(q_1,\ q_2, q_3;\ q'_1, q'_2, q'_3)\ dt$$

où :

- q_1, q_2, q_3 sont les coordonnées généralisées du point, fonctions du temps t ;
- q'_1, q'_2, q'_3 sont les vitesses généralisées du point, dérivées de q_1, q_2, q_3 par rapport au temps t ;
- $L(q_1, q_2, q_3 ; q'_1, q'_2, q'_3 ; t)$ est le *lagrangien* du point matériel, différence fonction du temps entre son énergie cinétique *T* et son énergie potentielle *V*.

Exemple : lorsqu'un point matériel de masse *m* se déplace sous l'action d'une force qui dépend d'un champ de potentiel *V*, l'application de cette loi s'écrit, pour la coordonnée *x(t)* qui a pour dérivées $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$ et $\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$:

$$L = T - V = \frac{m}{2}\dot{x}^2 - V(x),$$

où *T* est l'énergie cinétique et *V* est l'énergie potentielle. D'où :

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = m\dot{x}, \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = m\ddot{x}$$

$$\frac{\delta L}{\delta q} = \frac{\partial V}{\partial x}, \quad m\ddot{x} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \text{ (Equations de Lagrange)}$$

Remarque : la force *F* qui agit sur la masse *m* dans le champ de potentiel *V* est, selon l'axe *x*, la composante du gradient $-\frac{\partial V}{\partial x}$ de *V* selon cet axe ; elle se déduit de l'équation de Lagrange :

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = F_x = m\frac{d^2x}{dx^2}$$

Les équations du mouvement de Newton se déduisent de celle de Lagrange.

Principe de moindre action
Le « Principe de moindre action » (qui est un théorème démontrable) affirme que parmi toutes les trajectoires possibles d'un point matériel entre deux points *A* et *B*, *celle qui est choisie par la nature est celle qui minimise l'action*.
On démontre que ce principe :

- est indépendant du choix des coordonnées ;
- équivaut aux lois du mouvement de Newton, dont il remplace la détermination du mouvement de proche en proche par une approche globale.

Commentaire philosophique
Avant de connaître le Principe de moindre action, nous savions que la trajectoire du point matériel était déterminée *de proche en proche* à partir de sa position initiale, qu'elle soit calculée à partir de son équation différentielle par intégration ou selon l'une des méthodes d'Euler ou de Runge-Kutta (voir ci-dessus *Résolution des équations différentielles de proche en proche*). La nature faisait donc comme si, en chaque point de cette trajectoire, elle en cherchait une nouvelle en ignorant à la fois le passé et l'avenir de son évolution.

Mais d'après le Principe de moindre action, la nature détermine *globalement* sa trajectoire en respectant, en plus, le critère d'intégrale d'action minimum.

Ces deux trajectoires étant identiques, nous devons en conclure que les lois du mouvement correspondantes sont deux représentations humaines de la même loi physique, vues à des échelles différentes. Cette constatation valide notre modèle du déterminisme où il y a, pour chaque système, une loi globale d'évolution physique dont l'homme imagine des vues particulières qui doivent être cohérentes.

3.2.5.2 Principe de Fermat
Le principe de Fermat est l'un des deux axiomes fondamentaux de l'optique géométrique, axiomes sur la base desquels toute axiomatique de cette science doit être construite :

- 1er axiome : propagation rectiligne de la lumière (dans un espace homogène sans courbure) ;

- 2e axiome : principe de Fermat proprement dit, qui s'énonce comme suit :

  "Le chemin optique parcouru par le rayon lumineux qui va de *A* à *B* à travers *p* milieux intermédiaires d'indices respectifs $n_1, n_2, \dots n_p$ séparés par des surfaces réfringentes quelconques est maximum ou minimum."

  (Et comme en général le chemin optique maximum est infiniment long, le seul chemin physiquement acceptable et constaté est le plus court ; dans un milieu unique et homogène, ce chemin est une ligne droite.)

  Vitesse de la lumière
  Dans le vide, la lumière se propage à la vitesse *c* = 299 792.458 km/s exactement. Ci-dessous nous appellerons *v* la vitesse de la lumière dans un milieu différent, *v* étant toujours inférieur à *c*.

  Indice de réfraction
  On appelle *indice* (absolu) d'un milieu le rapport $n = c/v$. L'indice *n* est donc le nombre de fois que la lumière va plus vite dans le vide que dans le milieu donné. D'après [B7] page 415, l'indice du vide est (par définition) 1, celui de l'air est 1.00029 et celui de l'eau 1.333.

  En appelant $e_1, e_2, \dots e_p$ les distances respectives parcourues par un rayon lumineux donné dans les *p* milieux d'indices $n_1, n_2 \dots n_p$, le *chemin optique* de *A* à *B* est la longueur totale $L = n_1e_1 + n_2e_2 + \dots + n_pe_p$. *L* est donc la distance que parcourrait la lumière dans le vide pendant le temps qu'elle met à parcourir la somme des distances $e_1 + e_2 + \dots + e_p$ dans les milieux respectifs.

  Le principe de Fermat affirme que parmi tous les chemins possibles de *A* à *B* traversant les *p* milieux, celui qui est choisi par la lumière est celui qui rend minimale la longueur totale *L*.

  Autre énoncé du principe de Fermat
  « Pour aller d'un point à un autre, la lumière choisit le chemin le plus rapide » (celui qu'elle mettra le moins de temps à parcourir compte tenu des indices de réfraction)".

3.2.5.3 Lois de Descartes

Les lois de Descartes décrivent le changement de direction (réfraction) d'un rayon lumineux qui passe d'un milieu "*1*" (d'indice n_1) à un milieu "*2*" (d'indice n_2) comme suit :

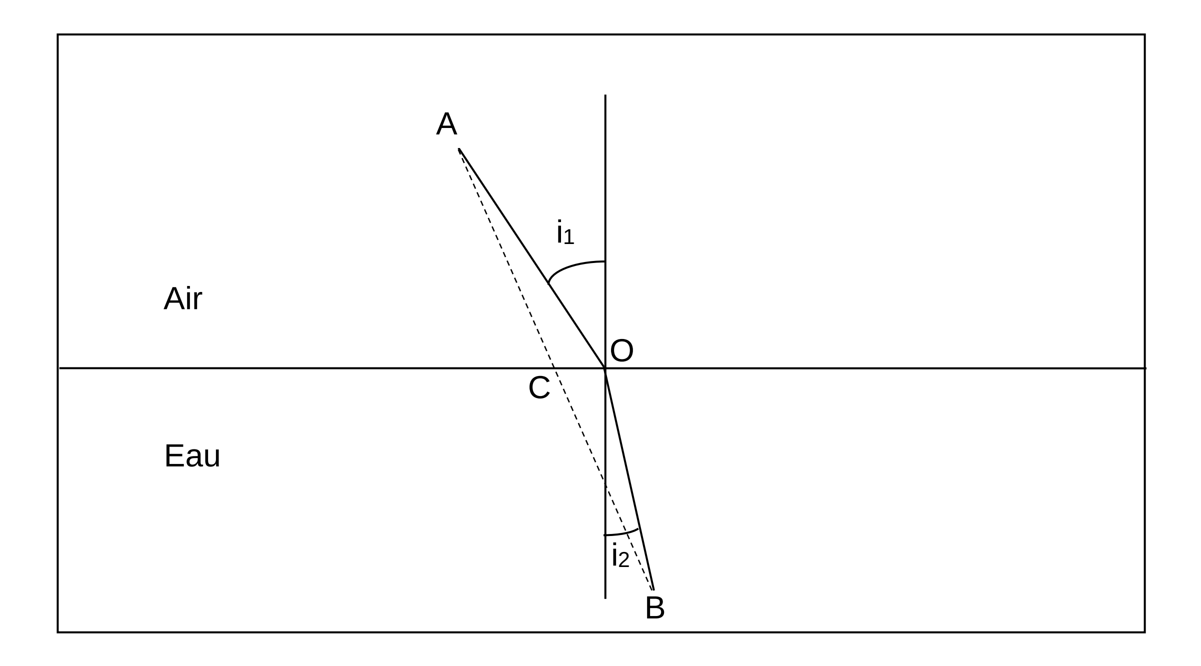
- 1re loi : le rayon réfracté dans le milieu "*2*" est dans le plan d'incidence défini dans le milieu "*1*" par ce rayon et la normale au point d'impact à la surface séparant les deux milieux ;

- 2e loi : il existe un rapport constant entre les sinus des angles d'incidence i_1 et de réfraction i_2 conformément à la formule :

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

On démontre que ces lois sont équivalentes au principe de Fermat.

Exemple de réfraction :



Pour passer du point *A*, dans l'air, au point *B*, dans l'eau, la lumière ne parcourt pas le chemin en ligne droite *ACB*, mais le chemin *AOB* tel que les angles avec la verticale i_1 et i_2 satisfont la loi de Descartes $n_1 sini_1 = n_2 sini_2$, loi qui rend le chemin optique *AOB* plus court (en temps de parcours) que le chemin *ACB* compte tenu des indices de réfraction ; le temps nécessaire à la lumière pour parcourir *AOB* est plus court que pour *ACB*.

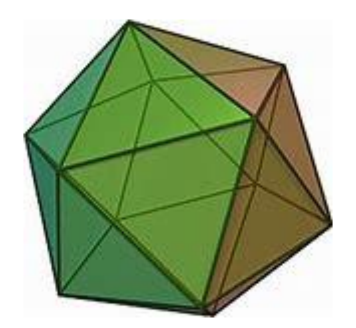
Conséquence de la réfraction : un observateur en *A* qui veut voir le point *B* doit regarder en direction de *O* et non de *C* ; un observateur en *B* qui veut voir *A* doit aussi regarder en direction de *O*.

3.2.5.4 Quasi-cristaux

Dernier exemple de déterminisme global (ou plus exactement « à grande distance ») : la structure atomique des quasi-cristaux, dont la découverte par Daniel Schechtman a été récompensée par le Prix Nobel de chimie 2011.

Dans un cristal « normal » la construction (cristallisation) se fait par ajout d'atomes un par un, à des emplacements compatibles avec les atomes voisins, pour respecter des motifs simples comme les symétries de rotation d'ordre 2, 3, 4 ou 6, *les seules permises par la théorie traditionnelle* [B232].

Dans un quasi-cristal (forme de matière découverte fortuitement en 1984 et dont on connaît aujourd'hui plus de 100 variétés) la structure des atomes est déterministe, fortement ordonnée *à grande distance* (et non pas par rapport aux seuls atomes voisins) et avec des symétries de rotation interdites par la théorie des cristaux normaux. On trouve ainsi, par exemple, des symétries de rotation en icosaèdre, solide régulier dont les 20 faces sont des triangles équilatéraux ! [B233]



Icosaèdre - © Wikipédia Creative Commons

Tout se passe dans la construction d'un quasi-cristal comme s'il existait des phénomènes de Mécanique quantique à grande distance caractéristiques d'un nouvel état de la matière. Nous n'entrerons pas dans le détail du phénomène complexe et insuffisamment connu des quasi-cristaux, car ce qui nous intéresse du point de vue déterminisme apparaît suffisamment dans ce qui précède : *il existe des phénomènes dont le déterminisme est global et prend en compte des éléments beaucoup plus nombreux ou plus éloignés que ceux auxquels on s'attend d'après le déterminisme classique local*. En outre, *la Mécanique quantique s'applique aussi à des phénomènes à une échelle bien plus grande que l'échelle atomique*.

3.2.5.5 Conclusion sur le déterminisme global

Le déterminisme agit donc aussi parfois globalement, comme s'il était soumis à une finalité. Les situations intermédiaires entre le début et la fin d'une évolution sont alors déterminées par celle du début (« oubliée » dès sa première conséquence dans le déterminisme de proche en proche) et celle de la fin (qui n'est pas encore arrivée). Mais, comme on le voit dans le principe de Maupertuis, ce paradoxe n'est qu'apparent : *le déterminisme des lois d'évolution a deux niveaux de portée, un global et un ponctuel. Lorsque le déterminisme choisit une loi globale, la loi ponctuelle (de proche en proche) si elle existe complète la loi globale, qui demeure valable.* Ce double comportement n'est pas exceptionnel, il a une analogie en Mécanique quantique, pour une particule qui est tantôt corpuscule tantôt onde, selon l'expérience.

Le comportement global d'un mouvement, choix de trajectoire découvert par Maupertuis en 1744 *après* le comportement ponctuel $\boldsymbol{F} = m\gamma$ exposé par Newton en 1687, constitue une extension des lois du mouvement de Newton.

Philosophiquement, la notion de niveau qui peut être soit local soit global est purement humaine et résulte d'un jugement arbitraire. Il vaut mieux se représenter la nature comme régie par une Loi globale d'évolution, dont l'homme découvre des aspects (lois particulières) adaptés à des systèmes qui l'intéressent, lois régies dans chaque situation par une loi d'interruption aussi complexe qu'il faut.

3.2.5.6 Caractère humain, artificiel, de la notion d'échelle

La notion d'échelle est une abstraction humaine dont la nature n'a que faire. L'homme s'en sert pour mieux se représenter les situations et les phénomènes, notamment lorsqu'il compare une chose à une autre. Mais la nature ne juge pas que quelque chose est "grand" ou "petit" par rapport à autre chose ; dans chaque situation elle applique la loi d'évolution qui convient : elle prend en compte l'ensemble

des paramètres qui s'appliquent, que l'homme considère cet ensemble comme local ou global, macroscopique ou microscopique.

Dire qu'entre deux valeurs d'une même variable la différence relative est minime, car elle n'est que de 10^{-15} (un millionième de milliardième), n'a pas de sens pour la nature. Si cette différence suffit pour qu'une évolution soit autre, elle le sera d'après le principe d'identité.

3.2.5.7 Déterminisme global et déterminisme de proche en proche

L'approche « moindre action » de la *mécanique* (science du mouvement sous l'action de forces), proposée par Maupertuis en 1744 dans le cadre de la *Mécanique analytique*, se trouve particulièrement apte à traiter les théories qui considèrent, non un seul mouvement réel, mais une collection de mouvements possibles, c'est-à-dire la *Mécanique statistique* et la *Mécanique quantique*. Elle est donc d'une grande importance. Voir *Mécaniques rationnelle, analytique et statistique*.

Le déterminisme, principe régissant l'évolution d'une situation (comme la trajectoire d'un objet soumis à une force) sous l'action de lois physiques, affirme que cette évolution n'est pas quelconque (imprécise, indéterminée ou soumise au hasard). L'existence du principe de moindre action montre qu'une évolution entre un état initial et un état final peut aussi être déterminée (choisie par la nature parmi plusieurs évolutions théoriquement possibles) en fonction de ces deux seuls états, et que les états intermédiaires en résulteront.

En fait, considérer le seul déterminisme de proche en proche est faire preuve de myopie. Il n'y a pas de raison de déduire un mouvement de la seule situation initiale au voisinage du point de départ *A*, *en ignorant l'ensemble du champ de force (s'il existe) dans lequel a lieu le mouvement*. Si on prend en compte l'ensemble du champ, il n'est pas étonnant qu'une loi globale de la mécanique, le principe de moindre action, en tienne compte et détermine une trajectoire globale qui dépend du champ tout entier. Le champ en un point *M* et la force qui en résulte ne sont que les manifestations ponctuelles, en *M*, du champ dans son ensemble.

A la réflexion, une détermination globale d'une trajectoire en fonction de conditions globales est tout aussi logique et naturelle qu'une détermination locale, de proche en proche. Du reste, l'application du principe de moindre action entre deux points très voisins d'une trajectoire est aussi valable que son application entre points lointains, et minimise également l'intégrale d'action ; et son application répétée autant de fois qu'il faut donne le même résultat qu'une application directe entre points éloignés.

Les deux approches pour déterminer une trajectoire, l'approche locale et l'approche globale, utilisent le même principe de mécanique, la *conservation de l'énergie totale dans un champ de force*, mais elles l'utilisent différemment : l'approche globale calcule directement la trajectoire menant à la destination, alors que l'approche locale calcule une infinité de destinations successives de proche en proche.

> En réalité, le concept d'échelle locale ou globale est strictement humain, la nature ne s'en sert pas : dans une situation donnée, elle applique la Loi globale d'évolution, avec tous ses paramètres.

Parmi les trajectoires possibles d'un objet pesant dans un champ de force, le choix de celle qui minimise l'action est analogue au choix par la lumière de la trajectoire qu'elle parcourt entre deux points *A* et *B* d'un milieu optique (d'indice de réfraction constant ou non) : *elle emprunte toujours le chemin qui prend le moins de temps à parcourir*. Dans l'espace habituel (espace euclidien, à courbure nulle), c'est une ligne droite. A la surface d'une sphère, c'est l'arc de grand cercle le plus court passant par *A* et *B* (et dont le centre est, par définition, celui de la sphère). La courbure de la lumière provenant d'une galaxie lointaine par une galaxie située entre elle et la Terre (galaxie dont la masse déforme l'espace-temps) produit le phénomène de *lentille gravitationnelle*, prévu par Einstein dans la théorie de la *Relativité générale* et observé tous les jours par les astronomes.

3.2.6 Déterminisme et prédictibilité des systèmes

Dans le cas général, le déterminisme d'une loi de la nature n'entraîne ni la prédictibilité de ses résultats, ni leur précision.
Dans les définitions du postulat de causalité et du déterminisme scientifique nous avons renoncé à prédire un résultat d'évolution. Mais comme une cause déclenche l'application d'une loi de la nature, le problème de prédire un résultat d'évolution devient celui de prédire le résultat de l'application d'une telle loi.

Remarques philosophiques préalables

La nature "connaît" des situations-causes et les lois qu'elle applique automatiquement à chacune, mais elle ne connaît pas la notion de résultat, notion et préoccupation *humaines*. Nous pouvons donc éliminer tout de suite une cause d'impossibilité de prévoir indépendante de la nature : l'intervention du surnaturel. Il est clair que si nous admettons la possibilité qu'une intervention surnaturelle déclenche, empêche ou modifie le déroulement d'une évolution naturelle, nous renonçons en même temps à prévoir scientifiquement son résultat.

Dans ce texte sur le déterminisme nous postulerons donc le matérialisme.

En outre, aucune interaction avec un éventuel extérieur de l'Univers n'est possible du fait de la Relativité, car l'expansion de l'Univers étant plus rapide que la vitesse de la lumière cette interaction violerait la contrainte de vitesse maximum. Cela exclut toute intervention transcendante de l'extérieur de l'Univers vers l'intérieur ou de l'intérieur vers l'extérieur.

Nous exclurons aussi toute intervention provenant de l'intérieur mais n'obéissant à aucune loi de la nature, car nous avons précisé la notion de hasard et sa portée. *Cette nécessité de validation d'une affirmation par l'expérience, par sa falsifiabilité* et *par l'absence de preuve de fausseté ou de contradiction distingue une théorie scientifique d'une explication magique, surnaturelle ou fantaisiste.*

3.2.6.1 Autocorrélation

Une évolution quasi périodique est déterministe, comme une évolution périodique : à partir de conditions initiales données et d'un modèle d'évolution représenté par un système d'équations différentielles, on peut calculer cette évolution au moins numériquement de proche en proche, et la prédire aussi longtemps à l'avance que l'on veut.

Il existe une méthode mathématique de caractérisation de l'évolution d'un système permettant de déterminer sa prédictibilité, c'est-à-dire la possibilité de déterminer la valeur d'une de ses variables, $x(t + k)$ à l'instant $t + k$, connaissant la valeur $x(t)$ à l'instant t ; une série autocorrélée est ainsi corrélée à elle-même, avec un décalage donné.

Cette méthode consiste à étudier la variation d'une fonction dite *d'autocorrélation temporelle*, $C(k)$, qui caractérise la similitude des valeurs de $x(t + k)$ avec ses valeurs antérieures $x(t)$. Si $C(k)\to 0$ lorsque $t \to \infty$ l'évolution n'est pas prédictible ; elle n'est ni périodique ni même quasi périodique, elle n'a aucune régularité. Au contraire, si $C(k)$ reste non nul à long terme, l'évolution présente une régularité qui la rend prédictible.

3.2.6.2 Imprédictibilité et principe d'incertitude de Heisenberg

La nature a des cas d'indétermination dus au principe d'incertitude de Heisenberg, où *des variations sans cause sont possibles parce que c'est l'absence de variation (c'est-à-dire une valeur précise, stable) qui est impossible*. Mais même lorsqu'on a la certitude d'être en présence d'un tel phénomène on ne peut l'attribuer au hasard, car les variations ne sont alors pas quelconques, elles restent soumises à la borne inférieure $\Delta E \,.\, \Delta t > ½\hbar$; et si on espace les mesures (Δt grand) on diminue l'amplitude de leur variation d'énergie (ΔE petit), éventuellement jusqu'à rendre invisibles ces variations dans la moyenne de long terme de la valeur mesurée.

Cette indétermination ne met pas en cause le déterminisme, mais la possibilité dans certains cas de définir un état précisément ou de manière stable, définition indispensable au déterminisme.

3.2.6.3 Systèmes apériodiques – Attracteurs étranges

Lorsque l'évolution à long terme d'un système n'est ni périodique ni même quasi périodique, elle est dite *apériodique*. Elle ne présente alors aucune régularité permettant de prévoir un état futur connaissant un ou plusieurs états du passé, et on ne peut déterminer empiriquement l'expression mathématique de sa loi d'évolution : elle n'est alors pas prévisible et donc pas prédictible non plus. L'évolution d'un tel système n'est pas prévisible, même approximativement et à court terme, et même disposant d'un nombre important d'expériences. Enfin, tout résultat d'évolution est unique, aucune valeur n'apparaissant plus d'une fois.

On ne connaît pas d'évolution de ce type dans la nature, et si on en connaissait une on disposerait d'un cas réel de hasard ! Mais l'homme a défini des systèmes dynamiques apériodiques par leur(s) équation(s) : voir l'exemple de la fonction logistique où $r = 4$, qui montre que le déterminisme étendu régit même les évolutions à loi apériodique si cette loi est connue.

<u>Systèmes apériodiques dissipatifs - Attracteurs étranges - Déterminisme chaotique</u>

On démontre qu'une courbe représentant l'évolution temporelle d'un système dissipatif dans un espace des phases possédant au moins 3 dimensions (correspondant à au moins 3 degrés de liberté) converge vers un attracteur d'un type particulier appelé « attracteur étrange ». Cet attracteur a les propriétés suivantes :

- L'attracteur étrange est une courbe de dimension *fractale* (non entière) inférieure au nombre de dimensions de l'espace des phases, comprise entre 2 et 3 dans le

cas d'un espace des phases à 3 dimensions. Cette courbe a des propriétés d'auto-similitude. Voir chapitre *Fractales*.

- Deux trajectoires d'évolution sur l'attracteur, partant de points aussi proches que l'on veut, divergent : au bout d'un temps donné, parfois court, elles atteignent des points de l'attracteur qui peuvent être bien plus éloignés que leurs points de départ.

  Connaissant le point de départ d'une évolution (sur l'attracteur) *avec une précision parfaite*, cette évolution est déterministe et calculable pour un avenir aussi lointain que l'on voudra. Mais la moindre erreur sur ces conditions initiales ou le moindre arrondi dans des calculs à 10 chiffres de précision, peut entraîner des différences d'évolution importantes.

  Il y a là une *sensibilité extrême aux conditions initiales*, sensibilité qui rend imprévisible en pratique, avant son début, la fin d'une évolution commencée sur l'attracteur, faute d'une précision infinie ; on peut seulement affirmer que le point représentant son état restera *quelque part* sur l'attracteur. L'évolution est alors dite « déterministe chaotique », et il ne peut exister d'algorithme *utilisable* prédisant l'état (la valeur d'une variable impactée par l'évolution) à l'instant $t + h$ connaissant l'état à l'instant t, faute de stabilité par rapport aux conditions initiales. Par contre, un instant même court *après* son début, une évolution commencée sur l'attracteur a un déroulement et une fin prévisibles et prédictibles, même quand l'état final est périodique, quasi périodique ou apériodique.

  Enfin, la connaissance de l'état actuel ne permet de reconstituer aucun état passé : les systèmes dissipatifs chaotiques ne respectent pas le principe de conservation de l'information parce que chacun des caractères dissipatif et sensible aux conditions initiales les rend non déterministes.

Un tel attracteur est dit « étrange » parce que la dissipation d'énergie y fait *converger* les courbes d'évolution en même temps que la sensibilité extrême aux conditions initiales y fait *diverger* des évolutions commençant en des points très voisins. Voir la définition plus rigoureuse d'un attracteur au paragraphe *Attracteurs de l'espace des phases*, sous-titre *Définition rigoureuse d'un attracteur de l'espace des phases*.

Le chaos déterministe est donc un type d'évolution dont le résultat est calculable, mais seulement quand il est trop tard, ce qui le rend inutilisable. Cette évolution n'est pas quelconque (au hasard), elle respecte la position sur l'attracteur étrange (quand le système est dissipatif) et les lois physiques, notamment celles de la thermodynamique.

Systèmes apériodiques conservatifs

Le phénomène de chaos déterministe peut aussi affecter des systèmes conservatifs : la sensibilité aux conditions initiales n'est pas réservée aux systèmes dissipatifs.

Exemple : *problème des trois corps* de Poincaré (Soleil, planète et satellite, par exemple). L'orbite du satellite, en principe elliptique autour de la planète, est perturbée par l'influence gravitationnelle du Soleil et d'autres planètes. On calcule alors des orbites approchées prenant en compte, par ordre d'importance décroissante, les perturbations dues aux autres planètes.
voir le paragraphe *Problème des trois corps*.

Exemple d'évolution vers un attracteur étrange : le système de Lorenz
(Voir les solutions de ce système dans *Equations de Lorenz – Dynamique chaotique*)

Pour tenter de comprendre pourquoi les prévisions météorologiques étaient si peu fiables, le météorologue Edward N. Lorenz modélisa la convection naturelle (air chaud qui monte, air froid qui descend) en la simplifiant beaucoup. Il aboutit au système d'équations différentielles suivant :

$$\frac{dx}{dt} = p(y - x)$$
$$\frac{dy}{dt} = -xz + rx - y$$
$$\frac{dz}{dt} = xy - bz$$

où *x, y* et *z* sont les coordonnées dans un espace des phases à 3 degrés de liberté, *p* est le nombre de Prandtl, *b* est un facteur de forme et *r* un paramètre de contrôle proportionnel au nombre de Rayleigh. Ce système d'équations non linéaires est déterministe, mais il est impossible à intégrer analytiquement dans le cas général, ses solutions (calculées point par point en ordinateur) sont chaotiques, les courbes d'évolution tendent vers un attracteur étrange, et une évolution commencée sur cet attracteur a une extrême sensibilité aux conditions initiales. Cette sensibilité explique l'impossibilité d'une prévision météorologique à long terme, la situation initiale ne pouvant jamais être connue avec une précision absolue.

> L'imprédictibilité est même souvent plus grave encore : il arrive que la sensibilité aux conditions initiales empêche de prédire sur quel lobe de l'espace des phases le point représentatif de l'état du fluide se trouvera, c'est-à-dire dans quel sens il tournera.

Nous avons donc là un exemple d'évolution déterministe chaotique imprédictible. Nous pouvons seulement espérer que la loi d'évolution permette une prédiction de précision acceptable pendant un temps limité appelé *horizon de prédictibilité*. Celui-ci peut être satisfaisant pour des événements comme les dates d'éclipses de lune ou de soleil, prévisibles plusieurs siècles à l'avance, mais pas pour les turbulences des écoulements d'air sur les bords d'ailes d'avion.

3.2.6.4 Changement de loi d'évolution par bifurcation – Valeur critique

Il arrive que le changement de valeur d'un paramètre d'une loi d'évolution provoque un changement *de nature* de la solution du modèle mathématique de cette loi lorsque cette valeur franchit une certaine valeur, qualifiée de critique ; on peut ainsi, par exemple, passer d'une solution stationnaire à une solution périodique, ou sauter d'un bassin d'attraction à un autre.

Dans un espace des états où l'un des axes représente le paramètre à valeur critique α, et un autre axe une grandeur caractéristique *x* de la loi d'évolution considérée (voir *Diagramme des phases d'un phénomène d'évolution*), la courbe représentant *x* en fonction de α présente une bifurcation au point critique $\alpha = \alpha_c$; cette bifurcation peut présenter deux ou plusieurs branches. Le point critique est un *point singulier* du diagramme des phases. Une bifurcation correspond à la transition d'un premier

bassin d'attraction avec son attracteur à un autre bassin d'attraction avec son attracteur.

Il peut ainsi arriver que, tant que $\alpha<\alpha_c$, un système dissipatif évolue vers un point attracteur, et dès que $\alpha>\alpha_c$ il évolue vers un cycle limite. La valeur $\alpha=\alpha_c$ est appelée *valeur critique* du paramètre α. Lorsque celui-ci franchit la valeur α_c, la solution des équations d'évolution change. Ce changement peut être progressif, par exemple lorsque la courbe d'évolution du système passe de la convergence vers un point attracteur à la convergence vers un cycle limite de taille ponctuelle, qui grossit à mesure que α s'éloigne de α_c. Le changement peut aussi faire passer d'une évolution stable à une évolution instable, où l'une des variables de l'espace des états grandit indéfiniment. On voit aussi sur l'exemple de la bifurcation le danger d'extrapoler ou interpoler. Au sujet des bifurcations, voir aussi la *turbulence*.

Exemple. Le diagramme des phases d'un corps pur comme l'eau ci-dessous représente les courbes de changement d'état en fonction du couple de variables température et pression :

1 – courbe de sublimation
2 – courbe de fusion
3 – courbe de vaporisation

Pour une température ou une pression au-delà du point critique, le changement de phase entre liquide et gaz se produit sa façon continue, sans qu'une surface séparatrice apparaisse. Au point triple, les trois phases coexistent.

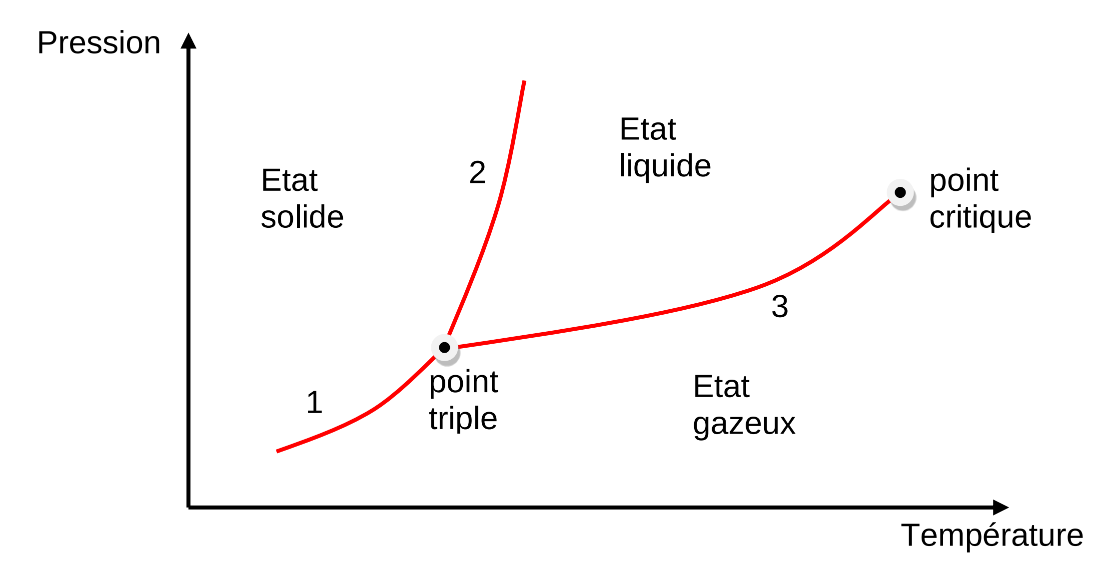


Diagramme des phases d'un corps pur comme l'eau

Il peut enfin arriver que le paramètre α présente une valeur critique α_{c1} lorsque α augmente, et une autre valeur critique, α_{c2}, lorsque α diminue. Cela se produit, par exemple, lorsqu'il y a surfusion d'une eau très pure qui reste liquide à une température inférieure à sa température de solidification à la pression donnée (courbe 2 du diagramme ci-dessus) ; la surfusion cesse (l'eau se transforme brusquement en glace) lorsque la température atteint environ -40°C ou lorsqu'on agite l'eau.

Sur le plan déterminisme, retenons que le respect de la règle de stabilité de la loi d'évolution est une condition importante, qu'on ne peut négliger. Il y a un exemple d'instabilité de loi d'évolution en cosmologie : l'expansion de l'Univers accélère depuis quelques milliards d'années.

3.2.6.5 Réalité physique et représentation dans l'espace des états

La seule réalité physique, objective et digne de confiance pour prédire les évolutions, qui nous soit accessible lorsqu'il s'agit de l'échelle atomique, est cette représentation mathématique ; aucune représentation issue de nos sens ou de notre intuition n'est suffisamment objective et précise pour comprendre et prédire, notamment pour les échelles infiniment petite et infiniment grande par rapport à l'homme.

> En somme, puisqu'il est impossible de voir un électron ou sa trajectoire, nous devons faire confiance à la représentation mathématique qu'en donne la Mécanique quantique. Puisqu'il est impossible de voir la courbure de l'espace astronomique, nous devons faire confiance aux équations de la Relativité générale. Puisqu'il est impossible de voir un trou noir, nous devons déduire sa présence et sa masse des effets qu'il a sur l'espace environnant et sa matière.

Et lorsque nous voyons que cette représentation de la réalité est souvent probabiliste, quantifiée, et plus généralement inaccessible à l'intuition née de nos sens (quand elle ne la contredit pas carrément), nous devrons l'accepter quand même, parce qu'elle a fait ses preuves par la qualité des explications de la réalité et des prédictions de son évolution qu'elle fournit, et qu'elle n'a jamais été démentie.

Polémique

En matière de connaissance scientifique, les personnes qui refusent de « croire les mathématiques » pour s'en tenir aux intuitions issues de leurs sens font preuve de rigidité intellectuelle et d'excès de confiance en leur jugement. Elles postulent que l'Univers est suffisamment simple pour que l'homme le comprenne d'instinct, ou que l'homme est suffisamment génial pour que toute connaissance puisse être basée sur ce qu'il sent ou imagine. Elles persistent dans leur erreur parce qu'elles ne mettent pas leur représentation du monde à l'épreuve de la réalité, à laquelle elles croient moins qu'à leur imagination et à leurs préjugés.

3.3 Relativité restreinte

Source : [B1] pages 20 et suivantes

3.3.1 Toute trajectoire est relative à un référentiel

Un train roule à vitesse uniforme V. Un voyageur à la fenêtre d'un wagon laisse tomber une pierre sur le talus. En négligeant les frottements atmosphériques, quelles trajectoires décrit cette pierre par rapport au voyageur et par rapport au talus ?
Par rapport au voyageur, la pierre tombe tout droit ; par rapport au talus, elle décrit une parabole.

Conclusions :

- La trajectoire dépend du système de référence (appelé aussi *référentiel*) :

- Par rapport au voyageur, la trajectoire est verticale, d'équation :
  $x=0$; $y = -½gt^2 + h$, où g est l'accélération due à la pesanteur : 9.81 m/s^2 et h est la hauteur d'où la pierre est tombée ;
- Par rapport au talus, l'équation de la trajectoire parabolique est :
  $x=Vt$; $y = -½gt^2 + h$, d'où $y=-½gx^2/V^2 + h$.

▪ Il n'existe pas de trajectoire « en soi », une trajectoire ne peut être définie que par rapport à un référentiel : on dit qu'elle est *relative* à ce référentiel.

3.3.2 Référentiel galiléen – Transformation galiléenne

La loi d'inertie de Newton s'énonce :

> « Un corps immobile ou se déplaçant en ligne droite et sans rotation sur lui-même, à vitesse constante faible par rapport à la vitesse de la lumière *c*, restera immobile ou gardera le même vecteur vitesse tant que, de l'extérieur, aucune force et aucun couple n'agissent sur lui ».

Considérons un référentiel *R*, supposé fixe car défini par rapport à des étoiles lointaines ; dans ce référentiel, la loi d'inertie (1re loi de Newton) peut s'appliquer pour un mouvement par rapport à ces étoiles fixes.

Mais dans un référentiel *R'* lié à la Terre, ces étoiles fixes décrivent de grands cercles en un jour astronomique : la loi d'inertie ne peut s'appliquer à elles, car leur mouvement circulaire suppose une force centrifuge.

Pour que la loi d'inertie s'applique, il faut donc choisir un référentiel par rapport auquel les directions des étoiles fixes ne tournent pas. On appellera *galiléen* un tel référentiel, du nom de Galilée, un des fondateurs de la Dynamique (partie de la Mécanique qui étudie les relations entre les forces et les mouvements qu'elles produisent) :

> **Un référentiel dont le mouvement est tel que relativement à lui la loi d'inertie reste valable est dit *galiléen* ou *inertiel*.**

Autre définition possible :

> **Un référentiel dans lequel un objet isolé initialement au repos reste au repos est dit galiléen.**

Ces définitions d'un référentiel inertiel sont les mêmes en Relativité restreinte et en Relativité générale.

Transformation galiléenne

Soient un référentiel fixe *R* de coordonnées $(x; y; z; t)$ où t est le temps, et un référentiel *R'* de coordonnées $(x'; y'; z'; t')$ qui se déplace par rapport à *R* parallèlement à son axe *Ox* à la vitesse *V* à partir de l'instant $t=t'=0$. Un même point *P* est repéré dans *R* par $(x; y; z; t)$ et dans R' par $(x'; y'; z'; t')$ tels que :

$$x=x'+Vt'; \quad y=y'; \quad z=z'; \quad t=t'$$

La transformation mathématique faisant passer un point de *R'* à *R* avec les équations ci-dessus est dite *galiléenne*. Elle a pour conséquence *l'additivité des vitesses* :

$$v_x = x/t = x/t' = x'/t' + V = v'_x + V$$

Un changement de référentiel galiléen respecte donc la loi d'additivité des vitesses.

Extension à une translation non parallèle à l'axe Ox

Le mouvement en ligne droite d'un corps pesant est qualifié de *translation* si ce mouvement ne comprend aucune rotation.

Considérons un référentiel galiléen *R* et un référentiel *R'* dont le déplacement par rapport à *R* est une translation quelconque, non nécessairement parallèle à l'axe *Ox*. Si une masse *m* effectue un mouvement rectiligne et uniforme par rapport à *R*, elle effectue aussi un mouvement rectiligne et uniforme par rapport à *R'*. Donc *R* étant galiléen, *R'* est également galiléen :

> **Toute loi de la mécanique de Newton vraie dans un référentiel galiléen est vraie dans tout référentiel galiléen**.
>
> (Toute loi physique vraie pour un observateur donné est vraie pour tout observateur en mouvement rectiligne uniforme sans rotation par rapport à lui.)

Einstein a généralisé ce théorème sous le nom de *Principe de relativité restreinte.*

3.3.3 Principe de relativité restreinte

La loi de Relativité restreinte est une loi déterministe de la physique qu'Einstein a appelée *Principe de relativité restreinte* :

> **Les phénomènes de la nature sont régis par les mêmes lois dans tous les référentiels galiléens**.
> (Abandon de la contrainte : "vitesse *V* par rapport à un référentiel fixe faible par rapport à la vitesse de la lumière, *c* : $V \ll c$").
>
> Cas particulier important de loi que nous expliquerons bientôt :
>
> **Dans tous les référentiels galiléens la lumière se propage dans le vide à la même vitesse *c***.
>
> Conséquence : la relation entre unités de longueur et unités de temps est indépendante du référentiel si celui-ci est galiléen, on peut donner à *c* une définition universelle : *c* = 299 792 458 mètres par seconde *exactement*, c'est une constante de l'Univers.
>
> C'est là un principe d'invariance (les physiciens disent « de symétrie ») comme celui qui affirme qu'une loi physique ne dépend pas du lieu ou de l'instant où on l'applique, ou de l'orientation spatiale du référentiel.
>
> Exemple d'application : si un observateur qui se déplace parallèlement à un rayon lumineux mesure la vitesse de la lumière du rayon, il trouvera la même valeur *c* = 299 792 458 m/s quelle que soit sa propre vitesse, même si cette vitesse est 99% de la vitesse de la lumière.

Interprétation du principe de relativité restreinte

- Il est impossible de déceler le déplacement d'un référentiel par une expérience faite entièrement dans ce référentiel :

- Dans un planeur qui vole silencieusement et sans à-coup on ne peut se rendre compte du déplacement qu'en regardant à l'extérieur ;
- Dans un engin spatial en orbite terrestre, on perd en plus le sens de la pesanteur ; quand la Terre parcourt son orbite autour du Soleil à une vitesse ~30km/s, nous ne sentons rien de ce déplacement.

  Dans les deux cas la force centrifuge de la trajectoire elliptique équilibre la force centripète de la gravitation. Voir le paragraphe *Un mouvement accéléré a le même effet sur une masse qu'une gravitation*.

- Le principe de relativité restreinte n'affirme pas qu'une même expérience, réalisée dans deux référentiels distincts, donnera les mêmes résultats numériques ; il affirme que les variables intervenant dans ces résultats seront régies par les mêmes lois de calcul ou d'évolution.
- Régissant toutes les lois physiques où il est question de déplacement, ce principe fait partie du déterminisme, en le précisant.

3.3.4 Théorie de la Relativité restreinte

La théorie de la Relativité restreinte décrit la manière de concevoir et de calculer les déplacements qui, par rapport à un observateur, se déroulent en ligne droite à vitesse constante V parallèlement à l'axe des x d'un système de coordonnées.

Contrairement à la physique newtonienne, la Relativité restreinte lève la restriction : "*V petit par rapport à c : $V \ll c$*". On calcule ce qui se passe dans un référentiel en mouvement en appliquant aux lois du référentiel fixe la *transformation de Lorentz* décrite ci-dessous.

Additivité des vitesses

Soit un train qui roule en ligne droite à 100 km/h. Si un observateur marche dans un wagon dans le sens du déplacement du train à 5 km/h, sa vitesse de déplacement par rapport au sol est 100+5 = 105 km/h ; s'il marche en sens inverse à la même vitesse, sa vitesse par rapport au sol est 100–5 = 95 km/h : nous venons d'appliquer le *Principe d'additivité des vitesses*, valable dans un référentiel galiléen.

Objection

Mais ce principe d'additivité paraît incompatible avec celui de la relativité restreinte, d'après lequel la vitesse de la lumière par rapport à un train qui roule à 100 km/h dans la même direction n'est pas c+100 ou c-100, mais exactement c. Nous allons voir que cette incompatibilité disparaît lorsqu'on adopte la *transformation de Lorentz*.

Vitesse de déplacement de la Terre par rapport à l'espace environnant

Les physiciens Michelson et Morley ont voulu mesurer, en 1881 puis 1887, la vitesse totale de déplacement d'un point de la Terre sur son orbite autour du Soleil et autour de son axe polaire. En supposant que cette vitesse (environ 30 km/s) peut s'ajouter à celle de la lumière, supposée constante d'après le principe de relativité restreinte (ou s'en retrancher, selon la direction considérée), ils ont mesuré la vitesse de la lumière dans deux directions perpendiculaires.

Leur surprise a été de constater que *la lumière a la même vitesse dans toutes les directions de l'espace, malgré le mouvement de la Terre*.

La vitesse de la lumière est donc une *constante de l'Univers* qui vaut c = 2.99792458 **.**10^8 m/s dans le vide – et ce quelles que soient :

- sa couleur (fréquence),
- la vitesse de déplacement éventuelle de la source lumineuse,
- et sa direction dans l'espace.

Cette constance de la vitesse de la lumière est donc une loi d'interruption :

La lumière se propage dans le vide à vitesse constante
(quelle que soit la vitesse de l'observateur qui la mesure).

Conclusion sur l'additivité des vitesses
Le principe d'additivité des vitesses ci-dessus est donc faux pour quelque chose qui se déplace à la vitesse de la lumière ou dans son voisinage. Il faut donc redéfinir la méthode de calcul des déplacements (position, temps et vitesse) en tenant compte de cette valeur limite, *c* : c'est l'objet de la *transformation de Lorentz*.

3.3.5 Transformation de Lorentz

Le physicien hollandais Hendrik Lorentz a proposé en 1904 une solution d'additivité permettant à la fois d'ajouter simplement les vitesses faibles par rapport à la lumière et de respecter une vitesse maximum égale à *c*.

Cette solution prend la forme de formules de passage d'un référentiel (repère, système de coordonnées rectangulaires) supposé fixe (*x ; y ; z*) à un référentiel (*x' ; y' ; z'*) mobile, parallèlement à l'axe des *x*, à la vitesse *V,* où les origines des deux référentiels coïncident en *x=x'=0* à l'instant *t=t'*=0.
Ces formules sont connues depuis sous le nom de *transformation de Lorentz* :

$$x' = \frac{x-Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}; \quad y'=y\,; \quad z'=z\,; \quad t' = \frac{t-\frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Ces formules décrivent le passage d'un *événement* à la position (*x ; y ; z*) à l'instant *t* dans le référentiel fixe à ce même événement à la position (*x' ; y' ; z'*) à l'instant *t'* ; on peut en déduire le passage inverse, du référentiel mobile vers le référentiel fixe.

Comme beaucoup de raisonnements de relativité font intervenir le rapport *V/c* on prend l'habitude de poser :

$$\beta = \frac{V}{c} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Les formules de la transformation de Lorentz deviennent alors :

$$x' = \gamma(x-\beta ct); \qquad y' = y; \qquad z' = z; \qquad t' = \gamma(t - \frac{\beta x}{c})$$

On constate que :

- Les coordonnées spatiales (*x ; y ; z*) et (*x' ; y' ; z'*) dépendent du temps,
  et que le temps dépend de la position considérée ;

- Les transformations faisant passer de (*x ; y ; z*) à (*x' ; y' ; z'*) ou l'inverse sont linéaires ;
- Lorsque la valeur absolue de la vitesse *V* est très petite par rapport à *c* (ce qu'on note $V \ll c$), comme c'est le cas dans nos vitesses habituelles, la transformation de Lorentz produit les mêmes formules que la transformation galiléenne (la simple additivité des vitesses précédente), notamment :

$$x' = x - Vt \; ; \quad t' = t$$

  Un phénomène où $V \ll c$ est dit *non-relativiste*, sinon il est dit *relativiste*.
- Dans la transformation de Lorentz seule la direction parallèle à l'axe *Ox* est affectée, les directions des axes *Oy* et *Oz* ne l'étant pas : $y'=y$; $z'=z$: les effets relativistes ci-dessous ne s'appliquent que dans la direction du vecteur vitesse.

3.3.5.1 Effets sur les vitesses, les longueurs, les durées, les masses, etc.

Par rapport à la physique newtonienne, la Relativité restreinte apporte une correction fondamentale : les longueurs et les durées ne sont plus absolues, elles dépendent du déplacement de l'observateur par rapport à l'objet mesuré.

- *Une vitesse relative est toujours inférieure à c*.

  Exemple : considérons deux particules qui se déplacent en sens inverse par rapport au référentiel fixe à des vitesses égales à *0.9c* (l'une à *+0.9c*, l'autre à **-***0.9c*). Leur vitesse relative (la vitesse de l'une pour un observateur voyageant avec l'autre) n'est pas 2 fois *0.9c = 1.8c*, mais :

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}} = \frac{1.8c}{1+(0.9)^2} \approx 0.994c$$

- *Les longueurs se contractent* : une longueur L_F dans le référentiel fixe devient, dans le référentiel en mouvement à la vitesse *V* :

$$L_M = L_F \sqrt{1 - V^2/c^2}$$

  Le « coefficient de contraction » $\sqrt{1 - V^2/c^2}$ est indépendant de la position *x* et de l'instant *t* : la transformation est *linéaire*. La longueur d'un segment parallèle à *Ox* est partout la différence entre les abscisses de ses extrémités.

  Mais la contraction n'affecte que les longueurs (la dimension parallèle au déplacement), la largeur et la hauteur perpendiculaires à ce déplacement étant inchangées.

  Un observateur fixe voit un cercle en rotation avec une circonférence réduite, bien que son rayon soit inchangé.

- *Le temps se dilate avec un coefficient multiplicateur constant* : une durée τ dans le référentiel fixe devient, dans le référentiel en mouvement à la vitesse *V* :

$$t' = \frac{\tau}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$$

  (une heure du référentiel fixe dure davantage dans le référentiel mobile : $t' > \tau$).

- Un observateur trouve qu'une horloge qui se déplace par rapport à lui va moins vite.
- C'est pourquoi une particule en mouvement (exemple : un méson π^+) a une durée de vie moyenne plus longue qu'au repos ;
- C'est aussi pourquoi les satellites GPS ont des horloges de haute précision qui retardent par rapport à des horloges terrestres équivalentes : dans les récepteurs GPS il faut donc appliquer par calcul une correction relativiste.

  L'orbite des satellites n'est pas une ligne droite, mais la formule de dilatation du temps s'applique toujours car elle n'exige pas que le référentiel de référence du mouvement soit galiléen ;
- Un temps commun à différents endroits n'existe pas ; en particulier :
  - ✓ il n'y a ni temps commun à tout l'Univers, ni date commune ;
  - ✓ on ne peut savoir ce qui se passe *maintenant* sur le Soleil, car la lumière met ~500 s (8min. 20s) à nous parvenir ; on voit ce qui se passait il y a 8min. 20s.

Vérification expérimentale en 1972 : [B218].

- *Equivalence masse-énergie* : une masse au repos *m* équivaut à une énergie :

$$E = mc^2$$

Cette équation régit les conversions de :

- masse en énergie (exemples : chaleur émise par le soleil au détriment de sa masse, énergie nucléaire convertie en électricité),
- ou d'énergie en masse (exemple : désintégration d'un photon gamma de haute énergie en une paire de particules électron + positron).

Conséquence : un noyau d'atome a une masse plus faible que l'ensemble des protons et neutrons pris isolément qu'il contient, car ceux-ci ont cédé une importante énergie potentielle de liaison en formant ce noyau.

- *La masse relativiste augmente avec la vitesse* : une masse au repos *m* a une valeur relativiste m_R à la vitesse *V* :

$$m_R = \frac{m}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$$

La masse augmente donc avec la vitesse relative et tend vers l'infini à l'approche de *V=c*. C'est pourquoi :

- la vitesse d'un objet pesant est toujours inférieure à *c* ;
- les conséquences d'un événement astronomique comme la fusion de deux étoiles en un trou noir (avec un colossal dégagement d'énergie électromagnétique et une émission d'ondes gravitationnelles) se propagent dans l'espace intersidéral à la vitesse de la lumière, notamment pour devenir visibles de la Terre (voir tests [B157]).

- *L'énergie relativiste totale* d'un corps en mouvement à la vitesse *V* par rapport à un référentiel fixe est égale à sa masse au repos, mc^2, multipliée par le coefficient de correction relativiste appelé *gamma* $\gamma = 1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$$

Cette énergie comprend la quantité $½mV^2$ appelée *énergie cinétique*, calculée habituellement pour les vitesses faibles où le rapport *V/c* est négligeable :

(Le développement en série de *E* est : $E = mc^2 + ½mV^2 + \frac{3}{8}m\frac{V^4}{c^2} + \cdots$)

- *Absorption d'énergie par un corps en mouvement :* considérons un corps de masse inerte *m* se déplaçant à la vitesse *V* par rapport à un référentiel fixe.

Si ce corps absorbe une énergie E_0 sans que cela impacte sa vitesse (par exemple sous forme de rayonnement ou sous forme d'énergie de compression pour un ressort) l'accroissement d'énergie par rapport au référentiel fixe est :

$$\frac{E_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Compte tenu de l'énergie relativiste ci-dessus, l'énergie totale du corps peut s'écrire sous la forme

$$\frac{(m + \frac{E_0}{c^2})c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Le corps a donc la même énergie qu'un corps de masse $m+E_0/c^2$ animé d'une vitesse *V*. D'où le théorème :

Si un corps absorbe une énergie E_0 sa masse inerte augmente de E_0/c^2.

- *Masse-énergie d'un corps en mouvement,* conséquence de ce qui précède :
La masse inerte d'un corps n'est pas constante, elle varie avec sa variation d'énergie. On peut donc la considérer comme une mesure de son énergie.
Le principe de conservation de la masse d'un système isolé s'identifie donc avec celui de conservation de l'énergie et on peut donc parler de la *masse-énergie* d'un système pour la quantité :

$$\frac{mc^2 + E_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

- *Chaque référentiel a son temps propre*
Considérons un train qui roule à vitesse constante et supposons qu'un observateur fixe *sur le talus* voit deux éclairs (événements simultanés) en deux points *A* et *B* de la voie situés à égales distances de part et d'autre de lui.

Si un observateur *dans le train* les voit aussi, à un instant où le train est à mi-chemin entre *A* et *B*, et que le train roule dans le sens de *A* vers *B*, il voit *A* s'éloigner et *B* se rapprocher ; il perçoit donc l'éclair de *B* avant l'éclair de *A*.

Des événements simultanés par rapport à la voie ne le sont donc pas par rapport à un train en marche : un référentiel lié à la voie et un référentiel lié au train ont chacun leur temps propre :

Une heure ou une durée n'ont de sens que par rapport à un référentiel précis.

Cette loi est fondamentalement différente de la loi de l'Univers newtonien du déterminisme scientifique, où l'heure et la durée sont les mêmes partout.

- *L'ordre des événements ne dépend pas du référentiel inertiel*
  Si l'événement *A* est cause de l'événement *B, A* doit se produire avant *B* dans tous les référentiels inertiels : aucun observateur ne peut voir une conséquence avant sa cause.

3.3.5.2 La simultanéité n'existe pas physiquement

Il n'existe pas de simultanéité :

- Ni à l'échelle de l'Univers, où il n'y a pas de temps universel, absolu ;
- Ni même, dans un référentiel donné, entre deux lieux différents, car ils sont séparés au sens causal par le temps que met la lumière pour aller de l'un à l'autre.

L'*espace-temps de Minkowski* (voir ce titre) est toujours rapporté à une origine signifiant « ici et maintenant », et cette origine a un cône de lumière futur propre ; tout autre lieu a un autre cône de lumière futur.

L'ensemble des événements de l'espace-temps de Minkowski n'a pas de structure de relation d'ordre temporel unique ; il a autant de relations d'ordre partiel que de lieux.

La simultanéité est donc une notion commode pour nos raisonnements lorsque la vitesse de la lumière est infinie ou que les distances sont négligeables par rapport à cette vitesse. Dans tous les autres cas c'est une impossibilité physique.

<u>Futur et passé</u>

Le futur d'un événement *A* comprend tous les événements sur lesquels l'objet en *A* peut agir. Le passé de l'événement *A* comprend les événements qui ont pu avoir un effet sur cet objet. Futur et passé sont dans les deux cônes de lumière de sommet *A*.

Voir aussi *Condition de causalité entre deux événements*.

3.3.6 L'espace-temps relativiste

Dans la *transformation de Lorentz*, l'espace et le temps dépendent l'un de l'autre, on ne peut les considérer séparément.

Conséquence philosophique : *il n'existe pas de temps absolu ; l'ordre absolu de deux événements n'a pas de sens*. Notre impression erronée de temps et d'espace absolus (postulats fondamentaux de la physique newtonienne et de la philosophie de Kant) vient d'hypothèses de vitesses toutes négligeables par rapport à la vitesse de la lumière *c* et d'espace euclidien (plat, c'est-à-dire sans déformation).

Espace-temps
Dans sa Relativité restreinte, Einstein a donc défini un espace à 4 dimensions (*x ; y ; z ; t*) appelé *espace-temps*, dont les coordonnées (positions à un certain instant) sont repérées par des *quadrivecteurs* et représentent des *événements*. Dans cet espace, pour que les coordonnées de temps soient homogènes à des longueurs, on convient d'utiliser *ct* au lieu de *t*. (*x ; y ; z ; ct*) est alors un *quadrivecteur* de *l'espace-temps*.

3.3.6.1 Quadrivecteur et quadrivitesse

[B4] page 32 définit un quadrivecteur comme « toute quantité à 4 composantes qui se transforment selon la transformation de Lorentz lorsqu'on change de référentiel inertiel ».

> Un quadrivecteur est un indicateur de direction dans l'espace-temps pour tous les repères inertiels.

<u>Invariances par une transformation de Lorentz</u>
La transformation de Lorentz conserve :

- Le parallélisme de deux déplacements à un même quadrivecteur ;
- Le produit scalaire de quadrivecteurs $\boldsymbol{A.B} = A^tB^t + A^xB^x + A^yB^y + A^zB^z$
  où les lettres en exposant *t, x, y et z* désignent des composantes ;
- Le carré de la norme d'un quadrivecteur $A^2 = \boldsymbol{A.A} = -(A^t)^2+(A^x)^2+(A^y)^2+(A^z)^2$
  où les lettres en exposant *t, x, y et z* désignent toujours des composantes.

<u>Quadrivitesse</u>
Voir d'abord la définition de *Ligne d'univers* dans *Espace-temps de Minkowski*.

Définition de la quadrivitesse lors d'un événement
Lorsqu'un corps subit, lors d'un événement *E* et en un temps propre élémentaire $d\tau$, une évolution selon sa ligne d'univers qui est un déplacement de quadrivecteur $d\boldsymbol{s} = (dt, dx, dy, dz)$ centré sur *E*, le rapport $\boldsymbol{u} = d\boldsymbol{s}/d\tau = (dt/d\tau, dx/d\tau, dy/d\tau, dz/d\tau)$ est appelé *quadrivitesse* du corps lors de l'événement E.

- Le quadrivecteur ***u*** est tangent à la ligne d'univers en *E*.
- D'après le paragraphe *Effets sur les vitesses, les longueurs, les durées, les masses, etc.*, sous-titre *Le temps se dilate avec un coefficient multiplicateur constant*, on a :

  $$d\tau = dt\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$$ (ou $dt\sqrt{1-v^2}$ si on mesure les vitesses avec *c* pour unité)

  où $V\ (v_x, v_y, v_z)$ est la vitesse "ordinaire" du corps dans le même référentiel.
- La relation entre quadrivitesse $\boldsymbol{u} = (u^t, u^x, u^y, u^z)$ et vitesse ordinaire *V* est :

  $$u^t = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \quad u^x = \frac{v_x}{\sqrt{1-v^2}}, \quad u^y = \frac{v_y}{\sqrt{1-v^2}}, \quad u^z = \frac{v_z}{\sqrt{1-v^2}}$$

Conséquences

- Le carré d'un intervalle d'espace-temps ne dépend pas du référentiel :

$$\boldsymbol{ds}.\boldsymbol{ds} = \boldsymbol{d}s^2 = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \;;$$

- Le carré de la norme de la quadrivitesse ***u.u*** d'un corps vaut *-1* quelle que soit sa vitesse :

$$\boldsymbol{u}.\boldsymbol{u} = -(u^t)^2 + (u^x)^2 + (u^y)^2 + (u^z)^2 = -1.$$

3.3.6.2 Quadri-quantité de mouvement

La quantité de mouvement traditionnelle *p*, définie dans un espace-temps non relativiste, est le produit d'une masse *m* par sa vitesse *v* : *p = mv* ; si la vitesse est un vecteur ***v***, la quantité de mouvement *m**v*** l'est aussi : ***p*** = *m**v***.

Dans l'espace-temps de la Relativité restreinte, on définit la quadri-quantité de mouvement ***p*** d'une masse *m* à partir de sa quadrivitesse ***u*** par le quadrivecteur :

p = *m.**u***, où ***p*** a pour composantes :

$$p^t = mu^t = \frac{m}{\sqrt{1-v^2}}, \quad p^x = mu^x = \frac{mv_x}{\sqrt{1-v^2}}, \quad p^y = mu^y = \frac{mv_y}{\sqrt{1-v^2}}, \quad p^z = mu^z = \frac{mv_z}{\sqrt{1-v^2}}$$

3.3.6.3 Conservation et non-conservation de la quantité de mouvement

Dans l'espace newtonien la quantité de mouvement d'un système isolé est constante, et évidemment conservée lors d'un changement de référentiel. Mais ce n'est pas le cas en Relativité restreinte, car nous avons vu que la transformation de Lorentz n'est pas linéaire pour les vitesses :

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}$$

Le principe de conservation de la quantité de mouvement d'un référentiel inertiel à un autre n'est pas compatible avec le *principe de relativité restreinte*.

(Dès que la vitesse relative d'un référentiel par rapport à un autre n'est plus négligeable devant la vitesse de la lumière *c*, la quantité de mouvement d'un système isolé change lors d'un changement de référentiel.)

Par contre **la quadri-quantité de mouvement est conservée par la transformation de Lorentz lors d'un changement de référentiel inertiel**.

3.3.6.4 Energie et quantité de mouvement relativistes, et leur conservation

Définitions valables dans un référentiel où les vitesses sont par rapport à *c=1* :

- L'*énergie relativiste* est la composante temporelle de la quadri-quantité de mouvement : $E = p^t = \frac{m}{\sqrt{1-v^2}}$.
- La *quantité de mouvement relativiste* est un vecteur $\vec{p}$ dont les composantes sont les composantes spatiales de la quadri-quantité de mouvement (p^x, p^y, p^z).

  Le carré de la norme de $\vec{p}$, notée $\vec{p}^2$, est : $\vec{p}^2 = (p^x)^2 + (p^y)^2 + (p^z)^2$.

On a alors :

$$E^2 = \vec{p}^2 + m^2 \quad et \quad \vec{v} = \frac{\vec{p}}{E}$$

L'énergie relativiste et la quantité de mouvement relativiste d'un système isolé sont conservées lors d'un changement de référentiel inertiel.

Remarques sur l'énergie et la masse

La masse *m* ci-dessus, conservée lors d'un changement de référentiel inertiel, est une caractéristique d'un système appelée *masse invariante* ou *masse au repos*.

Quand $V \ll c$ on a : $E \approx m + ½ mv^2 +…$: l'énergie relativiste est une énergie totale qui se confond avec la somme de la masse au repos et de son énergie cinétique.

L'existence même de cette égalité aux vitesses faibles montre que *la masse est une forme d'énergie* ; la conversion est possible entre ces deux formes, il y en a un exemple dans la compression d'un ressort dont la masse augmente (voir en annexe au paragraphe *Energie*), et un autre dans la conversion de masse d'hydrogène en énergie dans le Soleil (voir *Formation des étoiles et production d'énergie* / *Cycle de Bethe*).

L'expression $E = m$ est valable dans un référentiel RG, où c=1 ; si on ne fait pas cette hypothèse - c'est-à-dire dans le système international SI - l'expression devient $E = mc^2$, formule célèbre.

Si la masse est pratiquement constante, c'est l'énergie cinétique qui est conservée.

En toute rigueur, l'énergie cinétique E_c d'un corps de masse *m* n'est pas $½ mv^2$, mais

$$E_c = E - m = m\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2}} - 1\right)$$

3.3.6.5 Continuum et Continuum euclidien

L'espace-temps est qualifié de *continuum* parce qu'il est continu : étant donné un de ses points-événements immobiles, *A*, de coordonnées ($x ; y ; z ; ct$) et une distance δ aussi petite que l'on voudra, il existe dans l'espace-temps un point de coordonnées *B* ($x' ; y' ; z' ; ct'$) plus proche de *A* que δ.

Un continuum est donc indéfiniment divisible et sans interruption (d'un seul tenant).

Continuum euclidien

Einstein appelle *continuum euclidien* un tel espace continu que l'on peut rapporter à un référentiel dont les axes orientés, perpendiculaires deux à deux, sont rectilignes et gradués (associés chacun à un nombre réel permettant de repérer la position).

> (La possibilité d'associer tout point d'un axe orienté à un nombre réel unique, et réciproquement d'associer tout nombre réel à un point unique de l'axe n'est pas démontrable : c'est *l'axiome de Cantor-Dedekind*.)

Un continuum euclidien n'est pas déformé : c'est un espace-temps *plat*.

Un espace-temps où règne un champ gravitationnel ne peut être rapporté à un tel continuum car la gravitation le déforme ; nous verrons ci-dessous qu'on peut le rapporter à des coordonnées de Gauss.

3.3.6.6 Interdépendance espace-temps dans la transformation de Lorentz

En Mécanique classique le temps joue un rôle différent des coordonnées spatiales *x, y* et *z* : il est indépendant de la position et du mouvement éventuel du référentiel que l'on se donne : dans la dernière équation de la transformation de Galilée $t'=t$.

Mais dans la transformation de Lorentz le temps est une coordonnée comme les autres et dépend de la position selon l'axe des déplacements (par convention *Ox*) :

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Deux événements *A* et *B* simultanés dans le référentiel fixe ($t_A = t_B$) ne sont pas simultanés pour un observateur dans le référentiel en mouvement : $t_A \neq t_B$: il s'écoule un certain temps au passage de l'un à l'autre.

Complément utile pour comprendre la Relativité restreinte : voir le paragraphe *Espace-temps de Minkowski*.

3.3.6.7 Intervalle d'espace-temps entre deux événements

Considérons deux événements voisins $A(x\ ;\ y\ ;\ z\ ;\ ct)$ et $B(x'\ ;\ y'\ ;\ z'\ ;\ ct')$ de l'espace-temps de *Relativité restreinte*.

Appelons les composantes du petit intervalle *AB* selon les divers axes :

$$dx=x'-x\ ;\quad dy=y'-y\ ;\quad dz=z'-z\ ;\quad dt=t'-t.$$

Appelons enfin *ds* l'intervalle d'espace-temps tel que :

$$ds^2=c^2dt^2-dx^2-dy^2-dz^2.$$

Si un photon voyage à la vitesse de la lumière de *A* à *B* alors $dx^2+dy^2+dz^2=c^2dt^2$ d'après le théorème de Pythagore et $ds^2=0$.

Si (contrairement au photon, qui a une masse nulle) c'est un corps pesant qui voyage de *A* à *B* (donc moins vite que la lumière) $dx^2+dy^2+dz^2<c^2dt^2$ et $ds^2>0$.

<u>Interprétation de l'intervalle d'espace-temps</u>

Dans un référentiel inertiel donné, le carré de l'intervalle d'espace-temps est égal :

- A l'opposé du carré de l'intervalle d'espace pour des événements simultanés (c'est-à-dire tels que $dt=0$) ;
- Au carré de l'intervalle de temps pour des événements situés au même endroit dans l'espace (c'est-à-dire tels que $dx=dy=dz=0$).

3.3.6.7.1 L'équation métrique, autre définition de l'intervalle d'espace-temps

Métrique
Mesurer une longueur dans un certain espace suppose la définition d'une métrique, c'est-à-dire d'une méthode de mesure de la distance entre deux points, avec sa définition d'une unité.

Dans certains ouvrages comme [B4] page 17 l'intervalle d'espace-temps Δs entre deux événements est défini par *l'équation métrique* comme :

$$\Delta s^2 = -\Delta t^2+\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2$$

avec un signe opposé au ds^2 précédent et une unité de temps choisie pour que $c=1$. Nous utiliserons souvent cette autre convention.

3.3.6.8 Métrique de Minkowski

Dans un continuum euclidien, la distance entre deux points (ou la longueur d'une règle) est définie par une *métrique* (méthode de passage des coordonnées des points à leur distance ds) définie par la formule ci-dessus : $ds^2=c^2dt^2-dx^2-dy^2-dz^2$.
Cette méthode de mesure est appelée *Métrique de Minkowski* ; elle est adaptée aux seuls espaces-temps plats.

Invariance d'un intervalle d'espace-temps dans une transformation de Lorentz
Si l'intervalle d'espace-temps *AB* est mesuré, dans deux référentiels *R* et *R'* en mouvement uniforme l'un par rapport à l'autre, par des grandeurs respectives *ds* et *ds'* lorsqu'une *transformation de Lorentz* fait passer de *R* à *R'*, on trouve toujours $ds = ds'$:

L'intervalle d'espace-temps ne varie pas dans la transformation de Lorentz :
on dit que c'est un *invariant relativiste*.

Cet intervalle d'espace-temps ne dépend pas du choix de l'origine des axes, qui peut être située en *A*, en *B* ou n'importe où.

Complément utile pour comprendre la Relativité restreinte : *Espace-temps de Minkowski*.

3.3.6.9 Intervalle de temps entre deux événements

Supposons l'origine des axes en *A(0 ; 0 ; 0 ; 0)* et considérons un événement *B(x ; y ; z ; t)* qui peut être cause ou conséquence de *A*, c'est-à-dire tel que :

$$s^2 = t^2 - \frac{x^2}{c^2} - \frac{y^2}{c^2} - \frac{z^2}{c^2} > 0$$

(c'est-à-dire tel que la lumière a le temps de parcourir l'espace de *A* à *B*).

La quantité positive *s* ci-dessus représente « *l'intervalle de temps entre les événements A et B* » dans un système d'unités de distance et temps quelconques.
s^2 est invariant par la transformation de Lorentz, c'est-à-dire qu'il a même valeur pour deux observateurs (*x; t*) et (*x'; t'*) en mouvement uniforme l'un par rapport à l'autre :

$$t^2-x^2/c^2 = t'^2-x'^2/c^2$$

Durées d'un déplacement de A à B par rapport à A et par rapport à B (mobile)
Pour un observateur qui se serait déplacé de *A* à *B* à une vitesse uniforme *x*/*t* par rapport à *A* il se serait écoulé un temps *s*, alors que pour *A* il se serait écoulé un temps *t*.

Cette remarque explique la perte de synchronisme entre deux horloges qui indiquaient la même heure à l'origine *t*=0 : le temps s'écoule moins vite dans un référentiel en déplacement que dans un référentiel fixe.

Conséquences pour les lois de la nature

L'expérience ayant montré que :

1. Le principe de relativité restreinte est vrai : les phénomènes de la nature sont régis par les mêmes lois dans tout référentiel galiléen quelle que soit la vitesse *V* inférieure à *c* ;
2. La vitesse de la lumière dans le vide est constante, avec la même valeur *c* :
   - à toutes les échelles : astronomique, humaine et atomique ;
   - dans toutes les positions et toutes les directions de l'espace-temps ;
   - pour les 4 interactions (forces) de la nature : gravitationnelle, électromagnétique, nucléaire (force forte) et force faible.

   Cette invariance résulte du fait que le *relativité restreinte est une propriété du seul espace-temps*.

D'où la loi déterministe de la Relativité énoncée par Einstein :

Les lois de la nature sont invariantes dans la transformation de Lorentz.
(Si on découvrait une loi ne satisfaisant pas cette invariance, une au moins des deux conditions fondamentales précédentes serait fausse.)

Les *lois* de la physique sont les mêmes pour tous les observateurs dont le mouvement a un vecteur vitesse constant (mouvements non accélérés), y compris les lois portant sur la lumière ; mais les *mesures* d'un observateur dépendent de sa vitesse relative par rapport à l'objet mesuré.

3.3.6.10 Conséquences déterministes de la Relativité

Les résultats prédictibles d'une loi dépendent du référentiel
Une loi est la même dans deux référentiels galiléens en déplacement relatif à vitesse constante, mais la transformation des coordonnées entre ces deux référentiels est celle de Lorentz (et non celle de Galilée) : les *résultats* d'une loi dépendent du référentiel d'où on les observe. C'est une conséquence déterministe de la Relativité concernant la prédiction des résultats d'évolution.

Complément utile pour comprendre la Relativité restreinte : *Espace-temps de Minkowski*.

3.3.6.10.1 Ecoulement du temps, Relativité et déterminisme

La notion même de déterminisme régissant les évolutions repose sur l'écoulement du temps, sans lequel elle ne se conçoit pas. Or la Relativité restreinte nous apprend que pour deux observateurs en mouvement l'un par rapport à l'autre le temps

s'écoule à des vitesses différentes, et la notion de simultanéité n'a plus la signification habituelle.

Plus grave encore, il y a des situations où, pour un observateur situé au point *M*, l'événement *A* précède l'événement *B*, alors que pour un observateur situé en un autre point, *P*, c'est l'événement *B* qui précède l'événement *A*. Lorsque l'observateur en *M* aura connaissance de l'événement *A il ne saura pas encore que B aura lieu*, alors que lorsque l'observateur en *P* saura que *B* a eu lieu *il ne saura pas encore que A aura lieu :* voir en annexe *Indépendance entre deux événements et relation de causalité.*

> Dans ces conditions, que deviennent la causalité et le déterminisme ? Ne pourrait-on considérer que la dimension temps joue le même rôle que les trois dimensions d'espace dans le continuum espace-temps de la géométrie de Minkowski, et donc que la certitude des deux événements *A* et *B* était acquise d'avance pour un observateur extérieur à cet espace à 4 dimensions ?
>
> C'est ce qu'Einstein avait conclu selon [B130], admettant alors le déterminisme philosophique, qui prétend que la totalité du passé et de l'avenir forme une chaîne de causalité unique *et qu'il n'existe aucun écoulement objectif du temps, mais seulement des écoulements par rapport à des repères*.
>
>> Remarque : Kant et Newton croyaient en un temps unique, universel.
>> Ils ne pouvaient admettre l'idée de se placer à l'extérieur de l'espace-temps, pouvoir réservé à Dieu et idée purement spéculative.
>
> En outre, l'irréversibilité prouvée de certains phénomènes comme la croissance de l'entropie impose d'admettre que le temps s'écoule.

De son côté, le principe si intuitif de l'additivité de deux vitesses (voir en annexe *Principe d'additivité vectorielle des vitesses*) est de moins en moins valable au fur et à mesure qu'une au moins des vitesses approche celle de la lumière.

Enfin, la vitesse d'un corps matériel pesant accéléré peut approcher celle de la lumière, *c*, mais ni la dépasser ni même l'atteindre, tant pis pour les auteurs de science-fiction ; seules les particules sans masse comme les photons se déplacent à la vitesse de la lumière - et elles ne peuvent jamais aller moins vite ou plus vite.

> (Remarque : la vitesse de la lumière dépend du milieu où elle se propage ; celle qu'on désigne habituellement par *c* est la vitesse dans le vide. Voir le sous-titre *Indice de réfraction* dans *Principe de Fermat*.)

De son côté, la *Relativité générale* montre que lorsqu'un mouvement entre deux points *A* et *B* traverse un champ gravitationnel, la vitesse d'écoulement du temps change par rapport à un mouvement entre les mêmes points ne traversant pas un tel champ, car sa trajectoire est autre. La courbure de l'espace changeant du fait du champ, la lumière s'y propage selon une trajectoire différente et l'unité de longueur en un point change avec le champ de gravitation en ce point.

3.3.6.10.2 Paradoxe du voyageur de Langevin

On cite souvent le paradoxe du voyageur de Langevin, appelé aussi *paradoxe des jumeaux*. Considérons deux jumeaux, Pierre et Paul. Pierre reste sur Terre pendant que Paul part (et voyage à une vitesse inférieure à celle de la lumière, bien entendu).

Paul décrit une certaine trajectoire (ligne d'univers dans l'espace-temps de Minkowski) qui finit par le ramener au point de départ sur Terre, où Pierre l'attend. Les deux jumeaux constatent alors que Paul, le voyageur, a moins vieilli que Pierre : le temps s'écoulait plus lentement pour Paul que pour Pierre ! (Voir raisonnement et dessin explicatif dans *Espace-temps de Minkowski* au paragraphe *Paradoxe du voyageur de Langevin*.)

La différence de vitesse d'écoulement du temps entre deux observateurs en mouvement l'un par rapport à l'autre est une caractéristique importante du déterminisme due à la Relativité.

3.3.6.10.3 Relativité et irréversibilité

Nous avons d'innombrables preuves, factuelles et incontestables, de l'existence de phénomènes irréversibles, dont la Relativité ne remet pas en cause l'irréversibilité. Exemple : la décomposition radioactive d'un atome, dont la Relativité peut mettre en cause (pour les préciser par rapport à un repère) la position et l'instant, mais pas le fait qu'une fois décomposé l'atome ne se reconstitue jamais.

Concernant une éventuelle relation entre Relativité et irréversibilité, voici ce qu'on lit dans [B24] page 193 :

> *"…la révolution associée à la relativité n'affecte pas nos conclusions précédentes. L'irréversibilité, le flux du temps, conserve sa signification dans la cosmologie relativiste. On pourrait même soutenir que l'irréversibilité joue un rôle d'autant plus important que nous allons vers des énergies plus élevées, c'est-à-dire vers les premiers moments de l'Univers."*
>
> Cette opinion est confirmée par le paragraphe *Les transitions de phase séparent les forces fondamentales*.

3.3.6.10.4 Particules virtuelles. Electrodynamique quantique

La Mécanique quantique est non-relativiste, en ce sens qu'elle suppose que la gravitation n'a pas d'effet sur les masses, que les particules ne peuvent être ni créées ni détruites, et que leurs vitesses restent suffisamment faibles pour que l'espace et le temps ne soient pas relativistes. Pour lever cette hypothèse, on a créé *l'électrodynamique quantique*.

L'électrodynamique quantique fait la synthèse de la Mécanique quantique, de la Relativité restreinte et des équations de Maxwell de l'électrodynamique classique. Cette théorie décrit mathématiquement les interactions des particules chargées électriquement (électron, proton, quark…) avec un champ électromagnétique et avec d'autres particules chargées.

L'électrodynamique quantique constitue une des vérifications les plus précises des postulats et méthodes mathématiques de la Mécanique quantique. Elle a été vérifiée avec une précision extraordinaire dans de nombreuses expériences, par exemple en fournissant la valeur du moment magnétique d'un électron avec une précision relative de 10^{-8}. Cette précision est celle qu'aurait une mesure de la distance Paris-New York à quelques centimètres près !

Non seulement cette précision est une caractéristique intéressante du déterminisme étendu en matière de physique quantique, mais l'électrodynamique quantique met en lumière aussi d'autres aspects de la physique quantique. Ainsi, par exemple, l'interaction entre deux particules chargées se fait par échange de « photons virtuels », chacun représentant un quantum d'énergie. Ces photons sont *virtuels* car il n'existe aucun moyen de les capturer pour les voir. Ils se manifestent en agissant comme des forces quantifiées qui transmettent leur énergie entre deux particules mobiles en interaction, et dont le vecteur vitesse change de direction et de grandeur lorsqu'elles émettent ou absorbent un tel photon. Ainsi donc, une force peut agir entre deux particules, par exemple lors d'un choc, en transmettant un quantum d'énergie ou plusieurs, et *cette action est parfaitement déterministe dans le cadre d'un déterminisme étendu prenant en compte des discontinuités quantifiées*.

Antiparticules
Autre ajout à la Mécanique quantique, l'électrodynamique quantique introduit, pour chaque particule, une *antiparticule* de même masse et même spin, mais avec des propriétés de charge électrique, moment magnétique et saveur opposées : le positron correspond ainsi à l'électron, l'antiproton au proton, etc. Une particule qui rencontre son antiparticule peut s'annihiler avec elle en libérant une énergie égale à la masse disparue, conformément à la Relativité ($E = mc^2$). Inversement, un photon d'énergie électromagnétique peut parfois se transformer en matière, par exemple en une paire électron-positron. Enfin, un électron et un positron peuvent s'associer en un atome appelé *positronium*, où le positron constitue le « noyau » autour duquel tourne l'électron.

Mais, hélas, l'électrodynamique quantique est une science inachevée. Il y a des cas où elle prédit des valeurs infinies, physiquement inacceptables. Ce problème a été résolu dans des cas particuliers par une méthode appelée *renormalisation*, qui consiste à prendre en compte l'interaction d'une particule chargée avec son propre champ électromagnétique et à utiliser certaines astuces mathématiques. Le problème de fond est que, malgré les succès et la précision de la partie achevée de cette science, il reste des phénomènes inexpliqués sur lesquels les théoriciens travaillent, notamment une théorie quantique de la gravitation.

3.3.7 Les deux théories de la Relativité d'Einstein

Einstein a publié ses théories de la Relativité en deux étapes :

- 1905 - Relativité restreinte (en anglais *Special Relativity*) ;
- 1915 - Relativité générale (en anglais *General Relativity*).

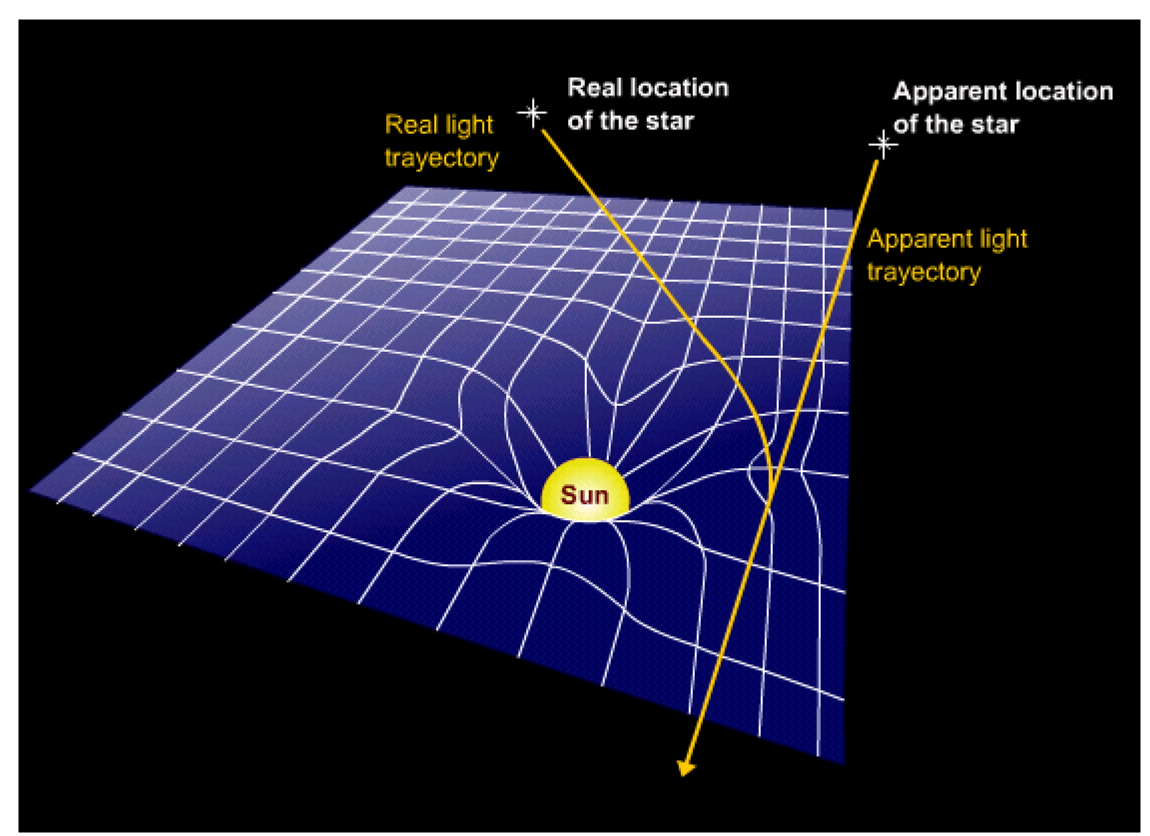
3.3.7.1 Le prix Nobel

Le prix Nobel pour 1921 a été attribué à Einstein en 1922 pour sa théorie de l'Effet photoélectrique, pas pour la Relativité dont la portée est pourtant révolutionnaire. Voici pourquoi.

La Relativité restreinte est mathématiquement très simple, bien que sa valeur scientifique soit considérable ; le comité Nobel n'a donc pas jugé qu'elle mérite le Prix.

En revanche, la Relativité générale est mathématiquement si difficile que trop peu de théoriciens l'avaient comprise et en saisissaient la portée en 1922 :

- La première confirmation expérimentale (déviation de l'image d'une étoile par la masse du Soleil, de direction voisine) date de 1919 ;



Déviation de la direction apparente d'une étoile par la déformation de l'espace-temps due à la masse du Soleil

- La première description explicative due à Eddington : *Space, Time and Gravitation* date de 1920, et la description complète par Eddington : *The Mathematical Theory of Relativity* date de 1923, *après* l'attribution du prix Nobel ; Einstein en a salué le caractère de *premier texte de qualité sur la Relativité*, mais il y a aujourd'hui des textes bien plus pédagogiques et en français, comme [B4].

Le comité Nobel a donc attribué le prix 1921 à Einstein en 1922 « pour l'ensemble de sa contribution à la physique théorique, notamment l'Effet photoélectrique », sans citer la Relativité que ses membres ne pouvaient comprendre vraiment.

3.3.7.2 La révolution de la Relativité – Correspondance avec la Mécanique quantique

La Relativité a changé les fondements mêmes de la physique, en redéfinissant les notions et propriétés de l'espace, du temps, de la matière, de l'énergie, de la gravitation et même de la causalité, devenue relative à l'observateur.

Il est plus simple de citer les parties de la physique qui échappent à la Relativité (la Thermodynamique et la Physique statistique) que celles qu'elle impacte.

La Mécanique quantique et la Relativité sont les deux bases de la physique moderne : la première régit l'infiniment petit et constitue le fondement de la physique macroscopique, qui s'en déduit ; la seconde régit l'extension de la physique macroscopique à l'échelle de l'infiniment grand astronomique et de l'évolution de l'Univers.

3.3.7.3 Le paradoxe philosophique de non-séparabilité

Une propriété des systèmes physiques que nous considérons a priori comme évidente est celle-ci : la taille d'un objet physique donné est limitée ; et il est *ici* ou *là*, mais pas à la fois dans deux lieux éloignés : c'est le *Principe de séparabilité*.
Pourtant selon l'expérience, l'espace local entre deux points *A* et *B* peut s'avérer :

- *Séparable*, la propagation de l'effet d'une cause située en *A* ne pouvant alors s'effectuer jusqu'à *B* plus vite que la vitesse de la lumière, conformément à la Relativité ;
- *Non séparable*, la propagation étant alors instantanée, conformément à la Mécanique quantique ; c'est ce cas surprenant qui a été vérifié dans l'expérience d'Alain Aspect [B52].

3.3.7.4 Extension du déterminisme à la Relativité et à la Conservation de l'information

Hélas, les théories de la physique quantique restent séparées de la Relativité : on n'en connaît que des synthèses partielles, comme la *Théorie quantique des champs* à la base de l'Electrodynamique quantique et la Théorie du rayonnement de Hawking (voir *Evaporation des trous noirs (rayonnement de Hawking*). Le *Principe de correspondance* évoqué précédemment permet de passer de la Mécanique quantique à la physique macroscopique par des procédés différents de ceux qui permettent le passage de la physique macroscopique à la Relativité générale.

En outre, la physique moderne décrit certaines conditions d'intégrité sous forme de conservation de l'information descriptive des systèmes ; ces conditions ont aussi des conséquences en matière de déterminisme, essentiellement concernant les lois d'interruption.

Nous allons donc résumer successivement les conséquences déterministes de la Relativité et du Principe de conservation de l'information d'un système fermé.

<u>La Relativité exige un déterminisme enrichi</u>

La Relativité restreinte, mathématiquement si simple, redéfinit les valeurs des variables de l'espace, du temps, de l'énergie et de la masse pour un référentiel en mouvement par rapport à un référentiel fixe. Les lois physiques correspondantes relèvent donc d'un principe déterministe adapté, où la vitesse relative *V* du référentiel mobile par rapport au référentiel fixe intervient par son rapport *V/c* à la vitesse de la lumière dans le vide, *c*.

> **Le déterminisme scientifique comprend donc aussi la transformation de Lorentz, avec son principe d'interdépendance de l'espace et du temps**.

La mise en cause possible de l'ordre de survenance de deux événements
Dans l'espace-temps plat de la Relativité restreinte, le rapport de causalité de deux événements *A* et *B* est invariant par déplacement de l'observateur.

Mais dans l'espace-temps déformé de la Relativité générale, la causalité n'est plus la même pour tous les observateurs d'un événement donné. L'ordre de survenance de deux événements *A* et *B* dépend de la position et du mouvement de l'observateur : tantôt *A* précède *B*, tantôt c'est *B* qui précède *A* ; dans ces conditions, tantôt *A* peut être la cause de *B*, tantôt *B* peut être la cause de *A*, selon que l'événement *B* est ou non dans le cône de lumière de *A*, ou que l'événement *A* est ou non dans le cône de lumière de *B*. Il n'existe pas de position absolue dans l'espace ou le temps de *A* par rapport à *B*.

La Relativité générale et le principe d'incertitude de Heisenberg exigent une causalité étendue
Lire d'abord plus haut *Causalité étendue*.

Les conséquences cosmologiques du déterminisme enrichi du paragraphe précédent sont considérables. La causalité traditionnelle : « Une cause entraîne une évolution vers une conséquence » et « Toute situation a une cause » n'est plus admissible en tant que principe, il faut postuler une *causalité étendue*, prenant aussi en compte dans l'évolution qu'elle produit la physique quantique, la Relativité et la conservation de l'information descriptive. Cette causalité étendue définit la conséquence d'une situation-cause comme une évolution vers *toutes* les situations permises par la physique pour tout observateur, quels que soient sa position et son mouvement.

3.3.8 Espace-temps de Minkowski

Résumé de la terminologie de l'espace-temps de Minkowski utilisée en théorie de la Relativité restreinte et conséquences sur la causalité.

3.3.8.1 La Relativité restreinte

En 1905, Albert Einstein a proposé sa théorie de la Relativité. Cette théorie a été qualifiée de *restreinte* ultérieurement, pour la distinguer de la Relativité *générale* publiée en 1915. La Relativité restreinte part du principe que, dans le vide, la vitesse de la lumière *c* est une constante : *c* = 299 792 458 m/s *exactement*. Avec cette théorie, l'espace et le temps ont des mesures différentes pour deux observateurs en mouvement uniforme l'un par rapport à l'autre.

Vues à un instant *t* d'un repère rapporté aux axes *Ox*, *Oy* et *Oz*, les distances *x'*, *y'* et *z'* et le temps *t'*, mesurés dans un second repère en mouvement à la vitesse *v* par rapport au premier parallèlement à *Ox* depuis l'instant *t = 0*, se calculent par les formules de changement de repère appelées *transformation de Lorentz* que nous avons vues plus haut. Ces formules montrent que les positions dans l'espace dépendent du temps et que les dates dépendent de la position : il faut donc considérer ensemble l'espace et le temps sous forme de *concept d'espace-temps*.

3.3.8.2 L'espace-temps

D'habitude la réalité physique concerne un espace à trois dimensions, les changements étant repérés par rapport au temps. En 1907, le mathématicien allemand Hermann Minkowski a proposé une formulation mathématique élégante de la Relativité restreinte de 1905, *l'espace-temps* [B257]. La voici.

On considère un espace qui a une quatrième dimension en plus des trois dimensions habituelles. Cette quatrième dimension est une longueur, comme les trois autres : c'est la longueur parcourue par la lumière en un temps *t*, c'est-à-dire le produit *ct* où *c* est la vitesse de la lumière : pour repérer le temps elle mesure les durées en définissant l'unité de temps comme le temps mis par la lumière pour parcourir 1 mètre : 1 "mètre de temps" dure donc 1/299792458°s ≅ 3.34ns.

Evénements de l'espace-temps
Un point d'espace-temps de coordonnées (*x=1 ; y=0 ; z=0 ; t=1*) est un point à l'abscisse 1m et à la date 3.34ns. Il représente donc *un événement* qui s'est produit à la position d'espace (1 ; 0 ; 0) à l'instant 1°mètre de temps (3.34ns).

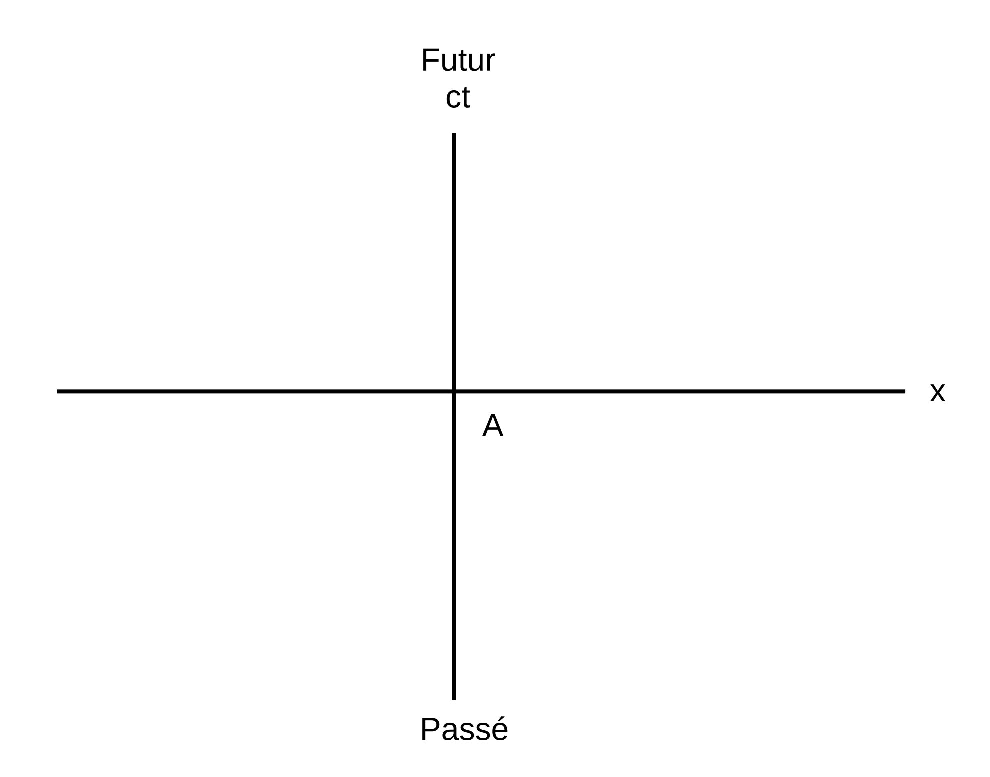
Dans ce système, la vitesse de la lumière est *c* = 1 et les vitesses sont mesurées par leur rapport à *c* : $\frac{v}{c}$.

Dans l'espace-temps à 4 dimensions un objet n'a jamais été créé et ne sera pas détruit, même s'il peut se transformer du fait de lois d'évolution ; il se déplace alors selon la dimension *temps*. Le passé ne disparaît pas, le futur est déjà là à sa place dans l'espace-temps, tous deux sont constamment réels. L'Univers est éternel et a toujours existé.

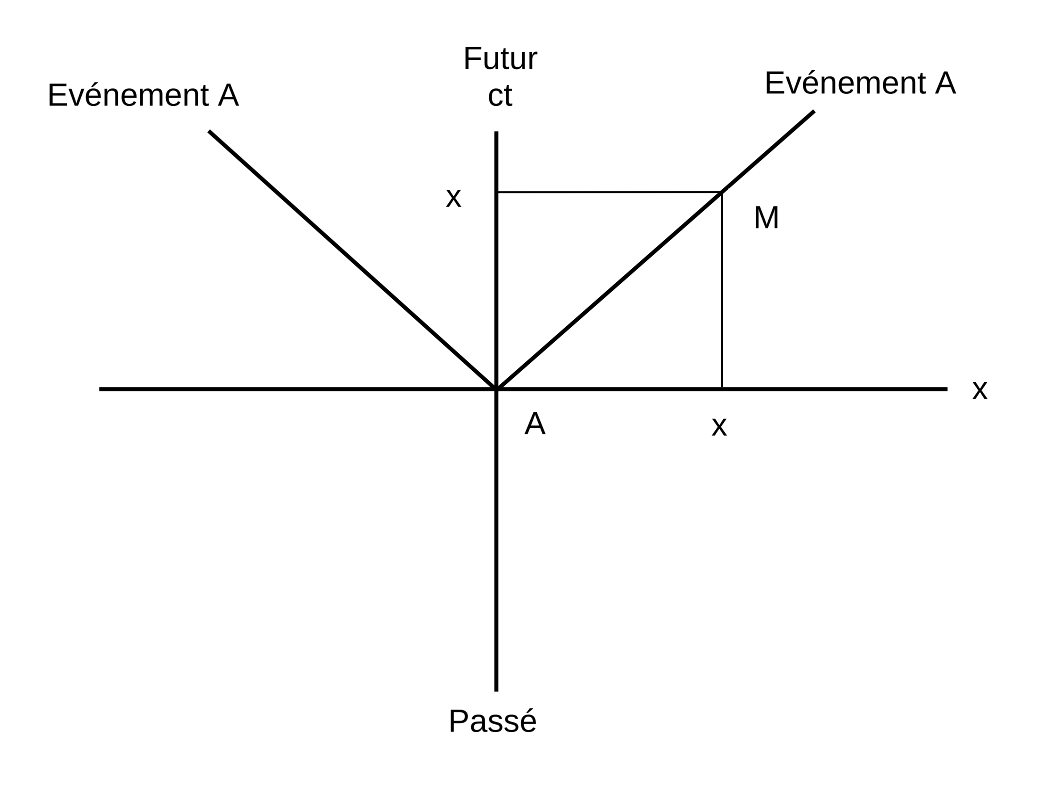
Ce modèle quadridimensionnel de l'Univers n'est pas accepté par tous les scientifiques : selon certains, le temps n'est pas une dimension comme les autres et les évolutions physiques sont une réalité qui remplace constamment le présent par le futur. Mais Einstein et Minkowski le considèrent comme une représentation élégante et utile pour les raisonnements de Relativité.

3.3.8.3 Diagramme d'espace-temps

On prend l'habitude de ne représenter qu'une seule dimension d'espace, *x*, en la repérant par rapport à un axe horizontal, et la dimension de temps *ct*, en la repérant par rapport à un axe vertical. Le point de rencontre de ces deux axes est l'événement *A*, « *le présent, ici et maintenant* », dont la position définit l'origine des espaces et des temps. Le futur est vers le haut, le passé vers le bas et les distances spatiales par rapport à *A* à gauche et à droite. L'abscisse et l'ordonnée d'un point quelconque de ce diagramme définissent donc un événement par sa position et sa date par rapport à celles de l'événement *A* : c'est ce que voit un observateur au lieu et à l'instant de A.



En mesurant les longueurs en années-lumière AL et les temps en années, la propagation de l'information "*A* est survenu" et d'éventuelles conséquences de *A* à la vitesse de la lumière vers la gauche et la droite est représentée par les points successifs de deux demi-droites partant de *A* inclinées à 45° par rapport à l'axe des *x*, appelées « *demi-droites de lumière de A* » :

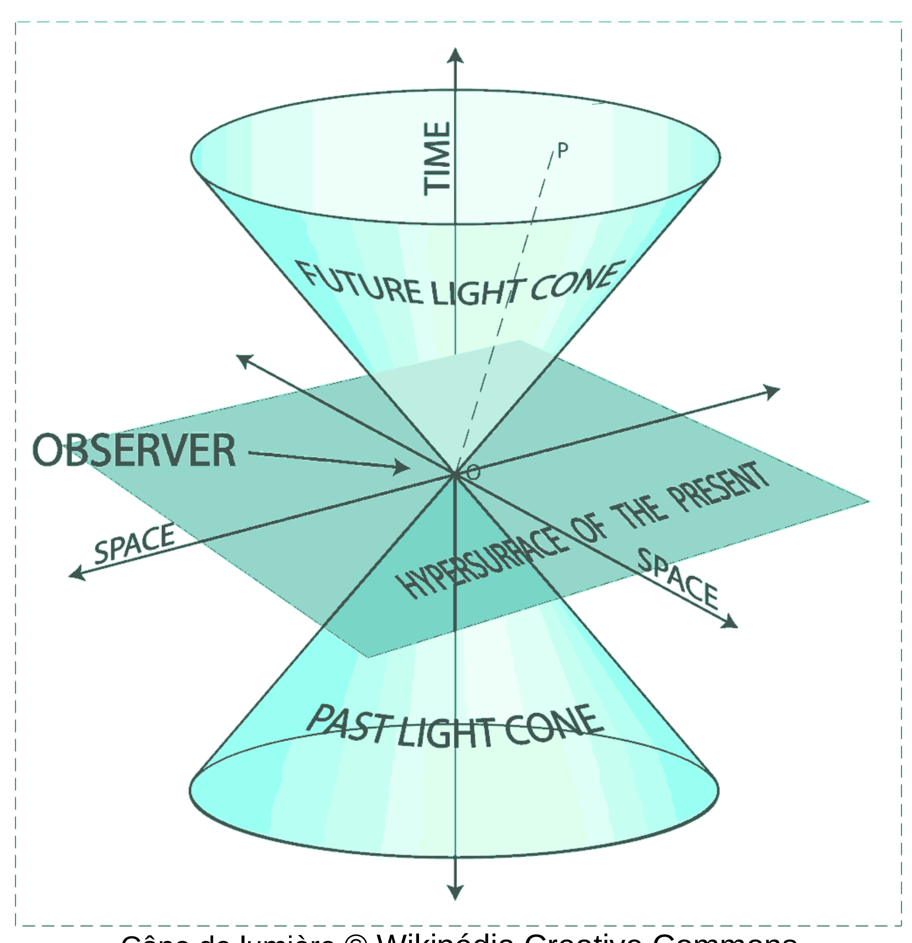


Un point *M* de l'une des demi-droites de lumière de *A*, situé à une distance spatiale de *x* de l'événement *A*, représente cet événement tel qu'il est vu de cette distance *x*, à qui il apparaît au temps *x/c* (en années). Les points successifs de l'une des demi-droites partant de *A* à 45° de l'axe x sont donc les points atteints par la lumière partie de *A* à l'instant présent, celui de l'événement *A* ; chacun de ces points a une abscisse *x* mesurant la « *distance spatiale* » à *A* et une ordonnée *ct*=*x* représentant la « *distance temporelle* » à *A*.

Les deux demi-droites de lumière de *A* délimitent un cône d'axe *ct* et de sommet *A* appelé « *cône de lumière* » de *A*, ou plus précisément « *cône de lumière futur* » de *A*.

Les deux demi-droites prolongeant les précédentes du côté *Passé* de l'axe *x* représentent des événements du passé dont la lumière a atteint *A* à l'instant présent. Elles délimitent le « *cône de lumière passé* » de *A*.

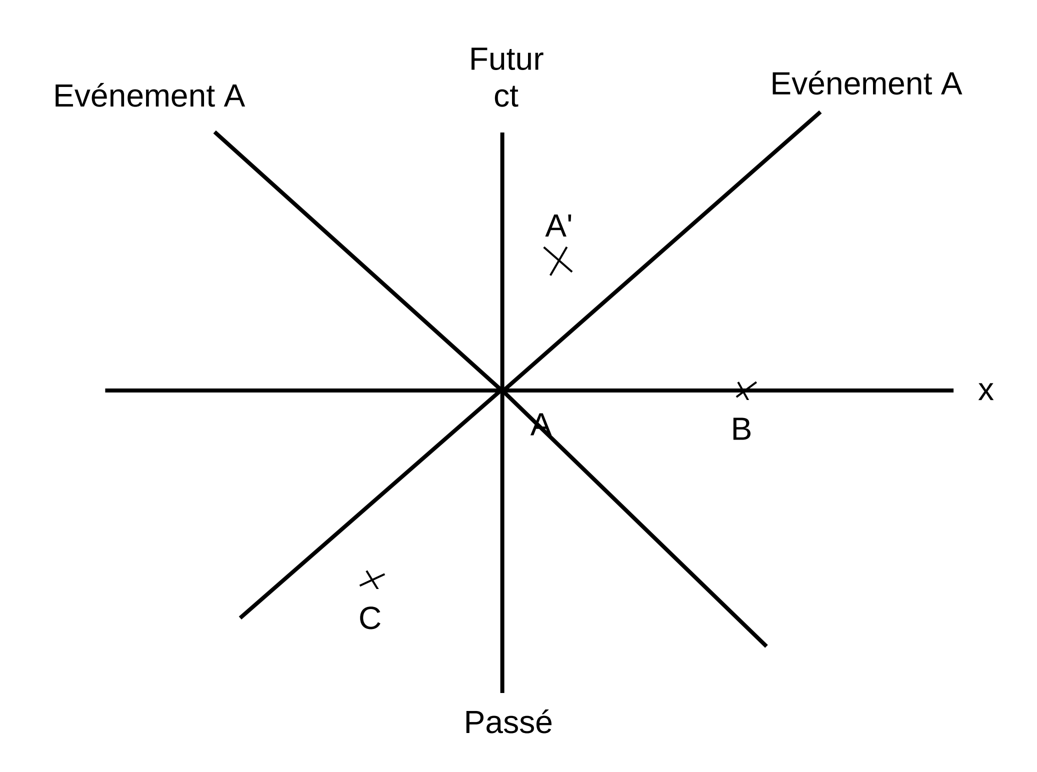
En trois dimensions (deux pour l'espace, *x* et *y*, et une pour le temps, *ct*) le cône de lumière d'un point *O* (observateur) ressemble à ceci :



Cône de lumière © Wikipédia Creative Commons

La demi-droite *OP*, *interne au cône*, représente l'évolution dans le temps d'un événement *O* dont le déplacement est à vitesse constante inférieure à celle de la lumière.

A l'instant présent, un observateur en *A* connaît tous les événements du passé représentés par un point du cône de lumière passé comme *C*, car leur lumière a eu le temps de parvenir en *A* à la vitesse *c*.



Dans le diagramme ci-dessus :

- Un événement *B* représenté par un point de l'axe *Ax* serait simultané avec *A* s'il est si proche de *A* que le temps mis par la lumière venant de *A* pour l'atteindre est négligeable – sinon, la simultanéité n'existe pas ;
- Un événement *A'* représenté par un point au-dessus de l'axe *Ax* se produit après *A* en un autre lieu ;
- Un événement *C* représenté par un point sous l'axe *Ax* précéderait *A* et pourrait en être la cause s'il est dans le cône de lumière passé de *A* ;
- Situé hors du cône de lumière de *A*, l'événement *B* ne peut en être ni la cause ni la conséquence ;
- Pour voir les deux événements *A* et *B*, un observateur doit être à la fois dans le cône de lumière de *A* et dans celui de *B*. Si c'est le cas, il voit d'abord celui dont il a pénétré le cône de lumière en premier.

Examinons plus avant ces points.

3.3.8.4 Intervalle d'espace-temps

Considérons deux événements d'un diagramme d'espace-temps, $A(x_1; y_1; z_1; t_1)$ et $B(x_2; y_2; z_2; t_2)$ tels que $t_2 > t_1$ (*B* est postérieur à *A*), et soit *Δ* la quantité telle que

$$\Delta = c^2(t_2-t_1)^2 - (x_2-x_1)^2 - (y_2-y_1)^2 - (z_2-z_1)^2$$

Δ est donc la différence entre le carré de la distance D_L parcourue par la lumière entre les instants t_1 et t_2, et le carré de la distance spatiale D_{AB} entre les événements *A* et *B*. Il se trouve que *Δ est invariant par la transformation de Lorentz*, c'est-à-dire qu'il a même valeur pour deux observateurs (*x; t*) et (*x'; t'*) en mouvement uniforme l'un par rapport à l'autre :

$$c^2t^2-x^2 = c^2t'^2-x'^2$$

La racine carrée $\sqrt{|\Delta|}$ de la valeur absolue de *Δ* est appelée « *intervalle d'espace-temps entre les deux événements A et B ».* Notons que *Δ* ne dépend pas du choix de l'origine des axes, qui peut être située en *A*, en *B* ou n'importe où.

Pour un événement *A'(x ; y ; z ; t)* situé à l'intérieur du cône de lumière de *A*, la quantité positive *s* telle que

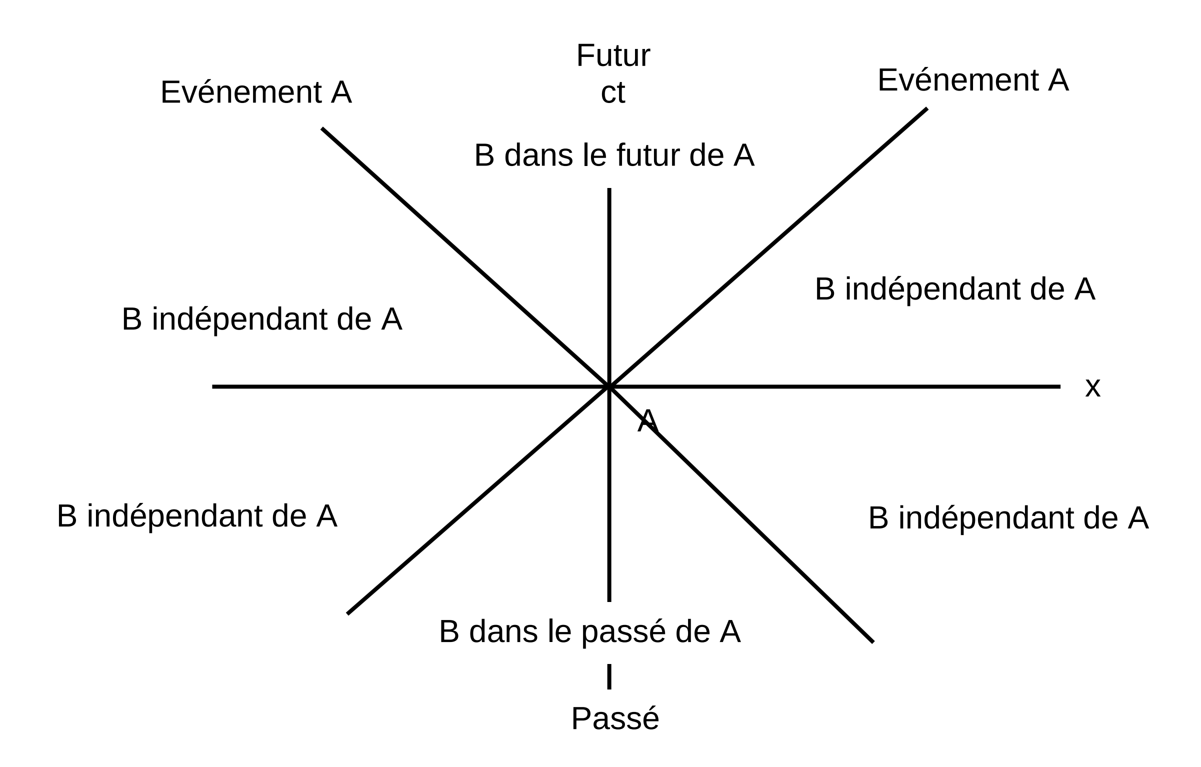
$$s^2 = t^2 - \frac{x^2}{c^2} - \frac{y^2}{c^2} - \frac{z^2}{c^2}$$

représente « *l'intervalle de temps entre les événements A et A'* » dans un système d'unités de distance et de temps quelconques : pour un observateur qui se serait déplacé de *A* à *A'* à une vitesse uniforme *x/t* par rapport à *A*, il se serait écoulé un temps *s*, alors que pour *A* il se serait écoulé un temps *t*. Si *A'* se trouve sur une des demi-droites de lumière de *A*, s^2 est nul, *A* et *A'* sont à la même heure. Si *A'* se trouve sur l'axe vertical des temps passant par *A*, *A'* se produit au même endroit que *A* à l'instant *t*.

3.3.8.5 Condition de causalité entre deux événements

La relativité nous apprend qu'aucun effet, aucun signal, ne peut se propager plus vite que la lumière. Donc un événement $A(x_1; y_1; z_1; t_1)$ peut être la cause de l'événement $B(x_2; y_2; z_2; t_2)$ si la lumière partant de *A* à l'instant t_1 arrive en *B* *avant* l'instant t_2 ; si elle arrive *après* t_2, *B* est nécessairement indépendant de *A*, il ne peut être causé par *A* ; et si elle arrive *à l'instant* t_2, *A* et *B* sont simultanés pour un observateur placé en *B*, donc *B* ne peut pas résulter de *A*.

Sur le diagramme d'espace-temps d'origine *A*, pour que *B* soit conséquence de *A* il doit donc être à l'intérieur du cône de lumière de *A*. Si *B* est sur l'une des demi-droites du cône de lumière de *A*, un observateur en *B* voit apparaître *A* en même temps qu'il apparaît lui-même, et *B* ne peut donc résulter de *A*. Et si *B* est à l'extérieur du cône de lumière de *A*, il est nécessairement indépendant de A.



Le diagramme ci-dessus montre les zones d'espace-temps dont les événements *B* :

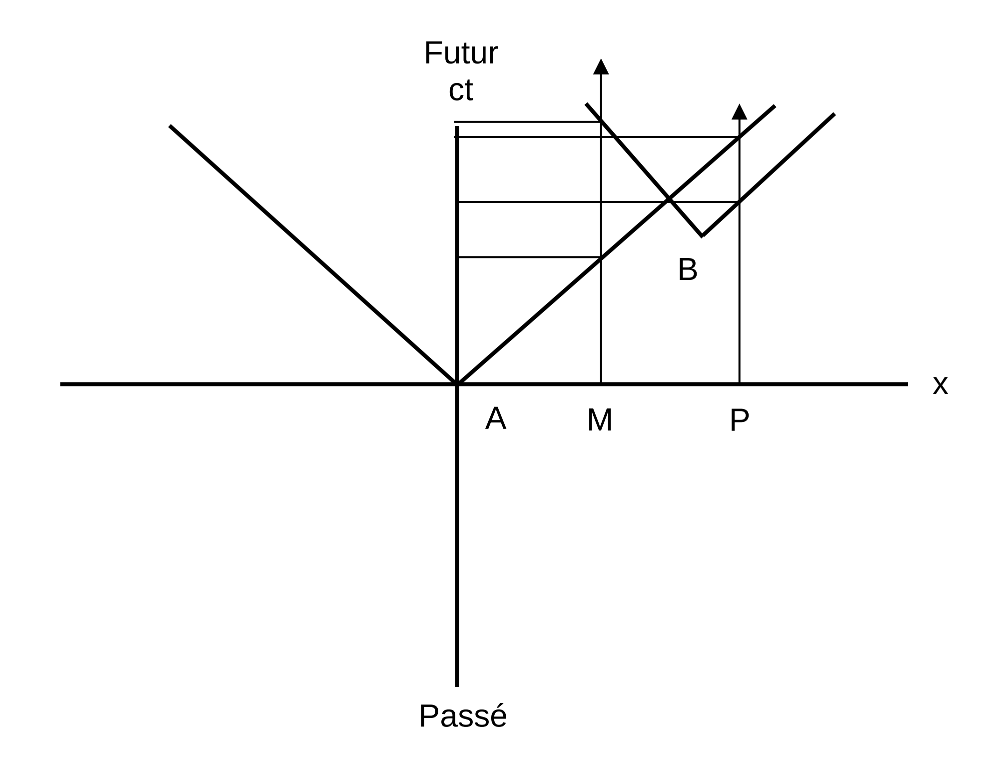
- Peuvent être conséquence de *A* : ils sont *dans le cône de lumière futur de A* (et ont un *Δ > 0*) ;
- Peuvent avoir causé *A* : ils sont *dans le cône de lumière passé de A* (et ont un *Δ > 0*) *;*
- Sont indépendants de *A*, ils sont hors du cône de lumière de *A*, côté passé comme côté futur (et ont un *Δ < 0*).

On dit que les événements qui par rapport à *A* ont un *Δ > 0* ont avec *A* un « *intervalle d'espace-temps du genre temps* » ; ils sont à l'intérieur du cône de lumière de *A*.
Les points tels que *Δ = 0* ont avec *A* un « *intervalle d'espace-temps du genre lumière* » ; ils sont sur l'une des demi-droites de lumière de A.

Voir aussi *La simultanéité n'existe pas physiquement*.

3.3.8.6 Indépendance entre deux événements et relation de causalité

La condition d'indépendance entre les deux événements *A* et *B* s'écrit *Δ < 0* (en langage de Minkowski on dit que « *l'intervalle d'espace-temps entre ces deux événements est du genre espace* »). Selon la position *M* ou *P* d'un observateur fixe par rapport à *A* et *B*, l'événement *B* sera antérieur ou postérieur à l'événement *A* (surprenant, non ?). Aucun des événements *A* et *B* ne pourra être cause de l'autre car ils sont trop éloignés pour qu'une interaction propagée à la vitesse maximum *c* ait pu aller de l'un à l'autre.



On voit ci-dessus les demi-droites des cônes de lumière futurs de *A* et *B*.

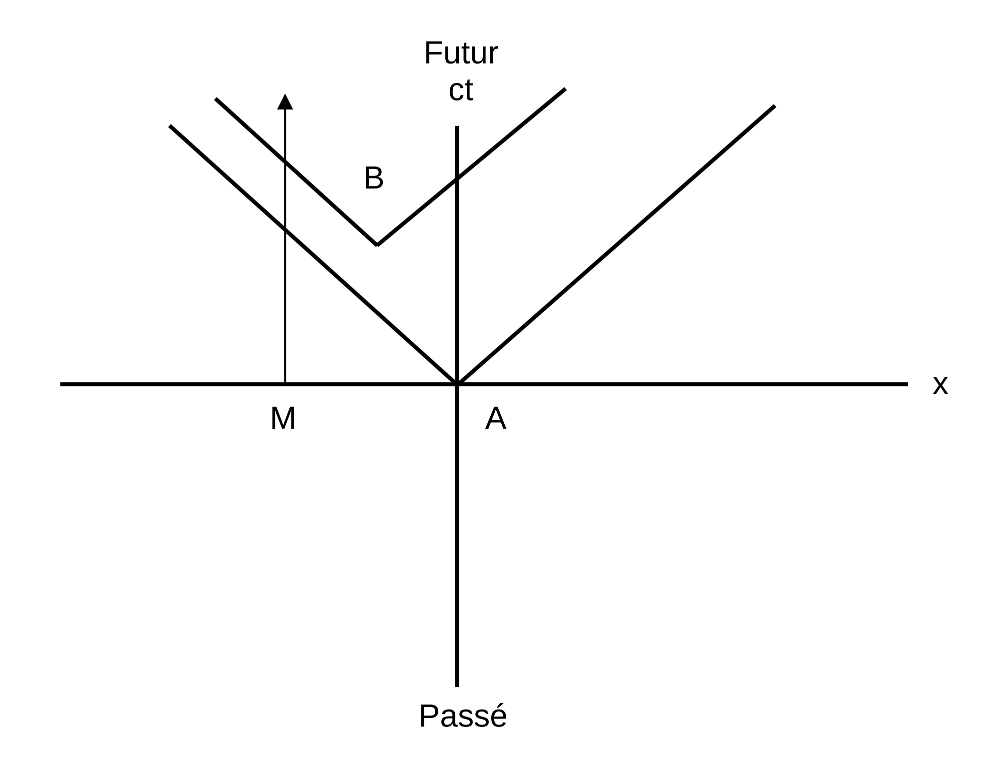
- Un observateur situé à la distance *AM* de *A* voit l'événement *A* d'abord, *puis* l'événement *B*, à des instants définis par l'intersection de la verticale partant de *M* avec les demi-droites de lumière de *A* et de *B*.
- Un observateur situé à la distance de *P* de *A* voit l'événement *B* d'abord, *puis* l'événement *A*, à des instants définis par l'intersection de la verticale partant de *P* avec les demi-droites de lumière de *A* et de *B*.

Pour un observateur en *M*, l'événement *A* précède *B*, mais il ne peut être sa cause car il est à l'extérieur du cône de lumière de *B*. Pour un observateur en *P*, l'événement *A* est postérieur à *B*, mais *B* ne peut avoir causé *A*. Pour les deux observateurs, l'intervalle d'espace-temps *AB* est du genre espace, ce qui interdit toute relation de causalité entre *A* et *B*.

Lorsque l'observateur en *M* aura connaissance de l'événement *A il ne saura pas encore que B aura lieu*, alors que lorsque l'observateur en *P* saura que *B* a eu lieu *il ne saura pas encore que A aura lieu !*

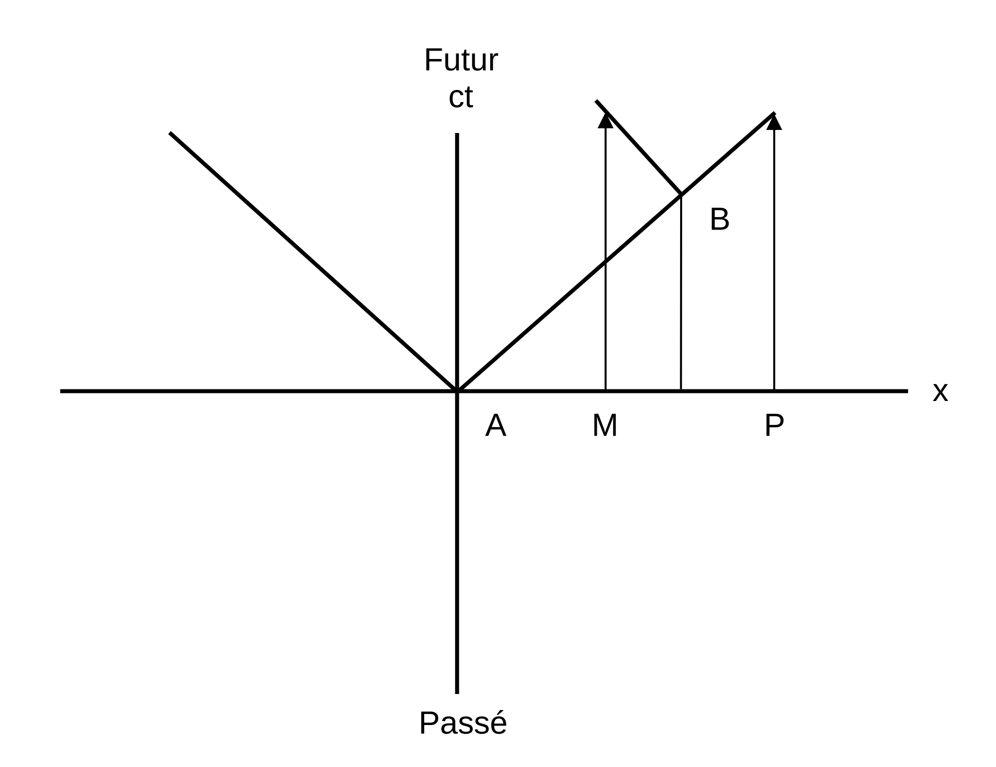
Dans l'exemple précédent, *B* est extérieur au cône de lumière de *A*.

- Si *B* était intérieur à ce cône de lumière, tout observateur *M* verrait *B* après *A*, quelle que soit sa position, car les demi-droites de lumière de *B* sont au-dessus de celles de *A*. *B* pourrait être conséquence de *A* et l'intervalle d'espace-temps *AB* serait du genre temps.



- Enfin, si *B* était sur une des demi-droites de lumière de *A* :
  - un observateur en *M* verrait *B* se produire *après A* ;
  - un observateur en *P* verrait *B* se produire *en même temps que A*.

  Quelle que soit sa position, un observateur saurait qu'il n'y a pas de relation de causalité entre *A* et *B* s'il est capable de constater que l'intervalle d'espace-temps entre *A* et *B* est du genre lumière.



3.3.8.7 Conclusions sur la causalité

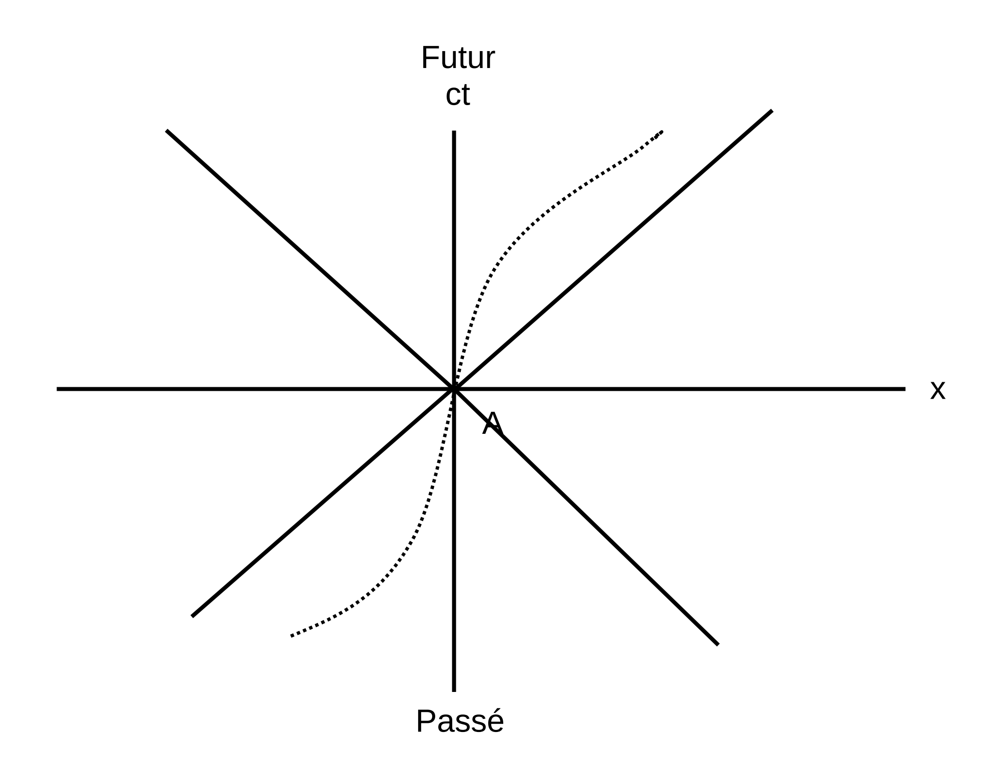
- On voit que selon leur position relative dans l'espace-temps, une éventuelle relation de causalité entre deux événements *A* et *B* est possible ou non. Si elle l'est, elle est toujours dans le sens $A \rightarrow B$ si *B* est dans le cône de lumière de *A*, et dans le sens $B \rightarrow A$ si *A* est dans le cône de lumière de *B*. Dans les autres cas, elle est impossible.
- Si deux événements situés en des endroits distincts *A* et *B* sont "simultanés" (ont même coordonnées de temps), l'un ne peut être cause de l'autre ; mais vus d'un troisième point, *C*, distinct de *A* et *B*, ils ne sont plus simultanés. Si l'observateur en *C* ne connaît pas l'emplacement spatial de *A* et *B* et ne sait pas qu'ils sont simultanés, il peut croire que l'un est cause de l'autre.
- Ces raisonnements s'appliquent à toutes les échelles de distance et de temps, depuis l'échelle astronomique jusqu'à l'échelle atomique. Ce n'est pas l'échelle qui compte, c'est l'intervalle d'espace-temps.

3.3.8.8 Remarque sur la simultanéité

Le concept de simultanéité n'a pas de signification précise en relativité dès qu'un observateur est en mouvement par rapport à un autre. Or ce concept est indispensable pour définir un mouvement : on dit qu'un train arrive en gare de Valence à 7h15 lorsqu'à cet instant précis une montre marque 7h15. Mais attention, cette montre doit être fixe par rapport à la gare de Valence ; si elle est en mouvement, l'heure qu'elle indiquera en gare de Valence devra être calculée avec la *transformation de Lorentz*.

3.3.8.9 Ligne d'univers

Dans le diagramme d'espace-temps, la trajectoire d'un mobile est représentée par une ligne appelée « *ligne d'univers* », dont les points représentent les événements (position, date) successifs du mobile considéré. Cette ligne (en pointillés dans le diagramme ci-dessous) est évidemment contenue dans le cône de lumière du point représentant l'événement « ici et maintenant » :



3.3.8.9.1 Temps propre d'un objet sur sa ligne d'univers

Chaque objet *A, B, C*… a, dans l'espace-temps de Minkowski, sa propre ligne d'univers, caractérisant son évolution spatiale et temporelle. Supposons que chacun a aussi une horloge, et que toutes les horloges ont été réglées au départ, en un même lieu et à un même instant, pour mesurer le temps à la même vitesse. Chacun des objets *A, B, C*… a ainsi reçu une horloge identique, qui mesure le temps le long de sa propre ligne d'univers. Par définition, ce temps caractéristique de l'évolution d'un objet donné *A* est appelé « temps propre de l'objet A » : il est mesuré sur sa ligne d'univers par une horloge liée à l'objet.

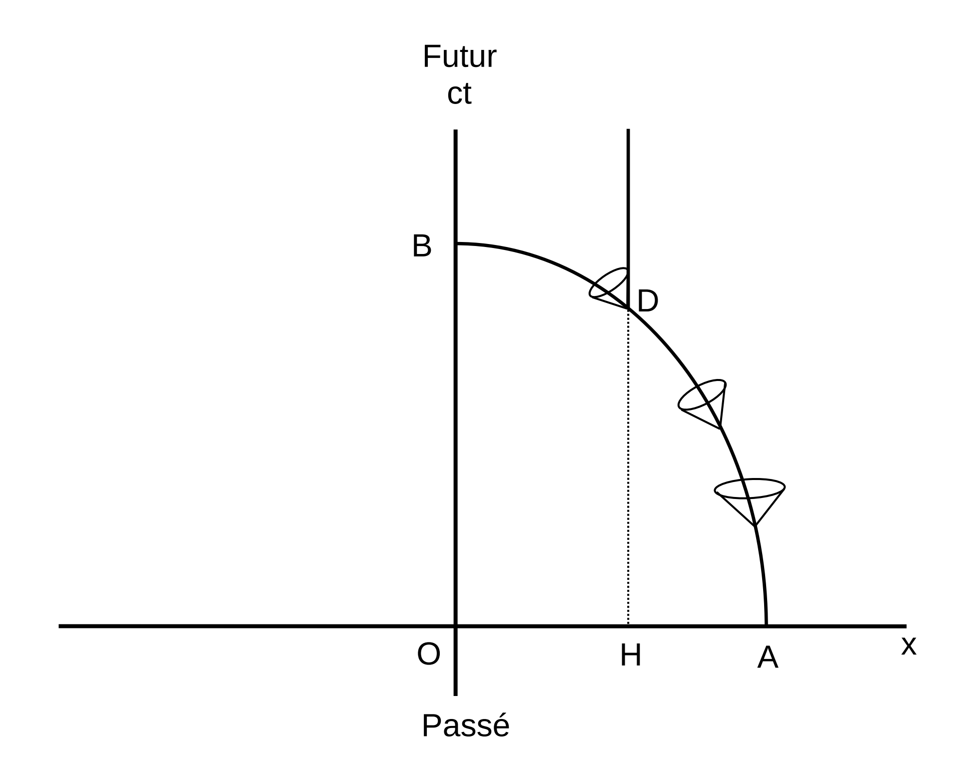
Un autre objet, *B*, sur sa ligne d'univers à lui, a aussi un temps propre, mais ce n'est pas celui de *A* : son horloge, qui indiquait l'heure 0 au départ comme celle de *A*, indique à présent une heure propre à *B*, qui peut être très différente de celle de *A*. Le temps s'écoule à des vitesses propres différentes sur des lignes d'univers différentes.

<u>Théorème des temps propres</u>

Considérons deux événements, *A* et *B*, et divers objets qui ont évolué de *A* à *B* en suivant des lignes d'univers différentes. Si une de ces lignes d'univers est droite, alors la durée (temps propre de *A* à *B*) mesurée le long cette ligne est plus long que tous les autres ! C'est contre-intuitif, mais c'est démontré dans :
Hypothèse géodésique – Temps propre sous-titre *Une situation surprenante.*

3.3.8.10 Mouvement accéléré - Inclinaison du cône de lumière

Un mouvement à vitesse uniforme a une ligne d'univers droite, mais un mouvement accéléré de A à B est représenté par une ligne d'univers courbe. Le cône de lumière en chaque point de cette ligne d'univers a un axe incliné, et le vecteur vitesse instantanée en ce point, porté par la tangente à la ligne d'univers, est intérieur au cône car le mobile se déplace moins vite que la lumière (graphique ci-dessous).



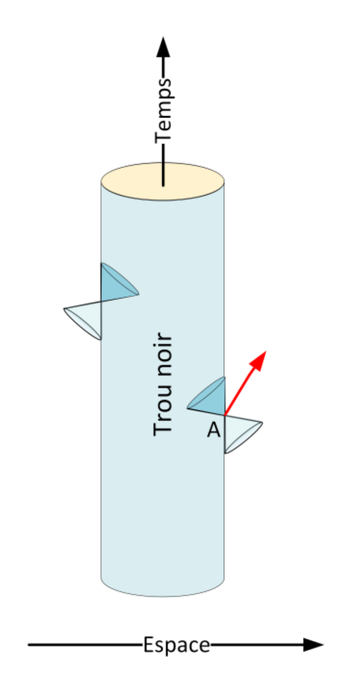
Cas d'un trou noir

Dans le cas d'un trou noir situé en *O* à la même abscisse que *B*, lorsque de la matière s'effondre de *A* vers *O* sous l'influence gravitationnelle, les cônes de lumière des points le long de la ligne d'univers *AB* de cette matière s'inclinent progressivement vers l'axe vertical *ct* : l'espace est déformé par l'attraction gravitationnelle du trou noir.

Lorsque le point *D* est atteint, à la distance *OH* de *O*, la droite de lumière supérieure du cône est devenue verticale : ni la matière, ni la lumière ne peuvent plus désormais s'écarter de *O* d'une distance supérieure à *OH*, qu'on appelle de ce fait *horizon des événements* du trou noir.

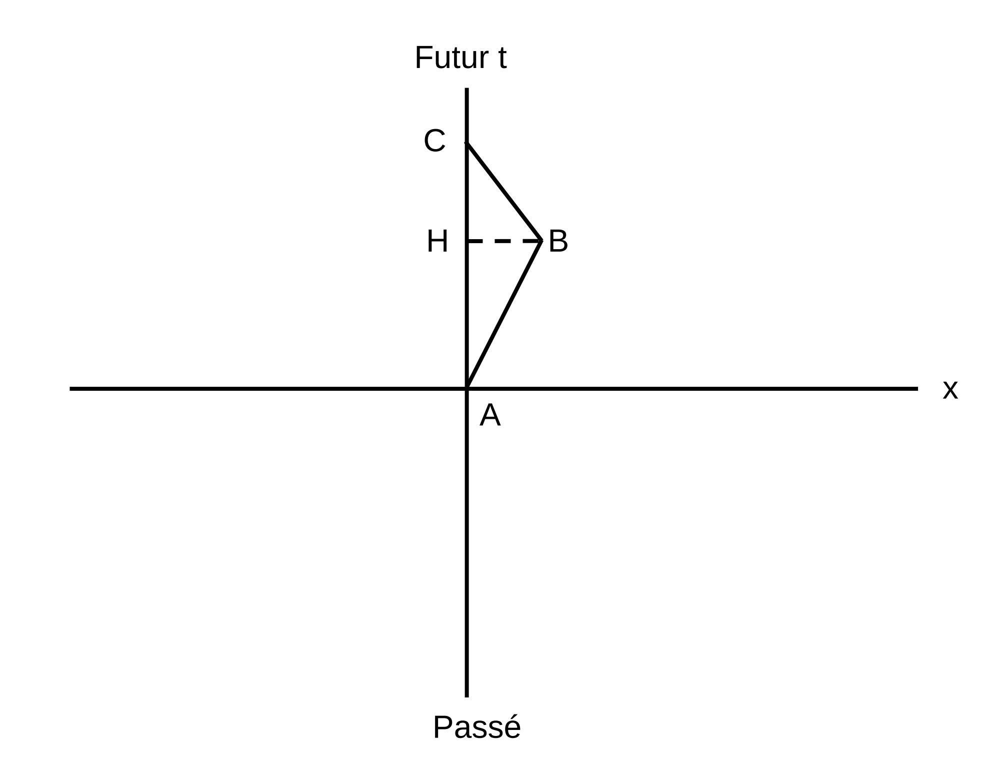
> En effet, pour sortir du trou noir, un objet au point *A* du cylindre horizon de la figure ci-dessous doit évoluer à l'extérieur de son cône de lumière (flèche rouge), c'est-à-dire se déplacer plus vite que la lumière, ce qui est impossible. Obligé de rester dans son cône de lumière, un objet situé en *A* ne peut évoluer que vers le trou noir, dans l'axe du cylindre représentant son horizon des événements.

Compléments : voir, dans le chapitre *Relativité générale* ci-dessous, au paragraphe *Métrique de Schwarzschild*, le sous-titre *Trou noir*.



3.3.8.11 Paradoxe du voyageur de Langevin

On cite souvent le « paradoxe des jumeaux », appelé aussi « paradoxe du voyageur de Langevin ». Considérons deux jumeaux, Pierre et Paul. Pierre reste sur Terre pendant que Paul part et voyage à une vitesse inférieure à celle de la lumière. Paul décrit une certaine trajectoire, ligne d'univers *ABC* dans l'espace-temps de Minkowski, où le trajet *BC* est le retour. Cette trajectoire finit par ramener Paul au point de départ *C* sur Terre, où Pierre l'attend. Les deux jumeaux constatent alors que Paul, le voyageur, a vieilli moins que Pierre : le temps s'écoulait plus lentement pour Paul que pour Pierre !



Ce paradoxe s'explique en considérant les intervalles de temps des deux jumeaux.

- Pendant le voyage aller de Paul, le carré de la durée du voyage de Paul de *A* à *B* est $s^2_{Paul} = AH^2 - BH^2/c^2$, tandis que le carré du temps qui s'est écoulé pour Pierre est $s^2_{Pierre} = AH^2$, donc Paul vieillit moins que Pierre ;
- Pendant le voyage retour de Paul, le carré de la durée du voyage de Paul de *B* à *C* est $s^2_{Paul} = HC^2 - BH^2/c^2$, tandis que le carré du temps qui s'est écoulé pour Pierre est $s^2_{Pierre} = HC^2$, donc Paul vieillit de nouveau moins que Pierre.

En fait, pendant que Pierre restait immobile, Paul subissait des accélérations :

- En *A*, pour atteindre instantanément sa vitesse de croisière en direction de *B* ;
- En *B*, pour atteindre instantanément sa vitesse de croisière en direction de *C*.

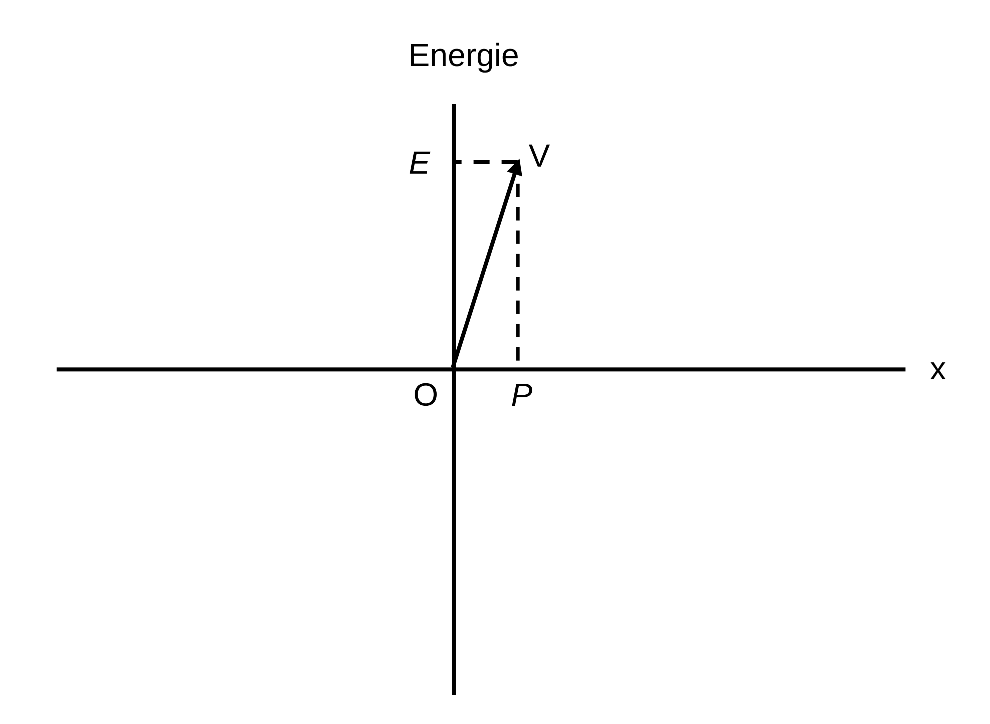
C'est la présence des accélérations qui explique les différences de vitesse d'écoulement du temps. Même si les lignes d'univers *AB* et *BC* n'étaient pas des droites, comme sur le dessin, les conclusions seraient les mêmes : *le voyageur vieillit moins que son jumeau resté sur Terre*.

3.3.8.12 Quadrivecteur énergie-impulsion

Dans l'espace-temps de Minkowski on définit un vecteur à quatre dimensions ***V*** associé à une particule de masse *m* et d'impulsion ***P*** appelé *quadrivecteur énergie-impulsion*.

La figure ci-dessous montre les composantes du quadrivecteur $\boldsymbol{V}(E ; P_xc ; P_yc ; P_zc)$ où :

- *E* est l'énergie de la particule (ou sa masse m multipliée par c^2), mesurée par la longueur de la projection *OE* du quadrivecteur ***V*** sur l'axe vertical, axe des énergies ;
- $P_x ; P_y ; P_z$ sont les composantes de l'impulsion ***P*** sur les trois axes d'espace, que l'on projette multipliées par la vitesse *c* de la lumière pour rester homogène avec l'énergie.



Le quadrivecteur énergie-impulsion ***V*** contient la totalité des informations qui décrivent la particule : sa masse, son énergie et son impulsion. La direction de ***V*** est tangente à la ligne d'univers de la particule à l'instant *O*.

La longueur *OV* du quadrivecteur d'une particule est invariante dans l'espace-temps de Minkowski lors d'un changement de repère : elle représente la masse au repos m_0 de la particule lorsque celle-ci n'est pas un photon, et cette masse au repos ne varie évidemment pas lors d'un changement de repère. La masse au repos est donnée par la formule :

$$m_0 = \sqrt{E^2 - (pc)^2}$$

où $(pc)^2 = (P_xc)^2 + (P_yc)^2 + (P_zc)^2$ (c'est le carré scalaire du vecteur impulsion ***P*** multiplié par *c*).

Le quadrivecteur ***V*** *dans son ensemble* correspond à l'invariant masse + énergie de l'espace newtonien. Pour représenter la quantité totale de matière, l'addition de deux masses-énergies de l'espace newtonien est remplacée dans l'espace-temps de Minkowski par l'addition de deux quadrivecteurs.

3.4 Relativité générale

<u>Hypothèses de la Relativité générale</u>

Abandon de la contrainte de vitesses constantes

La théorie de la Relativité générale étend celle de la Relativité restreinte en supprimant la contrainte d'absence d'accélération de cette dernière.

Abandon de la contrainte de l'espace et du temps absolus, aux unités invariables
La Relativité générale est une théorie de la gravitation, phénomène dû aux masses qui déforme l'espace-temps en l'allongeant ou en le contractant, en le courbant ou en le tordant.

Pas de prise en compte des effets quantiques
La Relativité générale s'applique à l'astrophysique tant que les effets quantiques sont négligeables.

La Relativité générale est une théorie locale
La Relativité générale décrit la courbure de l'espace au voisinage de tout point arbitraire, compte tenu de la matière-énergie dont l'effet gravitationnel s'y fait sentir. Elle ne décrit pas la géométrie de l'Univers dans son ensemble, c'est-à-dire sa *topologie*.

Pas de prise en compte de l'évolution
La Relativité générale d'Einstein décrit les effets de la présence de masses, de rayonnements et d'énergie du vide (énergie gravitationnelle) sur la déformation de l'espace *à un instant donné* : ce n'est pas une théorie de l'évolution de l'Univers. Une telle théorie en sera déduite par Friedmann en 1922-1924, et complétée ultérieurement par la découverte de l'expansion par Georges Lemaître en 1927 puis Edwin Hubble en 1929.

Sources principales de ce chapitre : [B4], [B173], [B176]
Lecture préalable recommandée : *Espace-temps de Minkowski*.

3.4.1 Masse gravitationnelle et masse inertielle

La masse d'un objet est soumise à deux influences :

- *L'attraction gravitationnelle* entre deux objets de masses M_G et m_G est décrite par la loi d'attraction entre objets de Newton $F = G\frac{M_G m_G}{d^2}$, où :
  - *F* (en newtons N) est la force d'attraction entre les deux objets,
  - *G* est la constante universelle de gravitation $G = 6.67259 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg²,
  - M_G et m_G (en kg) sont les deux masses qui s'attirent (Soleil et planète, Terre et Lune, Terre et objet terrestre, etc.),
  - *d* (en m) est la distance entre les centres de gravité des objets.
- *L'inertie* qui s'oppose aux accélérations selon la 2ème loi de Newton $F = m_I a$, où :
  - *F* (en newtons) est la force d'inertie qu'exerce un objet,
  - m_I (en kg) est la masse d'inertie (ou masse inertielle) de l'objet,
  - *a* (en mètres/seconde/seconde) est l'accélération que subit l'objet.

Egalité de la masse gravitationnelle et de la masse inertielle

Un objet qui a une masse gravitationnelle m_G a une masse inertielle m_I. Lorsqu'il se déplace (tombe) sous l'action du champ gravitationnel d'une masse M_G, l'attraction de celui-ci lui communique une accélération telle que :

$$F = \left(\frac{GM_G}{d^2}\right)m_G = m_I a, \text{ d'où } \left(\frac{GM_G}{d^2}\right)\left(\frac{m_G}{m_I}\right) = a$$

En mesurant l'accélération *a* avec précision pour de nombreux objets, on s'aperçoit qu'en un lieu donné du champ gravitationnel terrestre elle est constante, indépendante de l'objet, de sa forme et surtout de sa masse.

On peut donc choisir la valeur de la constante *G* pour que les deux masses d'un objet, m_G et m_I, soient égales. Une fois la valeur de *G* adoptée, des mesures ultra précises ont vérifié l'égalité des masses gravitationnelle et inertielle d'un objet donné avec une précision meilleure que 10^{-13} (un dix-millième de milliardième) ([B157] p. 3) Cette égalité s'explique en *Relativité générale*. Donc :

Les masses gravitationnelle et inertielle d'un objet sont égales.
On peut donc les confondre et se contenter de parler de *masse*.

Conséquence de l'égalité des masses gravitationnelle et inertielle

Dans un champ gravitationnel donné tous les corps subissent la même accélération ; lancés dans le vide depuis un même point, avec un même vecteur vitesse, ils suivent la même trajectoire, même si leurs formes et leur masses diffèrent. Tout se passe comme si

Les trajectoires inertielles dans un champ gravitationnel ne dépendent que de la géométrie de l'espace.

(On appelle « trajectoire inertielle dans un champ gravitationnel » la trajectoire d'un objet *libre*, ainsi nommé car soumis à la seule influence de la gravitation.)

3.4.1.1 De la mécanique de Newton à celle de la Relativité générale

Dans la théorie de Newton, l'attraction gravitationnelle est une « action à distance » que rien n'explique. En Relativité générale l'attraction est une propriété de l'espace lui-même, déformé par la présence d'une masse ; l'attraction due à l'espace déformé fait qu'un objet libre se déplace en suivant une *courbe géodésique* (définie au paragraphe suivant).

Cette attraction s'exerce instantanément à distance pour Newton, alors que pour la Relativité générale elle se propage à la vitesse de la lumière.

Dans l'espace newtonien l'heure est la même partout ; en Relativité générale il y a un temps propre sur chaque ligne d'univers (notion définie dans *Espace-temps de Minkowski*).

Pour Newton comme pour Kant l'espace est une abstraction, alors que pour Einstein c'est une réalité physique qui a une dimension temps, une énergie potentielle toujours négative et qu'une masse déforme.

3.4.1.2 Pourquoi sa gravitation n'a-t-elle pas fait s'effondrer l'Univers ?

Source : [B176] page 37 et annexe B.

Le raisonnement de Newton

Ayant supposé que la matière pesante et attractive est répartie uniformément dans l'Univers, Newton s'est demandé comment il se fait qu'un effondrement gravitationnel n'ait pas encore eu lieu. L'explication qu'il a proposée est la suivante :

> « Par raison de symétrie, l'Univers ne s'est pas concentré en un point donné parce qu'il n'y a pas de point privilégié capable d'attirer toutes les masses ; et pour qu'un tel point n'existe pas, il faut que l'Univers soit infini ».

Ce raisonnement est faux.

- La matière peut se concentrer sous l'effet de la gravité sans avoir besoin de « centre attractif final » ; un tel centre est un état final éventuel, pas une condition initiale. Il n'y a pas de point ayant des propriétés particulières dans l'Univers, qui est homogène quelle que soit la position d'où on l'observe.
- Il est facile de démontrer que, dans un espace à densité de matière constante, le temps d'effondrement d'une sphère de rayon *R* sur elle-même est le même quel que soit *R*. Infini ou pas, l'Univers aurait dû s'effondrer aussi vite que n'importe quelle sphère de rayon arbitraire de son espace. Or il ne l'a pas fait.

<u>La solution d'Einstein pour avoir un modèle d'Univers statique</u>

Connaissant ce problème de non-effondrement et acceptant l'hypothèse de densité constante à grande échelle de l'Univers, Einstein a modifié son équation donnant la déformation de l'espace en fonction des masses (voir *Equation d'Einstein*) en ajoutant une « constante de gravitation négative » ayant un effet répulsif (pression négative) sur l'espace-temps, appelée « constante cosmologique ». Il a ainsi obtenu un modèle d'Univers statique, auquel il croyait *a priori*, et auquel il a renoncé en regrettant son erreur lorsqu'il a connu l'expansion découverte par Hubble, en 1929.

La constante cosmologique d'Einstein n'a pas un effet uniforme de compensation de la gravitation, car un tel effet irait contre le but même de l'équation d'Einstein. L'effet de stabilisation augmente avec la distance : il est négligeable à l'échelle d'une galaxie (50 000 à 100 000 années-lumière), et plus fort aux échelles de l'ordre du milliard d'années-lumière.

Au total, l'Univers de la Relativité générale d'Einstein est homogène et isotrope, couple de propriétés qu'on a appelé en 1933 *Principe cosmologique*.

3.4.2 Hypothèse géodésique – Temps propre

Pour comprendre la terminologie de ce qui suit, lire *Espace-temps de Minkowski*.

Dans l'espace ordinaire sans influence gravitationnelle, une géodésique est la trajectoire la plus courte entre deux points :

- Dans un plan, le chemin le plus court d'un point à un autre est une ligne droite.
- A la surface d'une sphère comme la Terre c'est un arc de grand cercle passant par ces points (un grand cercle est l'intersection de la sphère et du plan défini par les deux points et le centre de la terre).
- Dans un champ gravitationnel, la trajectoire d'un objet libre (non soumis à aucune force autre que celle du champ) entre deux points *est la plus longue possible au sens du temps propre de parcours*. (C'est surprenant, mais démontré : voir *Temps propre d'un objet sur sa ligne d'univers*).

  Définition du temps propre :
  On appelle temps propre entre deux événements *A* et *B* le temps mesuré par

une horloge libre se déplaçant sur une ligne d'univers de *A* à *B*. On le calcule en découpant la ligne d'univers en segments infiniment petits, puis en sommant l'équation métrique $\sqrt{-dS^2} = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ par rapport à t. On trouve :

$$\Delta t = \int \sqrt{-dS^2} = \int_{t_A}^{t_B} \sqrt{1-v^2}\, dt$$

Définition de l'hypothèse géodésique

Dans l'espace-temps de la Relativité générale soumis à un champ gravitationnel, un objet libre parcourt une géodésique.

Ce parcours est en direction de l'endroit où le temps passe le plus lentement.

L'hypothèse géodésique peut aussi s'exprimer sous la forme suivante :

Entre deux événements *A* et *B* séparés par un intervalle du genre temps, une géodésique est la ligne d'univers de temps propre maximal.

(Un intervalle est du genre temps si le carré de sa norme ds^2 est tel que :

$$-ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 > 0$$

c'est-à-dire que la lumière a le temps d'aller de *A* à *B*, donc que *B* peut être conséquence de *A*.)

Une situation surprenante

Pourquoi la définition d'une géodésique est-elle différente dans l'espace-temps relativiste (temps propre maximal au lieu de longueur minimale) ?
Voici la démonstration de cette proposition, à titre d'exemple de raisonnement de Relativité générale. Au besoin, lire d'abord en annexe la définition *Ligne d'univers* et le paragraphe *Temps propre d'un objet sur sa ligne d'univers*.

Cas général
Une horloge se déplaçant selon une ligne d'univers donnée entre deux événements *A* et *B* mesure un intervalle de temps :

$$\Delta t_{AB} = \sqrt{-ds^2} = \int_{t_A}^{t_B} \sqrt{1-v^2}\, dt$$

où *v* est la vitesse relative en système d'unités RG (= telle que *c=1*). Cette quantité dépend de la ligne d'univers parcourue, mais pas du référentiel d'où on l'observe.

1er cas : l'horloge est en chute libre et mesure son propre temps
On a alors *v=0*. L'intervalle de temps mesuré est :

$$\Delta t_{AB,\, libre} = \int_{t_A}^{t_B} \sqrt{1-0}\, dt = t_B - t_A$$

2ème cas : *l'horloge est attachée à une particule forcée de suivre une autre ligne d'Univers allant de A à B ; elle n'est donc pas libre*.
Il y a au moins une partie du temps où la vitesse n'est pas nulle, et l'horloge mesure :

$$\Delta t_{AB,\, non\, libre} = \int_{t_A}^{t_B} \sqrt{1-v(t)^2}\, dt$$

Puisque $\int_{t_A}^{t_B} \sqrt{1 - v(t)^2}\, dt < \Delta t_{AB,\, libre} = \int_{t_A}^{t_B} \sqrt{1 - 0}\, dt$, c. q. f. d.

Donc entre deux événements *A* et *B* le temps propre d'une particule mesuré le long de sa ligne d'univers est supérieur à celui mesuré le long de toute autre ligne d'univers : *la géodésique est donc la ligne d'univers de temps propre maximal*.

Complément : *Temps propre d'un objet sur sa ligne d'univers* sous-titre *Théorème des temps propres*.

Remarque
La forme de la géodésique entre deux points, indépendante de la masse d'un objet libre qui la parcourt, dépend quand même de sa vitesse initiale.

Déviations de trajectoire dues aux champs électrique et gravitationnel

- Dans le vide soumis à un champ électrique en même temps qu'à la gravitation, deux particules chargées différentes lancées du même point avec le même vecteur vitesse suivront des trajectoires différentes, bien que les lois d'attraction de Newton et de Coulomb soient toutes deux de la forme $F = k\frac{qq'}{d^2}$.

  Cela s'explique par la différence de géométrie des espaces-temps correspondants : dans les deux cas la trajectoire est une géodésique, mais l'espace-temps de la force de Coulomb est plat, alors que celui de la force de gravitation est courbe.

- Nous avons vu que l'attraction gravitationnelle est très faible par rapport à l'attraction électrostatique pour une particule chargée (10^{36} fois entre deux protons). Les appareils qui utilisent la masse d'une particule dans une mesure (comme le spectromètre de masse, qui mesure le rapport entre la masse d'un ion et sa charge électrique) utilisent donc la masse d'inertie de la particule chargée déviée par un champ magnétique.

3.4.3 Principe d'équivalence d'un référentiel galiléen

Nous avons vu au paragraphe *Référentiel galiléen – Transformation galiléenne* qu'un référentiel galiléen pouvait être défini comme « un référentiel dans lequel un objet isolé initialement au repos reste au repos ». Cette définition est inacceptable dans le cas d'un objet flottant à l'intérieur d'une navette spatiale parce qu'un astronaute l'a lâché : il est au repos par rapport à la navette bien que soumis à l'attraction terrestre comme elle, mais il ne l'est pas par rapport à la Terre.

Nouvelle définition d'un référentiel galiléen basée sur l'espace profond
Einstein a donc défini le « repos absolu » comme la chute libre dans l'espace profond, hors de tout champ gravitationnel ; dans un tel référentiel la définition s'applique parfaitement. Il a donc défini un référentiel comme *galiléen* si et seulement si un objet en chute libre s'y comporte comme dans l'espace profond.

Sachant qu'à la surface de la Terre la pesanteur impose une accélération 1*g* = 9.81 m **.**s^{-2} (mètres par seconde carrée), le principe d'équivalence affirme :

> **Un référentiel au repos sur Terre est équivalent à un référentiel non inertiel subissant une accélération *g* par rapport à un référentiel de l'espace profond**.

3.4.4 Un mouvement accéléré a le même effet sur une masse qu'une gravitation

Pour un observateur qui ne sait rien du milieu qui l'entoure, une accélération qu'il ressent (par exemple dans un ascenseur) provoque la même sensation qu'une attraction gravitationnelle.

1 : L'absence de pesanteur en chute libre
Si l'ascenseur tombe en chute libre, la personne sent la même absence de pesanteur que si elle flottait librement dans un espace sans gravité : *dans les deux cas aucune force de gravité n'agit*.

2 : L'effet sur la masse de la pesanteur est le même que celui de l'accélération

- Si l'ascenseur est arrêté, la personne sent l'effet de la pesanteur : sa masse *M* subit une accélération de *1g*, elle sent qu'elle pèse un poids $P = Mg$.
- La personne ressentirait la même accélération (la même pesanteur) si, en l'absence de pesanteur, son ascenseur montait à une vitesse croissante dont l'accélération serait *1g.*

Dans les deux cas, la cause des effets « pesanteur » et « accélération » sur la masse doit être la même. En tout point d'un champ de pesanteur il existe une accélération dont l'effet inertiel sur une masse est le même que l'effet gravitationnel sur cette masse : 1kg de masse d'inertie est égal à 1kg de masse gravitationnelle.
D'où le principe d'équivalence :

> **Il n'y a aucune différence entre les effets de l'accélération et de la pesanteur.**
>
> (Aucune expérience à l'intérieur d'un ascenseur ne permet de savoir s'il est dans un champ gravitationnel ou s'il se déplace d'un mouvement accéléré.)

Einstein en déduit que l'égalité entre masses gravitationnelle et inertielle traduit une identité : physiquement il s'agit d'une seule et même masse, intervenant dans deux phénomènes physiques distincts, la gravitation et l'accélération communiquée à un corps. D'où l'interprétation suivante de la gravitation :

> **La gravitation est un effet à distance d'une masse, dont la présence produit un champ de force d'attraction agissant sur toute autre masse.**

Raisonnement d'Einstein concernant l'effet de la gravitation sur la lumière

- Dans un ascenseur qui monte d'un mouvement uniforme (c'est-à-dire non accéléré), un rayon lumineux émis perpendiculairement au déplacement reste horizontal, se propageant en ligne droite.
- Dans un ascenseur qui monte d'un mouvement accéléré, un rayon lumineux émis perpendiculairement au déplacement est légèrement incurvé vers le bas.

En vertu du principe d'équivalence, la gravitation doit avoir le même effet sur la lumière que l'accélération : *elle doit incurver le trajet de la lumière*. Donc la gravitation se manifeste par un effet sur l'espace-temps : *elle le courbe*.

> La présence d'une masse comme la Terre provoque une gravitation qui courbe l'espace-temps ; c'est cette courbure (qui a l'effet d'un champ) qui à son tour explique l'accélération gravitationnelle (l'attraction de la pesanteur) subie par un objet même arrêté.

Cette prédiction de sa théorie de la Relativité générale a été confirmée par l'observation d'Eddington en 1919 (voir le paragraphe *Le Prix Nobel*).

<u>Une accélération peut compenser l'effet d'une gravitation</u>

Dans un ascenseur à l'arrêt en haut d'un immeuble un passager ressent l'effet de la gravitation, c'est-à-dire son propre poids. Mais si le câble de l'ascenseur casse, l'ascenseur se met à tomber à une vitesse dont l'accélération est celle de la pesanteur : g (en négligeant les frottements). Pendant cette chute libre, un passager ne ressent plus son poids et un faisceau lumineux émis horizontalement dans l'ascenseur reste parfaitement rectiligne : l'accélération a compensé l'effet de la gravitation.

3.4.5 Postulat fondamental de la Relativité générale

Postulat

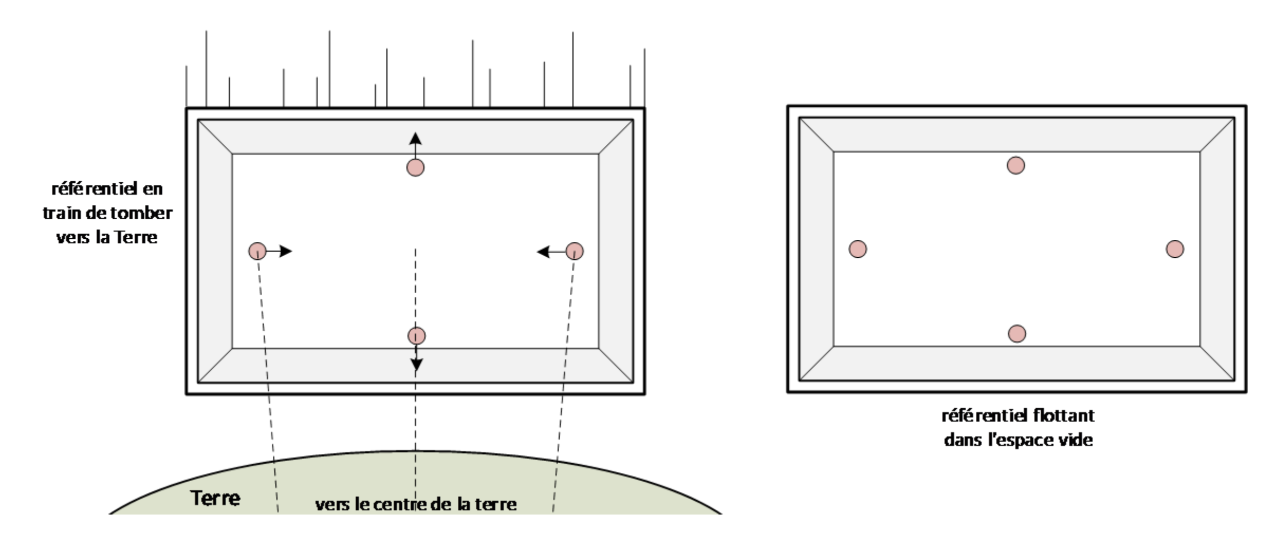
La géométrie de l'espace-temps est déformée par la présence de masses et d'énergie, d'où un effet gravitationnel sur les mouvements, les durées, etc.

Cette déformation est un étirement, une contraction ou une torsion qui varie d'un point (événement) de l'espace-temps à un autre, donc d'un lieu à un autre et d'un instant à un autre.

Dans l'espace-temps déformé par un champ de gravitation la vitesse de la lumière dépend des coordonnées et de l'observateur ; la longueur d'onde d'un rayonnement peut s'allonger ou raccourcir selon le lieu et l'instant.

<u>Réalité de l'attraction gravitationnelle</u>

Considérons dans la figure ci-dessous deux référentiels (par exemple liés à des ascenseurs).



Dans chacun des référentiels il y a 4 billes situées près des parois, du plafond et du plancher, comme sur le référentiel de droite qui flotte dans un espace sans attraction gravitationnelle.

Dans l'ascenseur de droite, qui ne subit pas de gravitation, les 4 billes ne subissent aucune force : elles restent immobiles par rapport à la cabine.

Si l'ascenseur de gauche tombe, attiré par la pesanteur terrestre :

- La bille près du plancher est plus proche du centre de la Terre que le centre de gravité de l'ascenseur : elle est donc attirée plus fort que lui et subit donc une force vers le bas, qui la plaque contre le plancher ;
- La bille près du plafond est plus éloignée du centre de la Terre que le centre de gravité de l'ascenseur : elle est donc attirée moins fort que lui et subit donc une force vers le haut, qui la plaque contre le plafond.

  L'effet combiné de ces deux forces est appelé "effet de marée", parce que sur la Terre il explique les marées qui montent en deux points opposés alignés avec le centre de la Terre, et descendent en deux points à 90° de cette ligne (cet effet théorique est modulé par la forme des côtes et de leur plancher océanique).
- Les billes de droite et de gauche sont attirées vers le centre de la Terre dans des directions qui ne sont pas tout-à-fait parallèles, chacune formant un petit angle avec la verticale. Elles ont donc tendance à se rapprocher du centre de l'ascenseur.

Conclusion : la gravitation est bien réelle.

3.4.6 La gravitation ralentit le temps

Source : [B217] page 244 note 8

Le temps est ralenti d'autant plus que la gravitation est intense

Plus un champ de gravitation est intense, plus le temps y est ralenti. Ainsi, puisqu'en plaine on est plus près du centre de gravité de la Terre qu'en montagne, le champ gravitationnel y est plus fort et le temps s'y écoule moins vite : une horloge en plaine va plus lentement qu'une horloge en montagne, la première prend sur la seconde un retard tel que :

$$t_{montagne} - t_{plaine} = \frac{gh}{c^2} t_{plaine}$$

où :

- *g* est l'accélération de la pesanteur, 9.81m/s^2 ;
- *h* est la différence d'altitude en m ;
- *c est la vitesse de la lumière,* 3 .10^{8}m/s.

Exemple : pour une différence d'altitude de *1000m* et une durée t_{plaine} = *1 an* on trouve $t_{montagne}$ - t_{plaine} = *3.4 µs* (3.4 microsecondes). L'influence de la gravitation sur le temps est donc minuscule dans ce cas.

La différence de vitesse d'écoulement du temps entre le sol et un avion a été mesurée en 1972 : voir [B218].

Ralentissement du temps à l'approche d'un trou noir

Lorsqu'en venant de loin un observateur *A* approche à vitesse constante de l'Horizon des événements d'un *trou noir*, un observateur lointain immobile *B* le voit aller de moins en moins vite, car le champ de gravitation du trou noir de plus en plus fort pour *A* en ralentit le temps. Quand *A* atteint l'horizon son temps vu par *B* s'arrête, il paraît immobile.

Un corps en chute libre va vers un endroit où le temps passe plus lentement

Dans un champ gravitationnel un corps libre suit une géodésique ; il va naturellement vers un endroit où le temps passe plus lentement.

3.4.7 La gravitation n'est pas due à la matière, mais à son énergie potentielle

Une expérience de pensée

Considérons un système de deux corps, la Terre et une météorite, que nous supposerons isolé dans l'espace et échappant à toute attraction gravitationnelle extérieure. Rapportons ce système à un repère lié à la Terre. Attirée par la Terre, la météorite tombe vers le sol à une vitesse accélérée, en échangeant de l'énergie potentielle contre de l'énergie cinétique. La variation d'énergie potentielle de la météorite ΔE provient d'une perte de masse du système Δm selon la loi $\Delta E=\Delta m.c^2$; l'énergie totale du système isolé reste constante en vertu du principe de conservation de l'énergie : la masse de la météorite diminue au fur et à mesure de sa prise de vitesse.

L'énergie potentielle ne se manifeste pas par une valeur absolue, mais seulement par une variation liée au déplacement de la météorite dans le champ gravitationnel de la Terre. Si, par convention, on attribue la valeur 0 à l'énergie potentielle d'une météorite située à l'infini, sa chute libre rendra cette énergie négative tandis que son énergie cinétique augmentera d'autant.

Conclusions

- Ce n'est pas la matière qui produit le champ gravitationnel, c'est l'énergie potentielle qu'elle contient. Cette énergie est celle de la force de gravitation, pas celle de la force électromagnétique, de la force nucléaire ou de la force faible. (Voir *Les 4 forces fondamentales de la nature*).
- Même en l'absence de "matière" visible, l'énergie correspondante produit la gravitation ; exemples : les trous noirs, la matière noire et l'énergie noire de l'Univers.
  (Voir *Proportions de* m*atière baryonique, matière noire et énergie noire*.)

3.4.8 Equation d'Einstein

La Relativité générale décrit la courbure de l'espace-temps en tout point où agit une masse gravitationnelle. Voici l'équation d'Einstein, qui calcule cette courbure en fonction de sa matière-énergie :

$$G^{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu}$$

où :

- $G^{\mu\nu}$ est un tenseur (tableau de 4 lignes x 4 colonnes) décrivant la courbure de l'espace-temps en un point. Nous définirons « tenseur » un peu plus bas ;
- *G* est la constante universelle de gravitation ;
- *c* est la vitesse de la lumière ;
- $T^{\mu\nu}$ est un tenseur décrivant la densité et le flux de matière-énergie en ce point.

Cette équation de tenseurs représente un système de 10 équations habituelles.

Elle constitue, avec l'équation de calcul des géodésiques d'un espace-temps en tout point, l'essentiel de la Relativité générale ; cette dernière permet de calculer le déplacement d'un corps libre dans l'espace-temps.

[B4] page 8 résume la théorie de la Relativité générale en citant John Archibald Wheeler :

> « L'espace-temps dit à la matière comment se déplacer ;
> la matière dit à l'espace-temps comment se courber. »

Interprétation de l'équation d'Einstein

Pour que l'équation d'Einstein soit une loi physique, c'est-à-dire une formule de calcul valable dans tout l'espace-temps, elle doit être indépendante du référentiel de cet espace-temps déformé par la présence de masses, c'est-à-dire de la position de son origine et de l'orientation de ses axes. C'est pourquoi c'est une égalité de *tenseurs*, notion que nous allons définir en quelques étapes.

Critiques du modèle statique d'Univers résultant de l'équation d'Einstein

Cette équation décrit la géométrie de l'Univers résultant de la présence de matière-énergie *à un instant donné*.

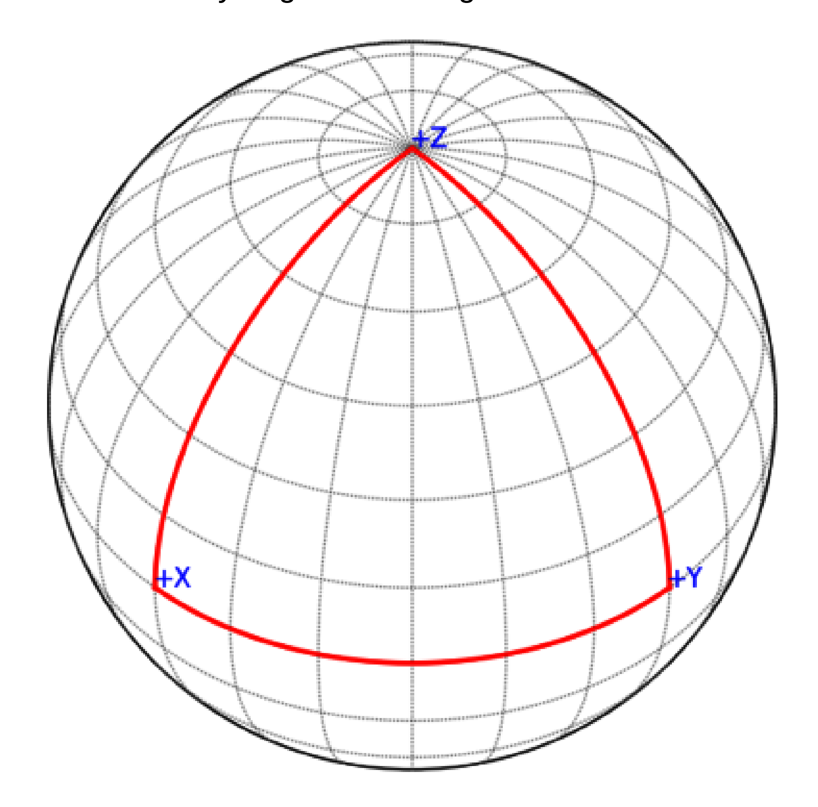
- La première critique de ce modèle d'Univers de 1915 est son caractère statique : Einstein n'y a pas étudié d'évolution (comme Friedmann l'a fait en 1922-1924) ; en particulier, il avait délibérément exclu l'expansion découverte par Hubble en 1929, en choisissant une valeur de la constante cosmologique qui stabilise la géométrie de l'Univers, empêchant toute expansion ou contraction.
- La seconde critique est son instabilité : Einstein y a défini arbitrairement la cosmologique produisant une gravitation et une pression négatives compensant exactement la gravitation et permettant à l'espace-temps d'être plat (euclidien). Or cette solution est instable : une variation même infime de cette constante au commencement de l'Univers aurait été très amplifiée par la suite et aurait fait basculer la géométrie de l'espace de plat à hyperbolique (voué à se dilater) ou à sphérique (voué à se contracter).

  La solution choisie par la nature pour éviter l'instabilité est l'inflation, qu'Einstein n'a pas prévue bien qu'elle résulte de son équation, comme on l'a vu par la suite. Voir *Problème de l'espace plat, c'est-à-dire de courbure nulle*.

3.4.9 Comment prouver que la Terre est ronde et non plate ?

Comment les habitants de la surface de la Terre, monde à deux dimensions qui paraît plat vu du sol, peuvent-ils prouver qu'elle est sphérique dans une troisième dimension ? Il existe une méthode simple : mesurer les côtés (*a, b, c*) d'un triangle rectangle et vérifier s'ils satisfont le théorème de Pythagore $a^2+b^2=c^2$ (où *a* et *b* sont les longueurs des côtés de l'angle droit et *c* est la longueur de l'hypoténuse), ce théorème n'étant valable que dans un espace euclidien, c'est-à-dire plat.

Pour simplifier, imaginons que la Terre est une sphère parfaite de 40 000 km de circonférence. Comment nous, terriens qui sommes si petits par rapport à cette sphère, pouvons-nous vérifier que sa surface n'est pas un plan euclidien ? Appliquons le théorème de Pythagore au triangle construit comme suit.



Partons d'un premier sommet, *Z*, au pôle nord, tout droit en direction du sud le long d'un méridien. En atteignant l'équateur au point *X* nous avons parcouru 10 000 km. Tournons alors à 90° à gauche et continuons tout droit le long de l'équateur pendant 10 000 km jusqu'au point *Y*.

Nous avons alors parcouru les deux côtés, de 10 000 km chacun, de l'angle droit en *X* d'un triangle *ZXY*. Si la Terre est plate, la distance *YZ* doit être :

$$YZ = \sqrt{10000^2 + 10000^2} = 14142 \text{ km.}$$

En *Y* nous tournons de nouveau à gauche d'un angle de 90° et remontons vers le nord pendant 10 000 km le long du méridien correspondant : nous retrouvons le point de départ, le pôle nord *Z* et la distance *YZ* parcourue est exactement égale à 10 000 km. Donc le théorème de Pythagore ne s'applique pas et la Terre n'est pas plate. Du reste, le triangle *curviligne ZXY* a trois angles droits, alors que la somme des angles d'un triangle plan est deux angles droits.

Enfin, si la Terre était plate nous aurions parcouru trois côtés d'un carré, or nous avons retrouvé le point de départ, donc nous avons parcouru un triangle fermé, parcours conforme à une Terre sphérique.

3.4.10 Coordonnées de Gauss

Source de la suite : [B1] pages 83 et suivantes.

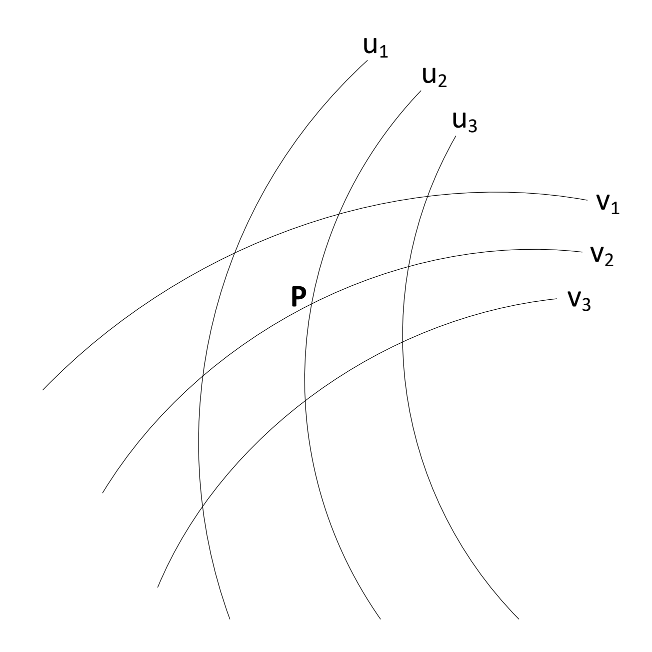
Le continuum non-euclidien qu'est l'espace relativiste déformé par le champ de gravitation d'un ensemble de masses peut être rapporté à un système de coordonnées curvilignes dites *coordonnées de Gauss*, référentiel dit *gaussien*.

Raisonnons sur un espace à deux dimensions *u* et *v* pour simplifier. Un tel système de courbes de référence a autant de familles que l'espace a de dimensions (2 dans la surface de la figure ci-dessous : la famille *u* et la famille *v*). Ce système est tel que par chaque point de l'espace passe une courbe de chaque famille et une seule. Chaque courbe a une origine à partir de laquelle chacun de ses points est repéré par sa distance à cette origine, comptée le long de la courbe, et son orientation (sens de parcours), le tout permettant de définir des distances positives et négatives de la forme *P(u, v)*. L'espace relativiste a donc des coordonnées à 4 valeurs : (*u ; v ; w ; t*).

Les coordonnées *t, x, y, z* n'ont de signification qu'avec l'équation métrique

Source : [B4] page 106.

Il est très important de garder à l'esprit qu'en Relativité générale les coordonnées n'ont pas de signification intrinsèque, quelque suggestif que soit le nom qu'on leur donne : ce sont simplement des nombres qui permettent de repérer les événements dans l'espace-temps. La seule chose qui donne un sens à ces coordonnées est l'équation métrique qui relie les différences de coordonnées à des distances et des intervalles de temps mesurables. Ce n'est donc qu'en examinant l'équation métrique que l'on peut découvrir ce que signifient réellement les coordonnées.



Coordonnées de Gauss

Intervalle élémentaire entre deux points infiniment voisins - Métrique

Dans l'espace-temps déformé de la Relativité générale la métrique de Minkowski ne peut convenir. On définit la distance (intervalle élémentaire) *ds* entre deux points (événements) voisins par la métrique en notation tensorielle :

$$ds^2 = \sum g_{a,b}\, dx^a\, dx^b$$

où les composantes g_{ab} permettent de définir une courbure nulle ou non-nulle.
Nous n'entrerons pas dans les détails mathématiques de cette définition, qui équivaut à celle de Minkowski dans le cas d'un espace plat.

Définitions relatives à la base de coordonnées d'un espace curviligne

Vecteur déplacement élémentaire – Base naturelle
Soit un espace gaussien à 2 dimensions (pour simplifier) *u* et *w*. En tout point *P(u, w)* de cet espace, appelons $\mathbf{e}_u$ et $\mathbf{e}_w$ les vecteurs de base, tangents respectivement aux courbes *u*=constante et *w*=constante, et dirigés respectivement vers les *u* croissants et les *w* croissants. Le couple de vecteurs ($\mathbf{e}_u$, $\mathbf{e}_w$) est appelé « base naturelle du système de coordonnées ».

Les normes de $\mathbf{e}_u$ et $\mathbf{e}_w$ sont définies de telle sorte qu'un vecteur déplacement élémentaire $\mathbf{ds}$ entre le point *P(u, w)* et un point proche *Q(u+du, w+dw)* s'écrive :

$$\mathbf{ds} = du\, \mathbf{e}_u + dw\, \mathbf{e}_w,$$

c'est-à-dire $\mathbf{ds} = dx^\mu \mathbf{e}_\mu$ avec sommation implicite selon la convention d'Einstein.

Cette équation ne s'applique qu'à des déplacements suffisamment petits pour que les vecteurs de base $\mathbf{e}_u$ et $\mathbf{e}_w$ n'aient pas varié de manière significative.

Tenseur métrique
(La notion de tenseur sera précisée au paragraphe *Tenseur*.)

Le carré de la distance physique ds^2 est égal au produit scalaire

$$\boldsymbol{ds.ds} = (du\,\boldsymbol{e_u} + dw\,\boldsymbol{e_w}).(du\,\boldsymbol{e_u} + dw\,\boldsymbol{e_w}) = dx^\alpha dx^\beta \boldsymbol{e_\alpha e_\beta}\,.$$

Il est de la forme $g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta$, où $g_{\alpha\beta} = \boldsymbol{e^\alpha e^\beta}$ (produit scalaire) est le « tenseur métrique de la base naturelle de dimension 2 », *fonction de l'espace et du temps*.

3.4.10.1 Changement de référentiel

Dans un changement de référentiel faisant passer les coordonnées gaussiennes (*u, v*) d'un point à des coordonnées (*p, q*) dans un autre référentiel par la donnée de fonctions *p(u,v)* et *q(u,v)*, un vecteur élémentaire ***ds****(du, dv)* devient ***ds'****(dp, dq)* tel que :

$$dp = \frac{\partial p}{\partial u}du + \frac{\partial p}{\partial v}dv \quad et \quad dq = \frac{\partial q}{\partial u}du + \frac{\partial q}{\partial v}dv$$

où $\partial p/\partial u$ est la dérivée partielle de *p(u,v)* par rapport à *u* et $\partial p/\partial v$ est la dérivée partielle de *p(u,v)* par rapport à *v*, etc.

Sous forme matricielle, ces formules s'écrivent :

$$\begin{vmatrix} dp \\ dq \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{u}} & \frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{v}} \\ \frac{\partial \mathrm{q}}{\partial \mathrm{u}} & \frac{\partial \mathrm{q}}{\partial \mathrm{v}} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} du \\ dv \end{vmatrix}$$

La norme de *ds* est indépendante du référentiel ; les composantes de *ds* se transforment lors d'un changement de référentiel selon des formules linéaires.

3.4.10.2 Quadrivecteur : transformation lors d'un changement de repère

Définition
En Relativité générale, un quadrivecteur est défini comme un vecteur dont les composantes se transforment, lors d'un changement de coordonnées, comme les composantes dx^μ d'un vecteur déplacement ***ds***, c'est-à-dire :

$$A'^\mu = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu} A^\nu$$

Cette définition est une application de celle du paragraphe précédent.

La transformation inverse est donc :

$$A^\mu = \frac{\partial x^\mu}{\partial x'^\nu} A'^\nu$$

3.4.10.3 Convention de notation d'Einstein

L'équation ci-dessus est en notation tensorielle pour gagner en concision :

- Un "indice abstrait" situé en haut, comme le μ de A'^{μ} et x'^{μ}, et le ν de x^{ν} et A^{ν}, désigne la μième (respectivement la νième) composante du vecteur correspondant *A', x', x* ou *A* ; dans l'espace-temps un tel indice varie de 1 à 4. L'équation ci-dessus représente donc 4 équations successives, pour μ*=1, 2, 3, 4*.
- Un "indice alterné bas-haut ", comme le ν de ∂x^{ν} et A^{ν}, désigne une somme, l'équation ci-dessus signifiant :

$$A'^{\mu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\nu}} A^{\nu} = \sum_{\nu=t,x,y,z} \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\nu}} A^{\nu}$$

chaque coordonnée A'^{μ} est donc la somme de 4 termes.
Cette règle de sommation implicite s'appelle *convention d'Einstein*.

3.4.10.4 Vecteurs covariants et contravariants

Définition
Un vecteur covariant est un vecteur dont les composantes se transforment, lors d'un changement de coordonnées, comme suit :

$$B'_{\nu} = \frac{\partial x^{\mu}}{\partial x'^{\nu}} B_{\mu}$$

- L'indice de la composante résultante ν de B'_{ν} est au dénominateur ($\partial x'^{\nu}$) dans la dérivée, et non au numérateur comme dans ($\partial x'^{\mu}$) du quadrivecteur A'^{μ} précédent.
- L'indice alterné de sommation μ est "haut-bas".
- Un quadrivecteur covariant comme B'_{ν} et B_{ν} a son indice de composante en bas, alors qu'un quadrivecteur contravariant (c'est l'opposé de covariant) comme A'^{μ} et A^{μ} a son indice en haut.

3.4.11 Tenseur

Définition
Dans un espace-temps de dimension 4 un tenseur de rang *n* est une quantité ayant 4^n composantes qui, par changement de référentiel, se transforment selon la formule

$$T'^{\mu\nu\ldots}_{\alpha\ldots} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\beta}} \frac{\partial x'^{\nu}}{\partial x^{\gamma}} \ldots \frac{\partial x^{\sigma}}{\partial x'^{\alpha}} \ldots T^{\beta\gamma\ldots}_{\sigma\ldots}$$

Cette formule est valable dans tout système de coordonnées curvilignes.

Intérêt de la notation tensorielle
Cette définition permet à toute loi physique écrite sous forme d'équation n'utilisant que des tenseurs d'être valable dans tout référentiel, y compris curviligne, parce que les tenseurs des deux membres de l'équation se transforment de la même façon lors d'un changement de référentiel ou de système de coordonnées ; une telle équation, explicitement covariante, satisfait automatiquement le principe de relativité.

Exemple de loi en notation tensorielle : l'équation d'Einstein précédente :

$$G^{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu}$$

Transformation de Lorentz en notation tensorielle

Nous avons vu au paragraphe *Coordonnées de Gauss* que la transformation de Lorentz peut s'écrire, en notation matricielle :

$$\begin{vmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{vmatrix}$$

où chaque composante A'^{μ} du quadrivecteur résultat se calcule comme la somme de 4 produits d'un élément de la ligne μ par la composante correspondante du quadrivecteur initial.

On peut donc écrire en abrégé l'équation ci-dessus sous la forme tensorielle :

$$A'^{\mu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\nu}} A^{\nu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} A^{\nu}$$

où :

- L'équation ci-dessus représente 4 équations, pour les valeurs de $\mu = t, x, y, z$.
- Chaque équation est une somme de produits d'une dérivée partielle par la composante correspondante du quadrivecteur A^{μ}.
- Les coefficients de $\Lambda^{\mu}{}_{\nu}$ sont ceux d'un tenseur, chacun numériquement égal au coefficient ligne μ colonne ν de la matrice de passage de la transformation de Lorentz.

Formule matricielle de la transformation de Lorentz

Dans la transformation de Lorentz, en posant :

$$\beta = \frac{V}{c} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

les formules de transformation deviennent :

$$x' = \gamma(x-\beta ct); \qquad y' = y; \qquad z' = z; \qquad t' = \gamma(t - \frac{\beta x}{c})$$

Mais sous la forme RG, β est une variable sans dimension et les formules sont :

$$x' = \gamma(x-\beta t); \qquad y' = y; \qquad z' = z; \qquad t' = \gamma(t - \beta x)$$

Ces autres formules peuvent s'écrire sous la forme matricielle :

$$\begin{vmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{vmatrix}$$

où le quadrivecteur à gauche du signe = est le produit de la matrice 4 lignes x 4 colonnes à droite par le quadrivecteur qui la suit. Ce produit se calcule, pour chaque ligne du quadrivecteur résultat, en sommant les produits des éléments de la ligne de même rang de la matrice par les composantes correspondantes du quadrivecteur de droite :

- (1ère ligne) $t' = \gamma t - \gamma\beta x + 0y + 0z$
- (2ème ligne) $x' = - \gamma\beta t + \gamma x + 0y + 0z$
- (3ème ligne) $y' = 0t + 0x + 1y + 0z$
- (4ème ligne) $z' = 0t + 0x + 0y + 1z$

Transformation du tenseur métrique par changement de référentiel

Considérons un changement de référentiel gaussien transformant le quadrivecteur A^μ en A'^μ. La norme ds^2 ne changeant pas, on a :

$$ds^2 = g'_{\mu\nu}dx'^\mu dx'^\nu = g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta$$

D'où les formules de passage :

$$g'_{\mu\nu} = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu}\frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\nu}g_{\alpha\beta} \quad et \quad g_{\alpha\beta} = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\alpha}\frac{\partial x'^\nu}{\partial x^\beta}g'_{\mu\nu}$$

où on sous-entend des sommes implicites sur les indices α et β dans l'équation de gauche et sur les indices μ et ν dans l'équation de droite.

Exemples de tenseurs

Source : [B4] page 68.

rang n	composantes	type	symbole	loi de transformation	exemple
0	$4^0 = 1$	scalaire	Φ	$\Phi' = \Phi$	énergie de masse m
1	$4^1 = 4$	vecteur	A^μ	$A'^\mu = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu} A^\nu$	quadrivitesse u^μ
1	$4^1 = 4$	covecteur	A_μ	$A'_\mu = \frac{\partial x^\nu}{\partial x'^\mu} A_\nu$	gradient $\partial_\mu \Phi$ d'un scalaire
2	$4^2 = 16$	tenseur	$T^{\mu\nu}$	$T'^{\mu\nu} = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\alpha} \frac{\partial x'^\nu}{\partial x^\beta} T^{\alpha\beta}$	inverse de la métrique $g^{\mu\nu}$
2	$4^2 = 16$	tenseur	$T_{\mu\nu}$	$T'_{\mu\nu} = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\nu} T_{\alpha\beta}$	tenseur métrique $g_{\mu\nu}$ tenseur de Ricci $R_{\mu\nu}$ tenseur d'Einstein $G_{\mu\nu}$
4	$4^4 = 256$	tenseur	$R^\alpha_{\beta\mu\nu}$	$R'^\alpha_{\beta\mu\nu} = \frac{\partial x'^\alpha}{\partial x^\gamma} \frac{\partial x^\delta}{\partial x'^\beta} \frac{\partial x^\sigma}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\lambda}{\partial x'^\nu} R^\alpha_{\beta\mu\nu}$	tenseur de Riemann $R^\alpha_{\beta\mu\nu}$

Exemples de tenseurs

3.4.12 Principe de relativité générale : premier énoncé

Grâce aux tenseurs, le *Principe de relativité restreinte* peut être étendu :

> **Une loi physique valable dans un référentiel localement inertiel est valable dans n'importe quel référentiel, muni de n'importe quel système de coordonnées et quel que soit son mouvement.**

Cet énoncé est une extension considérable du *Principe de Relativité restreinte*, qui s'énonçait au paragraphe du même nom :

> Les phénomènes de la nature sont régis par les mêmes lois dans tout référentiel galiléen.

Ce premier énoncé sert d'objectif pour les développements qui suivent :

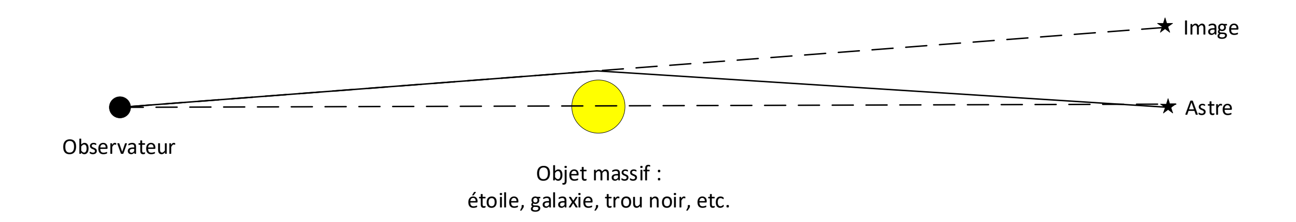
> Trouver, par un calcul purement théorique, comment une loi d'évolution de la nature, connue pour un référentiel galiléen *K*, s'exprime dans un référentiel *K'* accéléré par rapport à *K*.

Et comme dans le référentiel *K'* règne un champ de gravitation, l'objectif suivant devient :

> Trouver l'influence de ce champ de gravitation sur une loi d'évolution.

Exemple 1 : déviation d'un rayon lumineux par le champ de gravitation du Soleil
Un rayon lumineux, qui se propage en ligne droite dans un référentiel galiléen, a une trajectoire courbe dans un référentiel accéléré ; la lumière qui vient d'une étoile en rasant le bord du Soleil (qui a une masse, donc un champ gravitationnel) est déviée d'un angle égal à 1.7 seconde d'arc : on voit l'étoile à une position différente de celle

qu'elle a lorsque sa lumière nous parvient en ligne droite sans passer si près du Soleil. C'est bien ce qu'ont constaté, le 29 mai 1919, les expéditions de Crommelin et Eddington vers des sites où on pouvait observer ce jour-là une éclipse totale de Soleil.



Exemple 2 : l'évolution électrostatique est une limite de l'évolution électrodynamique
Source : [B1] page 106
"…l'électrostatique ne représente correctement les actions électriques que dans le cas où les masses électriques sont au repos par rapport au système d'inertie. L'électrostatique a-t-elle été pour cela renversée par les équations du champ de Maxwell dans l'électrodynamique ? Point du tout. L'électrostatique est contenue dans l'électrodynamique comme un cas limite ; les lois de cette dernière conduisent directement à celles de la première dans le cas où les champs sont invariables dans le temps."

3.4.13 Espace et temps dans un champ de gravitation

Source : [B1] pages 104 et suivantes.

<u>La Théorie de la Relativité générale a un domaine de validité étendu</u>
Dans un champ de gravitation, et contrairement à la Relativité restreinte :

- Les rayons lumineux se propagent généralement en décrivant des trajectoires curvilignes.
- La vitesse de la lumière varie le long de sa trajectoire curviligne ; le temps passe à des vitesses différentes en des lieux différents.
- Une horloge tourne plus lentement qu'en l'absence de champ de gravitation ; exemple : une horloge à la périphérie d'un disque en rotation par rapport à son centre fixe prend du retard par rapport à une horloge au centre.
- Une horloge marchera plus rapidement ou plus lentement suivant sa position par rapport au référentiel fixe : on ne peut donc donner une définition raisonnable du temps au moyen d'horloges qui sont au repos par rapport à ce référentiel.

  Même problème pour définir la simultanéité en deux lieux différents.
- Soient un point *A* de la périphérie d'un disque en rotation par rapport à un référentiel fixe *K* et une règle de longueur unité dans *K*. Depuis un point fixe *B* de *K* on verra la longueur de la règle diminuer si elle est tangente au disque, ou rester inchangée si elle est sur un rayon du disque : dans un champ gravitationnel un corps rigide se déforme pour s'adapter à la déformation de l'espace.

  Vu de *B*, le rapport des longueurs de la circonférence du disque à son rayon n'est donc plus 2π pour un disque en rotation par rapport à *K* ; et la notion de ligne droite n'a plus de sens. On ne peut donc définir ni un référentiel à axes

perpendiculaires, ni les coordonnées *x, y, z, t* d'un événement : les lois de la nature établies pour un référentiel galiléen n'ont pas de sens précis.

Règles de définition de l'espace-temps relativiste

1. L'espace-temps a 3 coordonnées d'espace et 1 coordonnée de temps ;
2. Distinction physique entre espace et temps : alors qu'un objet peut se déplacer dans toutes les directions de l'espace, il ne peut aller que vers le futur.

   La coordonnée de temps diffère donc en cela des coordonnées d'espace : aucun phénomène physique n'est à temps constant, l'heure augmente sans cesse.

3.4.14 Solution du problème de la gravitation en Relativité générale

Source : [B1] pages 139 et suivantes

Hypothèses

Un référentiel gaussien se déplace de façon quelconque tout en se déformant de manière quelconque, et tout en préservant la continuité de l'espace et du temps :

- Deux points, deux dates ou deux événements voisins doivent rester voisins ;
- Les lois de la nature doivent rester indépendantes du choix du référentiel.

Enoncé du problème de la gravitation en Relativité générale

Le problème de la gravitation en Relativité générale consiste à déterminer l'influence d'un champ de gravitation sur toute loi d'évolution connue dans un référentiel galiléen, donc aussi dans un référentiel en mouvement uniforme soumis à la *transformation de Lorentz* : comment trouver le nouvel énoncé de cette loi ?

Voici les étapes de résolution proposées par Einstein.

1. *Le référentiel initial et ses objets*

Soit *K* un référentiel galiléen, donc sans influence de champ de gravitation.
Dans ce référentiel, on suppose l'existence d'un système *S* de règles de longueur fixe connue, d'horloges identiques et de points matériels isolés en mouvement rectiligne uniforme. Les lois connues de la physique permettent de décrire l'évolution de ce système.

2. *Référentiel de Gauss*

Soit *K'* un référentiel gaussien soumis à un champ de gravitation *G*. On rapporte au référentiel *K'* les coordonnées du système *S* précédent : dans *K'*, ces coordonnées ne sont pas encore soumises au champ *G*, on a fait une simple transformation de référentiel.

3. *Prise en compte de l'invariance des lois physiques en présence du champ G*

Dans la transformation de coordonnées de *K* à *K'* on applique l'hypothèse que les lois physiques régissant le système *S* sont inchangées, même lorsque le champ de gravitation *G* ne peut pas être dérivé du cas galiléen par une simple transformation de coordonnées.

4. *Comportement du champ G dans K' déduit de son comportement dans K*

Par une simple transformation de coordonnées on traduit l'influence du champ *G* dans *K*. On respecte les contraintes suivantes :

- La transformation imposée aux lois physiques par le champ de gravitation doit satisfaire le principe de Relativité générale ;
- Seules la masse inerte et l'énergie contenues dans K ont une influence sur la production de champ de gravitation ;
- Le champ de gravitation et la matière doivent ensemble satisfaire les lois de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement.

On détermine ainsi dans *K'*, conformément au principe de Relativité générale, l'influence du champ de gravitation sur l'évolution des systèmes connue dans *K*, notamment sur les règles, horloges et points matériels de *S*.

3.4.15 Equations des géodésiques

Si nécessaire, lire d'abord les définitions données par les paragraphes : *Intervalle d'espace-temps* ; *Condition de causalité entre deux événements ;* et *Indépendance entre deux événements et relation de causalité*.

3.4.15.1 Géodésiques du genre temps

Deux événements *A* et *B* séparés par un intervalle du genre temps sont reliés par des lignes d'univers. Chacune de celles-ci peut être décrite par les fonctions définissant les coordonnées de ses événements x^μ en fonction d'un paramètre commun σ valant *0* en *A* et *1* en *B*. Le temps propre mesuré le long de cette ligne est :

$$T_{AB} = \int \sqrt{-dS^2} = \int_0^1 -g_{\mu\nu}(x^\alpha(\sigma)) \frac{dx^\mu}{d\sigma}\frac{dx^\nu}{d\sigma} d\sigma$$

où la notation $g_{\mu\nu}(x^\alpha(\sigma))$ rappelle que la métrique dépend de la position des événements le long de la ligne d'univers décrite par le paramètre σ.

La ligne d'univers, trajectoire de temps propre maximal, est telle que l'intégrale de son lagrangien est extrémale, c'est-à-dire que sa dérivée est nulle (voir *Principe de moindre action de Maupertuis*). Le calcul produit alors l'équation des géodésiques suivante :

$$0 = \frac{d}{d\tau}\left(g_{\alpha\beta}\frac{dx^\beta}{d\tau}\right) - \frac{1}{2}\partial_\alpha g_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{d\tau}\frac{dx^\nu}{d\tau}$$

notation représentant 4 équations différentielles indicées par $\alpha = 1, 2, 3, 4$:

- $g_{\alpha\beta}$ est le tenseur métrique du lagrangien, qui a 4 lignes indicées par α de 4 fonctions de τ en fonction de $\beta = t, x, y, z$,
- τ est le paramètre de temps propre décrivant la trajectoire,
- μ et ν sont des indices muets de multiplication avec $\partial_\alpha g_{\mu\nu}$ et sommation,
- $x^\alpha(\tau)$ sont les 4 coordonnées des événements le long de la géodésique en fonction de τ.

La résolution de cette équation fournit les coordonnées $x^\alpha(\tau)$ des points-événements de la géodésique.

3.4.15.2 Géodésiques du genre lumière

Le raisonnement utilisé ci-dessus pour les géodésiques du genre temps est impossible pour un couple d'événements du genre lumière, situés sur une trajectoire de photons, car le temps propre mesuré le long d'une telle ligne d'univers est nul (tous ses événements sont toujours à la même heure).

Quand la vitesse d'une particule tend vers la vitesse de la lumière ($v \to 1$) sa trajectoire tend vers celle d'un photon (de masse toujours nulle). La géodésique d'un photon est donc la limite quand $m \to 0$ de la famille des géodésiques des particules ordinaires à énergie constante. Dans un espace-temps rapporté à des coordonnées cartésiennes la lumière se déplace :

- si l'espace-temps est plat : en ligne droite à vitesse constante ;
- si l'espace-temps est courbe : voir ci-dessous *Trajectoires des photons*.

3.4.16 Métrique de Schwarzschild

Dans un espace courbe comme l'espace-temps de la Relativité générale la distance ne se définit pas comme dans notre espace euclidien habituel. La distance est définie d'après le type de courbure que les conditions physiques imposent à la gravitation. Cette section aborde un cas très fréquent : la courbure spatiale imposée par la masse d'une étoile sphérique autour d'elle.

3.4.16.1 Définitions mathématiques relatives à un espace métrique

Ce paragraphe contient seulement des définitions mathématiques relatives à la notion de *métrique*, c'est-à-dire de définition d'une distance. Sa lecture n'est utile qu'aux personnes soucieuses de rigueur mathématique dans la compréhension des développements qui vont suivre.

Définition de l'ensemble $\mathbb{R}^+$
C'est l'ensemble des nombres réels positifs ou nul : $\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R},\ x \geq 0\}$
où $\mathbb{R}$ est l'ensemble des nombres réels.

Définition du produit cartésien de deux ensembles
Soient A et B deux ensembles. On appelle produit cartésien de A et B, noté $A \times B$, l'ensemble dont les éléments sont les couples ordonnés (a, b) où $a \in A$ et b $\in B$;
(le symbole ∈ veut dire "appartient à").

Définition d'une application d'un ensemble dans un autre
Une application d'un ensemble E dans un autre ensemble F est une relation
$R \subset E \times F$ telle que pour tout $x \in E$ il existe un unique $y \in F$ tel que $(x, y) \in E \times F$.
Le signe ⊂ veut dire "inclus dans" : R est un produit cartésien de type $E \times F$.

Définition d'un espace métrique
Un espace métrique est un ensemble E sur lequel on a défini une distance, c'est-à-dire une application d de $E \times E$ dans $\mathbb{R}^+$ qui vérifie, pour tout triplet $(x, y, z) \in E$ les 3 relations :

- $d(x, y) = d(y, x)$: la distance de x à y est égale à la distance de y à x.
- $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$: la distance de x à y est inférieure ou égale à la somme des distances de x à z et de z à y.

- *d(x, y) = 0* si et seulement si *x = y* : la distance entre x et y est nulle si et seulement si x = y.

Notation de l'application distance : $d : E \times E \rightarrow \mathbb{R}^+$.

Exemple de distance entre les points A(2, 3) et B(4, 5) d'un plan, définie par le théorème de Pythagore :

$$d = \sqrt{(4-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{4+4} = 2.828$$

A propos d'espace métrique on parle aussi d'« espace muni d'une métrique », c'est-à-dire d'une définition de la mesure d'une distance.

3.4.16.2 Tenseur métrique de Schwarzschild

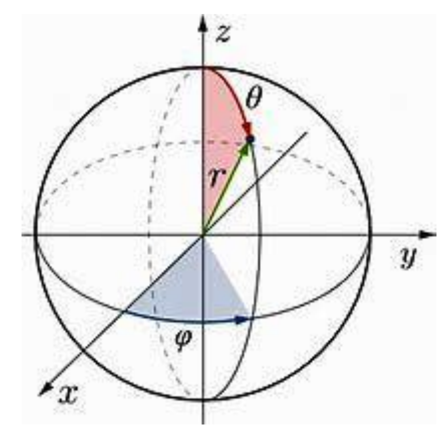
Le tenseur métrique de Schwarzschild est une des solutions de l'équation d'Einstein. C'est la solution d'un problème physique aussi simple que fréquent : quelle est la déformation de l'espace-temps vide due à une masse ponctuelle ou sphérique *M* immobile ? Une telle solution doit avoir une symétrie sphérique et être indépendante du temps.

Cette métrique joue le même rôle en Relativité générale que la formule donnant le champ gravitationnel d'une masse ponctuelle dans l'espace plat de Newton, ou le champ électrique d'une charge électrostatique ponctuelle.

Cette solution de l'équation d'Einstein a été découverte en 1916 (un an après la publication initiale par Einstein de sa théorie) par un astronome allemand, Karl Schwarzschild, connu pour ses travaux scientifiques mais à cette époque-là militaire au front sous le drapeau de l'Empire allemand. Schwarzschild posa aussi la base de la théorie des trous noirs, mais tomba malade et mourut quelques mois après.

<u>Coordonnées sphériques</u>

Les phénomènes à symétrie sphérique sont souvent étudiés en coordonnées sphériques rapportées à un rayon *R*, un angle θ pour les latitudes et un angle φ pour les longitudes. La figure ci-dessous représente les notations adoptées par les physiciens, qui diffèrent de celles des mathématiciens : la sphère est centrée sur l'événement de l'espace-temps, les latitudes θ sont comptées à partir de l'axe Oz (c'est-à-dire du zénith) dans le sens indiqué.



Coordonnées sphériques (convention des physiciens)

Métriques

Métrique d'une surface sphérique 2D d'un espace plat vue en 3D
(c'est la surface de la sphère de rayon *r*).

$$ds^2 = r^2d\theta^2 + r^2sin^2\theta d\Phi^2$$

Métrique de l'espace-temps de cette surface sphérique plate

$$ds^2 = -dt^2 + dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2sin^2\theta d\Phi^2$$

Métrique de Schwarzschild

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta \; d\Phi^2$$

où :

- *G* est la constante universelle de gravitation ;
- *M* est la masse (au sens traditionnel newtonien) du corps attracteur ;
- *r* est la *coordonnée radiale circonférentielle*, définie à partir de la circonférence *C* du cercle équatorial de la sphère de Schwarzschild par $= \frac{C}{2\pi}$.

  Cette coordonnée *r* a une valeur particulière intéressante notée r_S : le *rayon de Schwarzschild* ; voyons cela.

La métrique de Schwarzschild :

- respecte la symétrie sphérique ;
- est indépendante du temps (c'est une propriété de l'espace seul) ;
- tend vers la métrique de l'espace-temps plat lorsque $r \rightarrow \infty$.

Relation entre potentiel de Newton et temps propre en champ faible

Le potentiel *Φ(r)* de Newton du champ gravitationnel est $-\frac{GM}{r}$.
Si ce champ est faible, le temps propre d'un objet en chute libre est mesuré par la seule composante temporelle : $ds^2 = -(1 + 2\Phi(r))dt^2 + ...$ On voit que la gravité newtonienne résulte de la modification de la seule composante temporelle de la métrique, donc du ralentissement local du temps : les géodésiques de cette métrique se courbent vers le potentiel de plus faible valeur, où le temps ralentit le plus.

3.4.16.3 Intervalle de temps avec la métrique de Schwarzschild

Considérons une horloge en repos à une coordonnée *r* donnée appelée « point A ». On a : $dr = d\theta = d\varphi = 0$. Le temps propre $\Delta\tau$ entre deux événements en A mesuré par l'horloge est, d'après la métrique de Schwarzschild :

$$\Delta\tau = \int d\tau = \int \sqrt{-ds^2} = \sqrt{1 - \frac{2GM}{r}} \; \Delta t$$

Le temps propre mesuré par l'horloge $\Delta\tau$ n'est le même que celui des coordonnées de temps *t* que si $r = \infty$, sinon il est plus court – et même d'autant plus court que *r* est petit.

Décalage de longueur d'onde d'un rayonnement électromagnétique

Ce raccourcissement du temps entraîne des changements de longueur d'onde pour toute lumière se propageant dans un champ gravitationnel :

- Un décalage vers le rouge (longueur d'onde plus grande) quand on s'éloigne de la singularité ;
- Un décalage vers le bleu (longueur d'onde plus petite) quand on s'approche de la singularité.

3.4.16.4 Tenseur métrique de Schwarzschild : diagonale principale

L'équation de la métrique de Schwarzschild s'écrit (voir ci-dessus *Métrique de Schwarzschild*) :

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta \, d\Phi^2$$

En comparant cette équation avec la forme générale de la métrique, qui est :

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

il vient, pour les composantes g_{qq} non nulles :

$g_{tt} = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)$	$g_{rr} = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1}$	$g_{\theta\theta} = r^2$	$g_{\Phi\Phi} = r^2 sin^2\theta$

Tenseur métrique de Schwarzschild : diagonale principale

3.4.16.5 Quantités conservées le long des trajectoires géodésiques

1 - Energie relativiste par unité de masse d'un objet à l'infini, notée "e"

Le tenseur de la métrique de Schwarzschild est une matrice diagonale : seuls sont non-nuls les $g_{\mu\nu}$ tels que $\mu = \nu$. Comme la métrique est en outre indépendante du temps, l'équation des géodésiques qui s'écrit :

$$0 = \frac{d}{d\tau}\left(g_{\alpha\beta}\frac{dx^\beta}{d\tau}\right) - \frac{1}{2}\partial_\alpha g_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{d\tau}\frac{dx^\nu}{d\tau}$$

$$0 = \frac{d}{d\tau}\left(g_{tt}\frac{dt}{d\tau}\right) + 0 \text{ d'où constante} = -g_{tt}\frac{dt}{d\tau} = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)\frac{dt}{d\tau} = e$$

La quantité *e* est donc conservée le long des trajectoires géodésiques dans l'espace-temps de Schwarzschild, donc pour un corps en chute libre se déplaçant le long d'une géodésique. Cette quantité est *l'énergie relativiste par unité de masse que l'objet aurait à l'infini* (définie dans *Energie et quantité de mouvement relativistes, et leur conservation*). Elle est négative pour r < 2GM, c'est-à-dire à l'intérieur de ce que nous appelons *sphère horizon du trou noir* (voir plus bas *Rayon de Schwarzschild*).

2 - Moment cinétique relativiste par unité de masse d'un objet, noté "l"
Par un raisonnement analogue au précédent :

$$\text{constante} = g_{\Phi\Phi}\frac{d\Phi}{d\tau} = r^2 sin^2\theta\frac{d\Phi}{d\tau} = l$$

La quantité *l* est donc aussi conservée le long des trajectoires géodésiques dans l'espace-temps de Schwarzschild. Pour une trajectoire contenue dans le plan équatorial : $sin^2\theta = 1$ et $l = r^2(d\Phi/d\tau)$ est le *moment cinétique relativiste par unité de masse*.

Le moment cinétique par unité de masse d'un objet en chute libre est donc conservé.

Remarques sur les trajectoires géodésiques dans l'espace de Schwarzschild

- Par raison de symétrie, *toutes ces trajectoires doivent être planes*. On peut donc choisir des axes de référentiel où le plan de ces trajectoires est le plan équatorial $\theta = \pi/2$, ce qui simplifie l'expression des résultats.
- A partir de l'équation des géodésiques pour la métrique de Schwarzschild on peut retrouver la troisième loi de Kepler :

  Les carrés des durées de révolution autour du Soleil sont proportionnels aux cubes des grands axes des orbites correspondantes.

  En appelant $\Omega = d\Phi/dt$ la vitesse angulaire d'un corps décrivant une trajectoire géodésique autour de la masse M du Soleil, le calcul montre que :

$$\Omega^2 = \frac{GM}{r^3}$$

  Exemple
  L'orbite quasi-circulaire de la planète géante Jupiter a un rayon moyen de 778 millions de km, alors que l'orbite de la Terre (parcourue en 1 an) a un rayon de 149.6 millions de km. $(778/149.6)^3 = 140.6$, qui a pour racine carrée 11.86 : l'« année » jovienne (révolution sidérale) dure 11.86 années terrestres.

3.4.16.6 Précession du périhélie des orbites des planètes

Définition
Le périhélie de l'orbite d'un astre du système solaire (planète, astéroïde, comète…) est le point de sa trajectoire elliptique le plus proche du Soleil.

Résumé du problème de l'orbite de Mercure
On a constaté au XIXe siècle que le périhélie de la planète Mercure, la plus proche du Soleil, se déplace d'environ 572 secondes d'arc par siècle, alors que les équations de Newton en expliquent 529 : ce périhélie se déplace donc de 43 secondes par siècle de plus que prévu. La différence ne fut expliquée que par la Relativité générale d'Einstein, publiée en 1915.

Voir d'abord *Lois du mouvement et de la gravitation universelle de Newton*.

Selon la 1ère loi de Kepler (conséquence de la 2ème loi de Newton) :

Les planètes décrivent des orbites elliptiques dont le Soleil est un foyer.

Une ellipse étant une courbe plane fermée, la planète revient à une position particulière après une période fixe, *l'année sidérale*, selon le tableau ci-dessous, où :

- 1 UA (unité astronomique) = 149 700 000 km est la distance Terre-Soleil ;
- 1 AT (année terrestre) = 365.2425 jours ;
- 1 MT (masse terrestre) = 5.97 **.**10^{24} kg (1/330 000ème de la masse du Soleil).

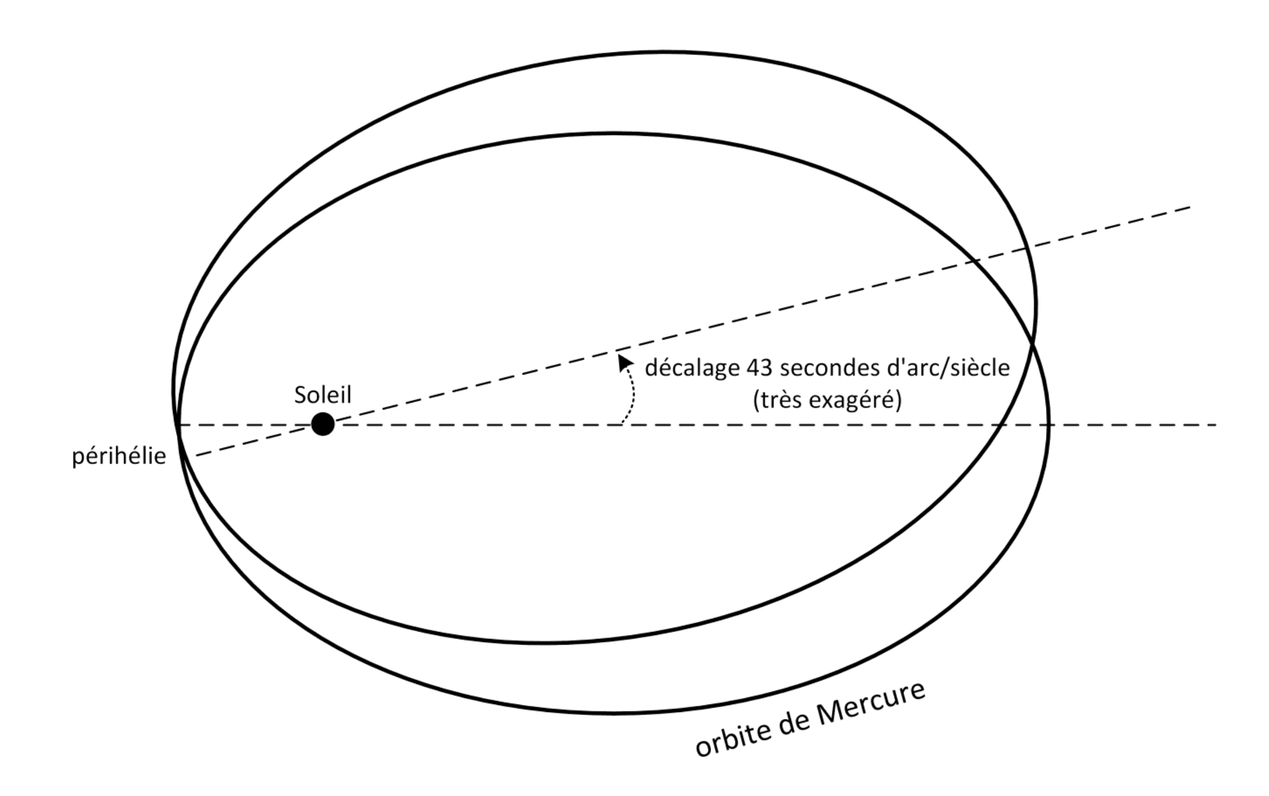
Planète	Masse en MT	Distance moyenne du Soleil en UA	Durée de l'année sidérale en AT
Mercure	0.055	0.4	0.24
Vénus	0.82	0.7	0.62
Terre	1	1	1
Mars	0.11	1.5	1.88
Jupiter	320	5.2	11.86
Saturne	95	9.5	29.4
Uranus	14.5	19.2	84
Neptune	17	30.1	164

Masses et orbites des planètes

Le paradoxe de l'orbite de Mercure

Une orbite elliptique est une courbe ayant deux foyers symétriques par rapport à son centre. Elle est telle que tout point *P* de cette orbite a une somme des distances aux foyers qui est constante.

On sait depuis le milieu du 19e siècle que l'orbite de Mercure n'est pas une courbe fermée. On a attribué cette anomalie à des perturbations causées par l'attraction de planètes plus grosses, mais sans expliquer suffisamment pourquoi l'axe de l'ellipse de Mercure (joignant le Soleil au périhélie) tourne de 43 secondes d'arc par siècle.



Explication relativiste qualitative du phénomène
Lorsque la planète parcourt la portion de son orbite voisine du périhélie elle est soumise à une attraction plus forte que sur le reste de son orbite, attraction qui entraîne une plus grande déformation de l'espace, ralentit le temps et rend l'approximation newtonienne des paramètres du mouvement insuffisamment précise.

Explication mathématique
Voir ci-dessus *Quantités conservées le long des trajectoires géodésiques*.

La constante *l* (moment cinétique relativiste par unité de masse) vaut ici $l = r^2 \frac{d\Phi}{d\tau}$.
En posant $u = \frac{1}{r}$, l'équation relativiste de l'orbite devient $\frac{d^2u}{d\Phi^2} + u = \frac{GM}{l^2} + 3GMu^2$ alors que l'équation newtonienne est $\frac{d^2u}{d\Phi} + u = \frac{GM}{l^2}$: on voit qu'il lui manque le terme $3GMu^2$.

L'équation relativiste ci-dessus n'ayant pas de solution analytique, on trouve une solution approchée par calcul de perturbation à partir d'une orbite circulaire de rayon r_c. Ce calcul montre qu'à chaque « tour » (année mercurienne) la planète parcourt un angle $2\pi + \frac{6\pi GM}{r_c}$, d'où un angle de précession de $\frac{6\pi GM}{r_c}$ qui explique les 43 secondes constatées.

Quand Einstein publia sa théorie, en novembre 1915, cette explication fut le premier succès de la Relativité générale.

3.4.16.7 Trajectoires des photons

Source : [B4] pages 144 et suivantes.

Méthode

Pour trouver la trajectoire d'un photon (nécessairement de masse nulle) dans l'espace-temps de Schwarzschild on part de sa métrique, valable quelle que soit la masse, on fait tendre celle-ci vers zéro et on prend la limite.

Paramètre d'impact

A partir des *quantités conservées e* et *l*, on définit leur rapport *b* :

$$b = \frac{l}{e} = r^2(1 - \frac{2GM}{r})^{-1}\frac{d\Phi}{dt}$$

l et *e* étant constantes le long de toute géodésique, leur rapport *b* l'est aussi.
b est une longueur appelée *paramètre d'impact* de la trajectoire, définie comme la distance entre la tangente à la trajectoire du photon à grande distance vers la singularité et la parallèle à cette tangente passant par le point attracteur ; plus *b* est grand, plus le photon « vise » loin de la singularité au départ.

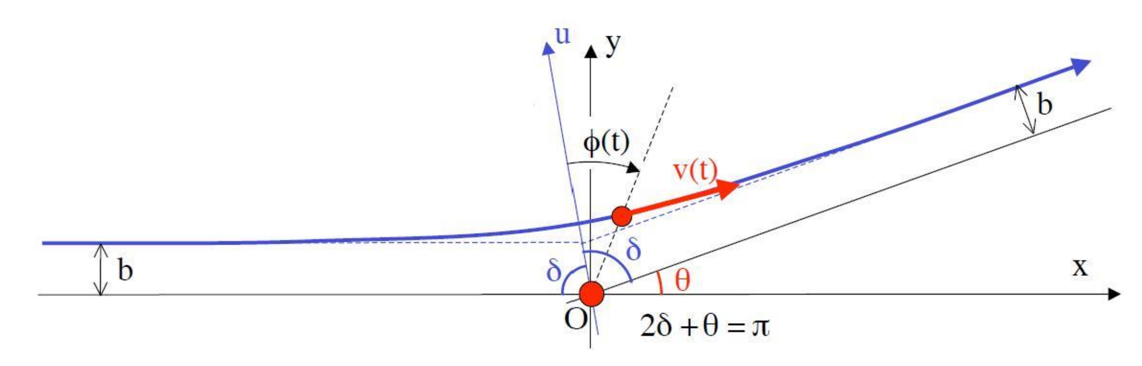


Image due à www.tangentex.com - © Microsoft Bing Creative Commons

Equation radiale du mouvement d'un photon

Dans le plan équatorial de l'espace de Schwarzschild (dans lequel on peut toujours se placer pour un raisonnement, et où $sin\theta = 1$) un écart nul entre deux coordonnées d'espace-temps est :

$$0 = ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta \; d\Phi^2$$

On en déduit l'équation de la composante radiale du mouvement du photon :

$$1 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-2}(\frac{dr}{dt})^2 + \frac{b^2}{r^2}\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)$$

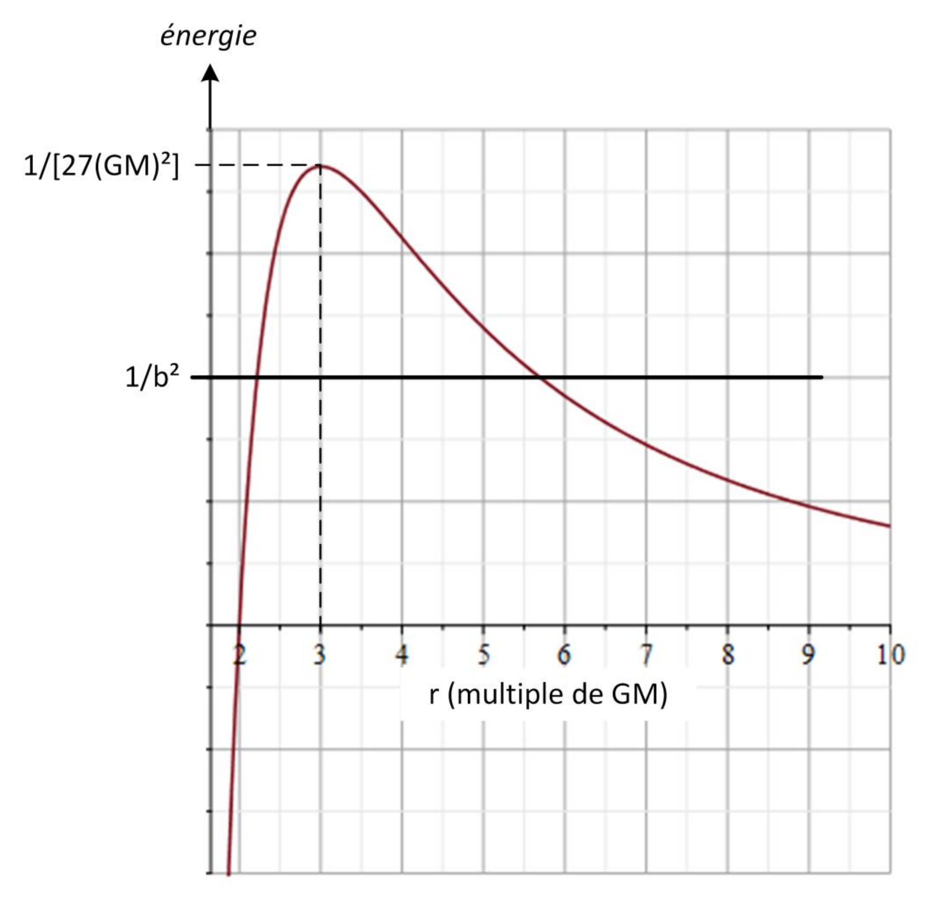
Cette équation décrit le mouvement radial propre du photon en fonction de la coordonnée temporelle *t* de l'espace de Schwarzschild (et non du temps propre τ).
Pour une interprétation plus facile, cette dernière équation peut s'écrire :

$$\frac{1}{b^2} = [\frac{1}{b}\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1}\left(\frac{dr}{dt}\right)]^2 + \frac{1}{r^2}\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)$$

où :

- le terme *1/b²* joue le rôle de l'énergie conservée ;
- le premier terme du membre de droite est « l'énergie cinétique radiale » ;
- le second terme du membre de droite est « l'énergie potentielle effective ».

La courbe d'énergie potentielle effective $V(r) = \frac{1}{r^2}\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)$ ci-dessous permet de connaître le mouvement d'un photon.



Energie potentielle effective $V(r) = \frac{1}{r^2}\left(1 - \frac{2\mathrm{GM}}{\mathrm{r}}\right)$
L'axe horizontal est celui des distances *r* en nombre de "*GM*"

- Pour les valeurs du paramètre d'impact *b* assez grandes, où le photon venant de l'infini « vise » la singularité avec un écart *b* > $\sqrt{27}GM$ (c'est-à-dire $\frac{1}{b^2} < \frac{1}{27(GM)^2}$) le photon va être dévié mais rebondira vers l'infini.
- Pour les écarts *b* < $\sqrt{27}GM$, le photon sera capturé par la singularité : il s'approchera en spirale vers lui et finira par l'atteindre en *r*=0.
- Pour les écarts *b* = $\sqrt{27}GM$, le photon se mettra à décrire une orbite circulaire instable autour de la singularité, avec *r=3GM*. Une image émise d'un point de cette orbite selon sa tangente semblera venir du côté opposé !

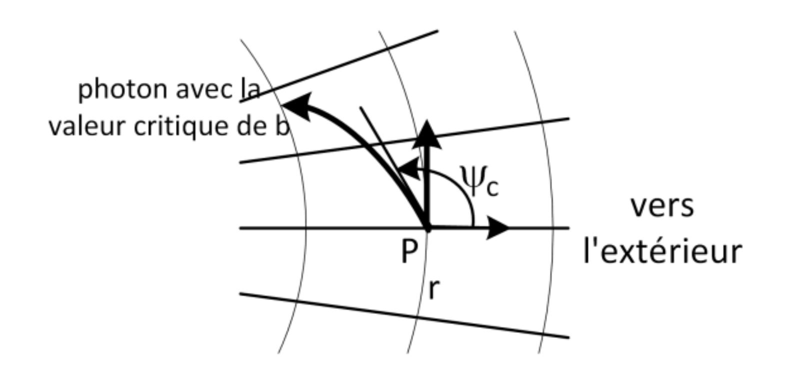
Ces comportements surprenants, imprévisibles en physique newtonienne, existent surtout lorsque la singularité est un trou noir ou une étoile à neutrons, c'est-à-dire si

sa densité est suffisante pour qu'un observateur théorique puisse s'en approcher sans y pénétrer.

Angle critique d'échappement

Considérons un observateur situé en *P*, dans le plan équatorial d'un attracteur de masse *M* qui émet un photon dans ce plan avec un angle ψ par rapport à la direction radiale s'éloignant de la singularité ; à quel angle limite ψ_C le paramètre d'impact critique $b = \sqrt{27}GM$ correspond-il ?

(Tout paramètre d'impact $b < \sqrt{27}GM$ entraîne la capture du photon et sa spirale vers la singularité.)



Le calcul montre que l'angle critique est ψ_C tel que $sin\,\psi_c = \frac{GM\sqrt{27}}{r}\sqrt{1-\frac{2GM}{2}}$.

A la distance *r,* un photon venant de l'infini n'est capturé que si $\psi > \psi_C$.

Cas d'un trou noir

Si un photon arrive de l'infini en direction d'un trou noir, le raisonnement précédent s'applique : s'il arrive avec un angle $\psi > \psi_C$, il sera capturé.

Un observateur qui s'approche d'un trou noir le voit sous forme d'un disque noir. Plus il s'approche, plus le disque grandit. A une distance *r = 3GM* le disque remplit la moitié du ciel. Si *r* décroît davantage, le disque grandit encore et au voisinage immédiat de *r = 2GM* il occupe tout le ciel sauf un petit cône lumineux arrivant de l'Univers extérieur.

Au voisinage d'un trou noir, la lumière arrivante vue par un observateur a des couleurs décalées vers le bleu (longueurs d'onde plus courtes). Un observateur à l'infini voit la lumière arrivant d'un point proche d'un trou noir décalée vers le rouge : pour cet observateur une horloge à une distance *r* finie d'un attracteur tourne plus lentement qu'une horloge à l'infini.

Equation angulaire du mouvement d'un photon dans le plan équatorial

Dans le plan équatorial de l'espace de Schwarzschild, l'équation angulaire du mouvement d'un photon est :

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{b}{r^2}(1 - \frac{2GM}{r})$$

La dérivée $\frac{d\Phi}{dt}$ est proportionnelle à l'énergie potentielle effective.

En posant $u = \frac{1}{r}$ on arrive à l'équation $\frac{d^2u}{d\Phi^2} + u = 3GMu^2$. N'ayant pas de solution analytique, cette équation se résout en étudiant les perturbations par rapport à un espace-temps sans attracteur.

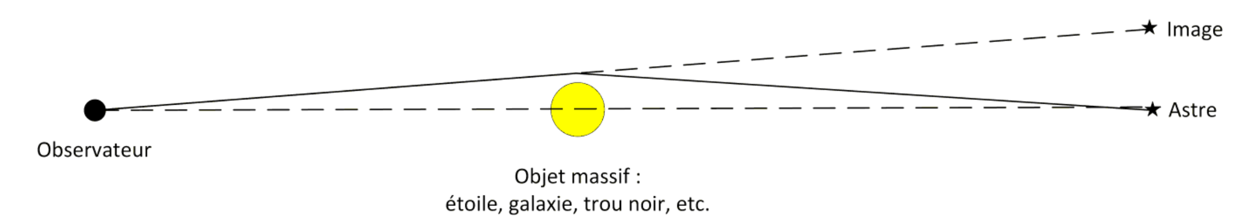
3.4.16.8 Déviation de la lumière d'étoiles par la gravité stellaire

Einstein a prévu dès 1915, en publiant la théorie de la Relativité générale, que la lumière d'une étoile passant très près d'un autre astre avant d'atteindre la Terre serait déviée ; dans le cas de la lumière d'étoiles passant au ras du Soleil, ce serait de 1.74 secondes d'arc. Du fait de la guerre et du temps nécessaire à quelques autres physiciens pour comprendre la Relativité générale, il a fallu attendre le 29 mai 1919 pour qu'une vérification expérimentale ait lieu lors d'une éclipse totale de Soleil. Cette vérification eut, de par le monde, un immense retentissement [B165] : la Relativité générale, désormais vérifiée, précisait toutes les lois physiques sauf celles de la thermodynamique.

> Survenant un an après la fin de la guerre mondiale, qui avait fait des millions de morts, cette coopération entre un physicien allemand (Einstein) et deux astronomes anglais (Eddington et Crommelin) était un magnifique message de paix et d'espoir.

Apprenant la nouvelle, un journaliste alla voir Einstein et lui demanda :
« Qu'auriez-vous pensé si l'expérience n'avait pas confirmé votre théorie ? »
Einstein répondit : « J'aurais pensé que Dieu s'est trompé en créant l'Univers ».

En pratique, la position de nombreuses étoiles et galaxies que nous relevons est inexacte, leur lumière étant déviée par un astre lourd ou un trou noir situé sur la trajectoire de leur image.

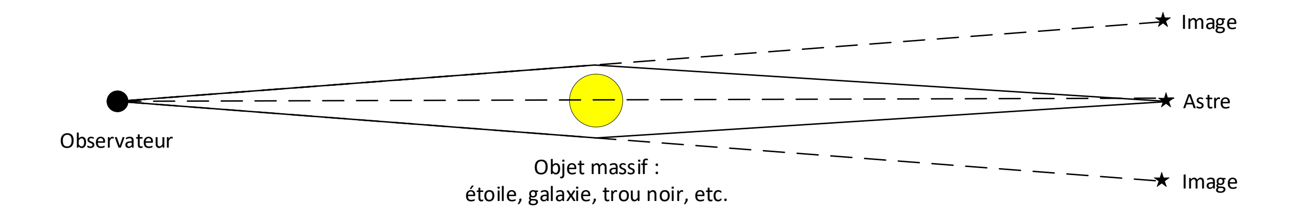


Déviation de l'image d'un astre par un objet massif

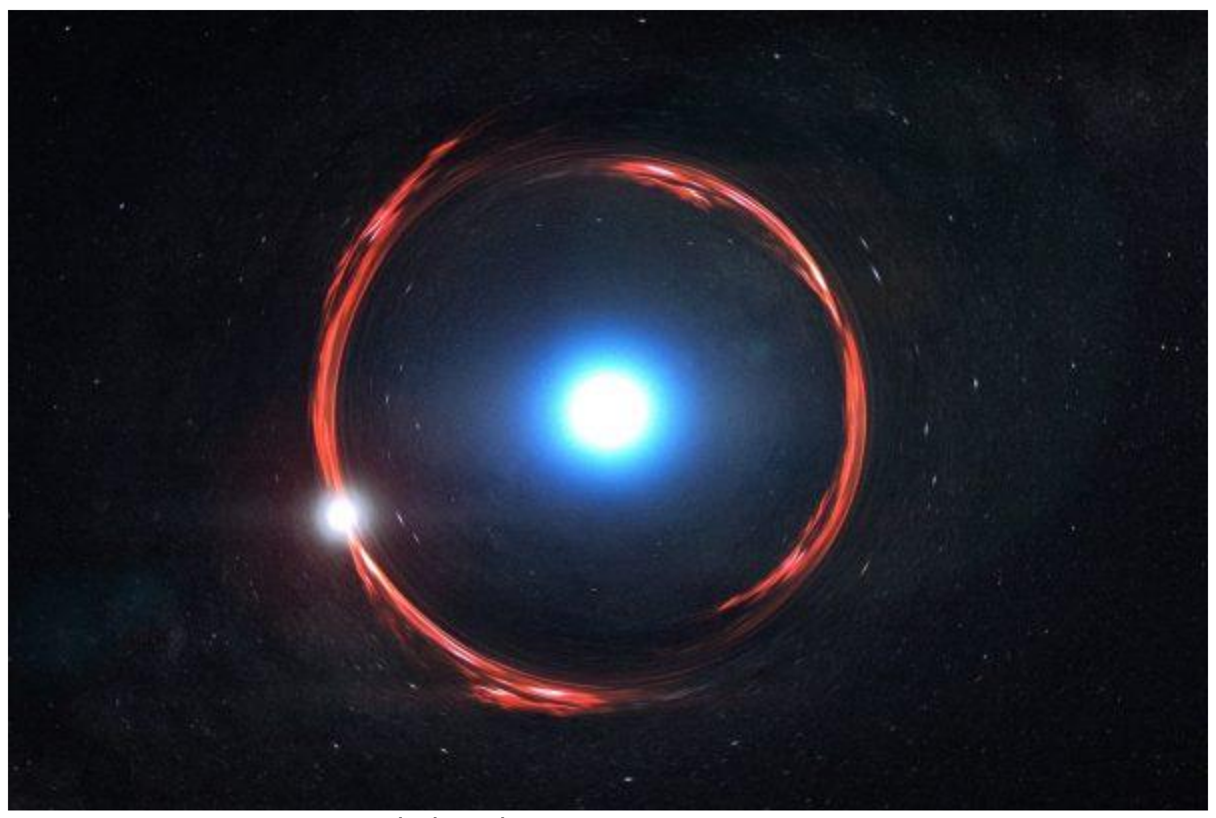
L'image de l'astre est déviée en passant près d'un objet massif : on le voit à côté de sa position réelle ; on peut même, parfois, en voir plusieurs images.

3.4.16.9 Lentilles gravitationnelles

La figure du paragraphe précédent, *Déviation de l'image d'un astre par un objet massif*, montre que si la source et l'observateur sont suffisamment éloignés de la singularité centrale, la déviation des rayons lumineux par le champ gravitationnel de la singularité peut former *deux* images de la source, l'une due aux rayons passant au-dessus, l'autre aux rayons passant en dessous.



Si en plus la source est parfaitement alignée avec un attracteur sphérique, l'observateur voit la source comme *un « anneau d'Einstein » entourant l'attracteur*.



Anneau d'Einstein © GeekMag Creative Commons

Si l'attracteur n'est pas suffisamment sphérique ou trop grand par rapport à la distance à la source, les déviations et déformations peuvent être différentes.

Amplification de la luminosité
La distorsion gravitationnelle amplifie la luminosité des images, effet précieux en astronomie où beaucoup d'images d'objets lointains sont extrêmement peu lumineuses. Cet effet est notamment utilisé pour voir une naine blanche, une étoile à neutrons ou un trou noir lorsqu'ils passent derrière un astre lourd ; il arrive alors que les deux images créées soient si proches que l'instrument d'observation ne peut les séparer et que leurs lumières s'additionnent.

3.4.17 Constante cosmologique

Voir d'abord plus haut le paragraphe *Equation d'Einstein*.

L'équation d'Einstein, écrite précédemment sous une forme concise, peut être développée pour séparer l'énergie-impulsion décrivant la matière $T^{\mu\nu}$ et l'énergie-impulsion décrivant l'espace vide $T_{vide}^{\mu\nu}$:

$$G^{\mu\nu} = 8\pi G(T^{\mu\nu} + T_{vide}^{\mu\nu}), \text{ où } T_{vide}^{\mu\nu} = \frac{\Lambda}{8\pi G} g^{\mu\nu} \text{ et } \frac{\Lambda}{8\pi G} \approx 0.7.\,10^{-26}\, kg/m^3$$

La constante cosmologique Λ, une densité d'énergie négative

Sous cette forme apparaît un terme en Λ (prononcé "grand lambda") qui représente une *densité d'énergie négative* lorsque $\Lambda>0$. Cette densité d'énergie existe même en l'absence de matière, c'est-à-dire dans un espace vide où la densité de matière $\rho=0$.

Einstein a ajouté la constante cosmologique en 1917 à sa théorie de la Relativité générale de 1915, pour que son effet expansif, antigravitationnel $T_{vide}^{\mu\nu}$ sur l'Univers équilibre l'effet attractif du terme $T^{\mu\nu}$, produisant ainsi un espace statique.

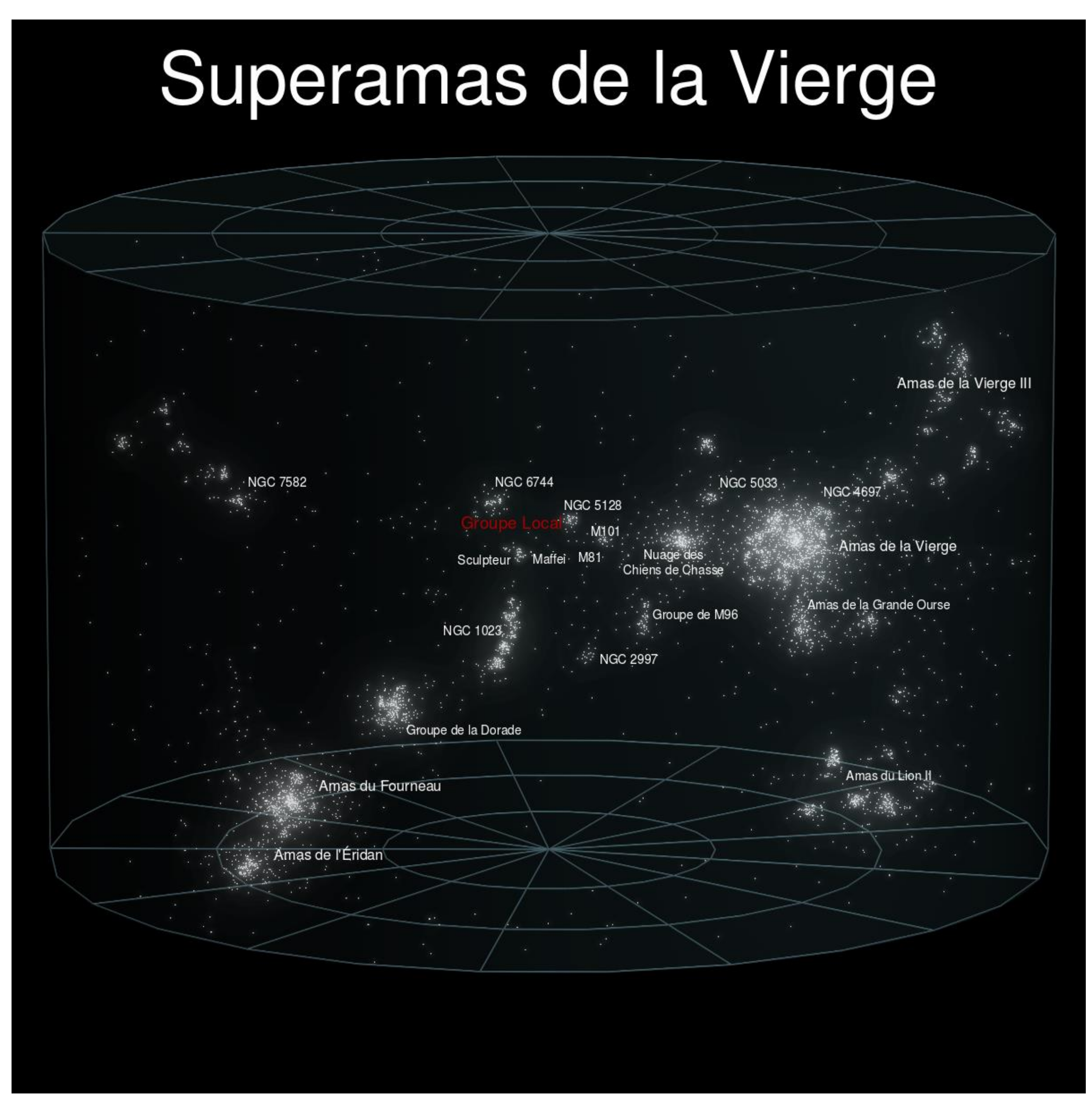
(En 1922, le mathématicien soviétique Alexandre Friedmann abandonna l'hypothèse de l'Univers statique de la Relativité générale et montra (à partir de l'équation d'Einstein) comment l'Univers pouvait évoluer selon les densités d'énergie de la matière, du rayonnement et du vide. Voir *Equation de Friedmann décrivant l'évolution de l'Univers*.)

Einstein accepta les résultats de Friedmann et supprima sa constante cosmologique – à tort, car les découvertes ultérieures l'ont rendue indispensable.

Découverte expérimentalement en 1998, la densité d'énergie négative de la constante cosmologique implique une gravité négative, et une *pression de répulsion de l'espace-temps qui existe même sans masse ni rayonnement, du seul fait de l'existence de cet espace-temps*. La présence de cette constante entraîne :

- Une attraction gravitationnelle un tout petit peu plus faible qu'en l'absence de cette densité d'énergie négative, effet insignifiant en pratique à une échelle allant jusqu'aux amas de galaxies ;
- A l'échelle très grande d'un super-amas de galaxies (des centaines de millions d'années-lumière), l'existence de l'énergie noire, dont l'effet domine celui de la gravitation et qui implique une *expansion accélérée de l'Univers*.

  L'énergie noire représente 73% de l'énergie totale de l'Univers, la matière noire 23% et les 4% restants la matière ordinaire : étoiles, gaz et poussière interstellaires. Nous n'avons pas, en 2018, de connaissances concernant la nature physique de la matière noire et de l'énergie noire ; seul leur effet gravitationnel est observé.



Super-amas de la Vierge : environ 10 000 galaxies étalées sur 200 millions d'années-lumière et représentant environ 10^{15} masses solaires. Notre galaxie fait partie d'un amas local situé près d'une extrémité de ce super-amas entourant l'amas de la Vierge.
© Wikipedia Creative Commons.

3.4.18 Interprétation de l'équation d'Einstein

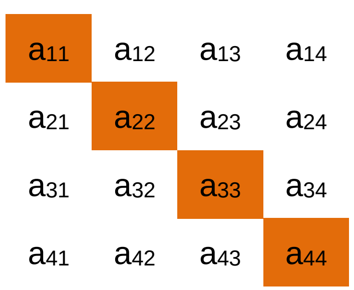
La gravité ne peut pas exister dans un espace-temps de dimension inférieure à 4

En effet, dans un Univers qui a 2 ou 3 dimensions, l'équation d'Einstein sous la forme $R_{\mu\nu} = 0$ entraîne que l'espace-temps doit être plat dans le vide, donc qu'il ne peut y avoir d'interactions gravitationnelles entre deux objets séparés par du vide.
Un espace-temps où il y a des interactions gravitationnelles est donc de dimension au moins égale à 4.

L'équation d'Einstein décrivant la métrique dans l'espace-temps à 4 dimensions est un système de 10 équations différentielles non linéaires du second ordre

Les tenseurs des deux membres de l'équation d'Einstein sont symétriques. Parmi leurs 16 composantes, les 4 formant la diagonale principale sont obligatoires et les

12 restantes ne représentent que 6 composantes distinctes : l'équation d'Einstein décrivant la métrique représente donc *un système de 10 équations différentielles non linéaires du second ordre, portant sur les 10 composantes indépendantes du tenseur métrique symétrique* $g_{\mu\nu}$.



Diagonale principale d'un tenseur 4x4 : les indices de ligne et de colonne sont égaux
La symétrie implique $a_{ij} = a_{ji}$ ($a_{21} = a_{12}$, $a_{31} = a_{13}$,…etc.)

Il n'y a, en fait que 6 équations indépendantes déterminant les 10 composantes
Les composantes de $g_{\mu\nu}$ dépendent en partie du choix arbitraire du référentiel. Comme celui-ci est déterminé par quatre équations arbitraires de transformation des coordonnées de la forme $x'^{\mu} = f^{\mu}(x^{\mu})$, l'équation d'Einstein ne peut imposer, pour déterminer complètement $g_{\mu\nu}$, que 6 contraintes indépendantes sur $g_{\mu\nu}$, auxquelles s'ajoutent les 4 équations du choix arbitraire de coordonnées. Or ces dernières supposent satisfaites les conditions d'homogénéité de l'espace et du temps, ainsi que d'isotropie de l'espace - donc la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement d'un système isolé (voir *Symétries et lois de conservation des 4 types fondamentaux d'interaction*).

L'équation d'Einstein a un nombre indéterminé de solutions… à deviner et vérifier

Il n'existe pas de méthode générale de résolution d'un tel système. Les solutions qu'on trouve sont toutes relatives à un problème physique particulier, où on *devine* une solution et on teste si elle vérifie l'équation d'Einstein. Cette approche utilise des symétries (invariances) physiques connues du problème.

Quand on ne connaît pas de symétrie ou qu'on n'en connaît pas assez, on résout le système d'équations sur un ordinateur, par calcul ; exemples : [B166].

Exemple de difficulté posée par l'équation d'Einstein, cité par [B4] page 249

Une conjecture de 1969 de Roger Penrose est « L'hypothèse de la censure cosmique » [B167], qui s'énonce :

> « Les singularités (comme celle qu'on trouve en $r = 0$ dans l'espace-temps de Schwarzschild) sont toujours cachées derrière un Horizon des événements (situé en $r = 2GM$ dans cet espace), ce qui rend toute singularité inobservable depuis l'extérieur. »

Cette propriété – qui reste à démontrer – est très importante, car si elle était fausse la Relativité générale ne conduirait pas à des prédictions utiles (détails dans [B168]).
Voir *Hypothèse de la censure cosmique.*

3.4.19 Géométrie et évolution de l'Univers résultant de la Relativité générale

3.4.19.1 Facteur d'échelle

L'équation d'Einstein admet une métrique convenant à tout l'Univers. Cette description fait intervenir une notion très importante, le *facteur d'échelle*. Elle :

- Tient compte de l'expansion, en prévoyant un facteur d'échelle *a(t)* à un instant donné t, mesuré par son rapport $a(t)/\bar{r}$ à la distance comobile $\bar{r}$ du point considéré par rapport à l'origine arbitraire (instant présent) $\bar{r}$;

  (Les coordonnées *comobiles* sont définies comme fixes par rapport à un espace en expansion).

- Tient compte de l'homogénéité à grande échelle de l'espace et de son isotropie, ce qui impose une symétrie et une métrique sphériques à un instant donné ;
- Assimile l'espace à un « gaz » de « molécules » (exemple : galaxies) animées de mouvements aléatoires, mais au repos dans son ensemble dans les coordonnées comobiles définies. A tout instant t ce gaz a une pression p_0 et une densité d'énergie ρ_0.

Lire ici la définition des « coordonnées généralisées » $q(\bar{r})$ dans le paragraphe *Représentation de l'évolution d'un système*, sous-titre *Notation habituelle : coordonnées généralisées.*

Compte tenu des hypothèses ci-dessus :

- Les composantes diagonales du tenseur de Ricci pour cette métrique, les seules non nulles, sont (en mettant un de leurs indices en haut) :

$$R_t^t = +\frac{3\ddot{a}}{a} \text{ où } \ddot{a} = \frac{d^2a}{dt^2} \quad \text{(R1)}$$

$$R_{\bar{r}}^{\bar{r}} = \frac{\ddot{a}}{a} + 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} - 2\frac{q"}{qa^2} \text{ où } \dot{a} = \frac{da}{dt} \text{ et } q" = \frac{d^2q}{d\bar{r}^2} \quad \text{(R2)}$$

$$R_\theta^\theta = R_\Phi^\Phi = \frac{2\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{1}{a^2q^2}[1 - (q')^2 - qq"] \text{ où } q' = \frac{dq}{dt} \quad \text{(R3)}$$

- Le tenseur énergie-impulsion pour le gaz de galaxies est :

$$T_\nu^\mu = (\rho_0 + p_0)u^\mu g_{\mu\alpha}u^\alpha + p_0\delta_\nu^\mu - \frac{\Lambda}{8\pi G}\delta_\nu^\mu$$

- Le scalaire énergie-impulsion est :

$$T = T_\nu^\mu = T_t^t + T_{\bar{r}}^{\bar{r}} + T_\theta^\theta + T_\Phi^\Phi = -(\rho_0 - 3p_0) - \frac{4\Lambda}{8\pi G}$$

- L'équation d'Einstein décrivant le comportement gravitationnel de l'Univers n'a plus que deux composantes de tenseur non nulles :

$$R_t^t = -4\pi G(\rho_0 + 3p_0) + \Lambda \quad \text{(a)}$$

$$R_r^r = R_\theta^\theta = R_\phi^\phi = 4\pi G(\rho_0 - p_0) + \Lambda \quad \text{(b)}$$

3.4.19.2 Evolution de l'Univers en coordonnées généralisées $q(\bar{r})$

Sachant qu'il faut dans l'équation (b) $R^r_r = R^\theta_\theta$, on peut en déduire l'équation différentielle en coordonnées généralisées $q(\bar{r})$:

$$(q')^2 - qq'' = 1$$

Les 3 coordonnées $q(\bar{r})$ suivantes satisfont cette équation, où R est une constante :

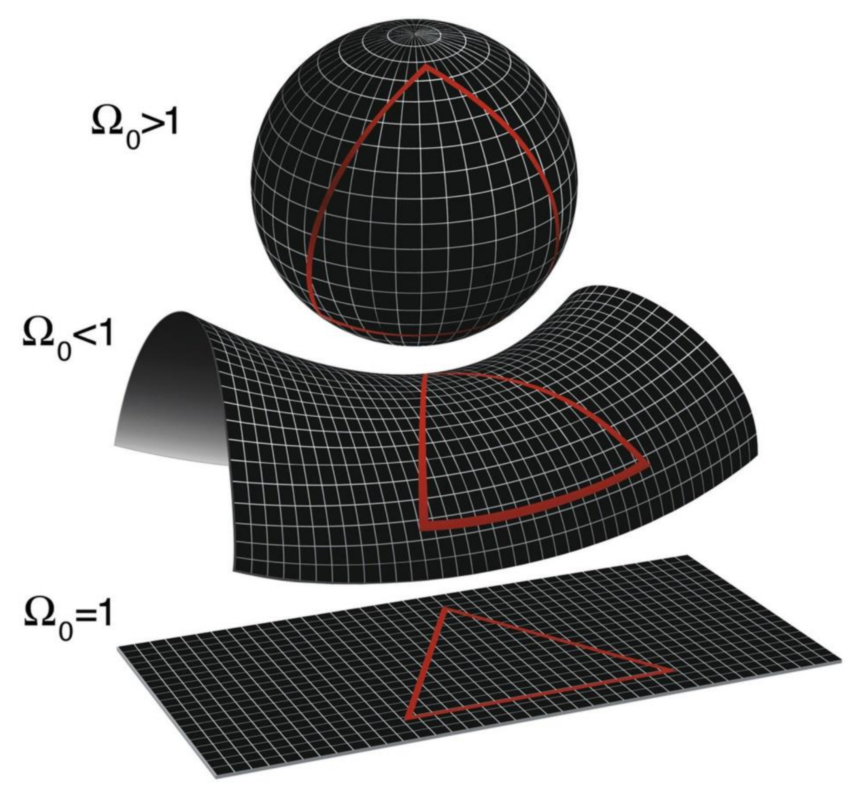
$$q(\bar{r}) = R\sin(\bar{r}/R) \qquad (1)$$
$$q(\bar{r}) = \bar{r} \qquad (2)$$
$$q(\bar{r}) = R\,sh(\bar{r}/R) \qquad (3)$$

Il y a donc 3 métriques en coordonnées sphériques (et 3 seulement) satisfaisant l'équation d'Einstein pour un gaz de galaxies remplissant l'Univers.
En posant $\chi = \bar{r}/R$, ces métriques sont :

A) $ds^2 = (aR)^2(d\chi^2 + \sin^2\chi d\Phi^2)$ pour le cas (1), cas d'un *espace courbe sphérique*
C'est la métrique du plan équatorial $\theta = \pi/2$ d'une sphère de rayon aR.
Dans ce cas, l'Univers est dit « fermé » et il a un volume fini.

B) $ds^2 = dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\Phi^2)$ pour le cas (2), la distance à l'origine étant $r = a\bar{r}$
C'est la métrique d'un *espace plat* en coordonnées sphériques.
Dans ce cas, l'Univers est dit « ouvert » et il a nécessairement un volume infini pour être homogène.

C) $ds^2 = (aR)^2(d\chi^2 + sh^2\chi d\Phi^2)$ pour le cas (3), cas d'un *espace courbe hyperbolique* ressemblant à une selle.
Dans ce cas aussi, l'Univers est dit « ouvert » et il a nécessairement un volume infini pour être homogène.



Les 3 formes possibles de l'Univers : sphérique, hyperbolique et plat
Crédit : NASA/WMAP

Lorsqu'on définit la « ligne droite » tracée sur une surface comme le plus rapide chemin entre deux points donnés, celui qu'emprunte la lumière, la somme des angles d'un triangle est :

- Supérieure à 180° sur une surface sphérique ;
- Egale à 180° dans un plan ;
- Inférieure à 180° dans un espace hyperbolique.

Nous postulons toujours, en cosmologie, que l'Univers a un chemin unique choisi par la lumière pour aller d'un point à un autre, donc que nous devrions ne voir qu'une seule image d'un astre. S'il y avait plusieurs chemins, comme les mathématiciens l'imaginent parfois, des images multiples seraient possibles : si l'espace était torique, par exemple, la lumière pourrait parcourir plusieurs chemins depuis un certain astre, et nous en verrions plusieurs images dans des directions différentes. Le nombre de galaxies lointaines étant immense sur une photo, nous pourrions aisément nous tromper en ne remarquant pas certaines images multiples ou en considérant comme images multiples des configurations qui n'en sont pas.

L'équation d'Einstein prévoit donc 3 géométries possibles de l'Univers.
Dans un Univers fermé, un déplacement toujours dans le même sens finirait par revenir au point de départ : on devrait retrouver des amas de galaxies déjà vus en regardant le plus loin possible dans deux directions opposées, c'est-à-dire des images multiples d'un même amas. Les explorations faites n'ont pas trouvé de telle répétition, mais cet argument n'est pas probant : l'Univers est bien plus grand que sa partie observable (voir paragraphe *Les trois rayons de l'Univers*), nous sommes certains de ne pas avoir regardé partout. *Avec ce que nous avons vu* l'Univers n'est

pas fermé, mais nous n'avons pas pu regarder infiniment loin pour avoir une certitude. L'Univers pourrait être sphérique, mais si grand que la petite partie que nous en voyons nous paraît plate.

La Relativité générale est une théorie *locale* : elle décrit la courbure de l'espace au voisinage de tout point arbitraire, compte tenu de la matière-énergie dont l'effet gravitationnel s'y fait sentir. Elle ne décrit pas la géométrie de l'Univers dans son ensemble, c'est-à-dire sa *topologie*.

Les 3 géométries d'espace prévues par la Relativité générale, les seules possibles pour elle, sont compatibles avec plusieurs topologies. Les mêmes équations métriques locales pourraient décrire un Univers plan ouvert, un Univers sphérique fermé et un Univers torique fermé aussi.

3.4.19.3 Equations d'état de l'Univers considéré comme un « gaz » de galaxies

En combinant les équations (R1), (R2) et (R3) et les équations (a) et (b) on trouve les relations entre le facteur d'échelle *a(t)*, qui a pour dérivées $\dot{a}(t)$ et $\ddot{a}(t)$, le couple de paramètres du gaz ρ_0 et p_0, et la constante cosmologique Λ :

$$\frac{3\ddot{a}}{a} = -4\pi G(\rho_0 + 3p_0) + \Lambda \qquad \text{(EE1)}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} + 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{2K}{a^2} = 4\pi G(\rho_0 - p_0) + \Lambda, \qquad \text{(EE2)}$$

où $K = \mp\frac{1}{R^2}$ et *R* est le facteur de courbure de l'espace.

On appelle *équation d'état* la relation entre la pression *p* du gaz de galaxies et sa densité d'énergie ρ. Or la conservation de l'énergie dans un volume homogène de gaz en expansion qui a un nombre de galaxies constant a pour conséquence :

$$\frac{d}{dt}(\rho_0 a^3) = -p_0 \frac{d}{dt}(a^3) \qquad \text{(EE3)}$$

car la variation d'énergie (travail) *dU* due à la variation de volume *dV* d'un gaz dont la pression est p_0 est $dU = - p_0 dV$ (1ère loi de la thermodynamique).

Les 3 types de densité d'énergie de l'Univers

La densité d'énergie dépend de son origine : matière ρ_m, rayonnement ρ_r ou vide ρ_v.

- La *matière* est celle de la masse des galaxies et de la matière noire.

  Cette énergie est non-relativiste, car la vitesse de cette matière par rapport aux galaxies lointaines est de l'ordre de 100 km/s, très faible par rapport à la vitesse de la lumière. Cette vitesse faible entraîne une pression de gaz faible devant sa densité d'énergie : les "molécules" galaxies se comportent donc comme une poussière de pression nulle.

  L'équation (EE3) entraîne donc $\frac{d}{dt}(\rho_m a^3) = 0$, d'où $\rho_m a^3$ = constante = ρ_{m0}.

  La densité d'énergie ρ_m de l'Univers est inversement proportionnelle au cube du facteur d'échelle *a*.

- Le *rayonnement* est celui d'un gaz de photons, neutrinos, etc. Les particules très relativistes de ce gaz respectent une relation entre pression p_r et densité d'énergie ρ_r : $p_r = \frac{1}{3}\rho_r$. Donc, d'après l'équation (EE3) : $\rho_r a^4$ = constante = ρ_{r0}.

  La densité d'énergie du rayonnement ρ_r est inversement proportionnelle à la puissance 4 du facteur d'échelle *a*.

  Ce gaz étant en équilibre thermique avec un environnement à la température T, a une densité d'énergie proportionnelle à T^4 (loi de Stefan-Boltzmann). Puisque $\rho_r a^4$ = constante, la température effective de ce gaz de photons varie selon la loi Ta = constante :

  La température absolue *T* de tout rayonnement varie comme l'inverse du facteur d'échelle *a*.

  Conséquence : ***l'expansion de l'Univers a entraîné un refroidissement***.

- *L'énergie du vide* associée à la constante cosmologique s'ajoute tout simplement à celles qui interviennent déjà dans l'énergie-impulsion, sa densité d'énergie est prise en compte comme les autres.

  Puisque le tenseur énergie-impulsion pour l'énergie du vide est :

  $$T^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu}\frac{\Lambda}{8\pi G}\text{, on a : } \rho_v = T^{tt} = -g^{tt}\frac{\Lambda}{8\pi G} = +\frac{\Lambda}{8\pi G}$$

  La densité d'énergie du vide est constante ; elle ne varie pas avec le facteur d'échelle.

  Conséquence importante : l'espace-temps a pu se dilater, lors de l'inflation, à densité d'énergie constante, donc *en créant de l'énergie à partir de l'énergie potentielle du vide, qui diminue d'autant*.

Critique

La Relativité générale qu'Einstein a proposée en 1915 décrit un espace courbe de l'Univers à un instant donné, sans se préoccuper d'évolution : *c'est une théorie statique de l'Univers*.

Pression du vide

La pression du vide est : $p_v = (T^{\bar{r}}_{\bar{r}})_{vide} = -\frac{\Lambda}{8\pi G}$

3.4.19.4 Equation de Friedmann décrivant l'évolution de l'Univers

Alexandre Friedmann était un mathématicien et astrophysicien russe. Avant ses travaux, la Relativité générale décrite par Einstein et de Sitter était une cosmologie statique ; Friedmann y ajouta une dimension évolutive.

Dans le modèle dynamique de l'Univers de Friedmann, la densité d'énergie *a(t)* est toujours la même partout, préservant l'homogénéité, mais elle peut changer avec l'expansion. Friedmann n'avait pas besoin de constante cosmologique Λ, mais il étudia les solutions sans elle et avec elle.

A partir des équations (EE1) et (EE2) on peut déduire l'équation de Friedmann en posant $\rho_0 = \rho_m + \rho_r$ et en écrivant le terme d'énergie du vide sous forme de densité d'énergie :

$$\dot{a}^2 - \frac{8\pi G}{3}(\rho_m + \rho_r + \rho_v)a^2 = K$$

où $K = \mp\frac{1}{R^2}$ et *R* est le facteur de courbure de l'espace.

Dans cette équation, les densités de la matière et du rayonnement dépendent du facteur d'échelle *a(t)*, donc du temps, et *a(t) = 1* aujourd'hui. On peut donc récrire l'équation de Friedmann sous la forme :

$$\dot{a}^2 - \frac{8\pi G}{3}(\frac{\rho_{m0}}{a^3} + \frac{\rho_{r0}}{a^4} + \rho_v)a^2 = K \qquad \text{(F)}$$

où ρ_{m0} et ρ_{r0} désignent les densités de matière et de rayonnement actuelles, et la densité d'énergie ρ_v est constante lorsque le temps varie. Une solution de cette équation décrit l'évolution du facteur d'échelle *a(t)* en fonction du temps, c'est-à-dire l'éventuelle expansion ou contraction de l'Univers dans son ensemble.

Un précurseur de l'expansion de l'Univers et du Big Bang

Friedmann utilisa son équation pour calculer l'âge de l'Univers, instant avant l'expansion où il était réduit à un point, et trouva plusieurs dizaines de milliards d'années avec les données imprécises dont il disposait. Mort en 1925, il ne savait pas que Hubble prouverait expérimentalement cette expansion en 1929 (voir plus bas le paragraphe *L'univers en expansion*).

3.4.19.4.1 Paramètre et constante de Hubble – Densité critique Ω

La difficulté de mesurer les distances astronomiques

Les étoiles sont si loin qu'il est extrêmement difficile de mesurer avec précision leur distance par triangulation. La méthode courante mesure l'angle que fait la direction de l'étoile avec la direction du Soleil depuis deux positions diamétralement opposées de l'orbite terrestre. Elle construit donc un triangle ayant comme base un diamètre d'orbite terrestre d'environ 300 millions de km et des côtés d'au moins 4.2 années-lumière, distance de l'étoile la plus proche, soit 140 000 fois plus. Voir [B174].

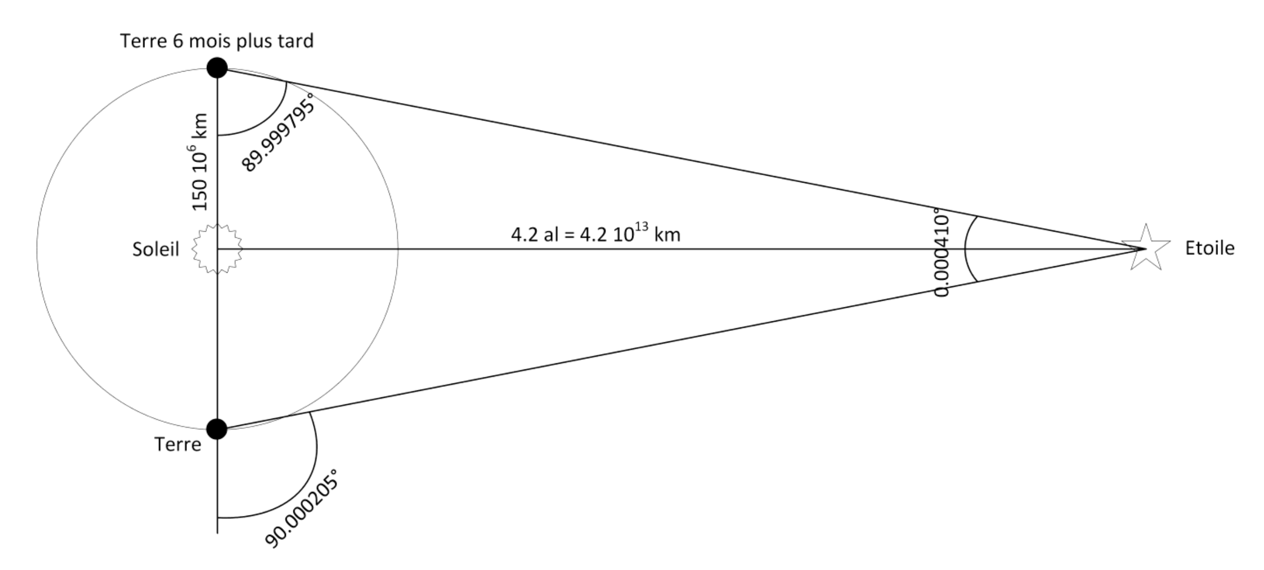
Définitions

- On appelle *unité astronomique* (abréviation : ua) la valeur moyenne du rayon de l'orbite terrestre : 149 597 870.700 km (~150 millions de km)
- On appelle *parallaxe stellaire* d'une étoile l'angle sous lequel on voit l'unité astronomique de distance (le rayon de l'orbite terrestre) depuis cette étoile.

  Exemple : la parallaxe stellaire de l'étoile Proxima Centauri (la plus proche de la Terre, située à 4.2 années-lumière (al) est ~0.0000205 degré (exactement : 0.7687 seconde d'arc).
- On appelle *parsec* (abréviation : pc) la distance depuis laquelle on voit l'unité astronomique sous un angle de 1 seconde d'arc – *1 pc = 3.2616 al*.

  On utilise aussi les fractions de seconde d'arc :
  - la seconde d'arc (abréviations : arcsec, asec, as)
  - le millième de seconde d'arc (abréviation : mas) valant 1/3600000 de degré d'arc.

- etc.



Parallaxe stellaire de l'étoile Proxima Centauri : 0.000204 degré d'arc

Les distances des galaxies

Notre galaxie, la Voie lactée, a 100 000 al de diamètre. La galaxie la plus proche (qui n'est pas satellite de la Voie lactée) est Andromède (aussi appelée M31), à 2.5 millions d'al. Voir la page *L'échelle des distances dans l'Univers* dans [B163]

La mesure précise de distances de galaxies n'a été possible, à ce jour, que jusqu'à ~500 al ([B174]). Il existe d'autres méthodes de mesure ; exemple : les *céphéides*, étoiles dont on connaît la luminosité *absolue* d'après la période de variation de cette luminosité. En mesurant la luminosité *apparente* d'une céphéide, on peut calculer sa distance. On mesure donc, dans une galaxie, la luminosité apparente d'une ou plusieurs céphéides dont on connaît la période et on obtient la distance de cette galaxie. Mais cela suppose la possibilité de *résoudre* l'image de la galaxie, c'est-à-dire d'en isoler des céphéides. Cela n'est possible que jusqu'à une certaine distance, et dans les directions où il n'y a pas trop de poussière interstellaire qui diminue ou même masque l'éclat des astres ; heureusement, les céphéides sont des étoiles très brillantes…

Par bonheur, il est facile de connaître la vitesse relative des galaxies, c'est-à-dire la vitesse à laquelle elles s'approchent ou s'éloignent de nous, en mesurant leur *redshift* - terme consacré pour le décalage des raies spectrales de la lumière qui nous en parvient. Voir plus bas le paragraphe *L'univers en expansion*.

La loi de Hubble déduite de celle de Friedmann

Compte tenu du facteur d'échelle *a*, une galaxie située à la distance $\bar{r}$ de l'origine est en fait à la distance $d = a\bar{r}$. Cette distance augmente du fait de l'expansion comme le facteur d'échelle *a*, c'est-à-dire à la vitesse $v = \dot{a}\bar{r} = \frac{\dot{a}}{a}d = Hd$ en posant $H = \frac{\dot{a}}{a}$.
On trouve l'équation de Hubble (voir plus bas *Loi de Hubble : vitesse d'expansion de l'Univers*) à un détail important près : la "constante" *H* n'est pas constante, puisque c'est le rapport de deux fonctions du temps, $\dot{a}$ et *a* : *H* dépend donc du temps *t.*

Paramètre de Hubble et constante de Hubble
Hubble a trouvé H constant parce qu'il n'a mesuré que la vitesse d'éloignement de galaxies proches, dont l'image date de peu d'années par rapport à l'âge de l'Univers. L'auteur de [B4] propose donc (page 310) d'appeler ce H déduit de l'équation de Friedmann *paramètre de Hubble*, en réservant la constante H_0 à la valeur mesurée par Hubble aujourd'hui (pour $a = 1$) à l'éloignement de galaxies proches.

3.4.19.4.2 Equation d'expansion de l'Univers

On peut calculer H_0 à partir de l'équation de Friedmann (F) en divisant ses deux membres par $\dot{a}^2$ et en l'appliquant au temps présent par $a = 1$:

$$1 - \frac{8\pi G}{3{H_0}^2}(\rho_{m0} + \rho_{r0} + \rho_v) = \frac{K}{{H_0}^2} \qquad \text{(EXP)}$$

où $|K| = \frac{1}{R^2}$, R étant le facteur de courbure global de l'espace.

Dans cette équation le signe de K détermine le type de courbure, mais l'ensemble du signe et de la valeur absolue dépendent de la densité d'énergie totale de l'Univers

$$\rho_{tot} = \rho_{m0} + \rho_{r0} + \rho_v$$

- Si $\rho_{tot} \geq \frac{3{H_0}^2}{8\pi G}$ alors $K < 0$ et la géométrie de l'espace de l'Univers (sans sa dimension temps) est sphérique avec un rayon $= \frac{a}{\sqrt{|K|}}$.
- Si $\rho_{tot} < \frac{3{H_0}^2}{8\pi G}$ alors $K > 0$ et la géométrie de l'espace de l'Univers est hyperbolique, en forme de selle : voir *Evolution de l'Univers en coordonnées généralisées q(r̄)*.
- Si $\rho_{tot} = \frac{3{H_0}^2}{8\pi G}$ alors $K = 0$ et la géométrie de l'espace de l'Univers est plate, c'est-à-dire euclidienne.

<u>Densité critique d'énergie et paramètre de courbure de l'espace</u>

On définit donc la *densité critique d'énergie* $\rho_c = \frac{3{H_0}^2}{8\pi G}$ et on prend l'habitude de comparer les densités d'énergie de matière, de rayonnement et du vide à ρ_c au moyen des 3 paramètres sans dimension $\Omega_{m,\,r,\,v}$ définis par :

$$\Omega_m = \frac{\rho_{m0}}{\rho_c}, \qquad \Omega_r = \frac{\rho_{r0}}{\rho_c}, \qquad \Omega_v = \frac{\rho_v}{\rho_c} \qquad (\Omega)$$

En posant $\Omega_k = \frac{K}{{H_0}^2}$ le *paramètre de courbure de l'espace* l'équation (EXP) devient :

$$1 - (\Omega_m + \Omega_r + \Omega_v) = \Omega_k$$

- Si $\Omega_k > 0$ alors la géométrie de l'espace de l'Univers est hyperbolique ;
- Si $\Omega_k < 0$ alors la géométrie de l'espace de l'Univers est sphérique ;
- Si $\Omega_k = 0$ alors la géométrie de l'espace de l'Univers est plate, c'est-à-dire euclidienne.

Equation d'expansion de l'Univers

En divisant les deux membres de l'équation (F) par ${\dot{a}_0}^2 = {H_0}^2$ l'équation de Friedmann devient l'équation d'expansion de l'Univers :

$$\left(\frac{1}{H_0}\frac{da}{dt}\right)^2 = \Omega_k + \frac{\Omega_m}{a} + \frac{\Omega_r}{a^2} + \Omega_v a^2 \quad \textit{(EU)}$$

Cette équation décrit l'évolution du facteur d'échelle *a* en fonction du temps et l'influence de la courbure de l'espace. Elle peut être interprétée comme une équation de conservation de l'énergie à une dimension *a(t)*, où :

- $(\frac{1}{H_0}\frac{da}{dt})^2$ est le terme d'énergie cinétique ;
- Le paramètre de courbure Ω_k est l'énergie totale conservée ;
- L'opposé de $(\frac{\Omega_m}{a} + \frac{\Omega_r}{a^2} + \Omega_v a^2)$ est une énergie potentielle fonction de *a*.

Avec cette interprétation la matière se comporte comme une simple force gravitationnelle attractive, le rayonnement comme un potentiel associé à une force attractive en $\frac{1}{a^3}$ et l'énergie du vide comme une force répulsive de type ressort.

3.4.19.4.3 Problème de l'espace plat, c'est-à-dire de courbure nulle

Les mesures de Ω_k donnent des valeurs extrêmement proches de zéro, dont on peut conclure que **l'Univers en expansion actuel est plat, c'est-à-dire euclidien** ; ou s'il n'est pas plat, il est sphérique avec un rayon si grand qu'on peut considérer comme plat tout l'Univers observable âgé de 13.8 milliards d'années, avec ses 10^{12} galaxies.

L'amplification automatique de Ω_k

Cette valeur faible de Ω_k est d'autant plus remarquable qu'on démontre que lorsque l'Univers n'était âgé que de 1 microseconde Ω_k était 10^{22} fois plus petit que notre valeur actuelle déjà faible : *l'Univers était encore plus plat en ce temps-là !* Si Ω_k était, à cette époque, ne serait-ce qu'un tout petit peu différent de zéro, le temps passant aurait fortement amplifié cet écart, rendant l'Univers très sphérique ou très hyperbolique en quelques centaines de millions d'années, tellement que l'humanité n'existerait pas ; or il est plat depuis près de 14 milliards d'années !

La précision étonnante de la valeur $\Omega_k = 0$ est appelée *Problème de l'espace plat* ; l'existence de ce problème est la raison d'une critique de la théorie de la Relativité générale, **l'instabilité du modèle d'Univers**. Voir [B203] et *Principe anthropique*.

L'explication nécessaire est *l'inflation, qui a dilaté des milliards de milliards de fois l'Univers minuscule plat initial sans changer la place relative de chaque particule,* c'est-à-dire sans changer aucune relation de causalité physique par proximité. Nous verrons cela plus bas dans *Conséquences de l'inflation*.

3.4.19.5 Evolutions théoriques possibles de l'Univers

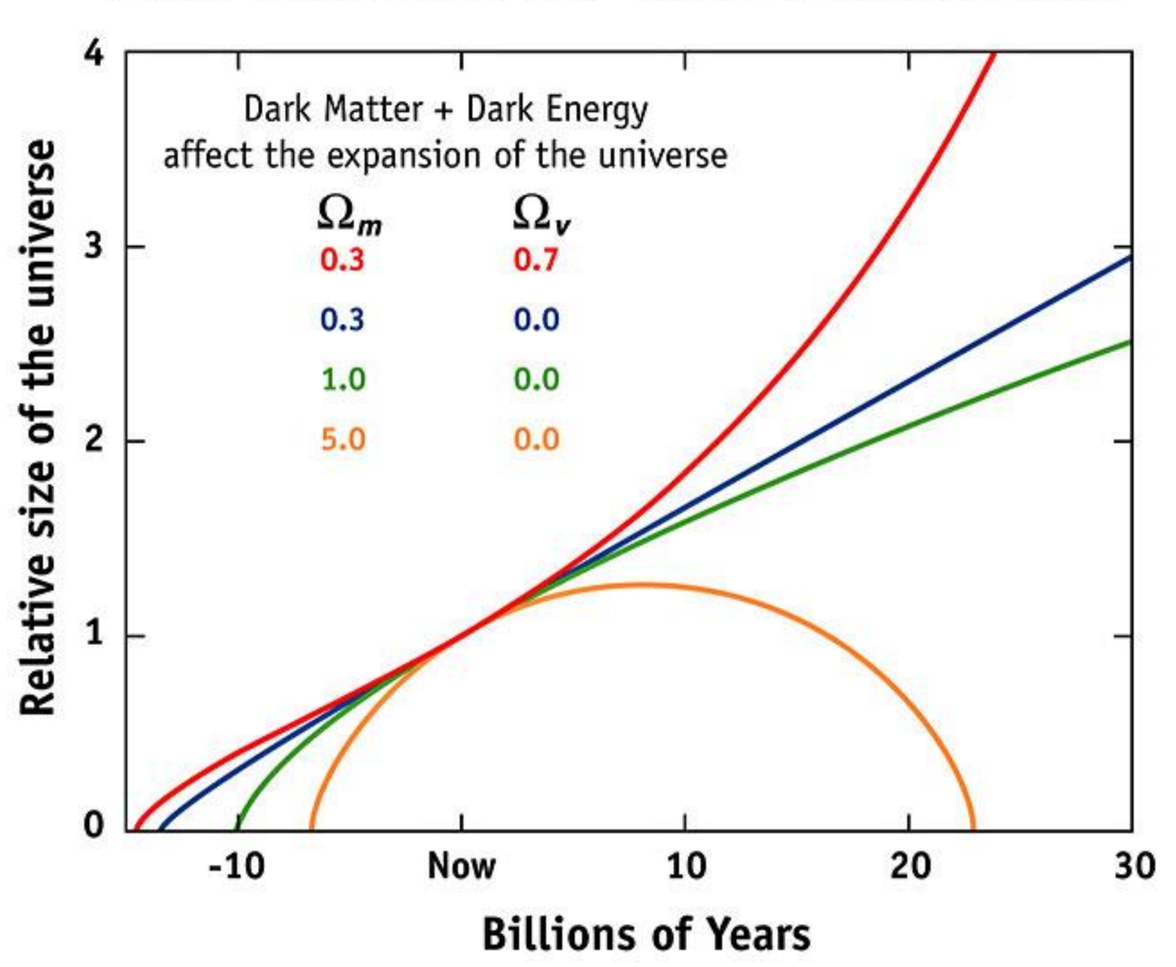
Dans l'équation (Ω) du paragraphe *Densité critique d'énergie et paramètre de courbure de l'espace* ci-dessus, posons :

$$\Omega = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_v$$

$\Omega_r = 0.000084$ étant actuellement très faible par rapport à $\Omega_m = 0.272$, considérons-le comme incorporé dans Ω_m. Il reste :

$$\Omega = \Omega_m + \Omega_v$$

Selon les valeurs de Ω, l'évolution dans le temps du rayon de l'Univers est schématisée par les graphiques ci-dessous, dus à la NASA :



Evolutions possibles de l'Univers selon la valeur de Ω

En abscisses : le temps, en milliards d'années ;
en ordonnées : la taille relative de l'Univers par rapport à notre Univers actuel.
Ω_m et Ω_v représentent des proportions relatives de la densité totale $\Omega = \Omega_m + \Omega_v$:

- Ω_m provenant de la masse de matière (baryonique + non-baryonique), visible (étoiles, poussières) ou invisible (matière noire), masse qui exerce une force d'attraction gravitationnelle ;
- Ω_v provenant de *l'énergie du vide* (dite : noire) due à l'espace lui-même (évoquée plus bas). Cette énergie exerce une force de pression gravitationnelle négative, qui provoque une expansion accélérée de l'Univers ;
- La courbe **rouge** représente le cas où la majeure partie de la densité (70 %) vient de l'énergie noire et où l'expansion de l'Univers (ouvert) accélère. Nous

savons depuis 1998 (prix Nobel de physique 2011) que *c'est le cas de l'Univers réel*. La courbure de l'espace est si faible qu'il nous paraît plat : $\Omega \sim 1$.

- La courbe **bleue** est un cas théorique où Ω est faible et il n'y a pas d'énergie noire. L'Univers est alors aussi ouvert, mais son expansion ralentit.
- La courbe **verte** est aussi un cas théorique où Ω a la valeur critique de 1 et il n'y a pas d'énergie noire. L'Univers est ouvert et son expansion ralentit.
- La courbe **orange** est un cas théorique où Ω est si fort que la gravitation finit par faire se contracter l'Univers, qui se réduira un jour à un point, situation appelée *Big Crunch*.

3.4.19.6 Evolution de l'Univers résultant des recherches les plus récentes

La densité d'énergie constatée est si proche de la densité critique que les scientifiques considèrent l'Univers comme *plat* et *ouvert*.

L'expansion actuelle accélère, après avoir décéléré après le Big Bang pendant 8 à 9 milliards d'années.

Avec $\Omega_m = 0.272$, $\Omega_r = 0.000084$ et $\Omega_v = 0.728$, les calculs montrent l'évolution :

t en milliards d'années	*a(t)*
0	0.00
1.7	0.20
5.0	0.45
7.5	0.60
10.0	0.75
aujourd'hui 13.8	1.00
20.0	1.53
23.0	1.90

Accélération de l'expansion :
valeurs du facteur d'échelle *a* en fonction du temps

3.4.19.7 Densité de matière de l'Univers à très grande échelle

A grande échelle, l'Univers a une densité de 6 atomes d'hydrogène par mètre cube

La Relativité générale prévoit que l'espace adopte une forme qui dépend du rapport $\Omega = \rho/\rho_0$ entre la densité de matière-énergie ρ et une densité critique $\rho_0 = 9.10^{-27}$ kg/m^3 (pour une constante de Hubble $H = 67.15$ *km/s/Mpc*, valeur qui a changé avec le temps). Sachant que la masse d'un atome d'hydrogène est de $1.67.10^{-27}$ *kg*, on voit que la densité critique ρ_0 correspond à environ 6 atomes d'hydrogène par m^3.

3.4.20 Preuves expérimentales de la Relativité générale

Source : [B5] article *Ondes gravitationnelles*

Nous avons déjà vu les paragraphes suivants :

- *Précession du périhélie des orbites des planètes* ;
- *Déviation de la lumière d'étoiles par la gravité solaire.*

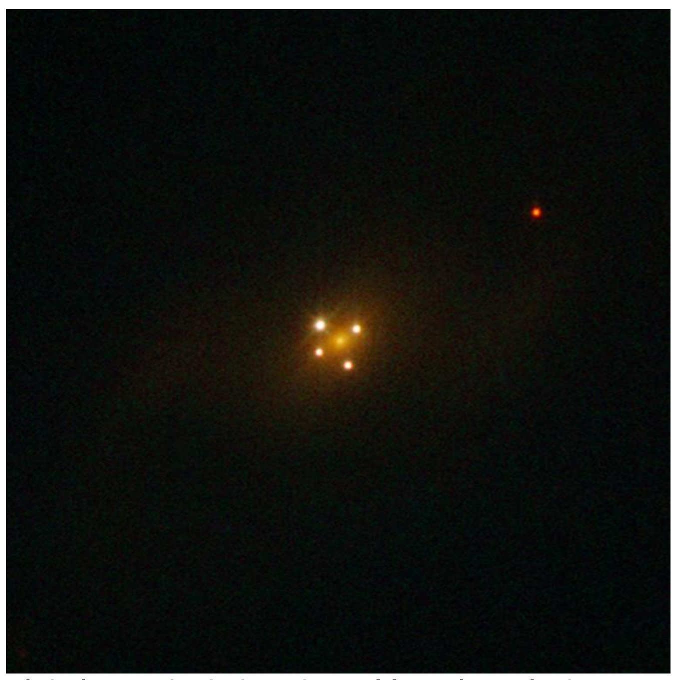
En voici d'autres.

3.4.20.1 Décalage des fréquences dans un champ gravitationnel – Effet Einstein

Appelé *effet Einstein*, ce décalage a été mesuré dans des expériences terrestres entre des noyaux émetteurs et des noyaux identiques placés à quelques dizaines de mètres de distance verticale ; la prédiction théorique a été vérifiée avec une précision de 5% environ. Elle a également été vérifiée dans l'observation du spectre émis par la surface de l'étoile naine blanche Sirius B.

3.4.20.2 Mirages gravitationnels

Un astre (étoile, galaxie) visible *A*, se trouvant sur la ligne de visée d'un astre très massif plus proche *P*, parfois invisible comme un trou noir, est souvent vu sous forme de plusieurs images A_1, A_2, etc. Ces mirages témoignent de la déviation des rayons lumineux dans un champ gravitationnel.



Mirage gravitationnel de la "Croix d'Einstein" créé par la Galaxie UZC J224030.2+032131
© NASA – Hubble Space Telescope 23/01/2012 – Creative Commons

Le champ gravitationnel de la galaxie au centre, UZC J224030.2+032131 (distance : 1 milliard d'années-lumière), dévie et amplifie la lumière d'un quasar lointain (distance : 11 milliards d'années-lumière) situé derrière, créant les 4 images qui l'entourent. La différence d'alignement de la galaxie et du quasar est seulement de 0.05 seconde d'arc, permettant l'effet de lentille gravitationnelle qui crée le mirage.

3.4.20.3 Retard des signaux passant près du Soleil (effet Shapiro)

On a vérifié que l'écho radar d'une planète (Mercure), d'une sonde spatiale (Mariner-6 et 7) ou des stations Viking sur Mars met plus de temps à revenir sur la Terre si l'onde radar passe près du Soleil. Ce retard est causé par le champ gravitationnel du Soleil, qui allonge le trajet lumineux et ralentit l'écoulement du temps ; c'est *l'effet Shapiro* (détails : [B265]).

3.4.20.4 Ondes gravitationnelles (effet Einstein)

3.4.20.4.1 Pulsar

<u>Définition</u>

Le mot pulsar, abréviation de *pulsating radio star*, désigne une étoile qui émet des trains d'ondes électromagnétiques de fréquence radio groupés en pulsations très rapides de période extrêmement régulière. Ces ondes sont détectées par des radiotélescopes comme celui que nous avons en France à Nançay.



Radiotélescope de Nançay (l'un des plus grands du monde) - © Creative Commons
Réflecteur plan : 200m x 40m en10 panneaux indépendants entraînés par des treuils.
2ème réflecteur : sphère de rayon 560m centrée à 100m du réflecteur plan.
3 antennes sur un chariot focal roulant sur une voie ferrée de 100 m de long ;
3 bandes de fréquences ~1400 Mhz (21cm), ~1660 Mhz (18cm) ~3330 Mhz (9cm)

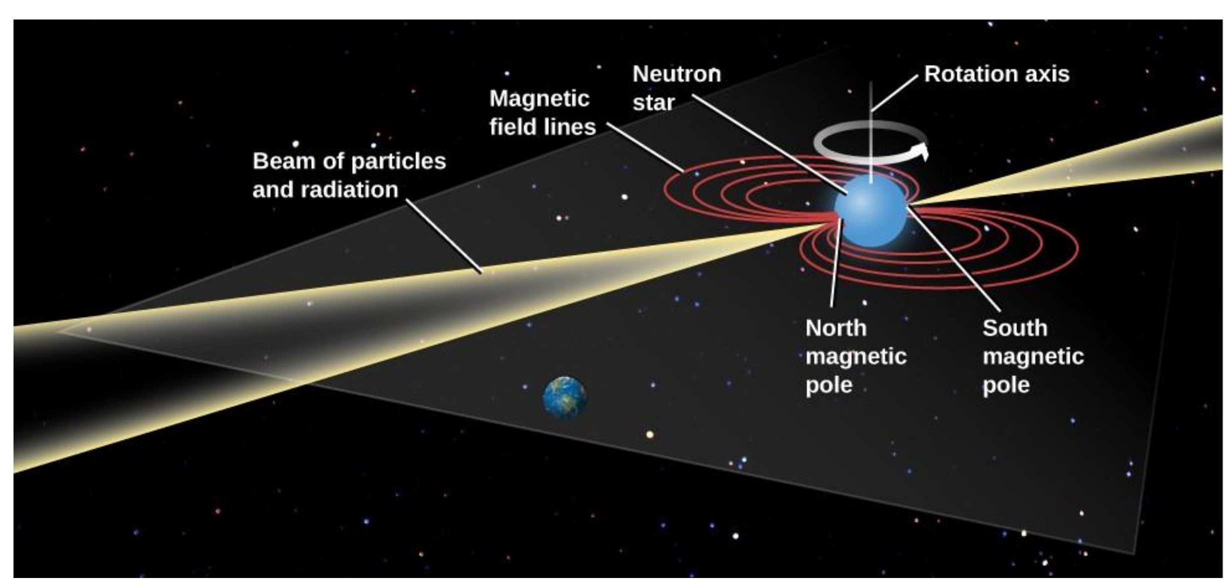
<u>Caractéristiques d'un pulsar</u>

- Etoile à neutrons (donc extrêmement dense, composée presque entièrement de neutrons et d'un diamètre ne dépassant guère 20 km).

- Masse entre 1.18 et 1.97 fois celle du Soleil, la plupart ~1.35 fois.
- Formation : effondrement sous son propre poids du noyau d'une étoile qui explose en supernova et subit une fantastique compression gravitationnelle.

  Les neutrons de la surface de l'étoile se décomposent en protons et électrons, et subissent un champ magnétique de l'ordre de 10^{12} gauss (colossal, comparé au champ magnétique terrestre de ~0.5 gauss). Ce champ magnétique entoure l'étoile et tourne avec elle.
- Les particules chargées sont accélérées par le champ magnétique à des vitesses approchant la vitesse de la lumière, *c*, et émettent des ondes électromagnétiques par *rayonnement synchrotron*. Ces ondes, sortant des pôles magnétiques de l'étoile sous forme de faisceaux très étroits, tournent avec elle.

  Lorsqu'un de ces faisceaux atteint la Terre, elle reçoit une bouffée d'ondes radio.



Principe d'un pulsar – Licence Creative Commons
En général, l'axe des pôles magnétiques et des faisceaux est bien moins incliné par rapport à l'axe de rotation nord-sud que celui de la figure

<u>Fréquences des bouffées d'ondes d'un pulsar</u>

La période d'un pulsar donné, intervalle de temps entre deux bouffées reçues, *est extrêmement stable*, variant entre 11.8 secondes et 1.3 milliseconde (correspondant à une étoile qui tourne sur elle-même 716 fois par seconde. Cette vitesse de rotation est limitée à ~3000 tours/seconde par la force centrifuge qu'elle génère à l'équateur, qui pourrait la faire se disloquer malgré l'énorme force gravitationnelle.

Conformément à la Relativité générale, la période d'un pulsar décroît au fur et à mesure que les ondes électromagnétiques émises emportent de l'énergie cinétique ; ordre de grandeur de cette décroissance : 10^{-6} seconde par an.

> Remarque : Si nos montres avaient la même fidélité comme garde-temps qu'un pulsar, nous pourrions vivre 100 ans avec la même montre en étant certains qu'elle a toujours l'heure juste à 1 dix-millième de seconde près…

Le cas du pulsar PSR B1913+16
Voir [B180], [B181], [B184]
Cette étoile à neutrons est associée en système binaire avec une autre étoile à neutrons, chacune tournant autour de l'autre (autour de leur centre de gravité commun) en 7.75 heures, à une vitesse de l'ordre de ~300 à 400 km/s et à une distance d'environ 1 million de km (1.5 fois le rayon du Soleil).

> Remarque : Comme la stabilité des impulsions reçues d'un système binaire comprenant un pulsar est très grande, on peut mesurer leur décalage Doppler avec une précision considérable. On peut en déduire de nombreuses caractéristiques du système. Voir *Effet Doppler* en annexe.

Conformément aux prédictions de la Relativité générale (voir le paragraphe *Précession du périhélie des orbites des planètes*), l'énorme attraction gravitationnelle entre ces étoiles fait que leurs orbites subissent une rotation du périhélie considérable de 4.23 degrés par an (35000 fois plus que la rotation du périhélie de Mercure de 43 secondes par siècle).

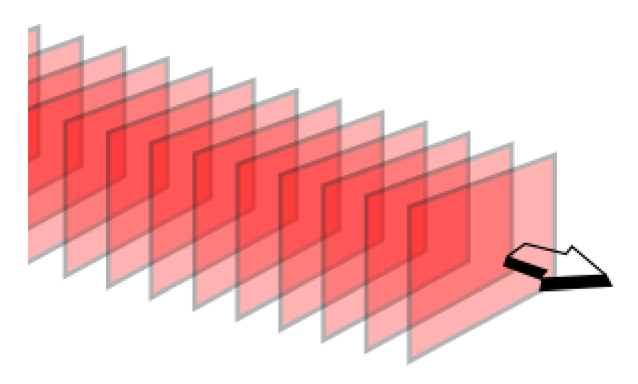
Le champ gravitationnel extrême régnant entre les deux étoiles affecte aussi la régularité des pulsations du système, en émettant des *ondes gravitationnelles* qui emportent une part de leur énergie cinétique : la distance entre les étoiles diminue d'environ 1cm par jour, et les deux étoiles finiront :

- soit par fusionner en un trou noir,
- soit par la destruction de l'une d'elles par les forces de marée gravitationnelle de son interaction avec l'autre, dont la force d'attraction oscille constamment.

3.4.20.4.2 Ondes gravitationnelles

Généralités
Dans sa Relativité générale, Einstein prédit l'existence d'ondes gravitationnelles.
Une onde gravitationnelle est une variation de la métrique de l'espace-temps, c'est-à-dire une onde de compression puis dilatation de l'espace qui se propage comme les variations de pression d'une onde sonore. Elle est due au mouvement relatif de très lourdes masses, comme celles des deux étoiles à neutrons d'un système binaire qui tournent l'une autour de l'autre.

On a observé des ondes gravitationnelles : [B157], [B182], [B269]



Onde plane : plusieurs plans d'onde successifs (surfaces d'égale phase d'une onde dont tous les points sont simultanés) se propagent selon la direction de la flèche
© Wikipédia Commons licence CC-BY-SA 3.0

Une onde gravitationnelle plane est la *combinaison linéaire* (voir ce titre en annexe) de deux polarisations, appelées respectivement « droite » et « oblique ».

La propagation d'une onde gravitationnelle est à la vitesse de la lumière, *c*.

La faiblesse de la force de gravitation par rapport à la force électromagnétique fait que la variation des longueurs d'espace due à l'onde gravitationnelle est minuscule (10^{-30} à 10^{-20} en valeur relative), donc très difficile à détecter.

Les ondes gravitationnelles étant quadrupolaires, leur effet a des signes opposés dans deux directions orthogonales : pendant qu'une longueur Nord-Sud s'allonge, une longueur Est-Ouest rétrécit.

Les ondes gravitationnelles se détectent par interférométrie laser dans des instruments en forme de L dont les branches ont plusieurs km de longueur [B182].

<u>Sources de rayonnement gravitationnel</u>

Tout mouvement de matière entraîne l'émission d'ondes gravitationnelles, mais les allongements-rétrécissements qui atteignent la Terre sont extrêmement petits, de l'ordre de 10^{-18} m – 1000 fois plus petites qu'un noyau atomique ; on ne peut les détecter que pour des événements extrêmement énergétiques :

- L'effondrement gravitationnel d'un astre massif en fin de vie (supernova) créant une étoile à neutrons ou un trou noir ;
- La fusion de deux trous noirs ou d'une étoile avec un trou noir [B183] ;
- Le déplacement relatif du centre de gravité d'un système binaire d'étoiles à neutrons (comme PSR 1913+16).
- Le déplacement d'un amas de galaxies avec une masse de l'ordre du dixième de celle du superamas de Persée. Ce dernier, qui compte des milliers de galaxies baignant dans un nuage de gaz à une température de plusieurs millions de degrés, constitue un des plus gros objets de l'Univers. Distant de 240 millions d'années-lumière, il se déplace à une vitesse de 5366 km/s par rapport à la Terre.

  On a découvert en 2017 qu'un petit (!) amas de galaxies qui se déplace par rapport au superamas y produit une perturbation gravitationnelle sur une

étendue de 200 000 années-lumière, avec des ondes géantes dont la période se compte en millions d'années. Voir [B269].

Amplitude et énergie des ondes gravitationnelles

Les ondes gravitationnelles arrivant sur la Terre ont une amplitude droite ou oblique très faible.

Exemple : Au passage d'une onde d'amplitude moyenne, la distance entre deux particules libres éloignées de 1000 km varie avec une amplitude de l'ordre de 10^{-14}m - à peu de chose près le diamètre d'un gros noyau atomique ; les particules se mettent à osciller l'une par rapport à l'autre, gagnant donc de l'énergie cinétique.

Une onde gravitationnelle de fréquence 1 kHz ayant l'amplitude de l'exemple précédent transporte une intensité énergétique de 30 W/m² (c'est-à-dire 1/30 de l'intensité lumineuse reçue du Soleil). Elle génère des déplacements si faibles parce que la matière ne l'absorbe pratiquement pas.

3.4.21 Gravitoélectromagnétisme

La gravitation produit à elle seule des effets appelés « gravitoélectromagnétiques », car leurs équations sont identiques à celles des effets électromagnétiques décrits par les *équations de Maxwell* (voir ce titre en annexe), sauf :

- Le signe de **B** (vecteur champ magnétique devenu champ gravitomagnétique) est inversé ;
- L'effet du champ gravitomagnétique est 4 fois supérieur à ce que serait un champ magnétique dans les mêmes circonstances.

Voyons les détails.

Hypothèses

1. On considère les galaxies de l'Univers comme des particules d'un gaz parfait à faible pression animé d'un mouvement lent (non relativiste).
2. La source du champ gravitationnel est stationnaire : son tenseur énergie-impulsion ne dépend pas du temps.
3. Le champ gravitationnel est faible :
   - La pression p_0 dans la source est négligeable devant la densité d'énergie ρ_0 ;
   - La quadrivitesse u^α du fluide en tout point est telle que :
     - ✓ sa composante $u^t \approx 1$;
     - ✓ $u^i = v^i \ll 1$: les trois autres composantes u^i sont égales aux composantes correspondantes de la vitesse v^i et toutes $\ll 1$.

Définitions

Lire d'abord, en annexe, les paragraphes *Opérateur vectoriel nabla (symbole ∇)* ; *Potentiel et gradient*.

Source : [B4] pages 411 et suivantes.

A partir du tenseur énergie-impulsion $T^{\mu\nu}$ de l'équation d'Einstein on définit alors :

- Le potentiel scalaire gravitationnel $\Phi_G = -\frac{1}{2}h^{tt} = -\iiint_{src}\frac{G\rho_0}{s}dV$
- Le potentiel vecteur gravitationnel $A_G^i = -\frac{1}{4}h^{ti} = -\frac{1}{4}h^{it} = -\iiint_{src}\frac{GJ^i}{s}dV$

  où le vecteur $\boldsymbol{J} = \rho_0\boldsymbol{v}$ est la densité de courant d'énergie.

Ces potentiels vérifient la relation $\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{A_G} = -\frac{\partial\Phi_G}{\partial t}$

- Le champ gravitoélectrique est $\boldsymbol{E}_G = -\boldsymbol{\nabla}\Phi_G - \frac{\partial \boldsymbol{A_G}}{\partial t}$
- Le champ gravitomagnétique est $\boldsymbol{B}_G = \boldsymbol{\nabla} \wedge \boldsymbol{A}_G$

Equations de Maxwell gravitationnelles

A partir des définitions ci-dessus on déduit de l'équation d'Einstein que :

- $\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{E}_G = -4\pi G\rho_0$
- $\boldsymbol{\nabla} \wedge \boldsymbol{B}_G - \frac{\partial \boldsymbol{E_G}}{\partial t} = -4\pi G\boldsymbol{J}$
- $\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{B}_G = 0$
- $\boldsymbol{\nabla} \wedge \boldsymbol{E}_G + \frac{\partial \boldsymbol{B_G}}{\partial t} = 0$

Ces équations sont identiques aux équations de Maxwell (en unités RG – voir en annexe *Système d'unités RG*), à cela près que la constante de Coulomb $1/4\pi\varepsilon_0$ est remplacée par *G*, et les termes de droite des deux premières équations sont négatifs, alors qu'ils sont positifs dans les équations électromagnétiques. Ce changement de signe provient de ce que la force électromagnétique entre charges positives est répulsive, alors que la force de gravitation entre masses est toujours positive.

3.4.21.1 Effet gravitoélectromagnétique sur un gyroscope

1 - Electromagnétisme : spire de courant soumise à un champ magnétique

Les équations de Maxwell montrent qu'une simple spire d'aire *A* parcourue par un courant électrique *i* acquiert un moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$ tel que $|\boldsymbol{\mu}| = iA$. Soumise à un champ magnétique $\boldsymbol{B}$, la spire subit un couple $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \wedge \boldsymbol{B}$ qui tend à aligner le moment magnétique de la spire avec le champ.

2 - Relativité générale : gyroscope soumis à un « champ gravitoélectromagnétique »

Lire d'abord *Précession du périhélie des orbites des planètes*.

Par analogie avec le couple subi par une spire soumise à un champ électromagnétique, un gyroscope (ou un objet en rotation quelconque) possède un « moment gravitoélectromagnétique » $\boldsymbol{\mu}_G = \boldsymbol{s}/2$, où $\boldsymbol{s}$ est le moment cinétique total du gyroscope.

- *Couple subi par le gyroscope*

  En présence d'un champ gravitoélectromagnétique $\boldsymbol{B}_G$ le gyroscope subit un couple $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu}_G \wedge 4\boldsymbol{B}_G = \boldsymbol{s} \wedge 2\boldsymbol{B}_G$ car l'effet du « champ gravitomagnétique » est 4 fois supérieur à celui d'un champ magnétique dans les mêmes circonstances.

- *Mouvement de précession du gyroscope*
  Le couple subi par le gyroscope lui impose une rotation de précession de son axe autour de la direction du champ gravitoélectromagnétique, avec une vitesse angulaire Ω_{LT} :

  $$\boldsymbol{\Omega}_{LT} = -2\mathbf{B}_G$$

  Par définition, une précession a pour effet une rotation continue de l'axe d'un gyroscope autour d'un cône dont l'axe est stable par rapport aux étoiles fixes : https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/82/Gyroscope_precession.gif

  Cette précession porte le nom de *précession de Lense-Thirring* : un champ gravitationnel faible et stationnaire produit, sur un gyroscope, un couple générateur d'une rotation de précession. La vitesse angulaire de cette précession ne dépend que du champ gravitoélectromagnétique, elle est indépendante de l'angle de ce champ avec l'axe de rotation du gyroscope.

3.4.21.2 Précession de Lense-Thirring : torsion de l'espace par un objet tournant

1 -Electromagnétisme : champ électrique dipolaire produit par une sphère chargée en rotation
Un objet sphérique chargé électriquement en rotation uniforme produit un champ électrique dipolaire dans l'espace environnant :

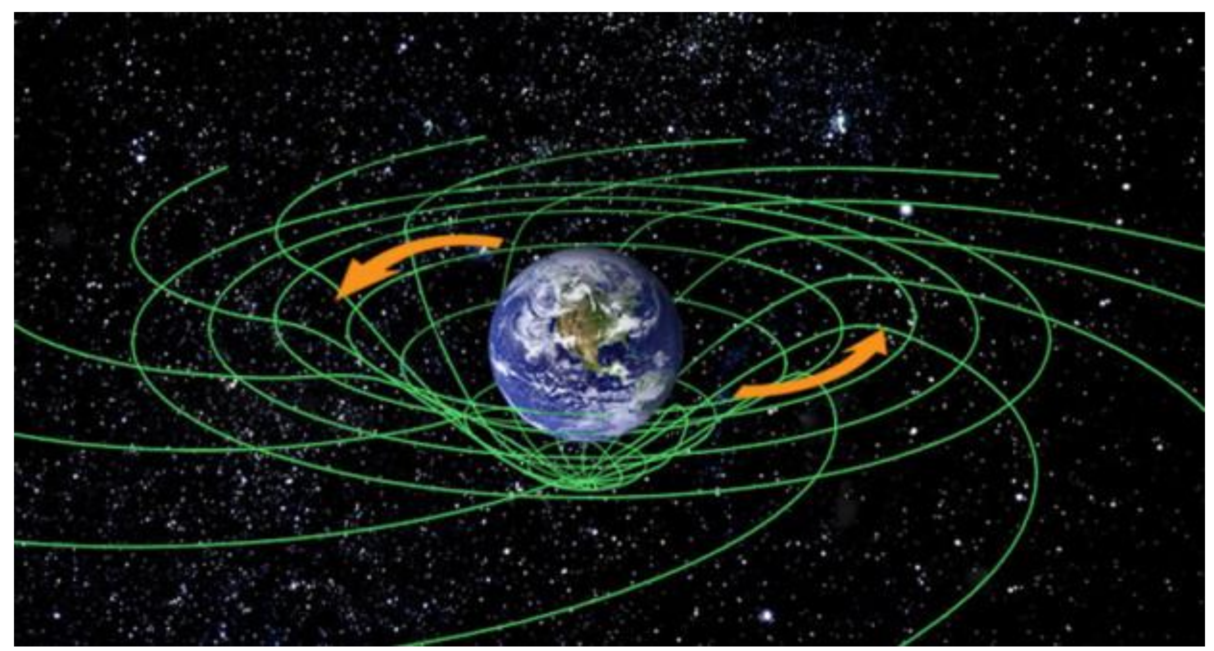
$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}[3(\boldsymbol{\mu}\,.\hat{\boldsymbol{r}})\hat{\boldsymbol{r}} - \boldsymbol{\mu}], \text{ où :}$$

- $\boldsymbol{\mu}$ est le moment magnétique total de l'objet ;
- $\mu_0 = 4\pi k$ (en unités RG) ;
- $\boldsymbol{r}$ est la position du point où on évalue le champ ;
- $\hat{\boldsymbol{r}}$ est un vecteur unitaire dans la direction $\boldsymbol{r}$;

2 - Relativité générale : champ gravitoélectromagnétique produit par un corps sphérique en rotation

Un corps sphérique en rotation produit une torsion de l'espace-temps qui l'entoure

Cet effet de couple s'ajoute à la déformation de l'espace-temps due à la matière-énergie, telle qu'on la calcule pour une répartition fixe de celle-ci.



Torsion de l'espace par la Terre en rotation © Microsoft Bing Creative Commons

Le temps mesuré par l'horloge d'un satellite GPS variera donc selon que sa rotation est dans le même sens que celle de la Terre ou en sens opposé.

Par analogie avec le champ électromagnétique précédent, un corps sphérique en rotation sur lui-même (tel qu'une étoile ou une planète) de moment cinétique total ***S*** produit un champ gravitoélectromagnétique :

$$\boldsymbol{B}_G(\boldsymbol{r}) = \frac{G}{2r^3}[\boldsymbol{S} - 3(\boldsymbol{S}\,.\,\hat{\boldsymbol{r}})\hat{\boldsymbol{r}}]$$

Exemple
Considérons un gyroscope en orbite dans le plan équatorial de la Terre. Le moment cinétique ***S*** de la Terre est perpendiculaire au plan de l'équateur et orienté du sud vers le nord. Pour un point du plan équatorial le produit scalaire $\boldsymbol{S}\,.\boldsymbol{r} = 0$, donc le champ gravitoélectromagnétique est $\boldsymbol{B}_G = G\boldsymbol{S}/2r^3$, vecteur parallèle à ***S***.

Si le moment cinétique du gyroscope est dans le plan équatorial, sa vitesse angulaire de précession est :

$$\Omega_{LT} = \frac{GI\omega}{r^3}$$

où I est le moment d'inertie de la Terre et ω sa vitesse angulaire.
Pour un gyroscope en orbite basse l'angle de précession Ω_{LT} est ~11 secondes d'arc par an, valeur très faible et difficile à mesurer ; le phénomène de précession gravitoélectromagnétique n'en est pas moins réel.

Pour plus de détails sur ce phénomène, voir [B261].

Selon [B260] ce phénomène de précession a été compris par Einstein avant Lense et Thirring.

3.4.21.3 Précession géodétique

Sources : [B4] page 413 et Wikipédia article *Précession géodétique*

Il existe un second type de précession d'un gyroscope : la précession *géodétique*, qui n'est pas un effet gravitoélectromagnétique. C'est la précession subie par le moment cinétique d'un objet ou le spin d'une particule quand cet objet possède une trajectoire accélérée, *soumise ou non aux forces gravitationnelles*. Cette précession, appelée *Précession de Thomas*, ajoute son effet à celui de la précession de Lense-Thirring pour produire l'effet global qualifié de géodétique.

Un corps lourd en rotation (étoile, planète) a donc deux effets simultanés :

- Il courbe l'espace-temps, provoquant la précession d'un gyroscope :
  son axe tourne autour d'un cône par rapport aux étoiles lointaines ;
- Il entraîne l'espace-temps dans sa rotation (effet de torsion).

Pour un gyroscope en orbite basse autour de la Terre (orbite d'une durée ~85 minutes), la vitesse angulaire de précession géodétique est près de deux ordres de grandeur supérieure à l'effet Lense-Thirring.

Pour plus de détails voir [B185], [B186] et [B187].

3.4.22 Métrique d'un corps sphérique en rotation sur lui-même

La Métrique de Schwarzschild décrit la déformation de l'espace-temps vide due à une masse ponctuelle ou sphérique *M* immobile. Nous décrivons ci-dessous les métriques de corps en rotation sur eux-mêmes, comme les trous noirs formés par absorption d'un disque d'accrétion tournant.

3.4.22.1 Solution en champ faible pour une sphère en rotation lente

Domaine d'application

Cette solution de l'équation d'Einstein s'applique aux corps à symétrie sphérique tournant lentement sur eux-mêmes, comme les planètes. Elle suppose aussi que les distributions de masses du corps sont invariantes dans le temps malgré la rotation : le corps est alors qualifié de *stationnaire* et la métrique est indépendante du temps.

Métrique

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{R}\right) dt^2 + \left(1 + \frac{2GM}{R}\right)(dR^2 + R^2 d\theta^2 + R^2 sin^2\theta \, d\phi^2) - \frac{4GMa}{R} sin^2\theta \, d\phi \, dt$$

(Champ Faible)

où :

- ***R*** (vecteur) désigne la position où on évalue le champ, *R* (scalaire) étant sa distance à l'origine ;
- *M* est la masse totale du corps ;
- *a = S/M* est le moment cinétique par unité de masse du corps.

3.4.22.2 Métrique de Kerr

Domaine d'application

La solution (Champ Faible) précédente convient pour des corps proches de planètes ou d'étoiles ordinaires en rotation, mais elle ne s'applique pas aux corps dont le champ gravitationnel est fort, comme les trous noirs ou les étoiles à neutrons. La solution générale, applicable aux champs gravitationnels forts et aux rotations rapides est la Métrique de Kerr ci-après.

Métrique de Kerr en coordonnées de Boyer-Lindquist

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GMr}{r^2 + a^2cos^2\theta}\right)dt^2 + \left(\frac{r^2 + a^2cos^2\theta}{r^2 - 2GMr + a^2}\right)dr^2 + (r^2 + a^2cos^2\theta)d\theta^2$$
$$+\left(r^2 + a^2 + \frac{2GMra^2sin^2\theta}{r^2+a^2cos^2\theta}\right)sin^2\theta\, d\phi^2 - \left(\frac{4GMRa\, sin^2\theta}{r^2+a^2cos^2\theta}\right)d\phi\, dt,$$

où :

- les variables *t, r,* θ et Φ sont le système de coordonnées de Kerr (1963) ;
- *M* est (comme ci-dessus) la masse du corps ;
- *a* est (comme ci-dessus) le moment cinétique *S/M* par unité de masse du corps ;
- dans le système de coordonnées RG la dimension de *GM* est une longueur.

Importance de la solution de Kerr

- C'est une solution exacte de l'équation d'Einstein dans le vide qui entoure tout astre massif compact, notamment les trous noirs ;
- Cette solution s'applique à n'importe quel objet sans charge électrique, à symétrie sphérique et propriétés indépendantes du temps ;
- C'est la seule géométrie possible à l'extérieur d'un trou noir formé à partir de matière sans charge électrique [B188].

  On a démontré que lorsqu'une distribution de masse non sphérique s'effondre en trou noir, la complexité non sphérique du champ gravitationnel est rayonnée vers l'extérieur sous forme d'ondes gravitationnelles, laissant derrière elles un champ gravitationnel décrit par la géométrie de Kerr.
- Les astres qui s'effondrent en trous noirs ont presque toujours un moment cinétique non nul. Ce moment cinétique est même tel que pratiquement tous les trous noirs formés ont $a \approx GM$. [B189]
- Il est probable qu'un trou noir ne peut pas se former avec un moment cinétique trop élevé $a \geq GM$, la formation entraînant alors une éjection de matière. Les trous noirs formés par effondrement finissent presque toujours avec $a \approx GM$.
- Il est probable aussi que toute galaxie a un ou plusieurs trous noirs géants (des millions ou milliards de masses solaires) en leur centre.
- Les disques d'accrétion autour des trous noirs de certaines galaxies constituent la source d'énergie des quasars.

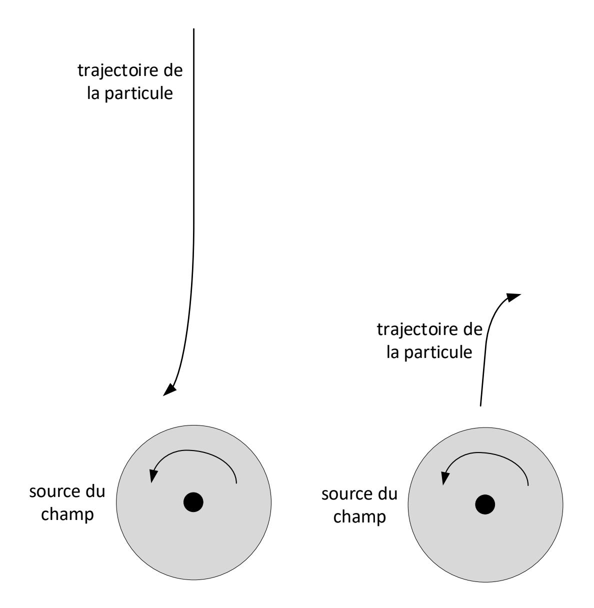
3.4.22.3 Déviation d'une particule par un objet en rotation

Entraînement des référentiels inertiels

Considérons une particule dans le plan équatorial d'un objet sphérique en rotation qui tombe en chute libre vers lui. Sa trajectoire est alors celle du dessin de gauche ci-dessous : elle est déviée dans le sens de la rotation de l'objet.

Mais si, tout en restant dans le plan équatorial, la particule s'éloigne de l'objet, sa trajectoire sera déviée dans le sens opposé à celui de la rotation (dessin de droite). Ce sens contre-intuitif est bien celui que donnerait l'application de la règle des « trois doigts de la main gauche » de l'électromagnétisme ; *on ne doit pas considérer qu'un objet en rotation entraîne la géométrie de l'espace-temps par une sorte de friction*.

Cet effet est appelé *entraînement des référentiels inertiels*.



3.4.22.4 Hypothèse de la censure cosmique

Source : [B4] pages 249 et 443

L'équation $r_+ = GM + \sqrt{(GM)^2 - a^2}$ (où *a(t)* est le facteur d'échelle) n'a pas de solution pour *a* > *GM*, cas dans lequel il n'y a plus d'horizon. Or il se trouve que l'espace-temps de Kerr a une vraie singularité géométrique, un endroit où sa courbure est infinie (comme *r = 0* dans l'espace de Schwarzschild).

> Si *a* > *GM* était physiquement possible il n'y aurait pas d'Horizon des événements entourant cette singularité, et un observateur extérieur pourrait théoriquement s'y rendre et la décrire aux observateurs lointains, ce qui poserait des problèmes philosophiques complexes de causalité.

En 1969, Roger Penrose a donc proposé de postuler une « censure cosmique » :

> **L'effondrement gravitationnel d'une distribution de masse physiquement raisonnable ne peut produire une telle singularité nue (non entourée d'un horizon des événements).**

Cette hypothèse n'est ni démontrée, ni infirmée. Des calculs montrent qu'un espace-temps de Kerr avec *a* > *GM* serait instable : il rayonnerait spontanément des ondes

gravitationnelles jusqu'à ce que $a < GM$; un objet avec $a > GM$ se disloquerait en s'effondrant, avant de former un trou noir.

Faute d'une meilleure hypothèse, on admet donc le postulat de censure cosmique :

> **Tous les trous noirs astrophysiques vérifient a < GM et leurs singularités sont entourées d'un Horizon des événements.**

3.4.22.5 Particules et trajectoires d'énergie négative

3.4.22.5.1 Energie négative en physique

Pour représenter correctement leur phénomène, certaines formules de physique ont besoin d'une énergie négative. Exemples :

- Les calculs de Mécanique quantique de Paul Dirac qui ont suggéré l'existence d'une antiparticule de l'électron, le positron, lui attribuaient une énergie négative.
- Le modèle atomique attribue aux électrons négatifs tournant autour du noyau positif des énergies potentielles négatives, pour rendre compte de ce que :
  - l'énergie potentielle à l'infini d'un électron d'atome est définie comme nulle ;
  - en s'approchant du noyau qui l'attire, l'électron a transformé de l'énergie potentielle en énergie électromagnétique : un photon a été émis.
    L'énergie positive de ce photon se déduisant de l'énergie potentielle nulle de l'électron à l'infini, l'énergie potentielle de l'électron est devenue négative.

  Ainsi, l'électron de la couche stable *n=1* de l'hydrogène a une énergie potentielle de -13.6eV.
- Dans l'équation (ENEL) du paragraphe *Surface de décalage de la lumière vers le rouge infini*, l'énergie à l'infini par unité de masse d'une particule libre de l'ergorégion peut être négative : elle y restera alors et tombera nécessairement dans le trou noir en traversant son Horizon des événements.

  Seules les particules confinées dans l'ergorégion d'un trou noir en rotation (voir *Métrique de Kerr*) peuvent avoir une énergie négative.
- L'énergie potentielle d'un champ de gravitation est négative. [B176] pages 289, 290… l'explique (schématiquement) en montrant que la création d'un champ dans une région de l'espace où il était nul produit une énergie récupérable, rendant donc négative l'énergie potentielle de la région.

  L'énergie potentielle négative d'une planète, due à la gravité, provient d'une diminution de la masse totale de la matière de l'espace qui y est rassemblée, masse qui était un peu plus grande avant sa formation qu'après. L'énergie perdue s'est transformée en chaleur de la planète et rayonnement émis.

  L'énergie potentielle d'un champ de gravitation est stockée dans le champ lui-même sous forme d'une *densité d'énergie proportionnelle au carré de l'intensité du champ* ([B176] page 10) :
  - Quand on soulève une masse, l'énergie dépensée s'ajoute à celle du champ de gravitation de la pesanteur ;
  - L'énergie de l'Univers comprend la somme des énergies de tous ses champs de gravitation.

- L'application du *Principe de conservation de l'énergie* d'un système fermé doit tenir compte de l'énergie gravitationnelle.

- Lorsqu'une fluctuation d'énergie crée un couple particule-antiparticule à partir de l'énergie du vide d'un point *P* de l'espace, il reste à la place du couple un « trou » d'énergie négative. Ce trou est très vite comblé par l'énergie restituée par la fusion des particules du couple, sauf peut-être dans le cas d'un trou noir où la particule positive émise à l'extérieur de l'horizon arrive à s'échapper et laisse la particule négative aller vers la singularité qui l'attire.

3.4.22.5.2 L'Univers a peut-être été créé à partir de rien !

Lire d'abord en annexe au paragraphe *Energie* le sous-titre *Principe de conservation de l'énergie*.

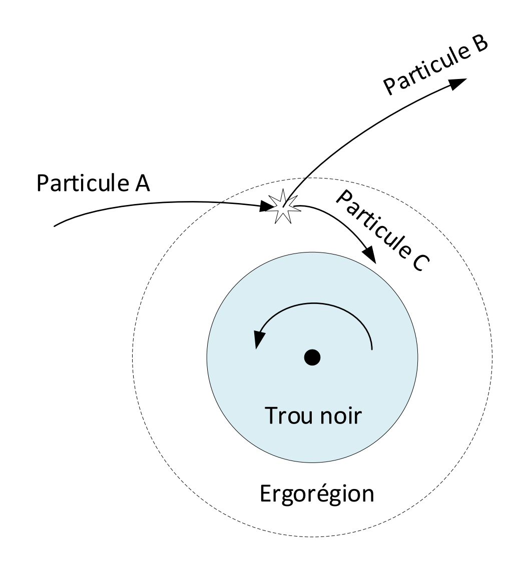
Sources : [B176] page 12 et [B200].
Compte tenu de l'existence de l'énergie gravitationnelle négative, il est possible que l'énergie totale de l'Univers (gravitation + rayonnement + masse - dont matière noire et énergie noire) soit nulle : on ne peut ni le démontrer, ni prouver que c'est faux. L'Univers aurait alors été créé à partir de rien sans contredire le *Principe de conservation de l'énergie* ; il n'y a pas de limite à la densité d'énergie d'un champ de gravitation, et aucune limite à son énergie totale.

3.4.22.5.3 Processus d'extraction d'énergie d'un trou noir de Penrose

Source : [B4] pages 452-453

Dans le diagramme ci-dessous, une particule *A* d'énergie positive, extérieure à l'ergorégion d'un trou noir en rotation, y pénètre et s'y décompose. Cette décomposition engendre :

- Une particule *B* d'énergie positive à l'infini *supérieure à celle de A*, qui sort de l'ergorégion et dont on pourrait théoriquement récupérer l'énergie ;
- Une particule *C* d'énergie négative, qui reste dans l'ergorégion et tombe dans le trou noir.



Tombant dans le trou noir, l'énergie négative de *C* diminue l'énergie (positive) de ce trou, donc aussi sa masse ; et la particule *C* ajoute son moment cinétique négatif à celui (positif) du trou noir, qui diminue donc.

Imaginé par Roger Penrose, ce processus permet théoriquement d'extraire de l'énergie d'un trou noir en rotation, à la fois en jouant sur sa masse et sur son moment cinétique.

Masse irréductible d'un trou noir à qui on soustrait de l'énergie

En le répétant un certain nombre de fois, ce processus finirait par arrêter la rotation du trou noir, dont la métrique serait alors « de Schwarzschild », et la possibilité d'extraction d'énergie cesserait car elle est liée à sa rotation. Le calcul montre que de telles extractions ne peuvent réduire à néant la masse d'un trou noir en rotation : elles peuvent tout au plus arrêter cette rotation, réduisant la masse du trou noir à une valeur irréductible :

$$M_{ir} = \frac{\sqrt{2GMr_+}}{2G} \quad \text{où } r_+ = GM + \sqrt{(GM)^2 - a^2}$$

3.5 Evolution stellaire : formation, vie et mort d'une étoile

Ce chapitre décrit les étapes de la vie d'une étoile, de sa formation à sa fin.
Cette fin étant parfois un trou noir, il fournit des informations préalables à la description, dans le chapitre suivant, du phénomène complexe qu'est un trou noir.

3.5.1 Formation des étoiles et production d'énergie

Les 380 000 premières années et la première époque visible

Au bout de 380 000 ans après le Big Bang l'Univers devint transparent. La lumière émise à cette époque nous parvient toujours : c'est le rayonnement fossile du fond diffus cosmologique (paragraphe *L'expansion actuelle avec dilution et refroidissement*).

Formation initiale des étoiles à partir d'hydrogène

Soumis à la force de gravitation, les nuages diffus d'hydrogène et d'hélium commencèrent à se contracter. Les atomes qui "tombaient" transformèrent alors de l'énergie potentielle de gravitation en énergie cinétique et leur température augmenta lors des chocs. Lorsqu'un nuage avait une masse initiale suffisante, par exemple de l'ordre de la masse du Soleil ($2 \cdot 10^{30}$ kg), la température au centre de sa sphère atteignait entre 10 et 14 millions de degrés, déclenchant des réactions de fusion thermonucléaire transformant de l'hydrogène en hélium, avec un énorme dégagement de chaleur ΔE correspondant à une perte de masse Δm, tels que :

$$\Delta E = \Delta m . c^2$$

(formule de la Relativité restreinte d'Einstein, où *c* est la vitesse de la lumière)

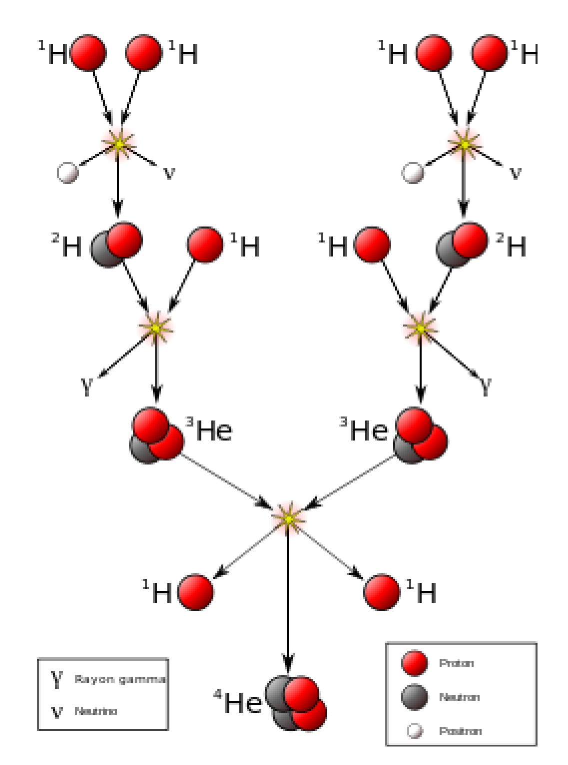
Rendement de la conversion de masse d'hydrogène en rayonnement
Source : [B4] page 119.

- La perte de masse Δm résultant de la réaction de fusion de la plupart des étoiles ne convertit en rayonnement qu'environ 0.7% de l'énergie correspondant à la masse d'hydrogène.

- Le rendement de la conversion de l'énergie de masse des particules tombant de l'infini jusqu'à l'orbite circulaire stable de rayon minimum qui entoure une étoile à neutrons ou un trou noir, rayon égal à 3 rayons de Schwarzschild, est bien plus élevé : 5.7%.

  Un raisonnement sur la métrique de Schwarzschild explique la formation par ces particules tombantes d'un disque d'accrétion autour de l'étoile (voir paragraphe *Disque d'accrétion - Quasars*). Les particules de ce disque s'entrechoquent en émettant un fort rayonnement X ; de fortes interactions électromagnétiques provoquent l'éjection d'un petit pourcentage d'entre elles, mais la plupart continuent à tomber en spirale vers l'astre. L'énergie totale rayonnée est colossale : il y a dans notre galaxie plusieurs de ces sources quasi ponctuelles de rayons X, dont la luminosité est de l'ordre de 1 million de fois celle de notre Soleil.

Etapes de la fusion de l'hydrogène en hélium
Les étapes de la fusion de l'hydrogène en hélium sont décrites par le schéma suivant (source : Wikimedia Commons [B58-1]) :



Dans cette chaîne de réactions :

1. Deux noyaux d'hydrogène ^{1}H fusionnent pour former un noyau de deutérium ^{2}H en expulsant un positron et un neutrino électron ;
2. Un noyau de deutérium fusionne avec un noyau d'hydrogène pour former un noyau d'hélium 3 (^{3}He) en émettant un photon gamma γ ;
3. Deux noyaux d'hélium 3 fusionnent pour donner 2 noyaux d'hydrogène et un noyau d'hélium ^{4}He.

Le noyau d'hélium formé a une masse inférieure à celle des 4 noyaux d'hydrogène initiaux, perte de masse qui s'est transformée en une énergie de 19.79 MeV.

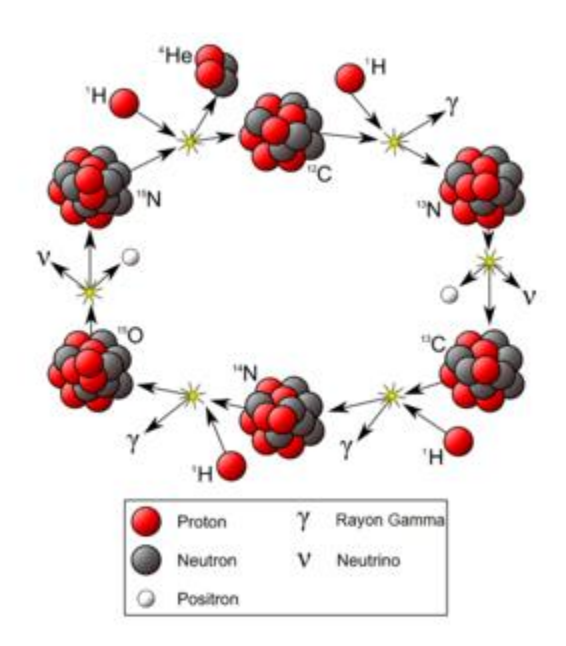
La pression du rayonnement électromagnétique accompagnant cette chaleur s'oppose à la pression gravitationnelle (poids) du gaz d'hydrogène. Lorsque l'équilibre des pressions est atteint l'étoile se stabilise ; c'est ainsi que le Soleil a un diamètre stable d'environ 1 400 000 km. Sa durée de vie dans cet état prévue est d'environ 10 milliards d'années, dont 4.5 milliards se sont déjà écoulées.

Cycle de Bethe

Source : Wikimedia Commons [B58-2]

La vie des étoiles fabrique par fusion tous les 92 éléments naturels sauf l'hydrogène, l'hélium et le lithium de la nucléosynthèse primordiale.

A un moment donné de sa vie, une étoile dispose, en plus de ses noyaux d'hydrogène, de noyaux de carbone ^{12}C qu'elle utilise comme intermédiaires dans un autre cycle de fabrication d'hélium à partir d'hydrogène, le cycle de Bethe, dont la découverte a valu à son auteur le prix Nobel 1967. Voici le schéma de ce cycle, qui se déroule à une température de l'ordre de 17 millions de degrés et régénère à la fin le carbone qu'elle fusionne au début avec de l'hydrogène :



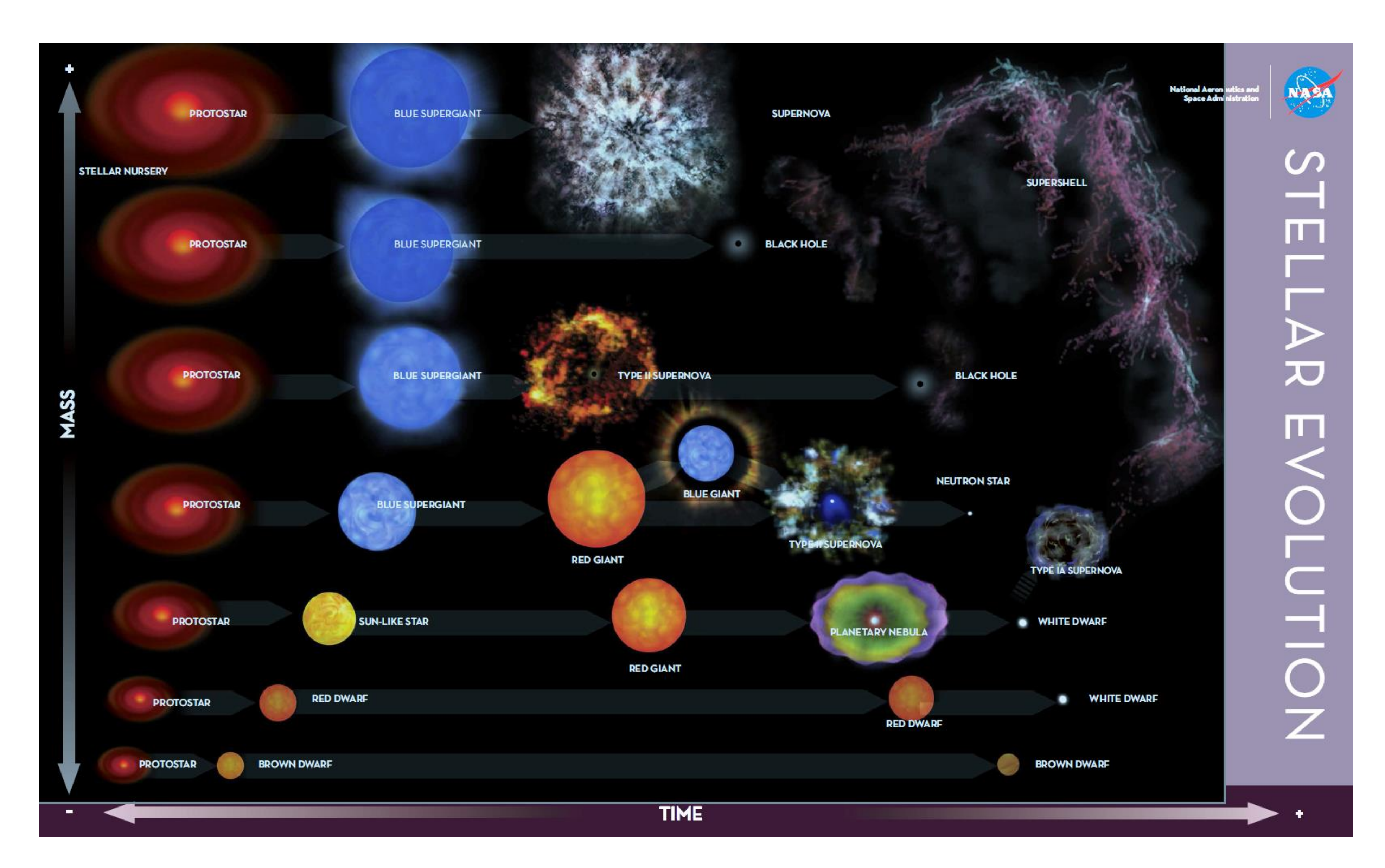
Ce cycle produit 26.77 MeV : c'est la principale source d'énergie des étoiles.

Autres chaînes de réactions de fusion

Il existe deux autres chaînes de réactions de fusion de l'hydrogène en hélium, l'une passant par le béryllium ^{7}Be et le lithium ^{7}Li (vers 14-23 millions de degrés), l'autre par le béryllium seul (au-dessus de 23 millions de degrés).

3.5.2 Les 7 types d'évolution stellaire

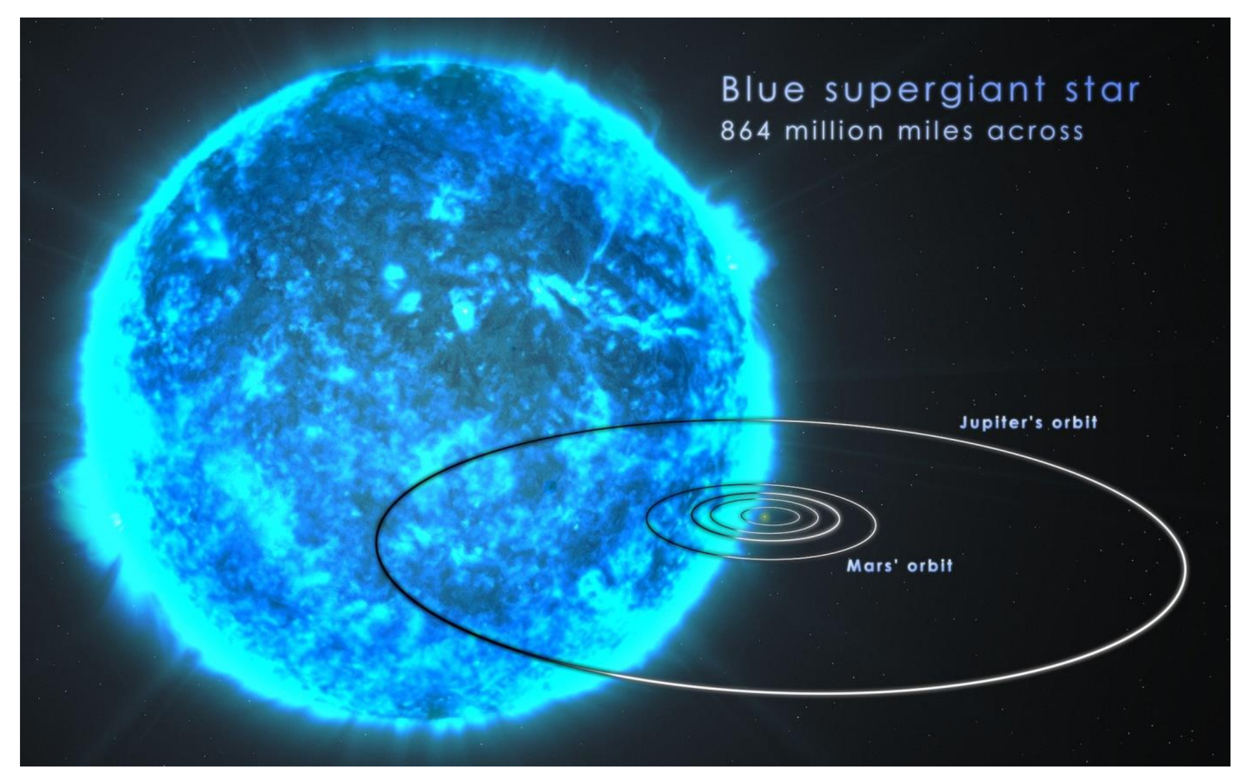
On distingue 7 types d'évolution d'une étoile en fonction de sa masse initiale.



Les 7 types d'évolution stellaire (© NASA)

De bas en haut du diagramme :

1. *Naines brunes (brown dwarfs)*
   Les étoiles les plus petites, les naines brunes se forment à partir d'un nuage initial de gaz (hydrogène, hélium, etc.) et de poussières qui s'agrège par attraction gravitationnelle. Cette agrégation élève la température, mais la chaîne des réactions de fusion nucléaire s'arrête à celle du deutérium, sans atteindre celle de l'hélium : elles restent peu lumineuses (2800°K contre 5800 pour le Soleil) et petites, de taille intermédiaire entre une étoile et une planète (masse de l'ordre de 75 fois celle de Jupiter). Ces étoiles ont une durée de vie en milliers de milliards d'années.
2. *Naines rouges (red dwarfs)*
   Ce sont les étoiles les plus nombreuses, les plus petites à brûler de l'hydrogène. Leurs masses sont comprises entre 0.08 et 0.6 fois celle du Soleil, et leur température ne dépasse pas 3500°K. Leur luminosité est entre 10 et 10 000 fois plus faible que celle du Soleil. Leur vie dure aussi plusieurs milliers de milliards d'années et se termine en *naine blanche*.
3. *Etoiles de la classe du Soleil (sun-like stars)*
   Les plus nombreuses après les naines rouges, leur durée de vie est de l'ordre d'une quinzaine de milliards d'années et comprend, après une phase stable de 10 milliards d'années, une phase terminale de 2 milliards d'années : *géante rouge*, puis *nébuleuse planétaire* (planetary nebula), explosion en *supernova* et enfin *naine blanche*.
4. *Supergéante bleue (blue supergiant)*
   Etoiles énormes, très chaudes, très lumineuses (1 million de fois plus que le Soleil), très grandes (diamètre plusieurs centaines de fois celui du Soleil, mais vie réduite à quelques millions d'années par épuisement du combustible. En fin de vie, elles deviennent des *géantes rouges* et explosent en supernova (en passant parfois par un stade *géante bleue*) avant de finir *étoile à neutrons*.
5. *Supergéantes bleues explosant en supernova*
   Etoiles encore plus grosses que les précédentes, elles finissent en *trou noir* sans passer par la phase géante rouge.
6. *Supergéantes bleues s'effondrant en trou noir*
   Ces énormes étoiles s'effondrent directement en trou noir.
7. *Supergéantes bleues explosant en rayons gamma*
   Les plus grosses explosions connues, émettant pendant des heures les rayonnements gamma les plus intenses jamais observés. [B59].



Etoile supergéante bleue : son explosion en rayons gamma durera plusieurs heures (© NASA)

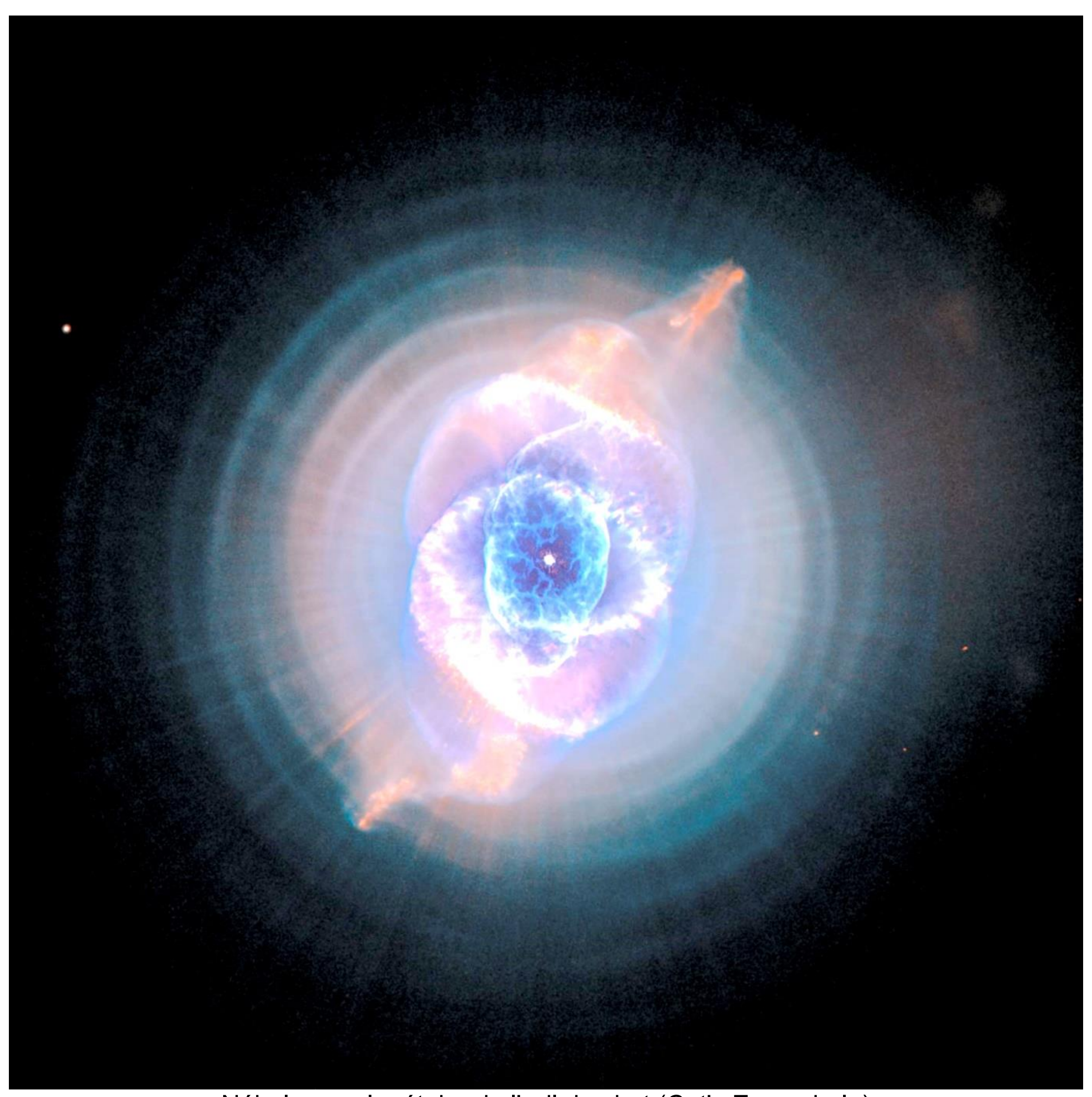
3.5.3 Fin de vie des étoiles

Etoile géante rouge

Après une dizaine de milliards d'années de vie, une petite étoile comme le Soleil se dilate et sa température diminue : elle devient une géante rouge, son rayon passant progressivement de 700 000 km aujourd'hui à environ 150 millions de km, rayon de l'orbite terrestre. A la fin de sa vie, notre Soleil devenu géante rouge sera peut-être assez grand pour contenir l'orbite terrestre, absorbant alors notre planète après l'avoir grillée, comme elle a déjà absorbé Mercure et Vénus…

Nébuleuse planétaire

Une nébuleuse planétaire est une enveloppe d'étoile, couche externe éjectée par l'explosion de celle-ci à une vitesse de l'ordre de 24 à 56 km/s. L'étoile d'origine, restée au centre de la nébuleuse, émet des rayons ultraviolets ionisant le gaz de l'enveloppe, qui continue son expansion pendant des milliers d'années.



Nébuleuse planétaire de l'œil de chat (Cat's Eye nebula)
© Microsoft Bing Creative Commons

Les étoiles qui explosent en nébuleuse planétaire sont des géantes rouges, comme celle qui se formera à la fin de la vie actuelle de notre Soleil. Il y a environ 20 000 nébuleuses planétaires dans la Voie lactée, chacune avec un rayon de l'ordre de 1 année-lumière et une masse de l'ordre de 0.3 masse solaire.

Après ~10 000 ans, l'étoile centrale devient une naine blanche très dense, de taille comparable à la Terre, qui se refroidit très lentement, devenant de plus en plus rouge.



Nébuleuse planétaire Messier 57 – Photo Hubble © NASA Creative Commons

Etoile naine blanche

C'est le plus souvent une étoile naine rouge (red dwarf) en fin de vie.
C'est aussi, parfois, une étoile comme le Soleil, de masse inférieure à 1.44 masses solaires en fin de vie, environ 2 milliards d'années après être devenue une géante rouge, puis une nébuleuse planétaire. Sa luminosité est faible et sa masse est de l'ordre de celle du Soleil : $2 .10^{30}$ kg. Mais cette masse étant concentrée dans un volume comparable à celui de la Terre, la densité est de l'ordre de 1 million de fois celle de l'eau, produisant une puissante attraction gravitationnelle.

Etoile à neutrons

Une étoile de masse comprise entre 1.44 et 3 fois celle du Soleil s'effondre sur elle-même en fin de vie, la pression de radiation de la synthèse thermonucléaire qui s'arrête étant devenue insuffisante pour équilibrer la pression des couches externes. Il se forme alors une *étoile à neutrons* d'un diamètre de l'ordre de 20 km, qui

concentre toute la matière, une sorte de noyau atomique géant. Sa densité est alors telle qu'une cuillère à café de sa matière pèserait 50 milliards de tonnes sur Terre…

Nova

On appelle nova (pluriel : novae ou novas) une étoile non visible à l'œil nu qui devient brusquement très brillante (1000 à 100 000 fois plus) pendant quelques jours ou quelques semaines avant de revenir à sa luminosité initiale.

Ce phénomène se produit dans une *étoile double*, système formé de deux étoiles tournant autour de leur centre de gravité commun (donc tournant l'une autour de l'autre). L'une est une géante rouge, l'autre est une naine blanche. Leur faible distance permet à la très forte attraction gravitationnelle de la naine blanche d'attirer de la matière de la géante rouge, matière qui s'accumule autour d'elle en formant un disque.



Nova (source : NASA)

Lorsqu'une quantité suffisante de matière s'est accumulée à la surface de la naine blanche une colossale explosion atomique se produit, en éjectant une masse de matière chaude de l'ordre de un dix-millième de celle du Soleil. Cette explosion et la matière éjectée dans l'espace forment la nova visible. La naine blanche revient alors à sa luminosité initiale et le phénomène peut se reproduire entre 1000 et 100 000 ans plus tard.

Supernova (pluriel : supernovæ)

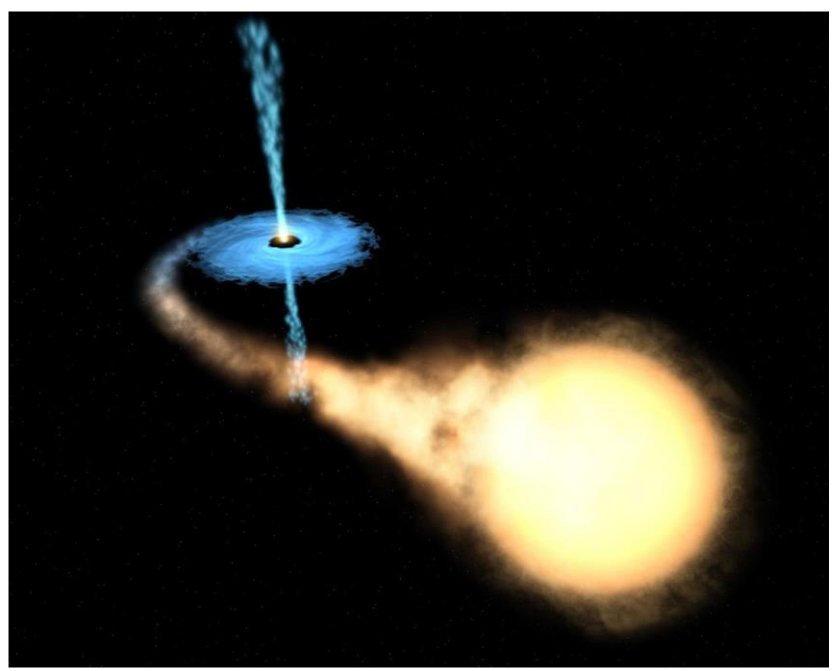
En fin de vie, une étoile de masse très supérieure à celle du Soleil (au moins 5 fois avant effondrement) explose en produisant autant de lumière qu'une galaxie de 100 milliards d'étoiles et une énergie de l'ordre de 10^{44} joules ; la masse de matière éjectée dans l'espace est de l'ordre de plusieurs fois celle du Soleil.

Les explosions de supernovae sont à l'origine de l'enrichissement progressif de l'Univers en éléments plus lourds que le fer : quand les couches internes de l'enveloppe de l'étoile s'écrasent sur le noyau (par attraction gravitationnelle et chute d'une hauteur de l'ordre du million de km) elles produisent de telles conditions de température et de pression qu'une quantité d'éléments lourds se forment, en principe tous ceux dont le numéro atomique est entre le fer et l'uranium ; et il se forme aussi des neutrons rapides, dont l'absorption par des noyaux produit des éléments lourds comme l'or.

3.5.4 Disque d'accrétion - Quasar

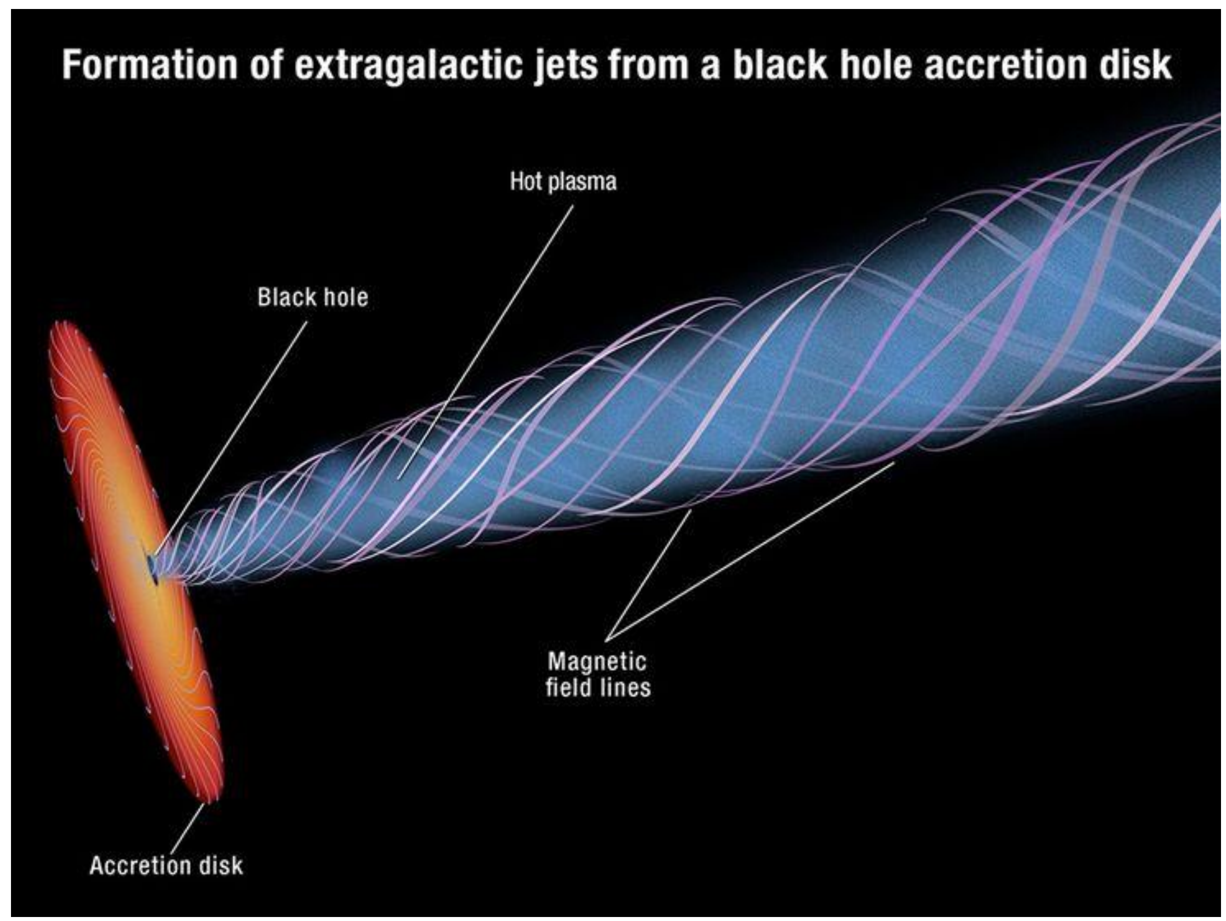
Les astres extrêmement denses que sont les étoiles à neutrons et les trous noirs déforment tellement l'espace-temps qu'ils attirent toutes les particules de l'espace environnant, qu'elles soient libres ou appartenant à une étoile voisine dont l'atmosphère est ainsi « dévorée ».

En tombant vers l'astre attracteur, les particules suivent souvent une trajectoire spirale, constituant autour de cet astre un *disque d'accrétion* très visible au télescope. La chute, l'attraction et la perte de moment cinétique accélèrent fortement les particules, qui s'entrechoquent en dégageant beaucoup d'énergie. Les charges ionisées créent un puissant champ magnétique en spirale, qui accélère certaines particules en créant des jets immenses de part et d'autre du disque, souvent visibles sur des longueurs de l'ordre de l'année-lumière – 1000 fois plus grandes donc que le système solaire entier jusqu'à sa grande planète la plus éloignée, Neptune, et comparables à la distance de l'immense nuage d'Oort.



Disque d'accrétion issu d'une étoile géante « dévorée » et jets
Licence Wikimédia Commons

Ces disques d'accrétion libèrent une énergie considérable provenant de la transformation d'une partie de la masse des particules tombantes en rayonnement. Cette énergie est telle que le rayonnement X produit est plus puissant que celui de milliards d'étoiles ; ces disques sont donc les objets les plus brillants de l'Univers, après les sursauts gamma de très courte durée. On les a donc surnommés *quasars* (quasi-stellar radio sources), et leur présence signale un trou noir massif par ailleurs invisible.



Disque d'accrétion et jet d'un trou noir (Source : Microsoft Bing)

Les quasars détectés sont en général très lointains, à des milliards d'années-lumière. Leur lumière est donc fortement décalée vers le rouge (longueurs d'onde dilatées) par l'expansion de l'Univers qui les fait s'éloigner de nous (loi de Hubble).

Galaxies de Seyfert

Les quasars ci-dessus sont les plus connus car les plus visibles, mais ce ne sont pas les plus nombreux. Les objets brillants les plus nombreux sont les centres de galaxies spirales appelées *galaxies de Seyfert*, et leur éclat varie dans le temps avec des périodes de l'ordre de quelques mois ; leur taille est donc inférieure à une année-lumière, minuscule par rapport à celle de la galaxie environnante.



Galaxie spirale de Seyfert NGC 6814 – Distance : 75 millions d'années-lumière
(Noyau très brillant entourant un trou noir d'une masse 18 millions fois celle du Soleil)
Licence ESA/Hubble Creative Commons 4.0

3.6 Trou noir

Un trou noir est l'état de fin de vie d'une étoile de masse importante, supérieure à 3 masses solaires au moment de l'effondrement. Celui-ci est produit par attraction gravitationnelle de la couche externe, que la pression de radiation du noyau ne peut arrêter.

3.6.1 Définition astronomique et formation d'un trou noir

Définition astronomique

Un trou noir est un astre exerçant une attraction gravitationnelle extrême à laquelle rien ne peut échapper en s'éloignant, pas même la lumière. Mais en tant que corps ayant une masse, il est lui-même attiré par une étoile ou un autre trou noir, autour desquels il peut tourner ; et il peut être lui-même absorbé par un trou noir plus grand.

Formation d'un trou noir

Première barrière d'effondrement : 1.44 masses solaires

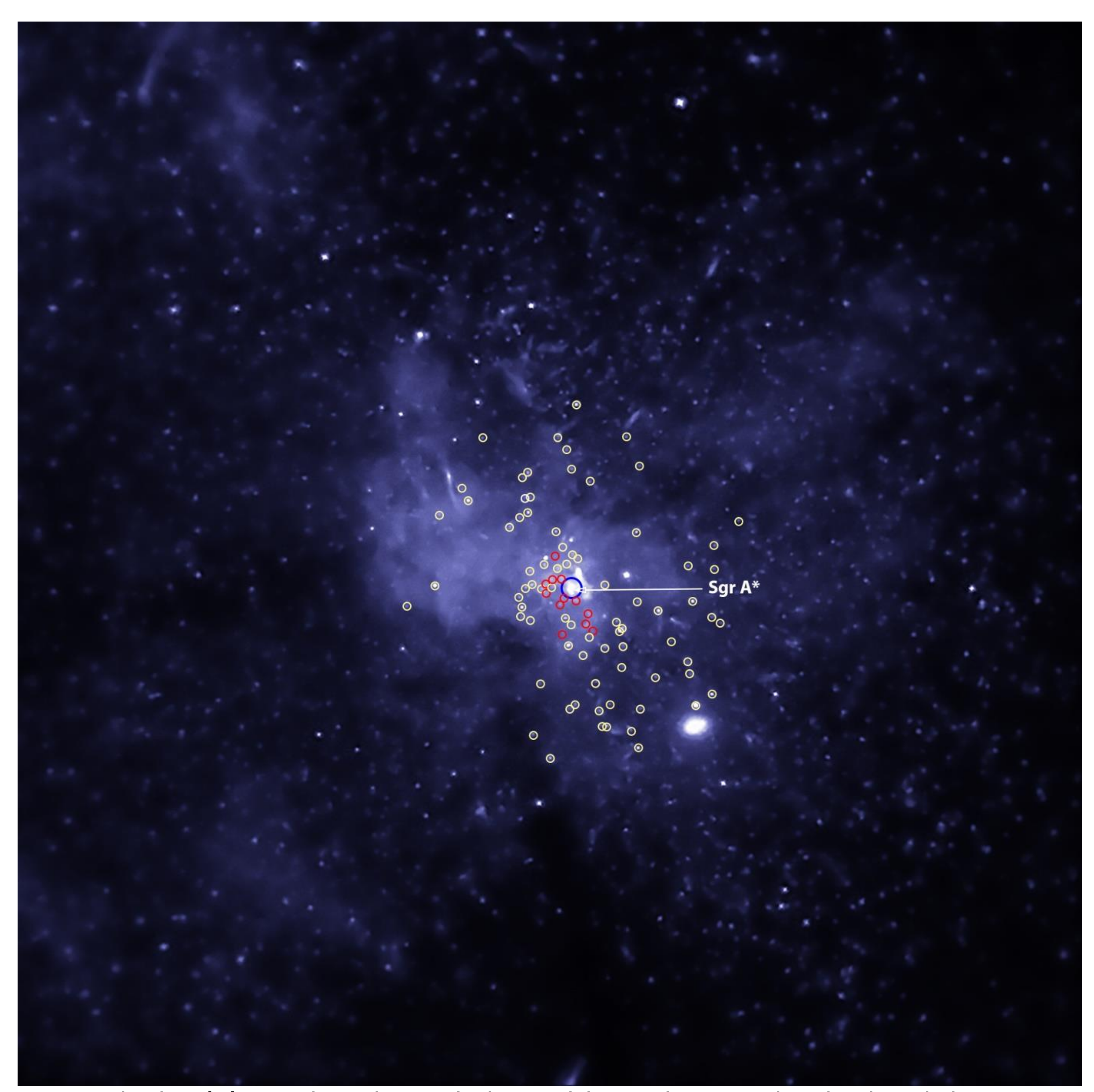
Lorsque la masse d'une étoile est inférieure à 1.44 masse solaire (limite dite « de Chandrasekhar »), son effondrement gravitationnel en fin de vie s'arrête lorsqu'une naine blanche s'est formée, grosse comme une petite planète : ~10 000 km de diamètre. Les forces qui résistent à la compression sont celles d'un gaz d'électrons dégénéré, dont un calcul de Relativité restreinte et Mécanique quantique montre qu'elles ne peuvent supporter plus de 1.44 masse solaire. Le résultat de cet effondrement est une étoile naine blanche, très dense et très chaude.

Deuxième barrière d'effondrement : ~3 masses solaires

Lorsque la masse d'une étoile est comprise entre 1.44 et ~3 masses solaires, l'explosion de fin de vie produit une supernova qui expulse son enveloppe gazeuse. L'effondrement s'arrête lorsqu'une étoile à neutrons s'est formée, avec un diamètre de l'ordre de 20 km. La densité de l'étoile est alors de l'ordre de celle d'un noyau atomique, et les forces qui résistent à la compression sont celles d'un tel noyau.

Il n'y a pas de troisième barrière : l'effondrement continue indéfiniment

Un trou noir se forme à la mort par effondrement d'une étoile de masse supérieure à 3 masses solaires environ. Quand celle-ci a épuisé son carburant thermonucléaire interne après avoir brillé pendant toute sa vie, elle devient instable : la pression de radiation due à la réaction de fusion thermonucléaire ne suffit plus pour équilibrer celle du poids des couches extérieures de l'étoile. Ces couches s'effondrent, leur masse étant attirée par le noyau stellaire. Cet effondrement (affectant les quelques centaines de milliers ou quelques millions de km d'épaisseur des couches stellaires) produit une compression si colossale qu'aucune loi physique ne peut l'arrêter : l'étoile tout entière est réduite à un point infiniment petit, le trou noir.



Trous noirs (repérés par de petits cercles) au voisinage du centre (Sagittarius A) de notre galaxie. Sagittarius A est lui-même un trou noir de 4 millions de masses solaires - © NASA

Une singularité de l'espace-temps

Ce point concentrant toute la masse de l'étoile, sa densité est infinie ; et comme l'étoile tournait sur elle-même, son moment cinétique de rotation se retrouve dans le trou noir, bien que le rayon de celui-ci soit nul. C'est donc une *singularité* de l'espace-temps, un point où sa courbure est infinie et où les hypothèses fondamentales de la Relativité générale cessent de s'appliquer.

Un trou noir stellaire ne se forme comme cela que si la masse stellaire après effondrement est supérieure à 3 masses solaires, c'est-à-dire 3 x 2 .10^{30} kg, ce qui correspond à environ 5 masses solaires avant effondrement.

3.6.2 Rayon de Schwarzschild

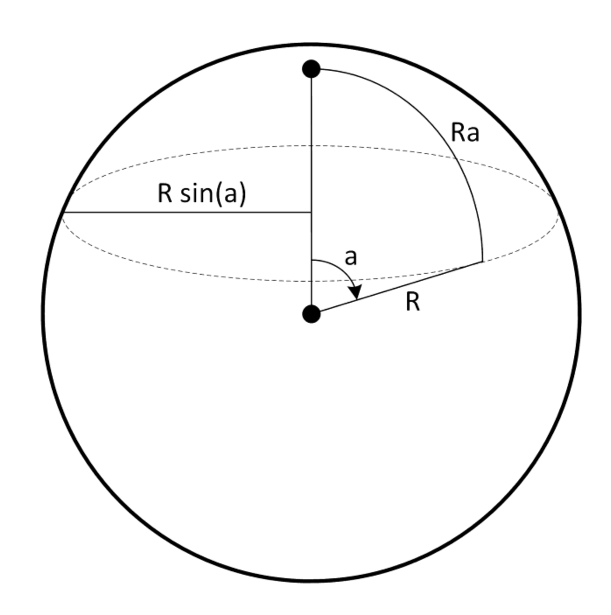
L'équation des géodésiques de la métrique de Schwarzschild implique que l'accélération radiale initiale d'un corps au repos lâché en chute libre depuis une coordonnée *r* vaut :

$$\frac{d^2r}{d\tau^2} = -\frac{r_s}{2r^2} \qquad (Schwarzschild)$$

où r_s est le « rayon circonférentiel » ou « coordonnée radiale circonférencielle » de l'événement, dont voici la définition.

<u>Définition du rayon circonférentiel d'un événement</u>

Voir dessin ci-dessous.
Sur la surface sphérique de rayon *R* on trace un cercle dont l'axe joint le "pôle Nord" au centre de la sphère. Un arc de longueur *Ra* de ce cercle est vu sous un angle *a* depuis le centre de la sphère. Le rayon r_s de ce cercle, mesuré dans son plan, a une longueur *R sin(a)* : r_s est la coordonnée radiale circonférencielle ; $r_s = \frac{C}{2\pi}$, où *C* est la circonférence du cercle tracé.



<u>Signification du rayon circonférentiel</u>

La coordonnée de Schwarzschild *r* est une coordonnée radiale circonférentielle.
Cette coordonnée est différente de la distance radiale parce que l'espace-temps est courbe dans la métrique de Schwarzschild : le rapport entre la circonférence d'un cercle et son rayon n'est pas toujours 2π.

D'après la loi de gravitation universelle de Newton (et en supposant son espace-temps plat implicite) l'attraction que doit subir un corps de masse *M* situé à une distance *r* de cette masse est :

$$\frac{d^2r}{d\tau^2} = -\frac{GM}{r^2} \quad (Newton)$$

où τ est le temps mesuré par l'observateur de la chute.

Définition du rayon de Schwarzschild

On voit que l'équation précédente (Schwarzschild) n'est équivalente à l'équation (Newton) que si :

$$r_s=2GM$$

où *M* est la masse du corps à l'origine de la gravitation.
Ce rayon limite r_s est appelé *rayon de Schwarzschild* du corps.

La singularité au centre d'un trou noir

L'affirmation de la Relativité générale que « l'accélération d'une masse inertielle est égale à l'attraction gravitationnelle », n'est possible que si :

- $r \gg r_s$, c'est-à-dire si le corps attiré est suffisamment loin du centre attracteur de masse *M* pour que l'espace-temps y soit à peu près plat, comme le veut la loi de Newton. Ce centre attracteur est appelé « singularité du trou noir », car la densité et la pression qui règnent dans ce volume infiniment petit sont infinies.
- $r_s = 2GM$ (en unités RG ; $r_s = 2GM/c^2$ en unités du système international SI).

Lorsque le corps est à une distance $r \leq r_s$ les lois de Newton ne s'appliquent plus

Attention au système d'unités !

- En unités du système de mesure RG (où la vitesse *v* est évaluée en tant que rapport *v/c*, nombre sans dimension), le produit *GM* s'exprime en mètres : la quantité $r_s = 2GM$ est alors une longueur appelée « rayon de Schwarzschild » ; elle est proportionnelle à la masse *M*.
- En unités du Système International (SI, précédemment MKSA : mètre, kilogramme, seconde, ampère) la vitesse est un nombre de mètres par seconde, $c = 2.99792458 .10^8$ m/s, et le rayon de Schwarzschild s'écrit :

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

Exemple : le rayon de Schwarzschild du Soleil, qui est aussi celui de sa sphère Horizon des événements (notion définie ci-après), mesure environ 3 km, beaucoup moins que son rayon physique de 700 000 km.

Dans la suite de ce texte nous nous conformerons souvent à l'habitude des physiciens spécialistes de la Relativité d'écrire les formules et les équations en système RG.

Hélas, cette habitude est d'autant plus trompeuse pour les non-initiés que certains physiciens s'expriment dans un système encore plus trompeur, qui ajoute à la convention $c = c^2 = 1$ de RG la convention $G = 1$: la constante universelle de gravitation $G = 6.67259 .10^{-11}$ Nm^2/kg^2 (produit d'une force en newtons par une surface en m^2, le tout divisé par des kg au carré) est posée égale à 1 ; exemple : [B190].

Complément : *Système d'unités naturelles de Planck*.

3.6.3 Horizon des événements d'un trou noir

La sphère de rayon de Schwarzschild $r_s = 2GM$ est une surface limite qu'aucun objet interne (ni matière, ni rayonnement) ne peut franchir pour ressortir. Cette impossibilité correspond au fait que les composantes g_{tt} et g_{rr} du tenseur métrique y échangent leurs signes, donc (pour une métrique diagonale) que les coordonnées r et t échangent leurs rôles, le futur étant décrit par des r décroissants lorsque $r < 2GM$. Cette surface est donc appelée « Horizon des événements ».

> Pour qu'une particule échappe au trou noir en traversant le rayon de Schwarzschild il faudrait qu'elle puisse se déplacer plus rapidement que la lumière, ce que ne peuvent faire ni celles qui ont une masse ni celles qui n'en ont pas, comme les photons.

Exemple

Si le Soleil (masse : 2 $.10^{30}$kg) devait devenir un trou noir (ce qui est impossible, car il n'a pas la densité d'énergie nécessaire) son Horizon des événements aurait un rayon d'environ 3 km. Compte tenu de la structure de la plupart des étoiles lumineuses, la masse minimum d'une étoile susceptible de s'effondrer en trou noir est de l'ordre de 10^{31} kg.

Le rayon de l'Horizon des événements d'un trou noir est proportionnel à sa masse

Le rayon de Schwarzschild $r_s = 2GM$ d'un astre est proportionnel à sa masse.
Exemple : Le trou noir de 4 millions de masses solaires au centre de notre galaxie (appelé Sagittarius A) a un rayon de Schwarzschild ~12 $.10^6$km.

Conséquence importante : perte de l'information descriptive des objets absorbés

Puisque tout ce qui tombe dans un trou noir, matière ou rayonnement, y reste prisonnier à jamais, on peut penser que l'information descriptive correspondante est perdue pour toujours.

Un trou noir est décrit par 3 paramètres et 3 seulement : sa masse, son moment cinétique (car tous les trous noirs tournent autour d'un axe, avec un moment cinétique somme des moments cinétiques des objets absorbés) et son éventuelle charge électrique somme des charges absorbées. De toute l'information descriptive d'un objet absorbé il ne reste que :

- L'énergie absorbée, égale à l'énergie arrivante, qui s'ajoute à celle de la masse du trou noir ;
- Le moment cinétique et la charge électrique, traités de la même façon.

Et ces trois informations sont cachées dans leurs sommes avec celles des absorptions précédentes. Les autres paramètres descriptifs de l'objet ont disparu, en opposition flagrante au principe universel de conservation de l'information !
Nous reviendrons sur ce problème plus bas.

Complément : Article *Black Hole Information Paradox* [B193].

Rayons de Schwarzschild pour le Soleil et la Terre

Ce rayon de Schwarzschild vaut environ 3 km pour le Soleil et 9.9 mm pour la Terre, alors que les rayons correspondants sont 700 000 km pour le Soleil et 6380 km pour

la Terre ; des points à la surface de ces deux astres (ou encore plus éloignés de leur centre) satisfont bien la condition $r \gg r_S$: la Relativité générale et les lois de Newton donnent bien le même résultat, *l'approximation de Newton est excellente*.

Rayon de Schwarzschild pour une étoile à neutrons

Pour une étoile à neutrons, dont la densité est colossale, le rayon de Schwarzschild est de l'ordre de 4.4 km alors que le rayon de l'étoile est de l'ordre de 10 km, à peine plus grand : *l'approximation de Newton est trop imprécise*.

Objets auxquels s'applique la métrique de Schwarzschild

La surface des astres visibles (étoiles, galaxies, amas, nuages...) est à une coordonnée *r* qui est grande par rapport au rayon de Schwarzschild $r_S = 2GM$; elle n'est donc pas soumise aux comportements non newtoniens décrits ci-dessous pour les particules de masse non nulle et les photons. Ces comportements relativistes s'appliquent à *un voisinage de l'espace-temps externe* d'un objet attracteur qui est déformé par cette attraction, notamment aux trous noirs définis ci-dessous.

Définition métrique d'un trou noir

Certains astres sont entièrement contenus à l'intérieur d'une sphère de rayon $r_S = 2GM$. Leur densité est extrêmement grande et ils ne peuvent avoir de surface où un objet serait immobile : ce sont les trous noirs. Pour eux, la solution métrique de Schwarzschild s'applique à tout événement de coordonnée radiale $r > 0$.

3.6.4 Pathologies sur la surface horizon

Les comportements physiques surprenants au voisinage d'un trou noir sont appelés *pathologies*.

La *métrique de Schwarzschild* a été définie au paragraphe du même nom comme :

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta \; d\Phi^2,$$

l'horizon étant à $r = r_S = 2GM$.

L'équation du mouvement dans le plan équatorial des particules de masse $m > 0$ pour un observateur lointain est :

$$\frac{dr}{dt} = \pm\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)\sqrt{1 - \frac{1}{e^2}\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)(1 + \frac{l^2}{r^2})}$$

Le décalage vers le rouge ou le bleu de la longueur d'onde λ_E de la lumière émise à la coordonnée radiale r_E et reçue à la coordonnée radiale r_R est donné par :

$$\frac{\lambda_R}{\lambda_E} = \sqrt{\frac{1 - \frac{2GM}{r_R}}{1 - \frac{2GM}{r_E}}}$$

On observe les pathologies suivantes

- Pour une horloge au repos sur l'horizon ($r = 2GM, dr = d\theta = d\Phi = 0$) on a :

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 = 0 :$$

Sur l'horizon des événements d'un trou noir le temps ne s'écoule pas.

- La lumière émise depuis un point au repos sur l'horizon subit un décalage vers le rouge infini dès qu'elle atteint un point où $r_S > 2GM$:
elle disparaît pour un observateur externe, qui ne peut rien voir sur l'horizon, car chaque longueur d'onde lumineuse y est devenue pour lui infiniment grande.

  La formule du décalage de longueur d'onde ne s'applique pas pour $r_E \leq r_S$ (c'est-à-dire sur l'horizon et à l'intérieur).

- Pour un observateur lointain, **le mouvement de toute particule pesante ou de tout photon qui tombe vers l'intérieur du trou noir *semble s'arrêter* à $r_s = 2GM$**.

- La composante g_{tt} du tenseur de Schwarzschild tend vers l'infini à $r = 2GM$, donc la dérivée ds/dr diverge.

Origines de ces pathologies
Sur l'horizon, la ligne d'univers d'une particule est du genre lumière (son temps propre ne s'écoule pas). Donc :

- Aucune particule matérielle ne peut rester en repos sur l'horizon $r = 2GM$.

- Aucune particule (même un photon) ne peut rester à r constant à l'intérieur de la sphère horizon $r = 2GM$.

Ces anomalies s'expliquent par le fait que *l'interprétation physique des coordonnées r et t change à l'intérieur de la sphère horizon r = 2GM* :

3.6.5 Coordonnée d'espace-temps à sens de variation imposé

Au paragraphe *Tenseur métrique de Schwarzschild* nous avons vu que la forme générale de la métrique $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$ était, pour les composantes non nulles d'une métrique dans le plan équatorial représentée par une matrice diagonale :

$$g_{tt} = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right); \quad g_{rr} = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1}$$

Considérons une ligne d'univers le long de laquelle une des coordonnées varie (appelons-la q) tandis que les trois autres sont constantes ; le signe de la coordonnée g_{qq} indique alors si elle est de temps ou d'espace. Compte tenu du fait que, sur la ligne d'univers, $d\tau^2 = -ds^2$, on doit changer les signes précédents :

$$g_{tt} = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right); \quad g_{rr} = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1}$$

- Si $r > 2GM$ alors $g_{tt}<0$, donc $ds^2<0$ et $d\tau^2 = -ds^2>0$. Une ligne d'univers le long de laquelle $d\tau^2>0$ est du genre temps, g_{tt} est une coordonnée de temps et g_{rr} une coordonnée d'espace.

- Si $r < 2GM$ alors $g_{tt}>0$, donc $ds^2>0$ et $d\tau^2 = -ds^2<0$. Une ligne d'univers le long de laquelle $d\tau^2<0$ est du genre espace, g_{tt} est une coordonnée d'espace et g_{rr} une coordonnée de temps.

3.6.5.1 Echange des rôles des coordonnées *r* et *t* à l'intérieur de l'horizon

A l'intérieur de la sphère horizon les coordonnées *r* et *t* inversent leurs rôles :

- *r* devient une coordonnée de temps, tout en gardant son interprétation circonférentielle ;
- *t* devient une coordonnée d'espace.

  (Rappel : le sens physique d'une coordonnée d'espace-temps ne provient pas de son nom, *t* ou *r*, mais de la métrique.)

Une particule qui suit une ligne d'univers du genre lumière ou du genre temps à l'intérieur de la sphère horizon ne peut rester à une coordonnée *r* fixe, exactement comme elle ne peut rester à *t* fixe dans l'espace-temps plat.

A l'intérieur de la sphère horizon :

- Le futur est à $r = 0$: toute particule doit se déplacer vers $r = 0$.
- Une particule ne peut rester au repos à *r* et *t* constants, elle doit se déplacer pour avancer dans le temps vers la singularité.

3.6.6 Déplacement d'une particule massive au voisinage de l'horizon

L'équation géodésique pour une particule massive implique que :

$$\frac{d^2r}{d\tau^2} = -\frac{GM}{r^2} + \frac{l^2}{r^3}(1 - \frac{3GM}{r})$$

Cette équation ne supposant pas que *r* est une coordonnée de type spatial, est donc valable quelle que soit la position par rapport au rayon de Schwarzschild.

Lorsqu'une particule venant de loin s'approche de la singularité :

- Pour $r < 3GM$ la quantité entre parenthèses est négative : l'accélération de toute particule en chute libre est constamment négative. Quel que soit son déplacement initial, si elle arrive à une position r < 3GM elle finit par se diriger vers la singularité.
- Pour $r = 2GM$ il ne se passe rien de particulier, la particule continue à se diriger vers l'intérieur ; même une particule subissant une accélération est soumise à cette obligation d'aller vers la singularité. Toutes les lignes d'univers se terminent en $r = 0$.

On peut résumer ce qui précède en affirmant que la surface $r = 2GM$ ne peut être franchie qu'en direction de la singularité : rien de ce qui est à l'intérieur (ni matière ni rayonnement) ne peut en ressortir. Cette situation est résumée par le diagramme de Minkowski ci-dessous, proposé par [B217] page 70.

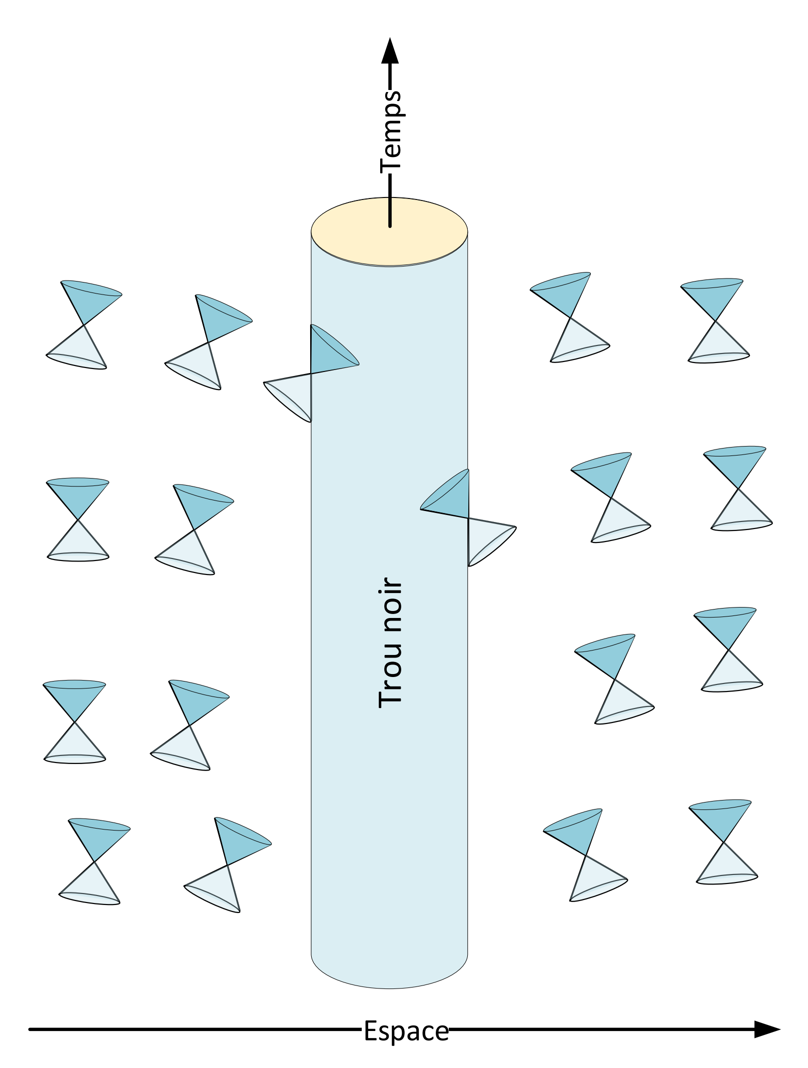


Diagramme de Minkowski : espace-temps voisin du cylindre horizon d'un trou noir ;
on a représenté les cônes de lumière d'un certain nombre d'événements.

Dans le voisinage du trou noir, son champ gravitationnel courbe l'espace-temps : plus un point (événement) est proche de l'Horizon des événements, plus l'axe de son cône de lumière est incliné.

Pour les points *sur* l'horizon, la droite de lumière supérieure est tangente au cylindre horizon ; l'évolution d'un objet en ce point, dont la ligne d'univers est nécessairement intérieure au cône, ne peut se faire que vers l'intérieur, en se rapprochant de la singularité. Et pour sortir de l'Horizon des événements, la ligne d'univers devrait passer à l'extérieur du cône, ce qui correspond à une vitesse plus rapide que la lumière : impossible.

Un vaisseau spatial extérieur à l'horizon pourrait s'en éloigner, en consommant suffisamment de carburant ; mais une fois à l'intérieur, sa course vers la singularité est aussi inévitable que le passage du temps dans l'Univers ; il ne peut même pas rester à distance constante de cette singularité. Voilà pourquoi la surface $r = 2GM$ est appelée « Horizon des événements ».

3.6.6.1 Durée maximum de survie après franchissement de l'horizon

Sources : [B4] page 175 et [B190].

Entre deux événements *A* et *B* séparés par un intervalle du genre temps, une géodésique est la ligne d'univers de temps propre maximal (voir *Hypothèse géodésique – Temps propre* sous-titre *Une situation surprenante*).

On en déduit que, quoi qu'il fasse pour freiner sa chute, le temps propre le plus long pendant lequel un objet quelconque peut subsister à r < 2GM est *celui où sa trajectoire va tout droit vers la singularité* : une fois franchi le rayon de Schwarzschild, le temps d'existence d'un objet est compté et inévitablement inférieur à πGM car :

$$\Delta\tau = \int_{2GM}^{0} \frac{-dr}{\sqrt{\frac{2GM}{r} - 1}} = \pi GM$$

Exemples de temps de survie avant destruction par la singularité ([B173] page 49) :

- Pour un trou noir de masse solaire : environ 10 microsecondes ;
- Pour un trou noir de 1 milliard de masses solaires (situé par exemple au centre d'une galaxie) : 1 milliard de fois plus, soit environ trois heures.

3.6.6.2 Contraintes de déformation d'un objet approchant d'un trou noir

Un homme tombant les pieds en avant vers un trou noir et proche de son Horizon des événements subirait :

- Un étirement dans le sens vertical, l'attraction gravitationnelle étant plus forte sur ses pieds que sur sa tête ;
- Une compression dans le sens horizontal, les directions de la singularité n'étant pas parallèles mais convergeant vers elle.

L'intensité des contraintes correspondantes dépend du rayon de l'horizon, proportionnel à la masse du trou noir. Un trou noir énorme a un horizon si aplati que ces contraintes peuvent être imperceptibles *avant d'atteindre l'horizon* ; car une fois ce dernier franchi, les contraintes augmentent inéluctablement à l'approche de la singularité. Qu'il soit très grand ou minuscule, l'homme sera à la fois décomposé par étirement et écrasé par aplatissement, avant d'être réduit à un point en fusionnant avec le trou noir.

Et pour finir de décrire son triste sort il sera brûlé très fort, car la température près de l'horizon d'un trou noir est extrêmement élevée, bien que, vue de loin, elle soit très basse ; voir le sous-titre *Baisse de fréquence d'un photon qui s'éloigne de l'horizon d'un trou noir* au paragraphe *Température d'un trou noir*.

3.6.6.3 Problèmes des coordonnées de Schwarzschild

- Un observateur à l'extérieur de l'Horizon des événements ne peut recevoir aucune information venant de l'intérieur. Il ne peut donc attribuer une coordonnée temporelle à un point de cet espace (c'est-à-dire « préciser où est ce point »).
- Comme les coordonnées de temps et d'espace s'échangent à l'intérieur de la sphère du rayon de Schwarzschild, on ne peut pas les définir avec la même définition que des coordonnées de l'espace extérieur. Raisonner sur leurs valeurs à l'intérieur comme à l'extérieur n'a donc guère de sens.

Ce sont là des problèmes dus à la définition des coordonnées de Schwarzschild, qu'on peut surmonter en adoptant d'autres systèmes de coordonnées, les métriques de Eddington-Finkelstein [B258] ou de Kruskal-Szekeres [B259].

3.6.7 Thermodynamique des trous noirs

En concluant que rien, ni matière ni rayonnement, ne peut sortir de la sphère horizon d'un trou noir, la Relativité générale n'avait pas pris en compte la Mécanique quantique : nous verrons dans *Evaporation des trous noirs (rayonnement de Hawking)* que ceux-ci s'évaporent !

3.6.7.1 Les découvertes surprenantes de Stephen Hawking

Dans les années 1970, Stephen Hawking a découvert que la physique des trous noirs présentait des phénomènes qui pourraient être vus par des observateurs lointains malgré l'Horizon des événements.

Il a d'abord démontré, de manière générale, que l'aire *A* de la sphère horizon d'un trou noir ne peut qu'augmenter au cours du temps, phénomène analogue à l'entropie toujours croissante d'un système isolé. Il a donc spéculé qu'*un trou noir peut avoir une entropie proportionnelle à l'aire A*.

La thermodynamique montre qu'un objet qui a une entropie *S* et une énergie interne *U* a une température absolue *T* telle que :

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial U},$$ où *U* = *M* pour un trou noir de masse *M*.

Hawking en a déduit en 1974 qu'***un trou noir doit rayonner des photons***, exactement comme un corps noir à la température *T*, contrairement à l'affirmation de la Relativité générale que rien ne peut en sortir [B194].

3.6.7.2 Les particules d'énergie négative à l'infini

Nous avons vu, au paragraphe *Energie et quantité de mouvement relativistes, et leur conservation*, qu'à l'infini les particules de masse non nulle peuvent avoir une énergie relativiste par unité de masse *e négative* à l'intérieur de la sphère horizon :

$$e = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)\frac{dt}{dr} < 0 \text{ si } r < 2GM$$

Dans la sphère horizon d'un trou noir (lorsque *r<2GM*), la coordonnée *t* est une coordonnée spatiale : *dt/dr* peut donc avoir un signe quelconque. Une particule d'énergie positive *e* à l'extérieur de la sphère horizon peut donc avoir une énergie négative à l'intérieur (où elle est tombée) parce qu'elle a cédé son énergie à une autre particule : voir ci-dessusl'exemple *Processus d'extraction d'énergie d'un trou noir de Penrose*.

<u>Les fluctuations quantiques peuvent rayonner de l'énergie à partir d'un trou noir</u>

Lire ici les paragraphes :

- *Fluctuations quantiques* avec ses sous-titres *Un vide plein d'énergie* et *Le vide de la physique quantique*.
- *Rayonnement du corps noir* (en annexe).

Une particule générée par une fluctuation quantique a une énergie E, son antiparticule ayant une énergie négative $–E$ (exception : un photon est sa propre antiparticule) ; les deux particules se recombinent après un temps très court Δt, conformément au principe d'incertitude de Heisenberg qui veut que Δt soit de l'ordre de $\hbar/E$.

N'étant pas soumise à la contrainte d'impossibilité de sortir de la sphère horizon du trou noir, une fluctuation quantique peut produire sa paire de particules très près de la surface de cette sphère, la particule d'énergie positive apparaissant à l'extérieur de cette sphère et pouvant éventuellement s'échapper à l'infini. Cette particule emporte alors de l'énergie prélevée sur le trou noir, qui ainsi « s'évapore » parce que son énergie décroît de la valeur de la particule d'énergie négative restée dedans.

La *Théorie quantique des champs* permet de prévoir la distribution de l'énergie des particules ainsi émises par un trou noir. Pour une particule atteignant l'infini, on trouve une énergie : $E_\infty \sim \hbar/4GM$. La masse m d'une particule issue de la fluctuation doit donc être inférieure à $\hbar/4GM$ pour atteindre l'infini au lieu de retomber dans le trou noir ; c'est extrêmement peu probable, puisque pour un trou noir de masse égale à celle du Soleil $\hbar/4GM \sim 6 \,.10^{-47}$ kg, environ 10^{17} fois moins que la masse de l'électron : les trous noirs ne rayonnent donc pratiquement pas de particules ayant une masse, mais seulement des photons d'énergie voisine de $\hbar/4GM$ produits par paires lors d'une fluctuation ; de tels photons peuvent avoir une énergie arbitrairement basse.

3.6.7.3 Température d'un trou noir

Un trou noir rayonne des photons comme un corps noir et a une température basse

Les calculs de *Théorie quantique des champs* de Hawking montrent que le spectre des photons émis est le même que la distribution du rayonnement d'un corps noir à la température T. L'énergie d'un photon émis est $k_bT = h/(16\pi^2GM)$ en unités du système RG, où h est la constante de Planck et k_b est la constante de Boltzmann.
Donc :

$$T = \frac{h}{16\pi^2 k_B GM} \text{ (en unités RG) ou } T = \frac{hc^3}{16\pi^2 k_B GM} \text{ (en unités SI)}$$

Ainsi, un trou noir de masse solaire ($2 \,.10^{30}$ kg) a une température très basse, de l'ordre de 62 milliardièmes de degré Kelvin, extrêmement proche du zéro absolu.

Quand l'ajout d'énergie fait baisser la température

Plus un trou noir est lourd, plus sa température est basse : en alourdissant un trou noir, c'est-à-dire en lui ajoutant de l'énergie, sa température baisse alors que pour un objet ordinaire elle augmenterait ! Inversement, plus un trou noir est léger, plus sa température est élevée – et même extrêmement élevée pour un trou noir minuscule ($\sim 10^{32}$ degrés K pour un trou noir de la masse de Planck $2.177 \,.10^{-8}$ kg).

Le trou noir n'est pas le seul astre à se comporter ainsi : d'autres objets célestes liés gravitationnellement (étoiles, amas stellaires, etc.) se comportent de la même façon.

Il est remarquable qu'un trou noir stellaire est beaucoup plus froid que le rayonnement du fond diffus cosmologique (2.73°K aujourd'hui, où il a eu 13.8 milliards d'années d'expansion depuis le Big Bang pour se refroidir). Un trou noir peut donc absorber ce rayonnement, ce qui augmentera sa masse et fera donc baisser encore plus sa température.

Si un trou noir était assez petit pour que sa température soit supérieure à celle du fond diffus cosmologique, il émettrait plus d'énergie qu'il n'en reçoit, ce qui diminuerait encore plus sa masse et le ferait rayonner encore plus fort.

Un trou noir ne peut donc jamais être en équilibre thermique stable avec un réservoir d'énergie à température constante.

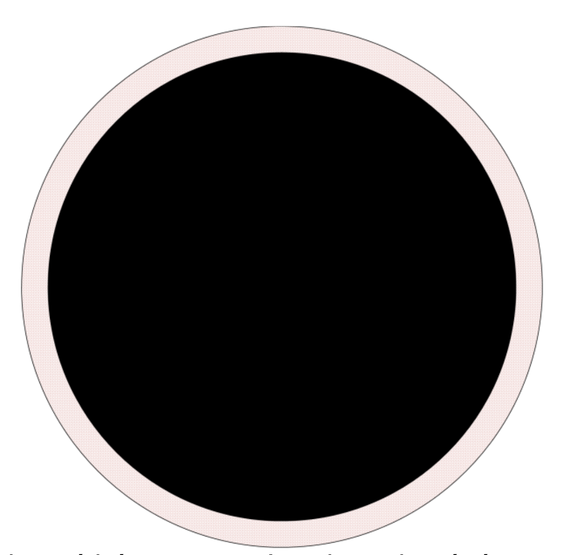
3.6.7.4 Baisse de fréquence d'un photon qui s'éloigne de « l'horizon étiré »

Source : [B173] page 221

Un photon né à l'extérieur de l'horizon d'un trou noir et s'éloignant de celui-ci passe d'une région de champ gravitationnel intense à une région où il est faible. Il perd alors de l'énergie, sa longueur d'onde augmentant. C'est ainsi qu'un photon de fréquence radio (faible énergie), reçu loin de l'horizon, avait une fréquence énorme de rayon gamma (très haute énergie) près de son horizon.

La région proche de l'horizon d'un trou noir est donc très chaude, puisque les photons y ont une haute énergie ; les astrophysiciens l'appellent « horizon étiré ».

L'existence de cette couche ne contredit pas le fait que l'horizon d'un trou noir vu de loin paraît extrêmement froid.



Horizon étiré entourant l'Horizon des événements

3.6.7.5 Processus d'évaporation à partir de l'Horizon étiré

De temps en temps une fluctuation quantique dans l'Horizon étiré en éjecte un atome vers l'espace, tandis qu'une particule d'énergie négative se forme sous l'Horizon des événements et tombe dans la singularité, faisant perdre de la masse à celle-ci.

<u>Il n'y a pas, dans l'Univers actuel, de trou noir en train de s'évaporer</u>

D'après le deuxième principe de la *thermodynamique*, un transfert de chaleur (c'est-à-dire d'énergie électromagnétique rayonnée) ne peut se faire que d'un corps chaud

vers un corps froid. Or ce qu'il y a de plus froid dans l'Univers est le *fond diffus cosmologique*, rayonnement à 2.7°K, et ce rayonnement est des millions de fois plus chaud que le trou noir naturel le plus chaud (c'est-à-dire de masse minimum), qui est plus lourd que le Soleil. Au contraire, même : tous les trous noirs sont en train de grossir, donc de se refroidir encore plus.

Si l'expansion de l'Univers se poursuit au rythme prévisible, sa température baissera assez, *dans un milliard de siècles*, pour que les trous noirs puissent commencer à rayonner leur énergie ; et nous allons voir que même alors leur perte d'énergie sera extrêmement lente.

3.6.7.6 Durée de vie d'un trou noir avant évaporation explosive complète

L'énergie rayonnée par unité de temps d'un trou noir est donnée par la formule de Stefan-Boltzmann :

$$\frac{dE}{dt} = A\sigma T^4 \text{, où :}$$

- *A* est l'aire de la surface rayonnante en m² ;
- σ est la constante de Stefan-Boltzmann ;
- *T* est la température absolue en degrés K.

Au fur et à mesure que le trou noir émet de l'énergie sa masse diminue, ce qui augmente sa température et accélère le rayonnement. On démontre qu'un trou noir de masse *M*, isolé dans le vide au zéro absolu, a ainsi une durée de vie de :

$$\tau_{vie} = 2.095 \cdot 10^{67} \text{ ans } \times \left(\frac{M}{M_{soleil}}\right)^3$$

- Un trou noir de masse solaire survivrait donc pendant un temps d'environ $2 \cdot 10^{67}$ ans après que la température de l'Univers soit descendue sous les 60nK (nanokelvins de 10^{-9}°K) : la température de l'Univers baisse continuellement du fait de l'expansion.
- Un trou noir de 1 kg (si on savait en fabriquer un, ou s'il résultait de l'évaporation d'un trou noir plus gros) ne survivrait que 0.083 seconde avant de s'évaporer en libérant une énergie comparable à celle d'une grosse bombe thermonucléaire.

  La fin de l'évaporation d'un trou noir est donc toujours explosive, quelle qu'ait été sa masse initiale.

3.6.7.7 Entropie d'un trou noir

Puisqu'un trou noir rayonne de l'énergie selon la même loi que celle d'un corps noir, on peut supposer qu'il a, comme lui, une entropie thermodynamique *S*. Or l'entropie est reliée à la température absolue par la relation :

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial U} \text{ où } U \text{ est l'énergie interne de l'objet.}$$

Dans le cas d'un trou noir de masse *M*, $U = M$ et $1/T = 8\pi k_B GM/\hbar$. En intégrant cette expression par rapport à *M* et en supposant nulle l'entropie d'un trou noir de masse nulle, on trouve en unités RG :

$$S = \frac{k_B A}{4G\hbar}$$

où $A = 4\pi(2GM)^2$ est l'aire de l'horizon du trou noir en système RG.

On voit que l'entropie d'un trou noir est proportionnelle à l'aire de sa sphère horizon, elle-même proportionnelle au carré du rayon de Schwarzschild, qui est proportionnel à la masse du trou noir ; donc :

L'entropie d'un trou noir est proportionnelle au carré de sa masse.

L'entropie de deux trous noirs séparés de même masse *M* est la somme de leurs entropies, c'est-à-dire $2 \times 4\pi(2GM)^2 = 32\pi(GM)^2$. Si ces trous noirs fusionnent, créant un trou noir de masse *2M*, l'entropie de celui-ci est $4\pi(4GM)^2 = 64\pi(GM)^2$: la fusion a doublé l'entropie totale, le désordre du système $S = k_B lnW$ a augmenté et son nombre de configurations (états) possibles *W* a lui-même augmenté ; mais *la température du trou noir fusionné est plus basse que celle des deux trous noirs initiaux*.

Perte de masse à la formation d'un trou noir

Lire d'abord en annexe le paragraphe *Energie négative en physique*.

La formation d'un trou noir ressemble à celle d'une planète : l'attraction gravitationnelle rassemble de la matière. L'énergie potentielle des fragments assemblés est transformée en énergie cinétique, qui se transforme à son tour en rayonnement thermique. Cette énergie est prise sur la masse totale des fragments assemblés, qui diminue : la masse finale ajoutée au trou noir est inférieure à la masse totale des fragments avant absorption.

Bilan informationnel de la formation d'un trou noir

La matière absorbée est partiellement transformée en rayonnement et l'information correspondante est présente dans ce rayonnement : elle n'est donc pas perdue.

On peut admettre que le reste de la matière est absorbé (dans le vide de l'espace) de manière adiabatique (voir en annexe dans le paragraphe *Entropie thermodynamique* le sous-titre *Transformation adiabatique d'un système*), donc à entropie constante. Il n'y a donc pas de perte d'information là non plus.

3.6.7.7.1 Entropie d'un trou noir en rotation

Nous avons vu au paragraphe *Thermodynamique des trous noirs*, sous-titre *Entropie des trous noirs* que l'entropie *S* d'un trou noir est proportionnelle à l'aire de sa sphère horizon :

$$S = k_B A/(4G\hbar)$$

où $A = 4\pi(2GM)^2$ est l'aire de l'Horizon des événements en système RS.

L'aire de l'horizon d'un trou noir est comme l'entropie : ils ne peuvent que croître

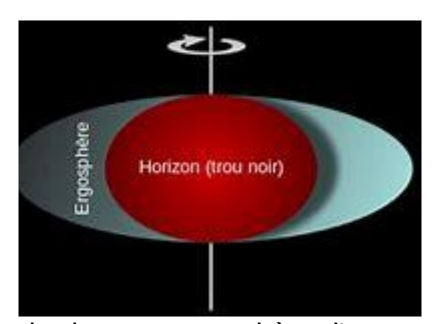
Pour un trou noir en rotation, l'aire de l'Horizon des événements est $A = 4\pi(2GM_{ir})^2$. Donc puisqu'aucune absorption de particule ne peut réduire la masse irréductible d'un trou noir en rotation, rien ne peut réduire l'aire de son Horizon des événements ou son entropie. Aire et entropie d'un trou noir donné ne peuvent que croître avec le

temps. Tout se passe là comme si l'évolution des trous noirs était soumise à la 2ème loi de la thermodynamique.

3.6.8 Ergorégion

Nous avons vu qu'en fin de vie, une étoile dont l'explosion ultime crée un noyau résiduel de plus de 3 masses solaires s'effondre sur elle-même sans limite, devenant un point géométrique appelé *trou noir* (ou *singularité* en langage de spécialistes). Dans cet état, elle a conservé sa masse, son moment cinétique et sa charge électrique, et elle impose à l'espace-temps environnant une déformation si importante qu'aucun objet matériel ou rayonnement ne peut s'en échapper au-delà d'une limite appelée *Horizon du trou noir*.

En outre, le moment cinétique impose une torsion de la partie de l'espace-temps autour du trou noir appelée *ergosphère*, car la rotation de celui-ci l'entraîne par effet Lense-Thirring. Selon [B6], article *Mathematics and Physical Sciences/General Relativity*, cet effet prévu par la Relativité générale prédit que le temps d'un objet en rotation autour d'une masse elle-même en rotation varie selon que les deux rotations sont on non dans le même sens.
Voir le paragraphe *Gravitoélectromagnétisme*.



Espace de Kerr : horizon et ergosphère d'un trou noir en rotation
© Microsoft Bing Creative Commons

Un trou noir n'émet donc pas de lumière et ne renvoie pas, non plus, celle qu'il reçoit : il est donc invisible, d'où son nom. Mais l'attraction gravitationnelle due à sa masse agit et attire la matière proche, qui tombe vers son horizon en formant une spirale appelée *disque d'accrétion* (voir plus bas ce paragraphe) où les particules qui s'entrechoquent sont lumineuses : c'est cette matière tombante que l'on voit.

Formation de trou noir par fusion des étoiles d'un système d'étoiles lourdes
Un trou noir peut aussi se former lorsqu'un système binaire a des étoiles lourdes (par exemple des étoiles à neutrons) qui tournent l'une autour de l'autre en se rapprochant de plus en plus. Au bout d'un certain temps ces étoiles vont se rencontrer et fusionner, additionnant leurs masses en un même trou noir. [B158]

Que les trous noirs se forment ainsi ou par effondrement d'une étoile massive, on estime que notre galaxie en compte plusieurs dizaines de millions sur une ou deux centaines de milliards d'étoiles.

Formation à partir d'une région de très forte densité
La condition physique de formation d'un trou noir n'est pas l'existence d'une masse minimum, mais celle d'une densité minimum. Celle-ci provient bien d'une certaine

masse, mais elle peut aussi résulter de la compression de cette masse par une forte onde de pression : il y a probablement eu, peu après le Big Bang, des formations de trous noirs à partir d'un volume réduit de matière à densité colossale.

Voir aussi : *Le trou noir le plus colossal* [B151].

3.6.8.1 Surface de décalage infini de la lumière vers le rouge

Sur cette surface la composante $g_{tt} = 0$, donc :

- Toute horloge au repos sur cette surface mesure un temps propre nul par rapport à une horloge située à l'infini : *le temps s'est arrêté*.
- Tout photon sur cette surface sortant radialement du trou noir ($d\theta = d\varphi = 0$) y est immobile ($dr = 0$) : *il ne peut en sortir*, donc aucune image non plus.
- Pour un observateur immobile à l'infini, plus un objet est près de cette surface ($dr \rightarrow 0$), plus le temps mesuré Δt entre deux événements de cet objet séparés par un temps propre $d\tau$ donné tend vers l'infini. La longueur d'onde de chaque couleur lumineuse grandit indéfiniment, décalant cette couleur vers le rouge. C'est pourquoi on appelle cette surface « surface de décalage vers le rouge infini ».

    Il n'y a pas que les longueurs d'onde qui grandissent au voisinage de l'Horizon des événements d'un trou noir : c'est l'écoulement du temps lui-même qui ralentit, parce que la dimension "temps" du continuum espace-temps grandit démesurément ; une horloge ralentit, les vibrations thermiques des atomes ralentissent, ainsi que les échanges métaboliques et rythmes cardiaques. Tout va beaucoup moins vite… vu par un observateur éloigné. Car un observateur local ne s'aperçoit d'aucune différence : la relativité, c'est ça.

Comment un objet tombe dans un trou noir – Effets du décalage
Un observateur à l'infini qui voit un objet, proche du rayon de Schwarzschild, tomber dans le trou noir, voit les instants successifs de son image défiler de moins en moins vite puis se figer, et il voit cette image devenir de plus en plus rouge (une lumière bleue devenant successivement jaune, puis rouge, puis infrarouge, puis être une onde radio…) jusqu'à être invisible. Il semble à l'observateur lointain que l'objet mettra un temps infini à franchir l'Horizon des événements tout en changeant de couleur. Le trou noir lui-même est *noir* bien sûr, car aucune lumière n'en franchit l'Horizon des événements que l'on voit.

Inversement, un observateur près de l'Horizon des événements d'un trou noir qui regarde vivre une personne assez loin (mettons avec un télescope) la voit s'agiter à un rythme d'enfer, les aiguilles de l'horloge qui l'accompagne tournant à toute vitesse. Le temps de cette personne passant beaucoup plus vite, les images que nous en recevons sont décalées vers le bleu, voir l'ultraviolet.

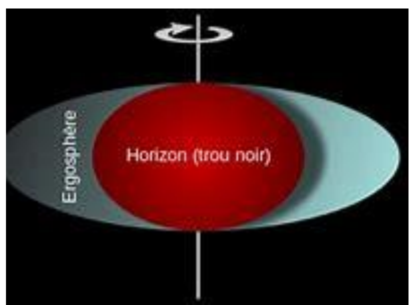
Voir aussi [B191] : *Un trou noir en tant que machine à voyager dans le futur*.

Un homme qui franchirait l'Horizon des événements, par contre, ne ressentirait de ce fait aucun changement de vitesse d'écoulement du temps, aucun changement de couleur ; voir les détails dans *Contraintes de déformation d'un objet approchant d'un trou noir*.

Une conclusion importante s'impose : deux observateurs, situés à des endroits différents par rapport à la surface de décalage de la lumière vers le rouge infini ou l'Horizon des événements d'un trou noir, perçoivent de manière très différente les mêmes phénomènes ou les mêmes événements.

Surface de décalage vers le rouge infini

Dans l'espace de Kerr, la surface de décalage de la lumière vers le rouge infini (définie comme le lieu géométrique des coordonnées $g_{tt} = 0$) *entoure* l'Horizon des événements. La région comprise entre ces deux surfaces est appelée « ergorégion » ou « ergosphère ».



Espace de Kerr : horizon et ergosphère d'un trou noir en rotation
(copyright Microsoft Bing CC)

Les objets venant de l'infini peuvent traverser la surface de décalage de la lumière vers le rouge infini pour éventuellement retourner ensuite à l'infini, sans traverser l'Horizon des événements ; le fait d'entrer dans la surface de décalage n'implique pas l'obligation de tomber dans le trou noir.

Le calcul des coordonnées *r* telles que $g_{tt} = 0$ a deux surfaces solutions et non une tant que $a < GM$:

$$r = GM \pm \sqrt{(GM)^2 - a^2cos^2\theta}$$

La solution intérieure $r = GM - \sqrt{(GM)^2 - a^2cos^2\theta}$ est complètement contenue dans l'Horizon des événements et *n'a donc pas de lien physique possible avec l'extérieur du trou noir de Kerr* ; ignorons-la désormais pour n'étudier que la solution extérieure

$$r_e = GM + \sqrt{(GM)^2 - a^2cos^2\theta}$$

Cette surface a des coordonnées comprises entre un rayon $r = GM + \sqrt{(GM)^2 - a^2}$ aux pôles et un rayon $r = 2GM$ à l'équateur.

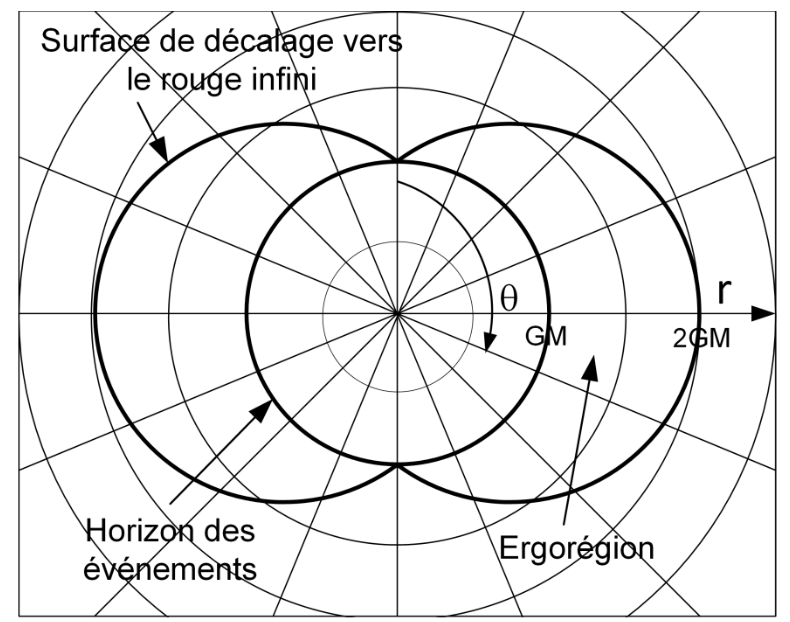


Diagramme polaire (r, θ) tracé pour un trou noir de Kerr extrême (a = GM) vu en coupe
La coordonnée r de l'Horizon des événements est r = GM.
La coordonnée r équatoriale de la surface de décalage vers le rouge est r = 2GM

Surface externe de l'ergorégion

La surface externe de l'ergorégion est la surface de décalage vers le rouge infini. Seuls les photons peuvent être au repos sur cette surface,

> (appelée limite de « staticité » par [B4] page 441, terme qui n'existe pas en français selon [B60], mais néologisme facile à comprendre)

les particules massives y ayant une vitesse angulaire *Ω* comprise dans l'intervalle

$$0 < \Omega < \Omega_{max} = \frac{4GMa}{r_e^3 + a^2 r_e + 2GMa^2}, \qquad \text{où } r_e = GM + \sqrt{(GM)^2 - a^2 cos^2\theta}$$

Intérieur de l'ergorégion

C'est le volume entre la surface de décalage vers le rouge infini et la plus externe des deux surfaces : l'Horizon des événements *r* = *GM* et $r_+ = GM + \sqrt{(GM)^2 - a^2}$ (à choisir selon la valeur de *a* par rapport à *GM*).

Les particules massives qui s'y trouvent doivent tourner dans le même sens que le trou noir, et aucune ne peut y être immobile ; un vaisseau spatial théorique ne pourrait y garder une distance *r* constante quelle que soit la puissance de ses moteurs : il pourrait soit s'éloigner, soit de rapprocher du trou noir; et s'il a atteint l'Horizon des événements, il ne peut que tomber encore.

Il ne peut donc pas y avoir d'observateur stationnaire dans l'ergorégion.

Energie des diverses trajectoires des particules par rapport à l'ergorégion

L'énergie par unité de masse à l'infini d'une particule libre est :

$$e = -g_{tt}\frac{dt}{d\tau} - g_{t\phi}\frac{d\phi}{d\tau} \qquad \text{(ENEL)}$$

- Toute particule libre dont une partie de la trajectoire passe hors de l'ergosphère doit avoir une énergie *e* positive ;
- Seules les particules dont les trajectoires sont intégralement contenues dans l'ergorégion peuvent avoir une énergie *e* négative.

<u>Horizon des événements d'un trou noir en rotation</u>

Cette surface a un rayon $r_+ = GM + \sqrt{(GM)^2 - a^2}$ (c'est-à-dire *GM* sur le diagramme ci-dessus où on a supposé *a* = *GM*).

Noter la différence de r_+ avec le rayon de Schwarzschild *r = 2GM* : elle est due à la rotation du trou noir. Mais comme dans la métrique de Schwarzschild, la coordonnée *r* est la vraie coordonnée temporelle dans la métrique de Kerr à l'intérieur de l'Horizon des événements, et le futur inéluctable est aussi $r \to 0$, c'est-à-dire la disparition dans le trou noir.

Tout ce qui se passe à l'intérieur de cette surface d'horizon est inaccessible pour des observateurs extérieurs et ne peut ressortir.

3.6.8.2 Ralentissement gravitationnel des horloges

L'Horizon des événements d'un trou noir n'est pas le seul endroit de l'espace où le temps ralentit par rapport à celui d'un observateur à l'infini : tout point où une masse fait sentir son effet gravitationnel est soumis à ce phénomène. C'est le cas à la surface d'une grosse planète comme Jupiter, par exemple, et même (dans une moindre mesure) de la Terre.

3.6.8.3 Evaporation des trous noirs (rayonnement de Hawking)

Un trou noir est indestructible : aucun phénomène physique ne peut le fractionner ou l'annihiler. Rien ne permet de s'en débarrasser. Impossible de récupérer la matière-énergie qu'il contient.

(Lire ici au paragraphe *Déterminisme des lois de la nature : définitions et caractéristiques* le sous-titre *Etats corrélés*.)

Mais le phénomène des *Fluctuations quantiques* (voir ce paragraphe) peut faire naître des paires corrélées particule-antiparticule (ou photon + photon) près de l'Horizon des événements du trou noir, une particule de la paire apparaissant de chaque côté de cet horizon. Il se peut, alors, que la particule externe d'énergie positive s'éloigne du trou noir tandis que la particule interne d'énergie négative y retombe ; dans ce cas-là, cette particule externe devient réelle et le trou noir perd de la masse : on dit qu'il *s'évapore par rayonnement de Hawking*, son horizon rétrécissant progressivement et sa température augmentant.

Les calculs montrent que cette évaporation (très lente parce que la durée de vie d'un trou noir de taille moyenne est de l'ordre de 10^{64} années) est d'autant plus rapide que le trou noir est petit, et qu'à la fin le trou noir disparaît en explosant : pendant son dernier dixième de seconde, il émettrait environ 10^{23} joules, explosion équivalente à celle d'un million de bombes atomiques de 1 mégatonne [B69].

D'après [B5] article *Trous noirs*, « un trou noir de 1 tonne doit s'évaporer en 1 dix milliardième de seconde, un trou noir de 1 million de tonnes subsiste 3 ans et un trou noir qui pourrait vivre plus de 14 milliards d'années doit avoir au minimum

1 milliard de tonnes. Un tel mini-trou noir équivaut à la masse d'un astéroïde de quelques kilomètres concentrée dans le volume d'un seul proton. »

3.6.9 De l'existence des trous noirs à celle d'un Big Bang

La théorie de l'évaporation des trous noirs, formulée par Stephen Hawking en 1974 [B69], applique des calculs de *Théorie quantique des champs* au phénomène gravitationnel des trous noirs de la Relativité générale, pour des trous noirs à l'échelle atomique.

Dans sa thèse de doctorat, en 1966, Stephen Hawking a montré, en remontant la chaîne de causalité de l'Univers, que l'espace-temps devait être né de l'explosion d'une singularité comme un trou noir : c'était l'idée du Big Bang, proposée par George Gamow et ses collègues à partir de 1946.

3.6.10 Quantité d'informations d'un trou noir

L'existence du rayonnement de Hawking montre qu'un trou noir a une température et de l'entropie, et qu'il rayonne comme un corps noir. Il contient donc une quantité d'informations, et pas seulement les trois données qui viennent naturellement à l'esprit : la masse, le moment cinétique et la charge électrique ; cette quantité d'informations – son entropie - est proportionnelle à l'aire de l'horizon du trou noir, et non à son volume.

La proportionnalité des informations à l'aire de l'horizon d'un trou noir suggère que l'information de l'Univers (dont une partie a été concentrée dans chaque trou noir) a une structure holographique, de même qu'un hologramme peut stocker sur une surface photographique plane l'information tridimensionnelle de son objet.
Voir [B70], [B55].

3.6.10.1 Que devient l'information descriptive de la matière absorbée par un trou noir ?

Certains théoriciens pensent que lors de son explosion finale un trou noir restitue l'information des corps qu'il avait absorbés. D'autres, comme Leonard Susskind de Stanford, pensent que cette information n'arrive même pas dans un trou noir qui absorbe de la matière : au voisinage de l'horizon, le temps ralentit indéfiniment et les évolutions semblent s'arrêter pour un observateur extérieur ; les informations se répartiraient alors sur l'horizon étiré, d'où elles ressortiraient au fur et à mesure de l'évaporation jusqu'à l'explosion finale.

Il n'y a donc pas de perte d'information dans l'absorption de matière ou de rayonnements par un trou noir.

Compléments :

- *Information des particules tombées dans un trou noir ;*
- *Quantité d'information-énergie dans un volume délimité par une surface* ;
- *Surface nécessaire décrivant un objet - Principe holographique* ;
- *Information stockée sur l'Horizon des événements d'un trou noir*.

3.6.11 Information des particules tombées dans un trou noir

3.6.11.1 Un trou noir n'a pas de cheveux

Vu de l'extérieur de son horizon, seul caractère visible, un trou noir se présente comme une sphère parfaitement noire, n'émettant et ne renvoyant aucune lumière. La surface lisse de l'horizon a fait comparer celui-ci à un crâne rasé. Le fait qu'on ne puisse connaître d'autre détails du trou noir que sa masse, son moment cinétique et sa charge a suggéré à John Wheeler la phrase « Un trou noir n'a pas de cheveux ».

Or cette conclusion contredit le fait qu'*un trou noir a de l'entropie* et que *son horizon stocke de l'information* : voir dans ce chapitre *Thermodynamique des trous noirs* et *Information stockée sur l'Horizon des événements d'un trou noir*. De cette contradiction est née une « guerre des savants » exposée dans [B173], guerre qui l'a résolue et a imposé le *Principe holographique de l'Univers* [B196], en même temps que la découverte de la température des trous noirs, qui les fait rayonner de l'énergie et finalement les détruit [B195]. Ce principe est décrit au paragraphe *Information stockée sur l'Horizon des événements d'un trou noir* dans le sous-titre *Stockage physique de l'information d'un trou noir : principe holographique*.

Donc, pour comprendre pourquoi l'information décrivant la matière absorbée par un trou noir n'est pas perdue, voir *Quantité d'informations d'un trou noir*.

3.6.11.2 Un trou noir détruit-il l'information des particules absorbées ?

Ayant démontré qu'un trou noir rayonne comme un corps noir, Hawkins a naturellement supposé qu'il avait une entropie correspondant à l'énergie et l'information des particules absorbées [B194]. Mais sachant que rien ne pouvait ressortir du trou noir, il a pensé :

- Que l'information descriptive d'une particule tombée dans le trou noir était perdue dans sa transformation en incréments de masse, moment cinétique et charge électrique ajoutés aux totaux existants ;
- Qu'en s'évaporant le trou noir rayonnait de l'énergie, comme un corps noir en rayonne *mais sans information*, donc que l'information absorbée était perdue à jamais, ce qui violait le principe de conservation de l'énergie.

Compléments : article *Black Hole Information Paradox* [B193]

Principe de conservation de l'information : résumé du paragraphe Principe de conservation de l'information d'un système fermé
Rappelons ici que ce principe repose sur une certitude : les lois d'évolution de la nature sont toutes symétriques ; si à la fin d'une évolution on inverse le sens du temps avec la même loi (par conjecture mathématique, pas en réalité bien sûr) on retrouve les conditions initiales de cette évolution, même en Mécanique quantique.

Donc l'information est conservée par toutes les lois d'évolution, même si elle ne l'est pas lors des transitions d'état comme les décompositions radioactives et les décohérences, *qui ne sont pas des évolutions*. C'est une des raisons qui ont fait distinguer, dans le modèle de déterminisme de Daniel Martin, les lois d'évolution des lois d'interruption.

Objection à l'argumentation de perte d'information de Hawking
Une perte d'information correspond à une création d'entropie, qui correspond à une création d'énergie thermique. Et, d'après [B173] note page 187, Banks, Peskin et Susskind ont montré que les fluctuations *quantiques* deviendraient alors *thermiques* et, presque instantanément, réchaufferaient l'Univers à des températures tellement élevées que l'hypothèse de perte d'information deviendrait absurde.

Donc même lors d'un rayonnement l'information d'un trou noir *doit* être conservée, mais il faut alors préciser *où* elle est stockée lors de l'absorption et ultérieurement. Voyons cela.

3.6.11.3 Des théories contradictoires sur la perte d'informations par évaporation?

Source : [B173] pages 239-240

Nous avons vu au /paragraphe *Température d'un trou noir*, sous-titre *Baisse de fréquence d'un photon qui s'éloigne de l'horizon d'un trou noir* qu'il existe une couche fine extrêmement chaude au-dessus de l'Horizon des événements, l'Horizon étiré, vue comme une membrane par un observateur lointain [B197]. De temps en temps une fluctuation quantique en éjecte un atome dans l'espace.

Compte tenu de la Relativité générale, voici ce qui peut arriver à l'information correspondant à la matière éjectée (qui avait été absorbée par le trou noir) :

- *Pour un observateur situé à l'extérieur du trou noir*
  L'Horizon étiré est une couche chaude d'atomes qui absorbe, mélange et finit par émettre (sous forme de rayonnement de Hawking) chaque bit d'information tombé dans le trou noir.
- *Pour un observateur en chute libre*
  L'Horizon des événements se présente comme un espace totalement vide, qui n'a rien de remarquable ; il n'y a pas d'horizon étiré à haute température. L'observateur peut franchir l'Horizon des événements sans s'en apercevoir ; il ne se trouvera en présence d'un environnement destructeur (étirement longitudinal et compression latérale) que plus tard, en approchant de la singularité. En attendant il emporte dans sa chute l'information qui le décrit.

Les deux processus sont possibles, voici pourquoi ils ne se contredisent pas.
La première observation est faite de l'extérieur de l'Horizon des événements du trou noir, alors que la seconde est faite de l'intérieur d'où aucune matière ou information ne peut nous parvenir. Ces observations sont effectuées dans des circonstances différentes : on ne peut les comparer et juger qu'elles se contredisent, car aucun observateur ne peut se trouver en même temps à l'intérieur et à l'extérieur de l'Horizon des événements.

Puisque ces processus sont tous deux possibles, mais dans des circonstances différentes, ils sont complémentaires. On parle à leur propos de *Principe de complémentarité d'un trou noir*.

Conditions d'observation de détails extrêmement petits

- Avec une lumière de longueur d'onde λ on ne peut observer que des détails plus grands que λ ; c'est un problème bien connu des utilisateurs de microscopes, qui

utilisent au besoin des lumières de courte longueur d'onde comme les rayons ultraviolets ou X pour voir des détails minuscules.

- L'énergie d'un photon de longueur d'onde λ est $E = \frac{hc}{\lambda}$. Si on diminue sa longueur d'onde pour voir plus petit on augmente son énergie, qui perturbe alors l'objet à voir : un photon d'énergie suffisante peut, par exemple, ioniser un atome ou dévier fortement un électron.

3.6.11.4 Information stockée sur l'Horizon des événements d'un trou noir

Sources : [B4], [B173], [B197], [B70] et [B71]

Puisqu'un trou noir a une entropie, il stocke de l'information possible ou cachée ; on ne sait pas quelle information, ce qu'elle décrit. Mais puisque l'entropie est proportionnelle à l'aire A de la sphère horizon, on peut supposer que l'information y est stockée, et que la quantité d'information est égale à A. Voyons ce qui justifie ces spéculations hardies.

Longueur d'onde d'un photon dont l'absorption apporterait 1 bit d'information

Jacob Bekenstein a imaginé un moyen pour ajouter à un trou noir le minimum possible d'information : un bit d'existence signifiant 1=existe, 0=n'existe pas. Il a cherché les caractéristiques d'un photon qui apporterait cette quantité exacte d'information en étant absorbé par le trou noir.

En supposant que plus un trou noir absorbe d'énergie plus il absorbe d'information, un tel photon devrait avoir l'énergie la plus faible possible. L'énergie d'un photon $h\nu$ étant proportionnelle à sa fréquence ν, sa longueur d'onde devrait donc être la plus longue possible. Puisqu'une longueur d'onde supérieure au rayon de l'Horizon des événements y ferait rebondir le photon sur l'horizon, Bekenstein a pensé que la longueur d'onde maximum devait être égale au rayon de l'horizon $r_S = 2GM/c^2$.

Or un photon de cette longueur d'onde a une énergie hc/r_S et son absorption augmente l'aire A d'une unité d'aire de Planck (définie au paragraphe *Système d'unités naturelles de Planck*). On remarque que cette augmentation est indépendante de la masse du trou noir, donc du rayon et de l'aire de son horizon : c'est donc une *loi de la physique* :

L'ajout d'un bit d'information à un trou noir augmente l'aire de son horizon d'une unité d'aire de Planck.

Donc :

L'entropie d'un trou noir, mesurée en bits, est proportionnelle à l'aire de son horizon mesurée en unités de Planck.

Et en allant à l'essentiel, quitte à utiliser une métaphore :

La quantité d'information d'un trou noir est égale à son aire.

Stockage physique de l'information d'un trou noir : principe holographique

Lire plus bas le paragraphe *Principe de conservation de l'information d'un système fermé* et ses sous-titres.

L'information absorbée par un trou noir est stockée sous forme de bits dans l'Horizon étiré proche de l'Horizon des événements. Dans cet horizon, chaque bit d'information correspond à un élément de volume grand comme une longueur de Planck.

Compte tenu des conditions énoncées dans le sous-titre *Conditions d'observation de détails extrêmement petits* du paragraphe *Des théories contradictoires sur la perte d'informations par évaporation?* il est impossible de prouver que le *Principe de complémentarité d'un trou noir* conduit à une contradiction observable : il faudrait recourir à des affirmations sur la physique au-delà de l'échelle de Planck, où la petitesse des détails exige des photons d'une énergie trop grande pour ne pas perturber l'observation.

3.7 Univers

3.7.1 Paradoxe d'Olbers

L'astronome Olbers a proposé en 1823 le paradoxe suivant, appelé aussi *Paradoxe de la nuit noire*.

Enoncé

« Si l'Univers est infini et que sa population d'étoiles est homogène, toute direction dans laquelle on regarde le ciel nocturne devrait contenir une étoile : il devrait donc y avoir de la lumière la nuit, car tous les points du ciel devraient être lumineux. »

Raisonnement

En réfléchissant au même problème en 1610, Johannes Kepler avait conclu que l'Univers n'était pas infini et/ou n'avait pas un nombre infini d'étoiles.

Mais il y a d'autres solutions :

- Certaines étoiles sont peut-être trop récentes pour que leur lumière ait eu le temps de nous atteindre.

  Cette solution suppose que la lumière a une vitesse finie et que l'Univers n'est pas en expansion, ou que son expansion est moins rapide que la vitesse de la lumière. Or Newton croyait que la vitesse de la lumière est infinie, et son espace étant une abstraction n'avait aucune raison de se dilater…
- Certaines étoiles sont déjà mortes : nous ne les voyons pas parce qu'elles n'envoient plus de lumière.
- L'éclat d'une étoile diminuant avec la distance, nous ne voyons pas celles qui sont loin.

Nous allons voir dans ce chapitre ce qu'il en est, en commençant par un résumé de nos connaissances cosmologiques actuelles.

3.7.2 Généralités

Définitions

- (Philosophie et langage courant) : ensemble de tout ce qui existe physiquement à un instant donné, la totalité des êtres et des choses.

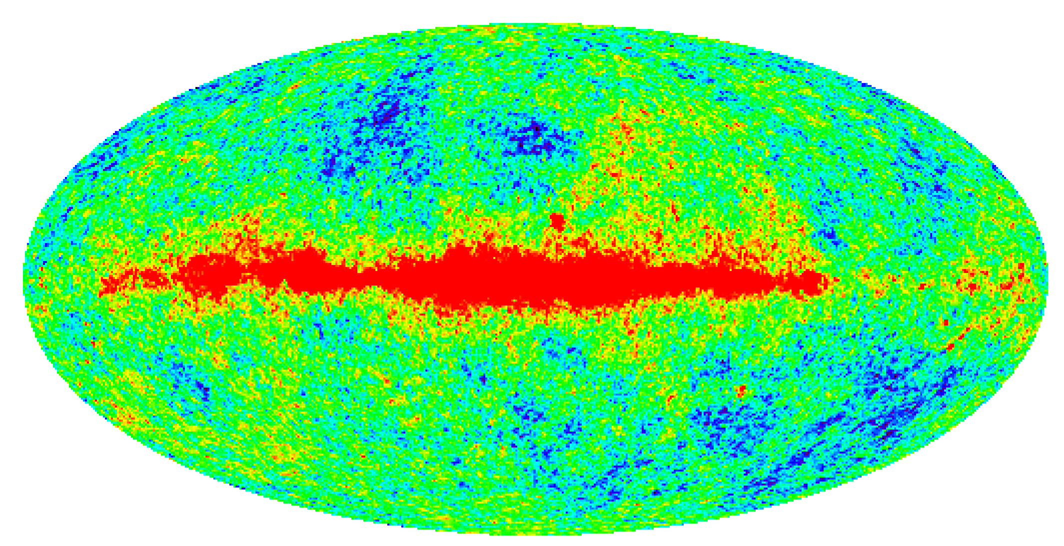
- (Univers physique, sensible) : ensemble des choses et des phénomènes physiques perceptibles par l'homme et objets de la science.
- (Astronomie – Univers avec une majuscule) : ensemble des galaxies, considérées dans leur évolution dans l'espace et le temps.
  Pour un astronome, il y a environ 10^{12} galaxies, 10^{23} étoiles.
- (Physique de la Relativité générale) : tout ce qui a existé, existe et existera dans le même espace-temps (continuum quadridimensionnel) que la Terre.

Données principales actuelles

- *Naissance* : notre Univers est né d'une explosion colossale, le Big Bang, il y a 13.8 milliards d'années (voir *Big Bang, la naissance de l'Univers*). Il se peut qu'il soit né d'une fluctuation quantique dans un espace-temps préexistant [B200].

  Nous ne savons pas s'il a existé quelque chose (espace-temps et matière-énergie) *avant* ce Big Bang, nous n'avons à ce sujet que des conjectures. Nous ne savons même pas si l'espace-temps n'est pas apparu *en même temps* que la matière-énergie de l'Univers lors du Big Bang, car l'existence de quelque chose implique à la fois un temps et une matière-énergie.

  A sa naissance, l'Univers était minuscule mais extraordinairement dense et chaud, si chaud que sa matière-énergie était une sorte de « soupe quantique », plasma de baryons (protons, neutrons, etc.) et de photons.
- *Structure* : La Relativité générale d'Einstein nous apprend que l'Univers est un continuum (espace continu) quadridimensionnel : 3 dimensions d'espace + 1 dimension de temps, le tout formant l'espace-temps. Le temps est une dimension *nécessaire* de cet espace-temps, dont on ne peut concevoir un espace réel sans temps ou un temps réel sans espace.
- *Principe cosmologique* : c'est un ensemble de deux principes d'invariance spatiale de l'Univers, qui ne s'expliquent que par l'occurrence d'une inflation (phénomène décrit plus bas) :
  - *L'homogénéité*, invariance (à l'échelle du milliard d'années-lumière) de la distribution des galaxies ;
  - *L'isotropie*, invariance du *fond diffus cosmologique* dans les diverses directions d'observation.
    Le fond diffus cosmologique est un rayonnement électromagnétique présent dans tout l'Univers et extrêmement isotrope. C'est un reste du rayonnement émis 380 000 ans après le Big Bang, lorsque la dilatation de l'Univers l'avait suffisamment refroidi pour qu'il devienne transparent. Aujourd'hui, la dilatation a réduit la température de ce rayonnement à 2.7°K.



Carte du ciel entier montrant le fond diffus cosmologique.
Les différences de couleur proviennent des différences d'intensité du rayonnement (de l'ordre de 10^{-6}°K) dues aux variations de la densité de matière qui ont donné naissance aux galaxies.

Détails du Principe cosmologique et du fond diffus cosmologique : voir plus bas *Fond diffus cosmologique – Homogénéité et isotropie de l'Univers*.

- *Dimension* : l'Univers *observable depuis la Terre, qui en est le centre,* est une sphère de la surface de laquelle la lumière a mis 13.8 milliards d'années pour nous parvenir depuis le Big Bang : cette surface est aussi appelée *Horizon cosmique*.

  Le rayon de cet horizon est défini par ce temps de 13.8 milliards d'années, pas par une distance. C'est cet Univers observable qui contient environ 10^{12} galaxies.

- *Expansion* : l'Univers est en expansion depuis le Big Bang : les galaxies lointaines s'éloignent de nous d'autant plus vite qu'elles sont loin.

  Loi de Hubble : la vitesse de croissance du rayon de l'Univers observable est proportionnelle à la distance à la Terre du lieu considéré. Ce rayon croît de 23 km/s par million d'années-lumière d'éloignement. C'est pourquoi il existe une distance au-delà de laquelle la vitesse d'éloignement est celle de la lumière, ~300 000 km/s, et nous ne verrons jamais les lieux plus éloignés.

  La vitesse d'expansion de l'Univers a varié depuis le Big Bang, décroissant pendant les 8 à 9 premiers milliards d'années, puis croissant depuis. Du fait de cette vitesse d'expansion variable, les galaxies les plus lointaines jamais créées depuis le Big Bang sont aujourd'hui à une distance d'environ 47 milliards d'années-lumière, à la surface d'une sphère appelée *Univers physique actuel*.

  On appelle *Volume de Hubble* l'intérieur de la sphère à la surface de laquelle les galaxies s'éloignent de nous aujourd'hui à la vitesse de la lumière, sphère appelée *Surface de Hubble*. Les galaxies situées au-delà émettent aujourd'hui une lumière qui ne nous atteindra jamais, car elle se propage vers nous moins vite que l'Univers ne se dilate.

  Une limite infranchissable
  La surface de Hubble s'éloigne de nous plus vite que la vitesse de la lumière c = 299 792 458 m/s (voir [B198]). Une telle vitesse d'expansion ne contredit pas

la Relativité générale, car celle-ci ne limite à *c* que les vitesses de ce qui est matière ou rayonnement, pas celle de l'expansion de l'espace ; mais cette vitesse d'expansion a une conséquence philosophique : aucune action physique ne peut franchir cette surface, ni de l'extérieur vers l'intérieur ni l'inverse : cette transcendance-là est physiquement impossible, alors que pour les philosophes traditionnels l'expérience ne peut ni la démontrer ni l'infirmer. [B264]

3.7.2.1 Notre galaxie, la Voie lactée

L'univers observable contient ~ (signe qui veut dire "environ") ~10^{12} galaxies. Une galaxie est un groupe d'étoiles d'une dimension ~50 000 années-lumière (1 année-lumière ~10 000 milliards de km).

Notre galaxie, la Voie lactée, est un disque plat qui a un diamètre ~100 000 années-lumière et une épaisseur ~1000 années-lumière. Elle contient entre 200 et 400 milliards d'étoiles et fait un tour complet autour de son axe en ~250 millions d'années. Le système solaire est à ~28 000 années-lumière du centre galactique et 20 années-lumière au-dessus de son plan central. De l'intérieur de la Voie lactée où nous sommes nous n'en avons pas de vue générale, mais nous en avons peu à peu construit une représentation raisonnablement exacte, que voici.



Représentation de la Voie lactée ("spirale barrée") construite vers 2010 : © NASA-JPL

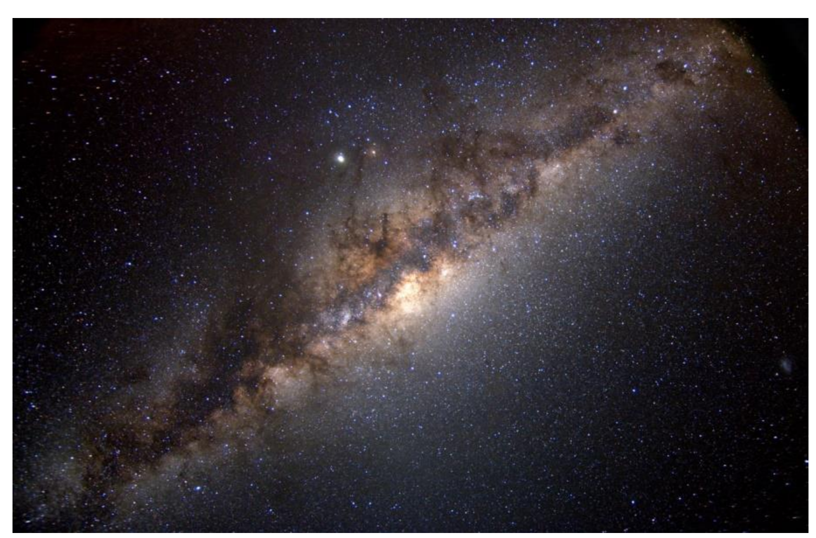
Voir *L'échelle des distances dans l'Univers* : [B163].

Nous savons désormais que la Voie lactée a plus de planètes que d'étoiles : voir l'animation [B270].

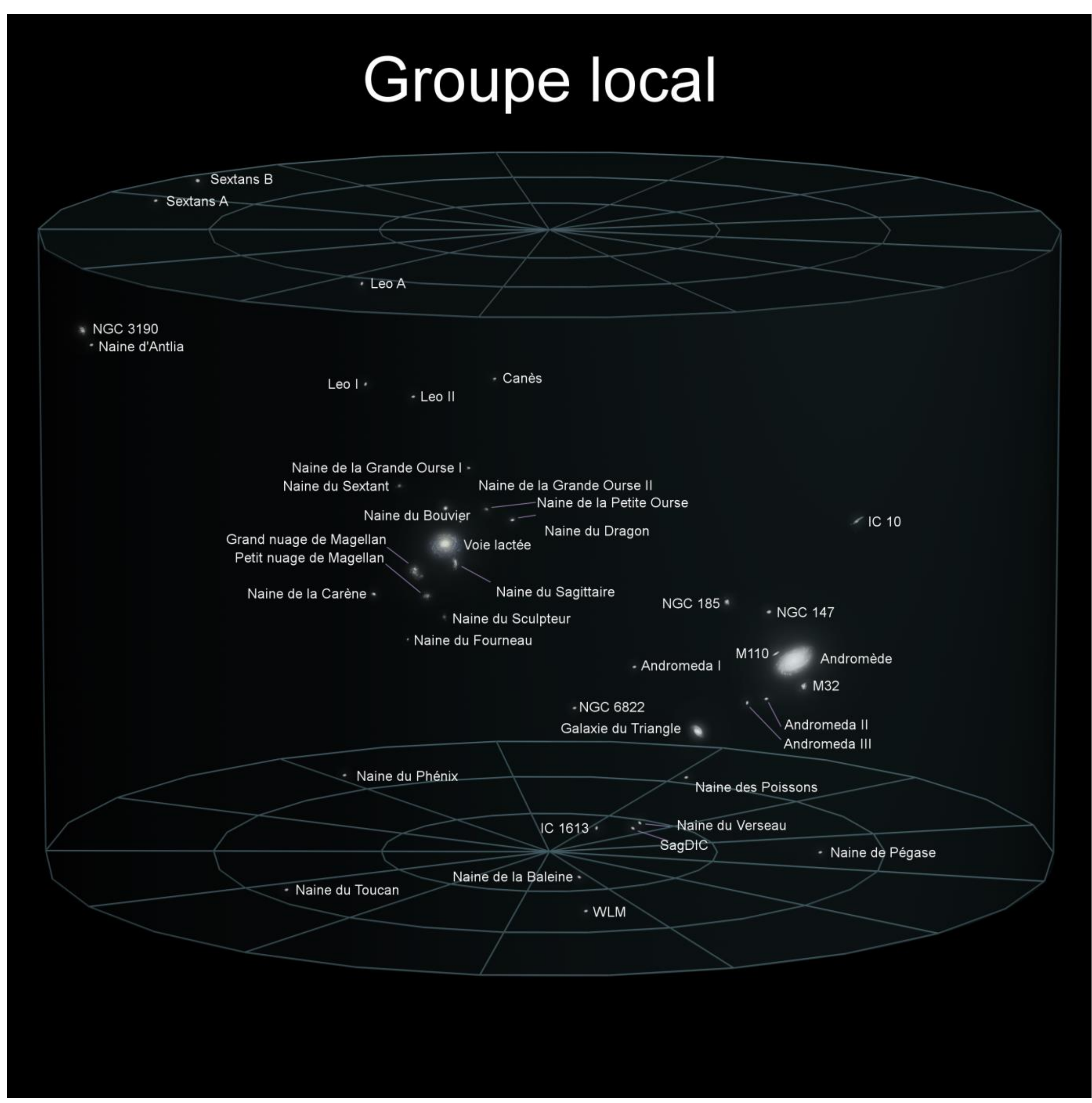
Au télescope, le centre de notre Voie lactée (un renflement ~6000 années-lumière d'épaisseur) offre une photo comme la suivante :


Détail du centre de notre galaxie - © NASA ESA – A. Guez, V. Bajaj

Avec un télescope à champ large situé à ~5000 m d'altitude, le centre de la Voie lactée donne une photo comme celle-ci :

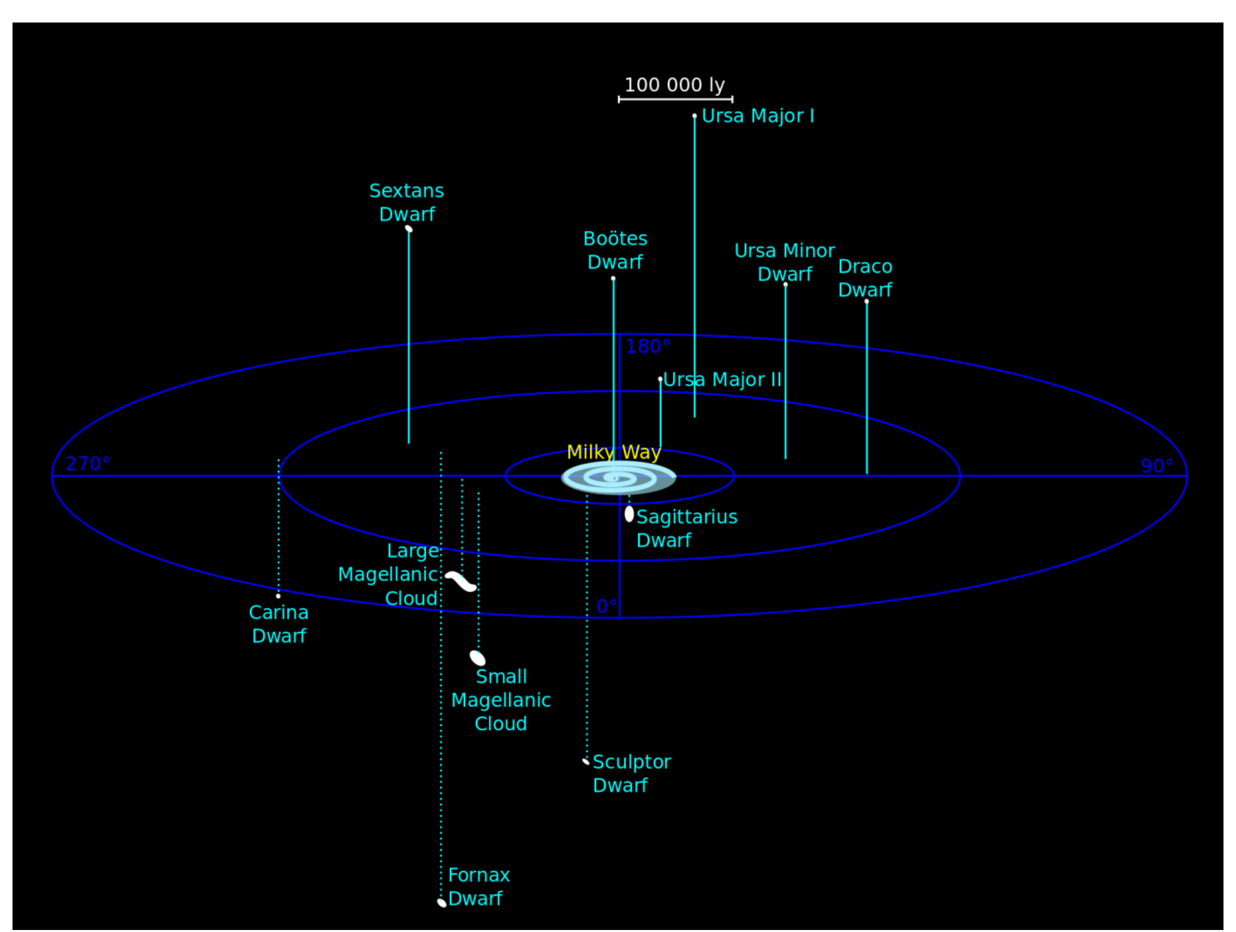

Photo à champ large de la Voie lactée, prise à 5000 m d'altitude (Serge Brunier)

Les galaxies sont en général regroupées en "amas" ou "groupes". Voici notre groupe local :



Groupe (amas) local de galaxies, comprenant la Voie lactée, la grande galaxie voisine d'Andromède et des galaxies satellites © Creative Commons

Notre Voie lactée a elle-même des galaxies satellites :



La Voie lactée et quelques-unes des 55 galaxies satellites listées, selon [B170]

3.7.2.2 L'espace vide est un champ de force

Une étendue d'espace intergalactique dans laquelle on ne trouve aucun atome (il y en a en moyenne 6 par m^3 dans l'Univers observable, la plupart d'hydrogène, ce qui laisse beaucoup de place entre eux) est parcourue par des rayonnements, par exemple le *fond diffus cosmologique* (voir ce titre) ; elle n'est donc pas vide d'énergie.

Mais en plus de ces rayonnements il y a partout un champ gravitationnel, qui a aussi son énergie, une énergie potentielle toujours négative : c'est *l'énergie du vide*. Voir paragraphe *Energie négative en physique*.

Aucun point de l'Univers n'est donc vide : en chaque point il y a au moins de l'énergie rayonnée et de l'énergie gravitationnelle. Toutes les énergies (matière, rayonnement et vide) s'additionnent en un total, conférant à tout point de l'espace-temps une densité totale d'énergie dont dépend la courbure du voisinage.

3.7.2.3 Espace et temps sont inséparables

Il n'existe aucun lieu où il n'y a pas de temps qui passe, aucun instant distinct de tout lieu : l'espace et le temps sont inconcevables physiquement l'un sans l'autre. L'existence de quelque chose s'entend « quelque part » et « à un certain instant ».

3.7.2.4 L'espace cosmique "vide" contient de la matière et de l'énergie noires

Le « vide » de l'espace cosmique contient au total bien plus que la matière que nous voyons dans toutes les étoiles, planètes, astéroïdes, poussières et gaz à faible pression, même si on y ajoute l'énergie des divers rayonnements qui le parcourent (addition justifiée par l'équivalence masse-énergie représentée par la formule $E = mc^2$ de la Relativité). En ajoutant la masse des trous noirs que nous ne voyons pas, mais dont nous voyons les effets gravitationnels (qui montrent que la masse de certains peut dépasser un milliard de fois celle du Soleil), nous sommes toujours loin du compte. *La masse totale des corps célestes lumineux ou sombres que nous connaissons, avec ses milliers de milliards de galaxies, représente seulement environ 4.9 % de la masse-énergie de l'Univers*.

L'étude des mouvements des galaxies, de leurs satellites et des amas d'étoiles qui les entourent montre qu'il existe nécessairement, dans chaque galaxie et dans son voisinage, une masse énorme que nous ne voyons pas, parce qu'elle n'émet pas de lumière et n'en absorbe pas. Cette masse représente environ 5 fois celle de la matière-énergie visible dans l'Univers, c'est-à-dire environ 27 % de l'énergie totale ; on l'appelle « **matière sombre** », « **matière noire** » ou « **matière cachée** » (dark matter).

Dans l'Univers primitif il y avait des zones à peu près sphériques de matière noire appelées « halos », au centre desquelles les galaxies que nous voyons se sont formées. Ces halos existent toujours, et leur masse importante explique la vitesse de rotation étonnamment élevée des amas et galaxies satellites des galaxies principales.



Galaxie spirale NGC 6946 © Coldspring observatory - Calvert

3.7.3 L'univers en expansion

<u>Le décalage des raies spectrales des galaxies (redshift)</u>

En 1929, l'astronome américain Edwin Hubble mesura la distance et la vitesse de galaxies lointaines par rapport à la Terre. La mesure de la distance n'était pas très

précise, mais celle de la vitesse l'était parce qu'on mesure avec précision le décalage *z* des raies spectrales de la lumière de la galaxie :

$$z = (\lambda_{galaxie} - \lambda_{fixe}) / \lambda_{fixe}.$$

Dans cette formule, $\lambda_{galaxie}$ est la longueur d'onde d'une certaine raie du spectre de la galaxie qui s'éloigne et λ_{fixe} est la longueur d'onde de cette même raie mesurée dans un laboratoire terrestre. $\lambda_{galaxie}$ est plus grande que λ_{fixe} car l'expansion de l'Univers dilate les longueurs d'onde.

La relation entre redshift *z* et facteur d'échelle a_e au moment de l'émission d'une image de galaxie qui nous parvient est :

$$z = \frac{1}{a_e} - 1 \qquad \text{(Z)}$$

car par définition le facteur d'échelle actuel est $a_0 = 1$.

Cette formule valable pour les galaxies proches et lointaines, exige de connaître la loi *a(t)* et la coordonnée $\bar{r}_e$ de la galaxie. Mais connaissant la loi *a(t)*, une mesure de *z* permet de calculer la coordonnée $\bar{r}_e$.

Hubble s'aperçut que plus une galaxie est loin de nous, plus elle s'éloigne rapidement : quelle que soit la direction de l'espace où on regarde, les galaxies lointaines s'éloignent de nous à une vitesse proportionnelle à leur distance ; l'*Univers est donc en expansion dans toutes les directions* : tout objet, une règle comme une galaxie, s'étire comme s'il était à la surface d'un ballon qu'on gonfle ; et cet étirement est d'autant plus rapide que l'objet est lointain.

3.7.3.1 Loi de Hubble : vitesse d'expansion de l'Univers

Hubble énonça donc ce qui est devenu la *Loi de Hubble* :

$$v = Hd, \text{ où :}$$

- la vitesse d'éloignement *v* est en km/s ;
- la distance *d* est en mégaparsecs (1 Mpc = 3.26 millions d'années-lumière = $3.09.10^{19}$ km) ; plus une galaxie est loin, plus on la voit telle qu'elle était il y a longtemps.
- *H* (la constante de Hubble) vaut 67.15 km/s/Mpc : l'expansion est linéaire et isotrope : plus une galaxie est loin plus elle s'éloigne vite, et ce à la même vitesse dans toutes les directions.

  Du reste, l'Univers lui-même est isotrope : à grande échelle, il a les mêmes propriétés physiques et la même géométrie (au sens relativiste) dans toutes les directions.

  Il est important de noter que l'expansion ainsi constatée :

  - n'a pas de centre ou de position privilégiée : elle affecte tout l'Univers, et partout de la même façon ;
  - ne change pas les formes des objets, mais seulement leur échelle.

Relation entre redshift et constante de Hubble pour des galaxies proches

En appelant H_0 la valeur de H mesurée actuellement (comme ci-dessus au paragraphe *Paramètre et constante de Hubble – Densité critique Ω,* sous-titre *La loi de Hubble déduite de celle de Friedmann*), on a :

$z \sim H_0 d$ (z est de l'ordre de $H_0 d$)

car pour des galaxies à une distance quelconque la formule valable est (Z) :

$$z = \frac{1}{a_e} - 1$$

L'expansion de l'Univers est exponentielle

La loi de Hubble peut s'écrire en fonction du temps t :

$$d = e^{Ht}$$

C'est une loi exponentielle ; et comme l'expansion accélère un peu, la croissance est encore plus rapide.

3.7.3.2 Conséquences cosmologiques de la Loi de Hubble

- En supposant constante la quantité de matière-énergie de l'Univers, sa densité a diminué depuis le passé et diminue constamment encore.
- En supposant constante l'énergie de l'Univers parce qu'il est fermé, la densité d'énergie diminue avec l'expansion : l'Univers se refroidit.

  Il se refroidit d'autant plus que l'expansion de l'espace allonge la période de tout rayonnement : les rayonnements très chauds partis de la première époque visible, lorsque l'Univers avait 380 000 ans, sont reçus aujourd'hui en tant que fond diffus cosmologique à 2.7°K – donc très froids.
- Si la constante de Hubble a toujours eu sa valeur actuelle (ce qui est très approximatif) alors il y a 1/H= 13.9 milliards d'années tout l'Univers était concentré en un même point en ayant une densité énorme : ce fut le *Big Bang*. En fait, selon les mesures de 2013 de l'engin spatial européen Planck [B169] :
  - l'Univers est né il y a 13.8 milliards d'années ;
  - H = 67.15 km/s/Mpc ;
  - La proportion de matière noire dans l'Univers est 26.8%;
  - La proportion d'énergie noire est 68.3%;
  - La proportion de matière ordinaire est 4.9%.

  La valeur 1/H est appelée « Temps de Hubble ».

La Terre est le centre de l'Univers *observable*. Mais aucun point de l'Univers n'est privilégié, son expansion affecte tous ses points et depuis le même instant, le Big Bang. Les lois physiques n'ont pas changé depuis et sont les mêmes partout.

3.7.3.3 Les trois rayons de l'Univers

Il y a 3 réponses à la question : « Quel est le rayon de l'Univers ? »

- *L'Univers observable, défini par un temps*
  On appelle *Univers observable* la sphère de l'intérieur de laquelle la lumière a eu le temps de nous parvenir en 13.8 milliards d'années, c'est-à-dire depuis le Big Bang ; son rayon est R ≈ 47 milliards d'années-lumière. La loi de Hubble ne peut s'expliquer que par une expansion simultanée de cet Univers en tous ses points.

- *Le Volume de Hubble*
  L'Univers observable n'est pas le même que celui du *Volume de Hubble*, intérieur à la sphère de Hubble de la surface de laquelle les galaxies s'éloignent de nous à une vitesse égale à *c.* La différence de rayon entre l'Univers observable et celui de la sphère de Hubble est due à l'expansion, dont la vitesse a varié : elle a décru pendant les premiers 8 à 9 milliards d'années et croît depuis.

  Une galaxie située aujourd'hui à l'extérieur de la sphère de Hubble, mais dont la lumière nous parvient parce qu'elle est partie il y a entre 9.1 et 13.8 milliards d'années, s'éloigne de nous à une vitesse supérieure à *c*.

  Mais aucune information, aucune énergie, aucune matière – donc aucune action – provenant de l'extérieur du volume de Hubble ne peut nous atteindre ; cette impossibilité a d'importantes conséquences philosophiques.

  Le temps passant, l'expansion fait que nous verrons un volume croissant d'espace contenant de moins en moins de galaxies lointaines, car les galaxies proches du bord de l'horizon s'échappent et s'évanouissent progressivement.

- *L'Univers physique, créé depuis le Big Bang*
  La sphère de *l'Univers physique* actuel, de rayon R ≈ 47 milliards d'années-lumière, contient environ 10^{12} galaxies, 10^{23} étoiles. La lumière des galaxies à sa surface (appelée *fond diffus cosmologique*) nous parvient encore, car elle est partie il y a 13.8 milliards d'années, quand l'Univers était beaucoup plus petit. Mais leur lumière *partie aujourd'hui* ne nous parviendra plus. [B53]

Pour plus de détails voir l'article [B262].

<u>Au-delà de l'Horizon cosmique, la vitesse d'éloignement est plus rapide que *c*</u>

La surface de l'Univers observable s'éloigne de nous plus vite que la vitesse de la lumière [B198], [B262].

L'Univers n'a aucune raison de n'exister qu'à l'intérieur du Volume de Hubble, lui-même intérieur à l'Univers observable. Bien qu'on ne puisse pas voir cet espace *tel qu'il est aujourd'hui*, on sait qu'il existe, donc qu'il contient *des points qui s'éloignent de nous plus vite que la vitesse c*, points que nous ne verrons donc jamais. On est certain de cette existence, car on voit des galaxies (appelées *quasars*) dont le décalage *z* est supérieur à 1.4 (exemple : $z = 7.7$, qui correspond à une distance d'environ 30 milliards d'années-lumière), ce qui s'explique par le fait que la lumière que nous en recevons est partie à un moment où l'Univers était beaucoup plus petit et a eu le temps d'arriver ; nous voyons aujourd'hui les astres tels qu'ils étaient lorsqu'ils ont émis la lumière que nous observons, il y a parfois plus de 13 milliards d'années. Les astres les plus lointains, créés peu après le Big Bang, sont à ~47 milliards d'années-lumière, rayon de *l'Univers existant* (ou *Univers physique*).

Mais, objecteront certains, Einstein a démontré qu'aucune vitesse supérieure à *c* n'est possible : aucun déplacement de matière, aucun rayonnement, aucune conséquence d'un phénomène physique ne peut se propager plus vite que la lumière ! C'est vrai, mais cette objection ne tient pas : l'expansion de l'Univers, où toute distance et toute longueur grandit, échappe à la contrainte de vitesse inférieure ou égale à *c*. Pour un observateur donné, tout se passe comme si tous les objets lointains d'un Univers sans expansion s'éloignaient en se déplaçant, mais en réalité c'est l'espace lui-même qui grandit : une règle graduée grandit et toute mesure d'objet voisin de l'espace par rapport à cette règle reste constante.

Près de la surface de Hubble une couche fine chaude analogue à l'Horizon étiré

La loi de déformation de l'espace due à la Relativité générale s'applique à une couche sphérique d'espace de notre côté de la surface de Hubble, comme elle s'applique à l'Horizon étiré au-dessus de l'Horizon des événements d'un trou noir :

- En approchant de la surface de Hubble le temps (vu de loin) ralentit et semble s'arrêter ;
- Vue de la Terre, la surface de Hubble est précédée d'une couche sphérique où la température est extrêmement élevée ;
- Pour un observateur qui approcherait de la surface de Hubble (en allant plus vite que la lumière, donc un observateur s'éloignant avec l'expansion) la couche précédente n'existe pas plus que l'Horizon étiré n'existe pour un observateur en train de le franchir en chute libre, ou déjà du côté singularité de l'Horizon des événements : c'est une autre conséquence du *Principe de complémentarité,* appliqué cette fois à la surface de Hubble au lieu de l'horizon d'un trou noir.

Pour un observateur terrestre, les bits d'information d'un corps qui s'éloigne et franchit la surface de Hubble y sont chauffés puis rayonnés par lui vers l'intérieur de l'Univers, comme par le rayonnement de Hawking pour l'Horizon étiré d'un trou noir. Mais *la Terre ne les verra plus*, car leur distance grandit plus vite que la lumière ne la traverse.

Pour un observateur qui franchit la surface de Hubble, son information survit avec lui. Mais elle a *disparu à jamais pour nous* car l'expansion est plus rapide que la vitesse de la lumière.

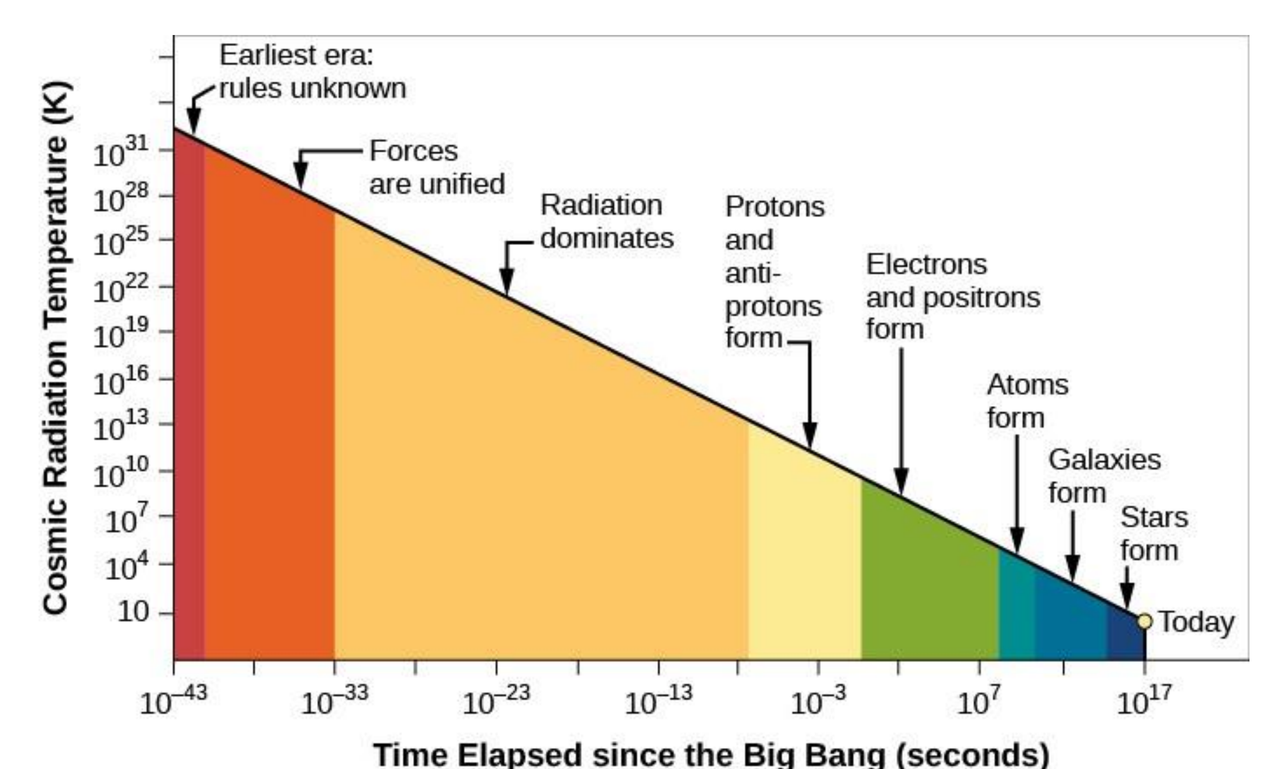
3.7.3.4 Températures et densités pendant les 100 000 premières années

Source : [B176] page 86
Voici quelques états du plasma de l'Univers pendant ses 100 000 premières années.

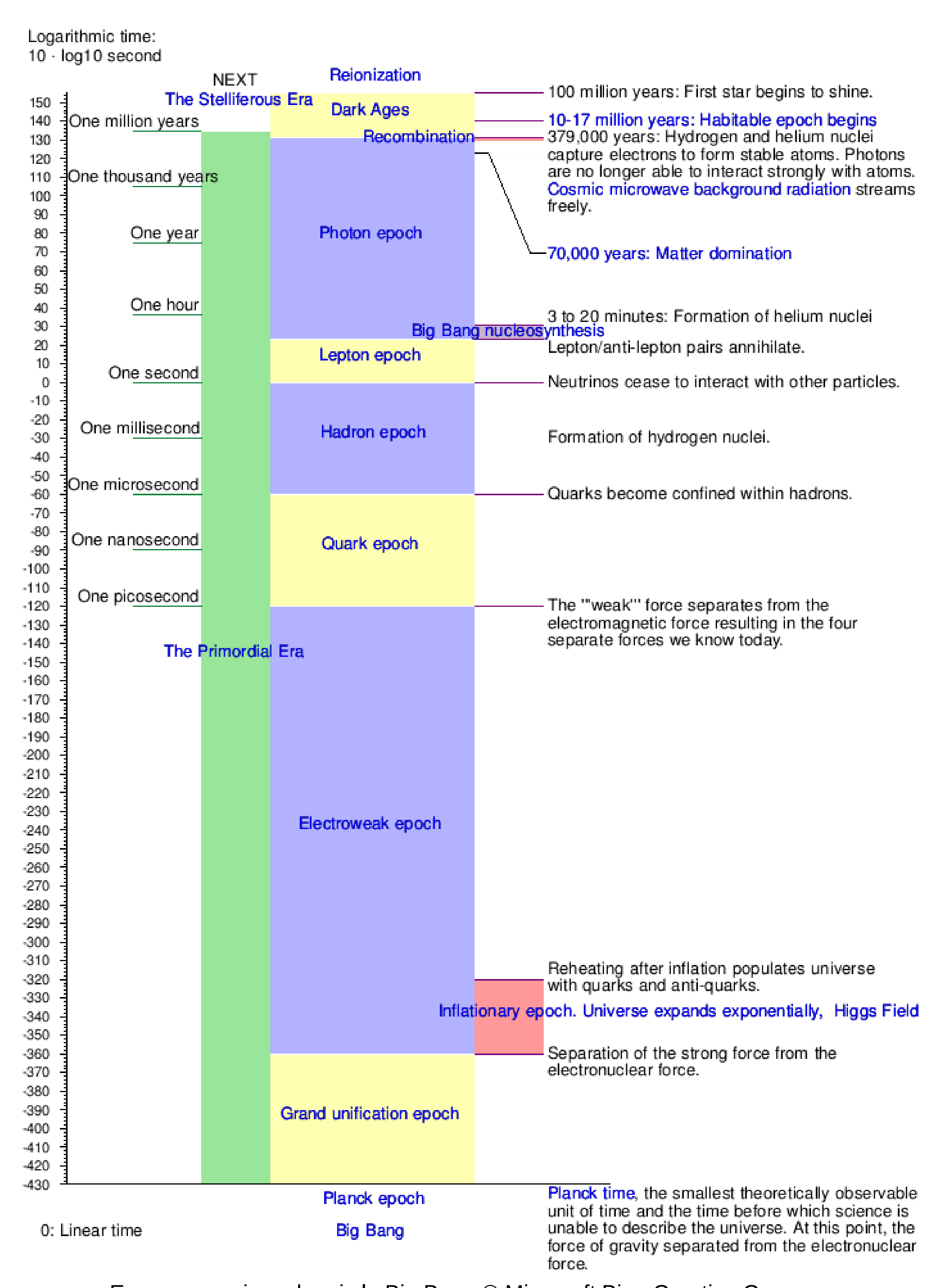
Temps depuis le Big Bang	Etat du plasma composant l'Univers T=température en °K ; D=Densité (eau=1) ; P=Pression (atmosphère actuelle=1)
10^{-39} seconde	T = 10^{29}°: énergie d'une particule ~10^{16} GeV (1 proton=1GeV) D = 10^{84} : densité de 10^{12} soleils comprimés dans 1 proton
1 seconde	T = 10^{10}°: température d'une explosion de supernova D = 500 000

	P = 10^{21} atmosphères
7 jours	T = 17 .10^{6}°: température plus chaude qu'au centre du Soleil D = 10^{-6} : densité un millionième de celle de l'eau P > 10^{9} atmosphères
1 an	T = 2 **.**10^{6}°: température voisine de celle de la couronne solaire D < 10^{-9} : densité inférieure au milliardième de celle de l'eau P > 10^{6} atmosphères
100 000 ans	T = 5800°: température voisine de celle à la surface du Soleil D = 10^{-19} : densité bien plus élevée que la densité actuelle

A titre de comparaison, le plus puissant accélérateur de particules du monde (au CERN, à Genève) fournit des énergies de 13 **.**10^{12}eV, comparables à celles des particules de l'Univers âgé de 5 **.**10^{-15} seconde selon [B205] : on est encore loin des conditions de l'ère de Planck.



Evolution de l'Univers : relation temps-température © Microsoft Bing Creative Commons



Eres successives depuis le Big Bang © Microsoft Bing Creative Commons

3.7.4 Fond diffus cosmologique – Homogénéité et isotropie de l'Univers

Source [B4] pages 284… et 342…

3.7.4.1 Les premiers temps de l'Univers jusqu'à la recombinaison

L'Univers opaque jusqu'à 380 000 ans après le Big Bang

Jusqu'à ~380 000 ans après le Big Bang, l'Univers était si dense et si chaud que les protons et les électrons ne pouvaient se combiner pour former des atomes d'hydrogène ; ils restaient sous forme de particules chargées libres qui diffusaient la lumière, rendant l'Univers opaque.

La recombinaison : première formation d'atomes d'hydrogène neutres

Au bout de 380 000 ans, l'expansion de l'Univers avait réduit sa fantastique température initiale de l'ordre de 10^{50}°K à moins de 4000°K, permettant à des atomes neutres d'hydrogène de se former plus souvent qu'ils ne se décomposaient ; et vers 3000°K ces atomes ne pouvaient plus se décomposer : tous les protons et électrons libres se sont combinés, formant de l'hydrogène neutre en émettant des photons. Cette étape de la vie de l'Univers est appelée « recombinaison », bien que ce fut la première fois depuis le Big Bang que des protons et électrons libres se combinaient.

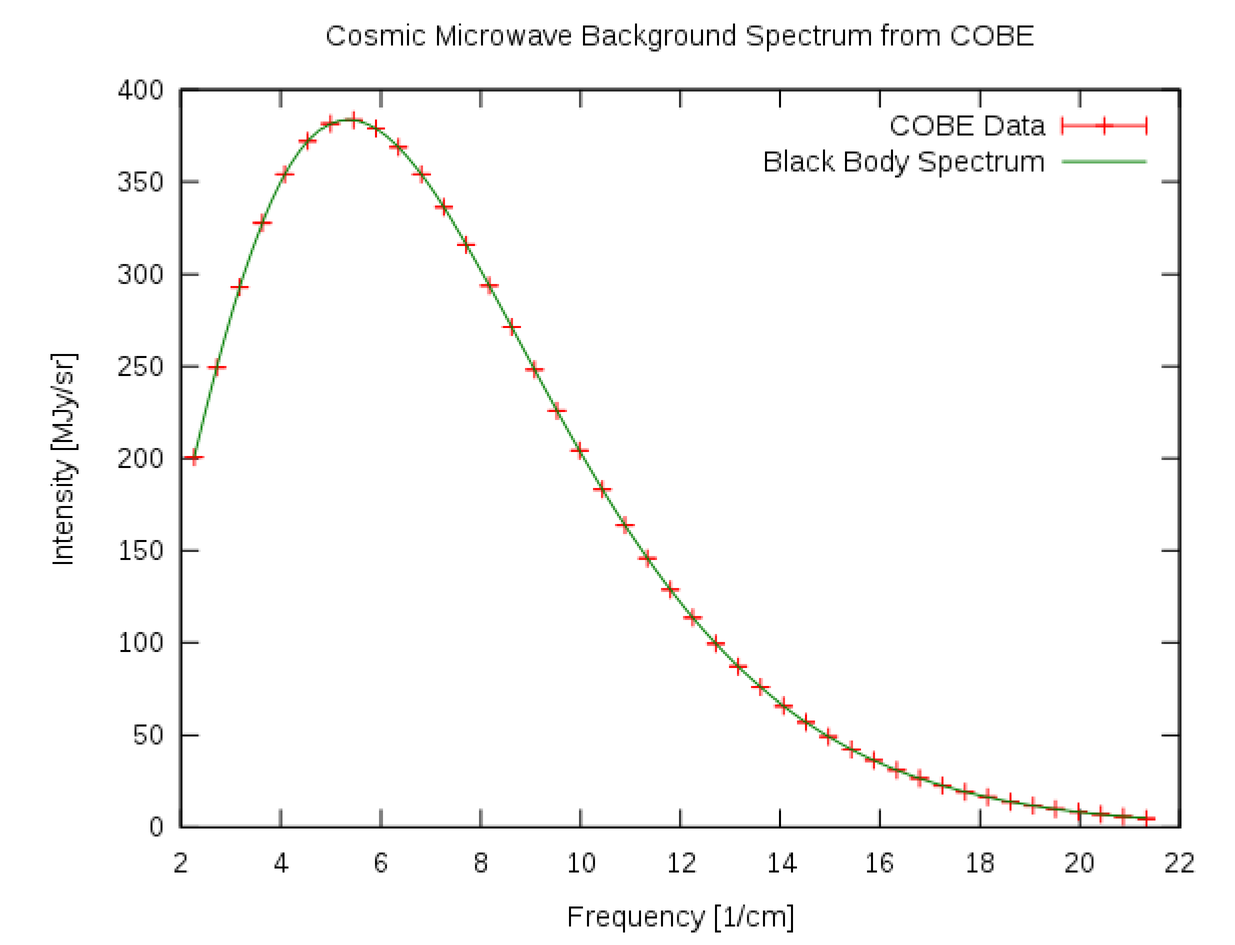
Conséquence de la recombinaison : l'Univers devient transparent

Comme il n'y avait plus de charges électriques libres pour diffuser les photons et que l'hydrogène neutre n'en diffuse pas, ces photons pouvaient alors se propager très loin : *l'Univers devint transparent*. Le facteur d'échelle *a(t)* de l'équation de Friedmann valait alors ~1/1100 : l'Univers était environ 1100 fois plus petit qu'aujourd'hui.

3.7.4.2 Le fond diffus cosmologique

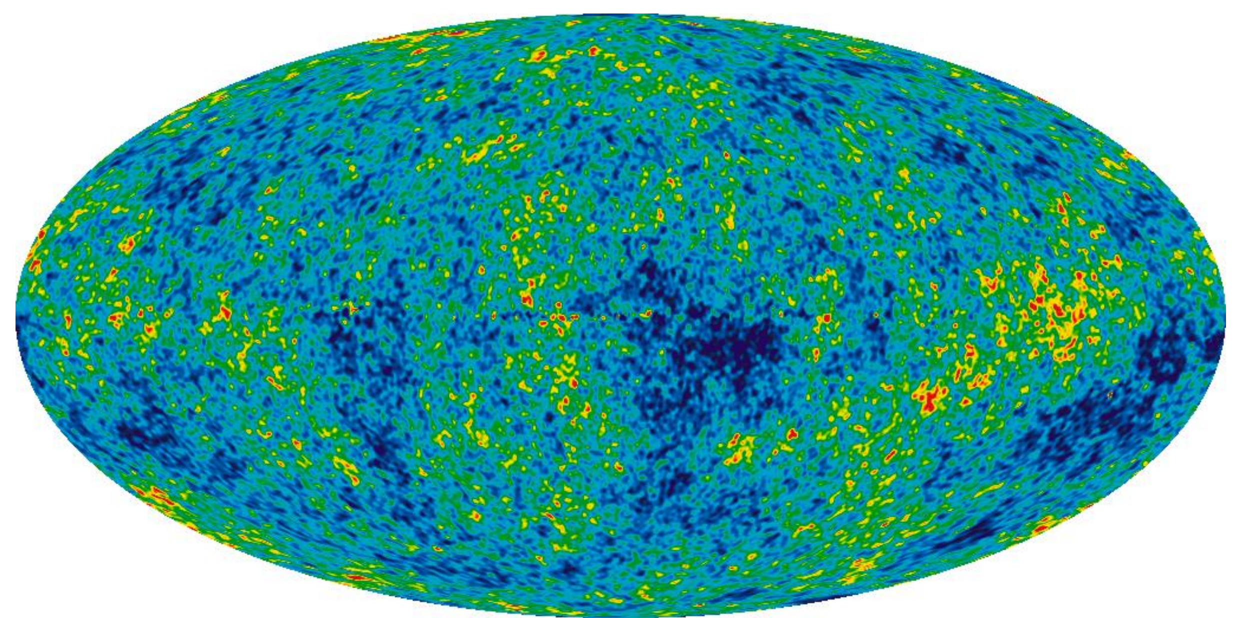
La lumière émise depuis la recombinaison à une température ~3000°K a vu sa longueur d'onde augmenter progressivement du fait de l'expansion de l'Univers qui s'est poursuivie jusqu'à nos jours, où elle correspond à une température de 2.735°K (moins de 3°K du zéro absolu), et à des ondes de fréquence radio. Ces ondes, appelées « fond diffus cosmologique » (Cosmic Microwave Background : CMB), sont captées par les radiotélescopes terrestres et des engins spatiaux spécialisés.

Ce rayonnement « fossile » diffus provient, à toutes les heures du jour et tous les jours de l'année, de toutes les directions de l'Univers, montrant que celui-ci était déjà, lors de son émission il y a 13.8 milliards d'années, *extrêmement isotrope* si l'on fait abstraction des inévitables fluctuations quantiques d'énergie : les variations relatives de température absolue mesurées sont de l'ordre de 10^{-5}, et leurs emplacements correspondent à la présence ou l'absence de matière (visible ou noire) susceptible de se condenser ultérieurement par attraction gravitationnelle pour former des galaxies. Tout se passe comme si le fond du ciel était un *corps noir* de température uniforme égale à 2.735°K à ~1/100 000ème près.



Identité des spectres des rayonnements du fond diffus cosmologique et d'un corps noir
© Microsoft Bing Creative Commons

Pour trouver des variations de couleur (donc de température et de densité) inférieures à 10^{-5} on a lancé des engins spéciaux de plus en plus sensibles :
COBE (1989), WMAP (2001) et PLANCK (2013) [B169], qui ont permis d'établir des cartes thermiques du ciel entier comme la suivante.



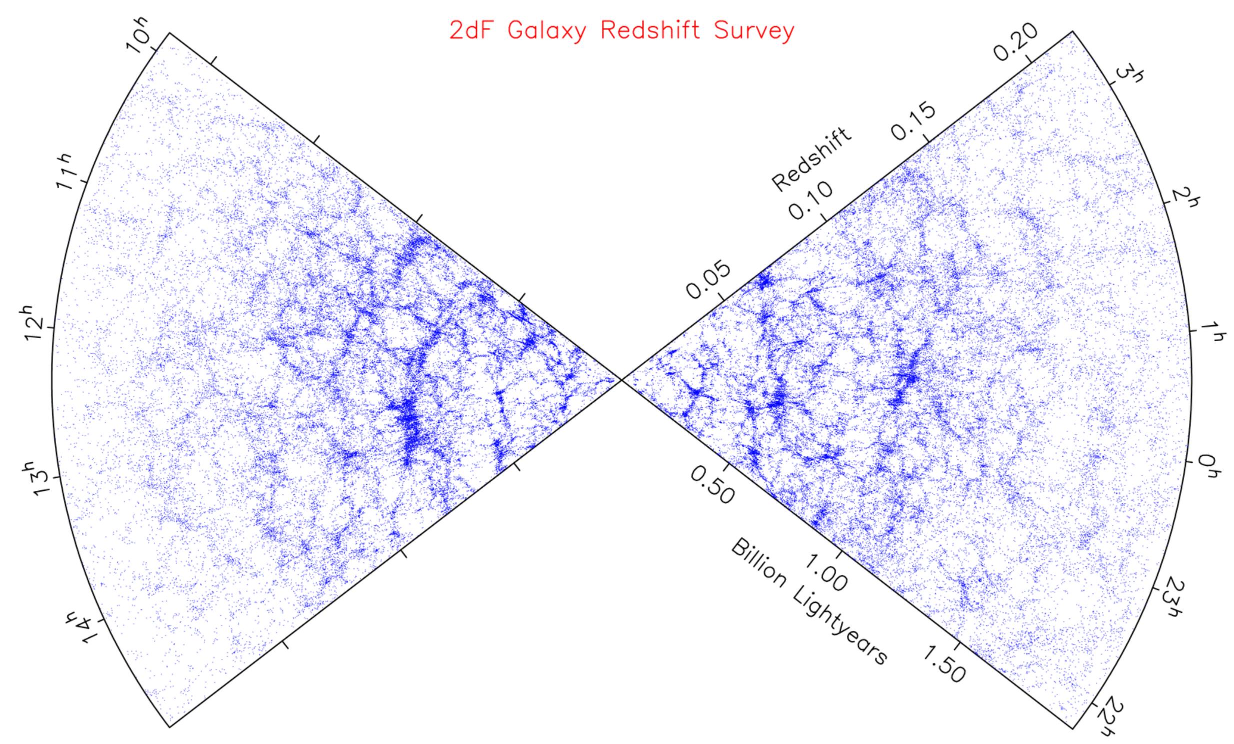
Fond diffus cosmologique du ciel entier depuis 13.77 milliards d'années
Le décalage spectral dû au déplacement de la Voie lactée à 369 km/s par rapport aux galaxies lointaines a été compensé. © NASA

Dans cette carte, les régions les plus bleues représentent les températures les plus basses, les plus rouges étant les températures les plus élevées ; différences visibles mais minimes car inférieures à 10^{-5} : *l'Univers est donc extrêmement isotrope*.

L'Univers est homogène en plus d'être isotrope
La remarquable isotropie de l'Univers mesurée dans le fond diffus cosmologique, du point de vue des températures - donc de la densité d'énergie, ne prouve pas qu'à l'époque "380 000" l'Univers était homogène : la Terre pouvait être au centre de l'Univers, l'espace ayant une symétrie sphérique dont la densité est fonction du rayon.

Des mesures de la distribution des densités de 220 000 galaxies à très grande échelle [B171] ont montré que :

- A petite échelle (jusqu'à 0.3 milliard d'années-lumière de distance) la distribution des galaxies est inhomogène : il y a des « filaments », des vides, des « murs » et des super-amas de galaxies.
- A moyenne échelle (jusqu'à 1.3 milliard d'années-lumière) la distribution des galaxies est plus homogène.
- Au-delà de 1.3 milliard d'années-lumière, la densité de galaxies apparaît très homogène.



Distribution de la densité de galaxies à petite, moyenne et grande échelle selon l'étude 2dF
© Matthew Colless

Le graphique ci-dessus, issu de [B171], montre une densité de galaxies qui décroît lorsque l'éloignement croît. Cet effet est dû à la méthode de mesure, qui détecte moins de galaxies à plus grande distance ; nos connaissances suggèrent qu'à très grande échelle (plusieurs milliards d'années-lumière), la densité de galaxies est la même partout : *l'Univers est homogène en même temps qu'isotrope, et ce depuis le Big Bang*.

3.7.4.3 Homogénéité et isotropie s'expliquent par la théorie du Big Bang

L'existence du fond diffus cosmologique s'explique par celle d'un Big Bang, dont elle valide la théorie : si le Big Bang a existé (si sa théorie est correcte), les calculs montrent qu'il doit subsister de l'explosion un rayonnement résiduel, que nous appelons *fond diffus cosmologique* [B204].

<u>Pourquoi le rayonnement subsiste après 13.8 milliards d'années</u>

L'explosion du Big Bang, l'inflation et l'expansion qui ont suivi ont affecté simultanément tout l'espace de manière homogène, toutes les galaxies s'éloignant l'une de l'autre.

> L'extrême homogénéité est constatée par les mesures du fond diffus cosmologique faites par les trois engins : COBE, WMAP et Planck. Le spectre de fréquences de ce fond est remarquablement identique à celui du corps noir, la lumière stellaire qui se superpose à lui étant à une température très supérieure.

Le rayonnement subsiste dans l'espace parce qu'il nous en arrive toujours de loin. La Terre continue à le recevoir comme elle reçoit la lumière des galaxies les plus anciennes, émise peu après le Big Bang ([B176] page 74). Peu à peu, l'expansion plus rapide que la vitesse de la lumière fait disparaître de notre Horizon cosmique les galaxies qui en sont les plus proches, mais le fond diffus cosmologique continuera à

nous arriver tant qu'il restera au loin de la matière à la température qu'il avait lorsque l'Univers est devenu transparent.

3.7.4.4 Conséquences de l'homogénéité et de l'isotropie constatées

L'expansion de l'Univers a commencé partout en même temps

Si l'expansion de l'Univers avait commencé plus tôt dans certaines régions que dans d'autres, ces régions auraient disposé de plus de temps que les autres pour se dilater et se refroidir, et les variations de température observées auraient été bien plus grandes que les 0.002 % observés dans le fond diffus cosmologique.

Il n'y a pas eu d'égalisation des températures, faute de temps

Il n'y a pas eu, non plus, d'égalisation de la température entre régions, faute de temps : entre régions opposées de notre Univers visible, éloignées de plus de 13.8 milliards d'années-lumière, une égalisation n'aurait pas eu le temps de se propager, car une vitesse de propagation est au plus égale à celle de la lumière, *c*.

Conclusion : toutes les régions de l'Univers ont disposé du même temps de refroidissement ; *le Big Bang s'est donc produit dans tout l'Univers en même temps*.

L'explication de ces phénomènes tient en un mot : *l'inflation*, décrite un peu plus loin. Avant elle, l'Univers était si petit qu'on peut le supposer homogène et isotrope ; il avait les mêmes propriétés partout. L'inflation a été tellement rapide que d'éventuelles hétérogénéités apparues après son commencement n'ont pas eu le temps de se propager : deux points initialement très proches ont fini par s'éloigner l'un de l'autre à une vitesse très supérieure à *c*. L'inflation a préservé l'homogénéité initiale et explique l'homogénéité actuelle à 0.002 % près.

> (Ce n'est que depuis la fin de l'inflation, pendant l'expansion qui dure toujours, que les conséquences d'une évolution physique en un point *A* peuvent se propager vers un point *B*, à une vitesse toujours limitée par *c* ; c'est ce qui nous permet de voir des galaxies, situées à des années-lumière de nous, dans leur état lors de l'émission de la lumière que nous en recevons.)

3.7.4.5 Le Problème de l'horizon

Les cartes CMB montrent que des régions extrêmement distantes du ciel (aujourd'hui à des milliards d'années-lumière) avaient la même température à 10^{-5} près lors de l'émission du fond diffus cosmologique ; cette constatation très surprenante a été appelée *Problème de l'horizon* : voici son énoncé.

> Comment des régions de l'Univers actuel, éloignées entre elles de milliards d'années-lumière, peuvent–elles avoir les mêmes propriétés thermiques, la même densité de matière ? Comment se fait-il qu'elles obéissent aux mêmes lois physiques et se ressemblent tellement ?
>
> Ces régions semblent reliées par d'évidentes relations de causalité : à l'évidence, elles étaient en équilibre thermique à l'époque de l'émission du fond diffus cosmologique, donc très proches.

Solution du problème

Il y a donc sûrement eu un *phénomène d'inflation*, croissance ultra-rapide du rayon de l'Univers (des milliards de fois plus rapide que la vitesse de la lumière) très peu de

temps après le Big Bang, tout de suite après *l'ère de Planck*. Cette croissance du facteur d'échelle est prévue par l'*équation de Friedmann*, déduite de celle d'Einstein en renonçant à la constance de la densité d'énergie lorsque le temps passe ; elle est possible quand l'énergie du vide domine fortement les autres formes d'énergie.

Avec les connaissances actuelles, quand l'énergie du vide domine et $\Omega_k = 0$, l'équation de Friedmann se simplifie et devient :

$$a(t) = a(t_s)e^{\sqrt{\frac{8\pi G\rho_v}{3}}(t-t_s)} \qquad \textit{(INFL)}$$

où :

- *a(t)* est le facteur d'échelle de l'espace, mesurant son expansion ;
- ρ_V est la densité d'énergie du vide au moment de l'inflation ;
- t_S est l'instant du début de l'inflation ;
- *G* est la constante de gravitation.

Dans ces conditions, le facteur d'échelle *a(t)* a pu croître de façon exponentielle, augmentant le rayon de l'Univers des milliards de fois plus vite que la vitesse de la lumière. L'équation d'Einstein et celle de Friedmann qui s'en déduit prévoient donc la possibilité d'une croissance exponentielle de l'Univers tant que des conditions précises d'énergie sont réunies.

10^{-36} seconde après le Big Bang, époque où l'énergie des particules valait $\sim 10^{16}$ GeV, deux régions connectées causalement étaient à une distance de l'ordre de celle que peut parcourir la lumière depuis le Big Bang, c'est-à-dire *c* x 10^{-36} seconde $\sim 3 \cdot 10^{-28}$ m. Or, du fait de l'inflation et de l'expansion, l'Univers a depuis grandi en trois étapes, son rayon étant multiplié successivement par :

1. $\sim 10^{30}$ selon la loi exponentielle de l'équation (INFL) :
   voir paragraphe *Le Problème de l'horizon* ;
2. $\sim 10^{23}$ selon l'équation (RAD) pendant les 53 000 ans jusqu'à la fin de l'ère radiative : voir paragraphe *L'ère radiative* ;
3. 10^4 selon l'équation (EU) de l'expansion encore en cours actuellement :
   voir paragraphe *Equation d'expansion de l'Univers*,

soit au total environ $\sim 10^{57}$ fois (valeur approximative, mais en tout cas colossale).
La taille des régions causalement connectées au début de l'inflation est donc aujourd'hui de l'ordre de 10^{-28} x 10^{57} = 10^{29} m, plus grande que le rayon de l'Univers observable de 13.8 milliards d'années-lumière, c'est-à-dire de l'ordre de 10^{26} m.

Tout notre Univers observable fait donc partie d'une même région causalement connectée avant l'inflation (c'est-à-dire dans le même état physique), ce qui justifie la théorie d'un Big Bang suivi d'une inflation.

Remarque
Une explication comparable et complémentaire, avec des chiffres différents concernant l'amplitude de l'expansion, est fournie par Max Tegmark dans [B54-1] :
voir le paragraphe *Les transitions de phase séparent les forces fondamentales*.

3.7.5 Inflation et transport d'énergie par le boson de Higgs

Source : [B176]

A la suite d'idées émises par Georgy Gamow et quelques autres, la théorie de l'inflation (Inflationary Universe theory) a été précisée sous sa forme actuelle par Alan Guth [B176], [B199].

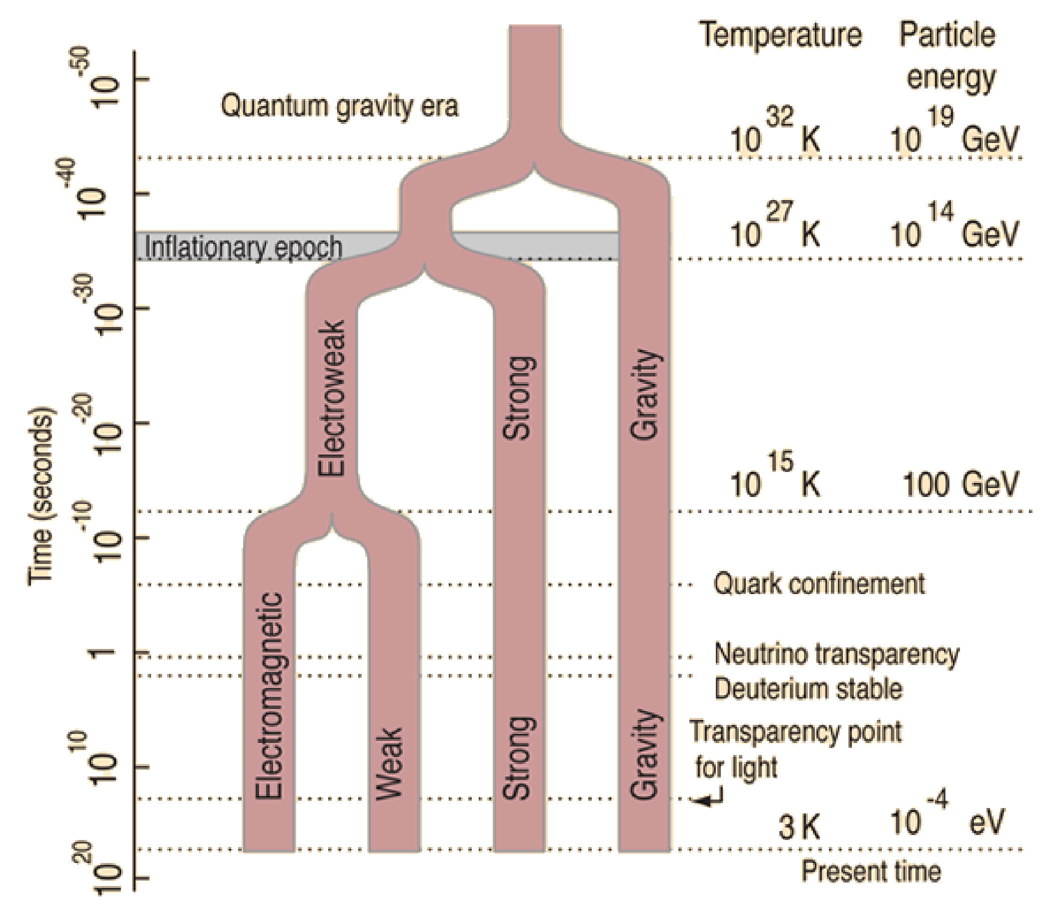
3.7.5.1 Explication de principe du déclenchement de l'inflation : théories de Grande unification et de Superunification

La baisse de température de l'Univers après le Big Bang

La température de l'Univers n'a pas cessé de baisser entre le Big Bang et l'inflation. L'explication physique du déclenchement de cette inflation est fournie par les *Théories de Grande unification* (sigle anglais : GUT) : à des températures suffisamment élevées, telles que l'énergie k_BT des particules atteint ou dépasse 10^{16} GeV (~10^6 joules), les trois interactions forte, faible et électromagnétique sont unifiées.

> *Théories de Grande unification et de Superunification*
> La force de gravitation, négligeable devant les autres forces lorsque l'énergie est de l'ordre de 10^{16} GeV, devient comparable à elles à une énergie de l'ordre de 10^{19} GeV appelée *énergie de Planck*. A l'*ère de Planck* (avant l'ère de Grande unification) les quatre forces (force de gravitation, force forte, force faible et force électromagnétique) pourraient donc, en principe, être unifiées en une *Théorie de Superunification*. Une telle théorie est annoncée par Vladimir Leonov (et apparemment par lui seul [B207]).
>
> Selon [B176] pages 131-132 (note) il existe d'autres théories unificatrices basées sur la théorie des super-cordes (des cordes d'épaisseur nulle de 10^{-35}mètres de long), mais sans confirmation expérimentale directe ou indirecte.

Lorsque la température baisse en-dessous du seuil d'une énergie de 10^{16} GeV, le plasma de l'Univers subit une transition de phase qui sépare l'interaction forte des deux autres interactions, qui restent unifiées en une interaction électrofaible.



Séparation des forces fondamentales - © Microsoft Bing Creative Commons

La température baissant toujours, lorsque l'énergie des particules passe en dessous de 100 GeV, l'interaction électrofaible se sépare à son tour en interaction faible et interaction électromagnétique (raison : les bosons vecteurs (W^+, W^- et Z^0) médiateurs de l'interaction faible ont des masses de l'ordre de 90 GeV, alors qu'un photon d'interaction électromagnétique a une masse nulle).

Déclenchement de l'inflation

L'inflation de l'Univers est due à une énergie particulière et à son effet gravitationnel.
Cette énergie doit avoir une densité colossale, disponible en quantité illimitée pour rester constante alors que l'Univers y puise la croissance exponentielle de sa quantité de matière. Et l'effet de cette énergie doit être une pression d'expansion de l'espace, une gravitation négative, répulsive. Voir dans le paragraphe *Equations d'état de l'Univers considéré comme un « gaz » de galaxies* le sous-titre *Les 3 types de densité d'énergie de l'Univers* / *L'énergie du vide*.

(Citation de [B176] pages 245-246)

> "Nous allons voir, dans les paragraphes suivants, que la cause de l'inflation est un état particulier de la matière appelé « faux vide ». C'est un champ de type Higgs souvent appelé *inflaton*, champ scalaire dont l'état représentatif est au centre des diagrammes de densité d'énergie en forme de chapeau mexicain [décrit au paragraphe *Rupture spontanée de symétrie* ci-dessous]. Un tel état est métastable, c'est-à-dire stable pendant très peu de temps, avant d'évoluer vers la courbe de densité d'énergie minimum entre le bord du chapeau et son

renflement central ; l'état de « faux vide » à haute température aura alors changé de phase vers un état à température plus basse stable où les interactions fondamentales forte, faible et électromagnétique sont séparées. L'inflation aura alors pris fin."

(Fin de citation)

La qualification de « faux vide » vient de ce que dans cet état la densité d'énergie de l'espace due aux champs de Higgs nuls n'est pas nulle, alors qu'on s'attend à ce que l'énergie due à un champ nul soit nulle, comme c'est le cas pour la gravitation et les champs électromagnétiques.

Lorsque l'inflaton agit, les conditions qui satisfont l'équation de Friedmann (INFL) du paragraphe *Le Problème de l'horizon* sont satisfaites, et le facteur d'échelle *a(t)* de l'espace grandit à vitesse exponentielle : il y a inflation.

Pour comprendre ce phénomène, voyons d'abord les *Théories de Grande unification*.

3.7.5.2 Théories de Grande unification

Exemple de théorie de Grande unification

H. Georgi et S. L. Glashow ont proposé dans [B208] la théorie de Grande unification SU(5), qui a été vérifiée le 23/07/1982 par des expériences en Europe sous le Mont Blanc. Cette théorie, qui explique toutes les lois physiques, est confirmée par la constatation expérimentale au Mont Blanc de la désintégration d'un proton, dont la demi-vie supérieure à 10^{32} ans est bien plus longue que l'âge de l'Univers ; car si une telle désintégration est observée, toute matière se désintègre plus ou moins vite.

La théorie proposée explique l'évolution de l'Univers à partir d'un état où l'énergie des particules (toutes identiques à l'époque) était colossale peu après le Big Bang.
Elle prévoit l'existence d'un nouveau type de bosons, les bosons X, capables de transformer des quarks en leptons (électrons et neutrinos) et réciproquement, et explique la désintégration de protons et la formation de nombreuses particules.

Résultats prédits par la théorie

Source : [B176] pages 132 et suivantes.
Les interactions SU(*) et U(1) sont définies un peu plus bas, au paragraphe *Rupture spontanée de symétrie*.

- Les théories de Grande unification sont les seules qui expliquent l'égalité des charges de l'électron et du proton en valeur absolue. Elles le font à partir de symétries reliant les propriétés des électrons et des quarks constitutifs du proton, symétries vérifiées avec une précision relative fantastique de 10^{-21}.
- Les théories de Grande unification prédisent la force des interactions de particules connues à partir de trois interactions fondamentales, de forces différentes :
  - L'interaction de couleur de la *Chromodynamique quantique* appelée SU(3), intervenant dans l'interaction forte ;
  - Les interactions SU(2) et U(1) intervenant, respectivement, dans les forces faible et électromagnétique.

> Bien que différentes, les forces de ces trois interactions tendent vers l'égalité quand la température augmente, à une énergie comprise entre 10^{11} et 10^{17} GeV ; les théories de Grande unification expliquent cette égalisation.

La raison de l'existence de *plusieurs* théories de Grande unification est la complexité des phénomènes dont elles synthétisent le comportement : une théorie particulière est déterminée par plus de 20 paramètres à mesurer expérimentalement.

<u>Raison sous-jacente de l'unification des trois interactions à haute énergie</u>

La possibilité d'une description unifiée des trois interactions - forte SU(3), faible SU(2) et électromagnétique U(1) – est confirmée par un phénomène complexe de *rupture spontanée de symétrie*, exemple parfait de loi d'interruption (définie plus haut au paragraphe *Lois d'interruption*).

Voici ce qu'est cette rupture spontanée.

3.7.5.2.1 Rupture spontanée de symétrie

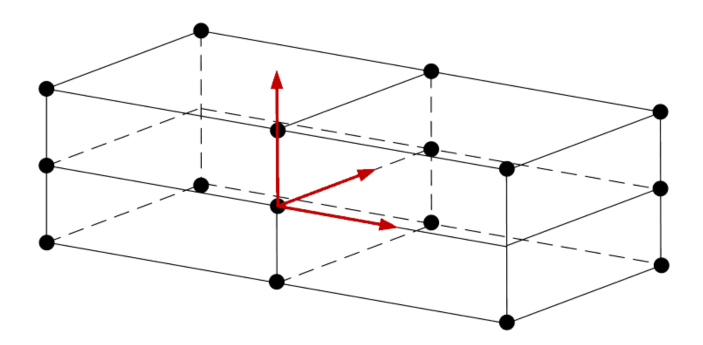
Lire d'abord le paragraphe *Champ et boson de Higgs*.
La lecture du paragraphe suivant, assez technique, n'est pas indispensable à la compréhension de la *Théorie quantique des champs*, qu'il ne fait que compléter.

Source : [B176] pages 135 et suivantes.
La rupture spontanée de symétrie est le phénomène qui explique la possibilité d'unifier, dans la *Théorie de Grande unification*, les trois interactions forte, faible et électromagnétique. Il intervient aussi dans la construction de la Théorie électrofaible et dans le comportement de la particule de Higgs du *Modèle standard des particules élémentaires*.

<u>Définition d'une symétrie qui se brise spontanément</u>

Dans une théorie descriptive d'un système, une symétrie qui se brise spontanément est une symétrie invisible (qui ne se manifeste pas) tant que le système est dans un état d'équilibre thermodynamique.

> Exemple : rupture spontanée de symétrie dans la structure cristalline d'une topaze (pierre semi-précieuse jaune vif) lors de sa formation par solidification. Cette structure est qualifiée d'*orthorhombique* : les atomes sont disposés aux sommets de parallélépipèdes rectangles dont les trois dimensions sont de longueurs différentes.



> Dans un échantillon de topaze à l'état liquide la règle de symétrie est *l'invariance par rotation* : les lois physiques décrivant cette structure sont les mêmes dans

les trois directions axiales (en rouge) : le liquide est isotrope. La solidification (cristallisation) rompt spontanément cette symétrie en introduisant des différences de distance interatomique entre les trois directions.

Symétrie de base de la Théorie de Grande unification

Dans le cas de la *Théorie de Grande unification* la symétrie est entre comportements de particules. Lorsque la température de l'espace confère à ses particules une énergie supérieure à 10^{16} GeV, la symétrie *de base* de cette théorie se manifeste de deux manières :

- Les trois interactions du Modèle standard :
  - SU(3), interaction de la force nucléaire (force forte, agissant sur les quarks) ;
  - SU(2), interaction de la force faible (mettant en œuvre des neutrinos) ;
  - U(1), interaction de la force électromagnétique (mettant en œuvre des photons),

  sont impossibles à distinguer : il n'y a en fait qu'une seul type d'interaction ;
- La symétrie de la *Théorie de Grande unification* entraîne que les lois physiques qui s'appliquent ne font pas de distinction entre un électron, un neutrino ou un quark.

Ce refus de la nature de distinguer entre interactions et entre particules est une symétrie, analogue à la symétrie de rotation précédente refusant de distinguer entre directions de l'espace avant la formation du cristal de topaze.

Mécanisme d'une rupture de symétrie

Cas du cristal de topaze

Dans le cas du cristal de topaze, les atomes se placent le long d'axes qui se définissent spontanément au début de la solidification, et qui se conservent ensuite pendant cette cristallisation. Les trois directions axiales du cristal se distinguent ainsi l'une de l'autre et de directions quelconques de la phase liquide : il y a rupture spontanée de symétrie pendant la solidification.

Cas de la Théorie de Grande unification

En construisant la *Théorie de Grande unification*, les théoriciens ont défini délibérément un ensemble de champs permettant une rupture de symétrie, les *champs scalaires de Higgs*, et un mécanisme de rupture, le *mécanisme de Higgs*.

> Dans le *Modèle standard des particules élémentaires* on définit un champ associé à chacune des particules fondamentales. C'est le photon qui sert de modèle de base (archétype) pour les autres modèles.

Pour tous ces champs on postule une existence et un comportement décrit par un ensemble d'équations. Le caractère quantique de ces champs et de ces particules affirme que leur énergie existe en « paquets » indécomposables ; par exemple, les champs de Higgs ont une énergie groupée en particules de Higgs.

Pour obtenir une rupture spontanée de symétrie, les théoriciens ont formulé les *Théories de Grande unification* de telle manière que la densité d'énergie des champs de Higgs ait un comportement particulier pour l'énergie la plus basse.

Pour la plupart des champs (par exemple le champ électrique et le champ magnétique) la densité d'énergie du champ a sa plus basse valeur possible, zéro, quand le champ disparaît. Mais dans un champ de Higgs les théories prévoient une densité d'énergie minimum quand il n'est pas nul : *les champs de Higgs de l'espace vide ont donc des valeurs non nulles lorsqu'ils se stabilisent dans l'état d'énergie minimum*.

Le diagramme de principe ci-dessous montre (selon l'axe vertical) l'évolution de la densité d'énergie résultant des densités d'énergie deux champs de Higgs *A* et *B* (selon les axes horizontaux) qui interagissent et ne s'ajoutent pas brutalement.

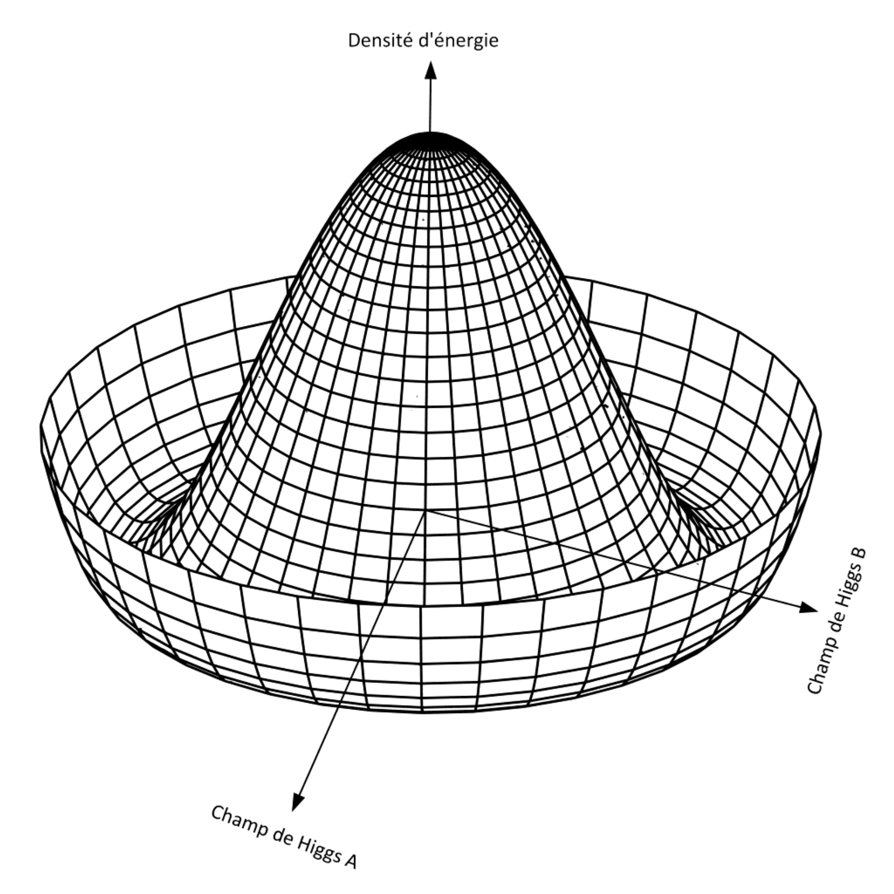


Diagramme en forme de chapeau mexicain

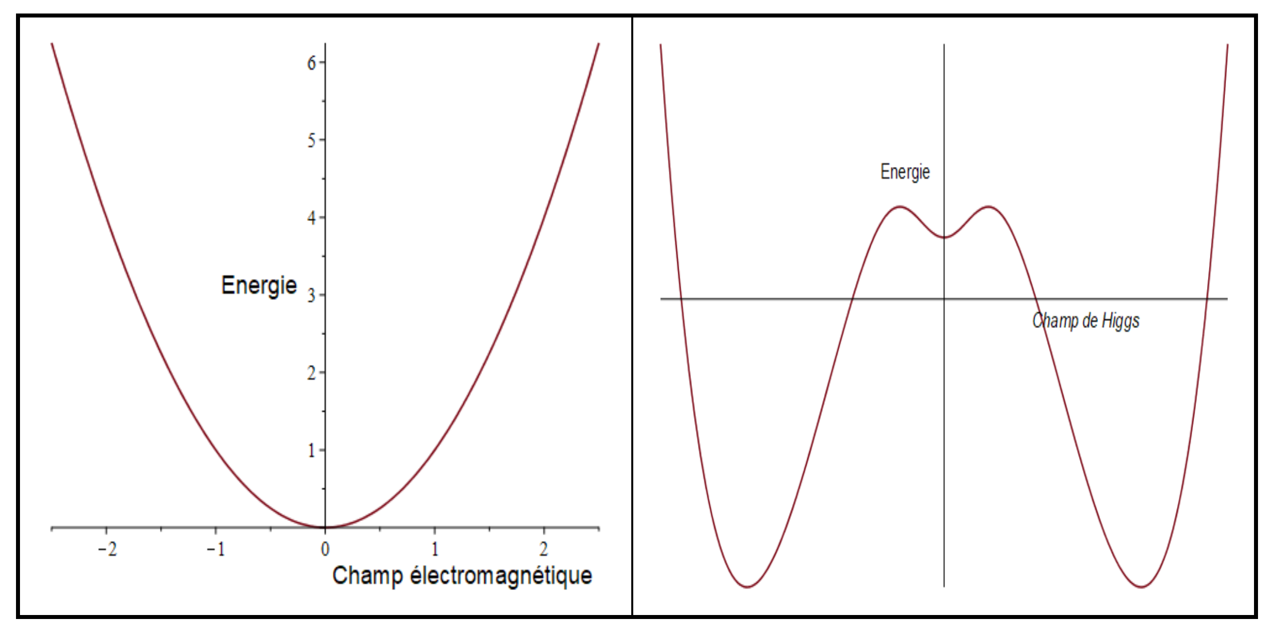
Pour comprendre ce qu'implique la forme de la surface ci-dessus (appelée *Mexican hat*, chapeau mexicain) imaginez une petite bille placée sur le renflement central près du sommet. Soumise à l'attraction gravitationnelle, la bille a une énergie potentielle qui croît avec son "altitude". Pour être stable, elle a donc tendance à descendre pour atteindre la plus basse énergie potentielle possible, sur la ligne horizontale de hauteur minimum séparant le renflement central du bord qui remonte.

> Le diagramme ci-dessus a été délibérément « raboté » dans la partie « bord du chapeau » la plus éloignée de l'axe : on en a limité la hauteur pour montrer le renflement et la ligne la plus basse qui sépare celui-ci du bord ; en réalité, le bord remonte à l'infini.

Ce diagramme à deux variables de Higgs n'est qu'une illustration d'une réalité plus complexe mettant en œuvre bien plus de champs, dans le cadre d'une *Théorie de Grande unification* qui n'est encore qu'esquissée.

Notion de puits de potentiel

Les diagrammes ci-dessous illustrent la notion de « puits de potentiel » : à gauche dans un champ électromagnétique, à droite dans un champ de Higgs. Dans ce dernier cas, une bille initialement dans le creux en haut du renflement doit vaincre une barrière de potentiel pour sortir du creux et pouvoir descendre vers la ligne d'énergie minimum. L'énergie nécessaire peut être fournie (en probabilité), par un *effet tunnel* (voir ce titre).



Puits de potentiel

Si les champs de Higgs *A* et *B* sont tous deux nuls, la densité d'énergie résultante est celle du point dans l'axe du chapeau, au centre creusé du renflement, et elle est assez élevée ; mais elle correspond à un état métastable.

Remarque : il peut paraître curieux qu'il faille une énergie non nulle pour que les deux champs *A* et *B* disparaissent, mais les mesures en théorie électrofaible ont confirmé que la nature se comporte bien ainsi.

L'état de densité d'énergie minimum d'un champ de Higgs n'est pas unique : il y en a autant que de points de la ligne d'énergie minimum précédente entre renflement et rebord : la bille pourrait s'y arrêter n'importe où. Les valeurs des champs de Higgs dans le vide ne sont donc pas déterminées par des considérations d'énergie, de même que les directions d'alignement des atomes d'un morceau de topaze sont choisies au hasard au début de sa solidification.

Ce choix aléatoire des valeurs non nulles des champs de Higgs rompt la symétrie des interactions de Grande unification, comme l'orientation initiale choisie au refroidissement rompt la symétrie rotationnelle de la topaze. Dans les deux cas les lois de base de la physique restent inchangées, leur symétrie étant brisée spontanément.

Considérations philosophiques sur le déterminisme de l'état final
L'évolution de l'état d'un système relevant de la *Théorie de Grande unification* est, comme toutes les évolutions naturelles, dirigée vers l'énergie potentielle minimum, dont il existe une infinité de couples de champs de Higgs (*A, B*). Cette évolution est déterministe, mais le choix de l'état final dépend d'autres paramètres que les deux variables *A* et *B* précédentes, choisies pour faciliter l'exposé ; dans la mesure où on ne connaît pas *tous* ces paramètres, l'état final paraît aléatoire. Mais c'est là un hasard comme tous les autres que nous avons vus : un effet de notre ignorance, pas une évolution non-déterministe.

Les nombreuses autres particules de la théorie interagissent avec les champs de Higgs, dont les choix de valeurs initiales les affectent ; des particules distinctes interagissent avec des champs de Higgs distincts, ce qui permet à certaines de se différencier d'autres alors que sans les champs de Higgs on pourrait les confondre.

Ainsi, la masse d'une particule étant déterminée par son interaction avec des champs de Higgs, les masses de celles qui interagissent avec le champ de Higgs *A* deviendront différentes de celles qui interagissent avec le champ *B*. (Noter que *l'interaction d'une particule avec le champ de Higgs modifie sa masse*.)

Effets des interactions de particules avec des champs de Higgs

Dans une *Théorie globale de Grande unification* prenant en compte beaucoup de champs de Higgs, l'action de ces champs fait que certaines particules se comportent comme des électrons, d'autres comme des neutrinos et d'autres encore comme des quarks.

De même, certains des bosons (particules porteuses de force, c'est-à-dire d'interaction) se comporteront comme les gluons de l'interaction forte, d'autres comme les particules W^+, W^- et Z^0 de l'interaction faible, et d'autres enfin comme des photons de l'interaction électromagnétique.

C'est donc leur interaction avec différents champs de Higgs qui distingue la manière dont les particules de ces trois forces fondamentales se comportent ; ainsi, les masses importantes des particules W (80.4 GeV) et Z (91.2 GeV) sont dues à divers champs de Higgs.

Lois physiques de *basse énergie* de la topaze et de la Théorie de Grande unification

Dans un cristal orthorhombique, dont les distances entre atomes sont différentes selon les 3 axes, la lumière se propage à 3 vitesses différentes, une pour chacune des directions axiales. Ces 3 vitesses sont des cas particuliers du même phénomène physique, la lumière.

Les propriétés des forces et particules sont dues aux champs de Higgs
Dans notre Univers l'espace baigne dans des champs de Higgs, dont nous interprétons les effets comme des conséquences des lois physiques que nous avons adoptées.

- Nous interprétons les propriétés des forces électromagnétique, forte et faible comme des effets de la structure orthorhombique sur la vitesse de la lumière.
- De même, les propriétés différentes que nous trouvons aux électrons, aux neutrinos et aux quarks ne sont pas absolues : ce ne sont que des vues

particulières de l'interaction de ces particules avec les champs de Higgs constants présents dans tout l'Univers.

Lois physiques de *haute énergie* de la topaze et de la Théorie de Grande unification

Chauffé suffisamment, un cristal subit une *transition de phase* : il fond et devient liquide. Ce liquide est isotrope : la distribution des atomes a une symétrie de rotation. A des températures suffisamment élevées la symétrie de rotation est rétablie.

De même, dans les *Théories de Grande unification* une transition de phase se produit à des températures extrêmement élevées. Voici ce qui se passe.

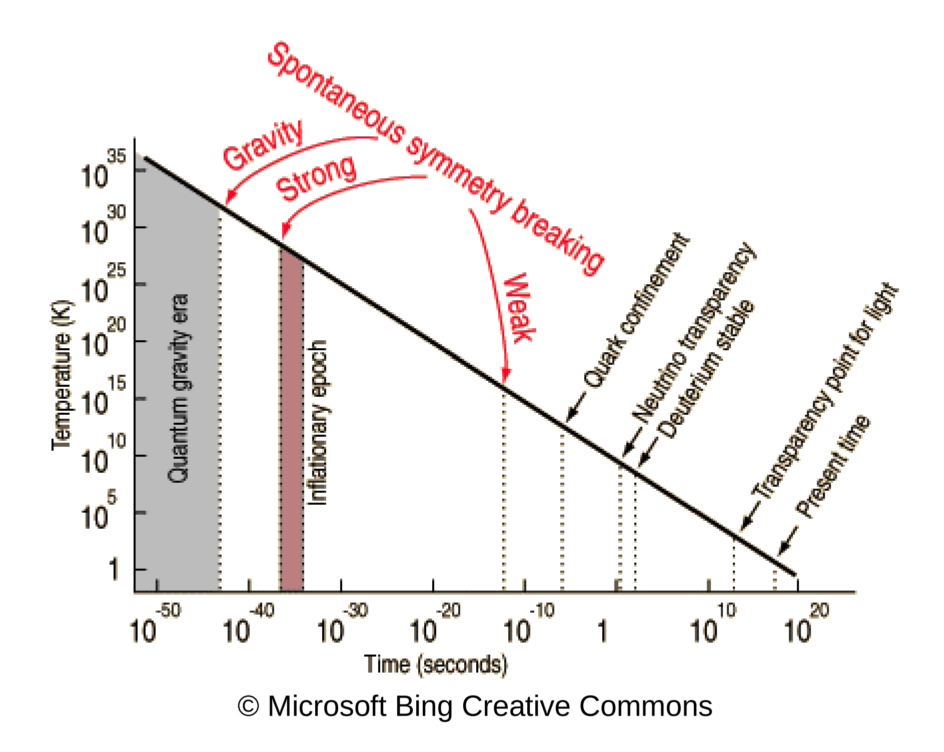
- Au zéro absolu, les deux champs de Higgs *A* et *B* de notre exemple précédent sont dans un état d'énergie minimum, représenté par un point sur la ligne séparant le renflement du « chapeau » de son « bord ». L'état d'un système est représenté par un point P_0 de cette ligne.
- Quand la température augmente, les champs de Higgs acquièrent de l'énergie thermique et commencent à osciller. Tant que la température est basse, les oscillations du point *P* représentant l'état sont de faible ampleur autour de P_0 : la symétrie reste brisée.
- Lorsque la température dépasse une certaine valeur, le point *P* s'agite violemment, passant parfois par-dessus le sommet du renflement. Sa position moyenne devient le centre du « chapeau » et toute trace des valeurs initiales des champs de Higgs à température zéro est perdue. Chaque champ de Higgs ayant désormais une valeur moyenne nulle, la symétrie de Grande unification est rétablie. Les interactions SU(3), SU(2) et U(1) se confondent et il n'y a plus de distinction entre les électrons, les neutrinos et les quarks.

  Dans une *Théorie de Grande unification* moyenne cette transition se produit à une température voisine de 10^{29}°K, correspondant à une énergie thermique moyenne de 10^{16}GeV.

  > Remarque : une telle température est fantastiquement élevée, même pour les objets étudiés en astrophysique. Le centre d'une étoile chaude, par exemple, est à environ 10^7 degrés.

  L'énergie à laquelle la rupture de symétrie cesse et la Grande unification se produit est celle à laquelle les champs de Higgs agissent : on l'appelle *énergie d'unification*.
- A des énergies d'interaction des particules encore plus grandes, les valeurs des champs de Higgs sont sans effet. Les particules porteuses de force se comportent toutes de la même façon et les interactions ont une symétrie parfaite de Grande unification.
- Par contre, à des énergies d'interaction plus faibles que l'énergie d'unification, l'effet des champs de Higgs est important : certaines particules porteuses de forcent se comportent selon le modèle SU(3), d'autres selon SU(2) et d'autres enfin selon U(1) ; le *Modèle standard des particules élémentaires* s'applique.

Conditions de survenance d'une rupture spontanée de symétrie



© Microsoft Bing Creative Commons

Le graphique montre la température et le temps depuis le Big Bang où chacune des forces de gravitation, d'interaction forte et d'interaction faible s'est séparée des autres forces.

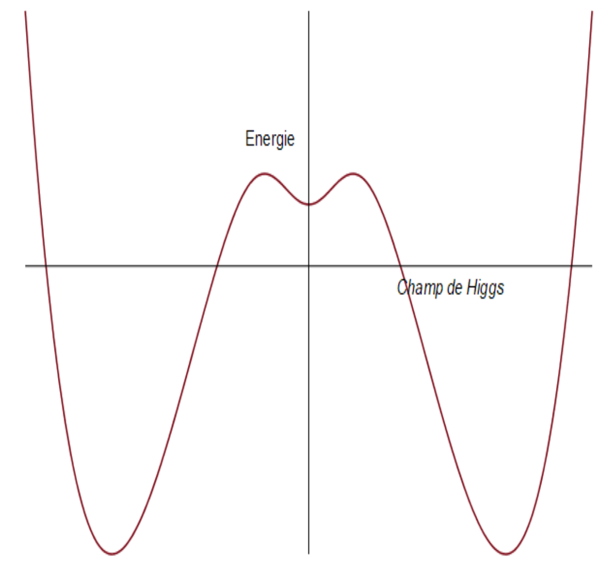
3.7.5.2.2 Modèle d'Alan Guth : la surfusion a créé les conditions de l'inflation

Le physicien américain Alan Guth a proposé un modèle de déclenchement de l'inflation (rupture de symétrie de l'état de Grande unification) basé sur l'existence postulée d'un « faux vide » métastable en haut du renflement de la surface d'énergie en forme de chapeau mexicain.

Selon ce modèle, le refroidissement de l'Univers en dessous de l'énergie d'unification de la *Théorie de Grande unification* a subi un phénomène de *surfusion*, les symétries de Grande unification persistant à une énergie plus basse de 10^{16} GeV.

> La surfusion est un état métastable (transitoire) d'un corps en train de passer de la phase liquide à la phase solide : malgré la baisse de température, il arrive que le corps reste à l'état liquide jusqu'à une température bien plus basse que sa température de solidification "normale" ; c'est ainsi que l'eau pure peut rester liquide jusqu'à environ -40°C.

La surface descriptive de l'énergie des champs de Higgs présentait alors, au sommet du renflement de son chapeau mexicain, un puits de potentiel dont le profil a été illustré au paragraphe précédent *Rupture spontanée de symétrie* ; le revoici :



Métastabilité de l'état d'énergie appelé « faux vide »

Au fond de ce puits, la densité d'énergie était très élevée, comme le sont toutes les énergies d'une *Théorie de Grande unification* ; exprimée sous forme de masse, cette densité était de l'ordre de 10^{83} kg/m^3, ~10^{65} fois plus que la densité d'un noyau atomique. Cette densité d'énergie n'était pas due aux particules elles-mêmes, mais au résultat de leur interaction avec les champs de Higgs ; nous verrons en décrivant l'inflation elle-même que *cette densité n'a pas varié* pendant la très courte durée de l'inflation, ~10^{-32} s.

L'état « dans ce puits » de l'énergie des champs de Higgs, constamment perturbé par des fluctuations thermiques, a fini par sortir du puits par effet tunnel et dévaler la pente du renflement jusqu'à la ligne d'énergie minimum (selon [B212]). Mais il a duré suffisamment longtemps pour que se réalisent les conditions de l'inflation prévues par l'équation de Friedmann (INFL) : voir ci-dessus *Le Problème de l'horizon*.

Ces conditions « état de faux vide » « dans le puits », ont permis aux champs de Higgs de créer un champ de gravitation négative et une pression positive très intenses, équivalant à une constante cosmologique inimaginable de l'ordre de 10^{100} fois plus forte que sa valeur actuelle. L'équation de Friedmann prévoit alors une *explosion exponentielle de l'espace qui dure jusqu'à ce que la surfusion cesse*.

3.7.5.3 Principe de l'inflation

Définition : le phénomène d'inflation est une dilatation (expansion, croissance du rayon) de l'Univers à une vitesse exponentielle pendant une minuscule fraction de seconde (~10^{-32}s), commencée très peu de temps (~10^{-35}s) après le Big Bang.

Aux très hautes énergies des ères de Superunification (10^{-43}s) et de Grande unification (10^{-35}s) le plasma de l'Univers est décrit le mieux par des champs.

Les découplages du paragraphe *Les transitions de phase séparent les forces fondamentales* sont dus à des champs de spin zéro dont les particules quantiques d'interaction sont des bosons de Higgs. *Quand un tel champ scalaire a une valeur non nulle, il interagit avec les bosons vecteurs, dont les particules se comportent*

alors comme si elles étaient massives, alors que dans le cas des photons leur masse est nulle.

Comme le photon du champ électromagnétique, le boson de Higgs (de masse 125 GeV) transporte de l'énergie ; mais il crée aussi une pression négative, équivalente à une antigravitation. Et à la différence du champ électromagnétique, son état de plus basse densité d'énergie n'est pas celui d'énergie nulle ; l'énergie transportée par le boson de Higgs scalaire se comporte alors comme une énergie du vide à une température $T_{e \neq vide}$. D'après le principe d'incertitude de Heisenberg, lorsque cette énergie est suffisante pendant un temps suffisamment long, l'Univers dominé par l'énergie du vide se met à se dilater de manière exponentielle sous l'influence de la pression négative : *c'est l'inflation*.

> La densité d'énergie du vide Ω_v équivaut alors à une constante cosmologique Λ de l'ordre de 10^{100} fois plus forte que celle qu'on constate de nos jours, et le rayon de l'Univers double toutes les τ secondes, où $10^{-43} < \tau < 10^{-35}$ seconde.

Un refroidissement extrême suivi d'un réchauffement à haute température
Après quelques 260 doublements, la température qui était au départ $T_{e \neq vide}$ est descendue très bas, au voisinage du zéro absolu, plus bas que la température du « vide normal » $T_{normale}$, exactement comme de l'eau en surfusion est à une température largement inférieure à 0°C. Cette baisse de température libère de l'énergie, qui est alors disponible pour que la différence de température $T_{normale}$ - $T_{e \neq vide}$ réchauffe la matière-énergie à une haute température, engendrant le plasma de particules, antiparticules et photons de l'état qui suit l'inflation.

3.7.5.4 Détails du déroulement de l'inflation

Environ 10^{-36} seconde après le Big Bang, l'énergie du vide de l'Univers avait dominé fortement les autres formes d'énergie pendant suffisamment longtemps pour que les équations de la Relativité générale (exactement : celles de Friedmann) admettent une solution particulière, instable, où *la dilatation de l'espace se produit à densité de matière-énergie constante* : ***au fur et à mesure qu'il augmente de volume, l'espace crée de la matière-énergie dans la même proportion, sa densité restant constante !***

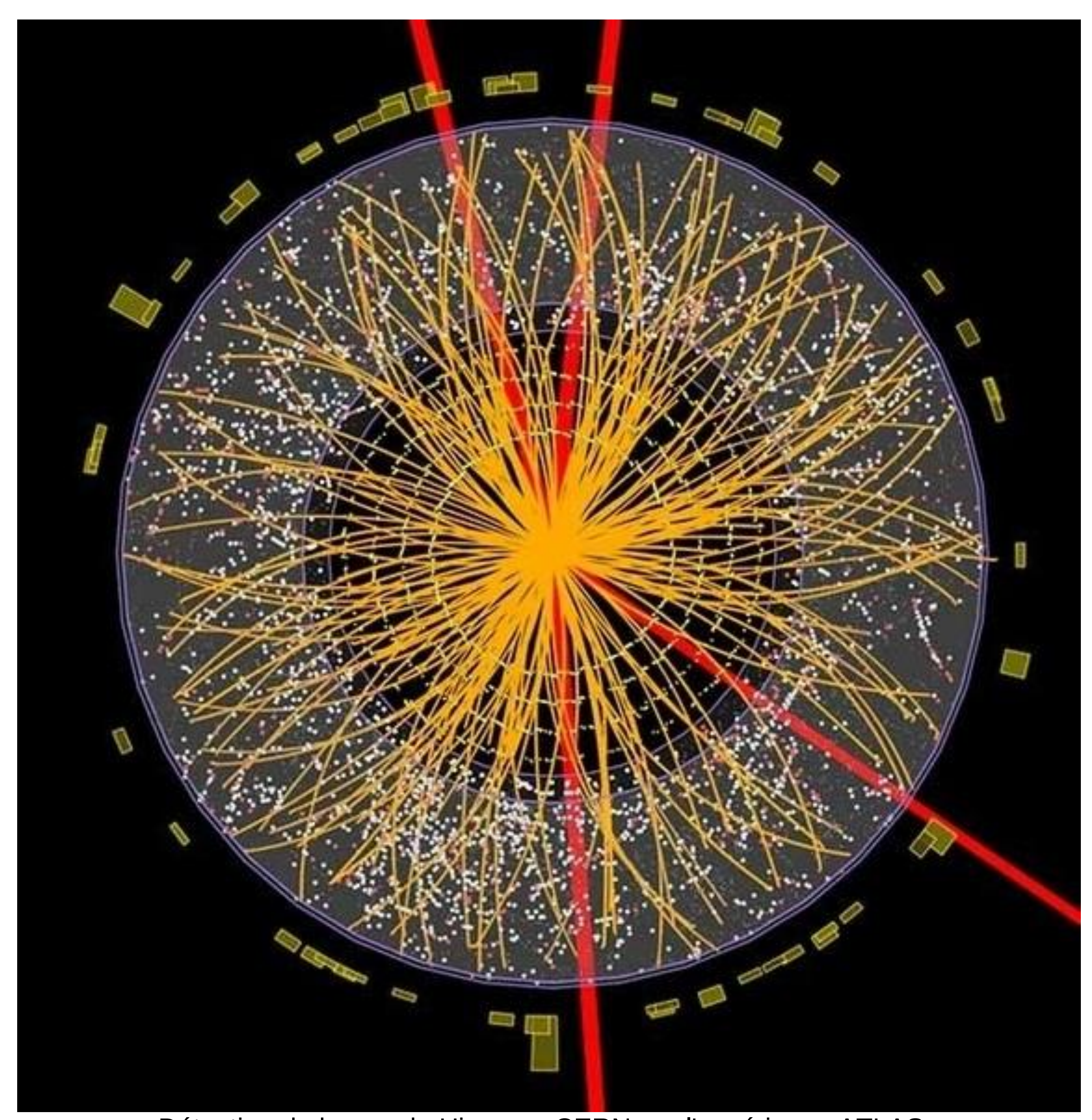
Bien entendu, la matière-énergie créée provient de quelque part, il n'y a pas de création magique à partir de rien. L'expansion résulte d'une pression négative, *qui crée de la matière-énergie en même temps qu'elle dilate l'espace. Cette matière-énergie provient de l'énergie de l'espace « vide » lui-même, qui décroît.*

> Analogie : l'énergie cinétique d'un corps qui tombe provient de la décroissance de l'énergie potentielle du champ de gravitation dont la force le fait tomber.

Pendant la phase d'inflation, l'énergie potentielle de chaque point de l'Univers pouvait devenir aussi négative que nécessaire, pour alimenter l'inflation en baissant. Précisons que « l'énergie du vide » est ici de l'énergie potentielle gravitationnelle, toujours négative.

Comme le champ électromagnétique, le champ de Higgs transporte de l'énergie. La transformation de son énergie en matière-énergie de l'Univers occupant le volume créé a eu lieu grâce au boson de Higgs, facteur de la conversion nécessaire.

Pendant cette transformation, l'énergie de chaque point de l'Univers pouvait devenir aussi négative que nécessaire, pour alimenter l'inflation en baissant.



Détection du boson de Higgs au CERN par l'expérience ATLAS :
désintégration en 4 muons (en rouge) - © Microsoft Bing – Creative Commons

Ce processus d'expansion auto-entretenue de l'espace créa la quantité d'énergie qu'il faut, à la vitesse qu'il faut, pour que sa densité reste constante. La croissance fut exponentielle : toutes les τ secondes, l'espace a doublé dans chacune des trois dimensions, le volume et la masse étant chacun multiplié par 8. La vitesse de croissance des dimensions a doublé aussi toutes les τ secondes : une région *A*, 2 fois plus éloignée de nous qu'une région *B*, s'est éloignée 2 fois plus vite, comme l'expansion avec sa loi de Hubble. La force gravitationnelle d'expansion due à la pression négative était 3 fois plus forte que la force d'attraction due à la masse, d'où le résultat explosif.

Des valeurs extrêmes
La suite 1 ; 2 ; 4 ; 8… ; 2^n … croît très vite avec *n*. Ainsi, avec *n = 16* elle atteint 65 536, avec *n = 50* elle atteint 1 125 899 906 842 624 (~1125 trillions), etc. On sait que pour notre Univers la durée τ d'un doublement fut de l'ordre de 10^{-37} seconde et qu'il y eut environ *n = 260* doublements, multipliant son rayon par environ 2 **.**10^{78}. La durée totale de l'ensemble de ces doublements fut inférieure à 10^{-32} seconde : ce processus fut donc extrêmement rapide, permettant à la fin à un rayon lumineux de parcourir à la vitesse *c* moins de 3 **.**10^{-27} mètre (1 trillion de fois moins que le diamètre d'un proton.)

Cette phase brève de l'évolution de l'Univers est appelée *inflation*. Lorsqu'elle commença, l'Univers pesait une centaine de grammes et était un milliard de fois plus petit qu'un proton ; lorsqu'elle prit fin, l'Univers avait une quinzaine de centimètres de diamètre et avait la même quantité d'énergie (future matière-énergie) qu'aujourd'hui [B54-1].

La fin de l'inflation selon Alan Guth
L'inflation a pris fin comme elle avait commencé, sur une transition de phase du plasma quantique de l'Univers, lorsque la température est passée en dessous de 10^{15} degrés K. Selon [B176] page 175, l'effet tunnel n'a pas cessé brusquement : des « bulles » sont apparues partout à la fois dans l'espace d'énergie « faux vide » de la nouvelle phase, comme les bulles de vapeur apparaissent dans de l'eau qui bout.

Chaque bulle est née petite, mais sa taille a crû presque à la vitesse de la lumière, et le phénomène a duré jusqu'à ce que les bulles occupent tout l'espace. Le contenu de chaque bulle était de l'espace dans lequel les champs de Higgs avaient des valeurs égales à celles de la ligne d'énergie minimum du chapeau mexicain, ou en étaient très proches.

L'énergie portée par les champs de Higgs a produit, en étant libérée, des particules de haute énergie, dont les chocs avec d'autres particules ont créé de nouvelles particules. Le résultat a été une « soupe » chaude de particules dans laquelle l'expansion actuelle a commencé : l'Univers s'est réchauffé après l'inflation.

<u>Conclusion</u>
(Citation [B176] page 15)
« Le processus d'inflation explique la création de pratiquement toute la matière-énergie de l'Univers. La théorie de l'inflation implique aussi que l'Univers observable n'est qu'une petite partie de l'Univers entier, et qu'il est très probable qu'il y a une infinité d'autres univers complètements distincts du nôtre. »
(Fin de citation)

3.7.5.5 Dilatation d'espace à géométrie constante
Pendant l'inflation l'espace s'est dilaté *à géométrie constante*, en conservant les formes. Dans une telle dilatation, tout se passe comme lorsqu'on augmente l'échelle d'une carte de France : la forme du pays est la même à l'échelle 1cm = 10km qu'à l'échelle 1cm = 2km, seule la carte change de taille. La propriété de conservation des formes est restée vraie pensant toute la durée de l'inflation, bien que le volume de l'Univers ait été multiplié par 2 **.**10^{78} (oui : 2 suivi de 78 zéros), son diamètre étant multiplié par ~10^{26}.

En comparaison, l'expansion qui a suivi la phase d'inflation jusqu'à nos jours n'a multiplié le diamètre de l'Univers que par environ 1100 depuis le moment où l'Univers était âgé de 380 000 ans.

En fait la conservation des formes n'est pas tout-à-fait parfaite, à cause des imprécisions de la Mécanique quantique : le champ inflaton n'a pas exactement la même force partout. Cette force est entachée de fluctuations et son effet prend fin à des instants légèrement différents, produisant des différences de densité et de température. Ces différences sont amplifiées par l'inflation et deviendront des étoiles.

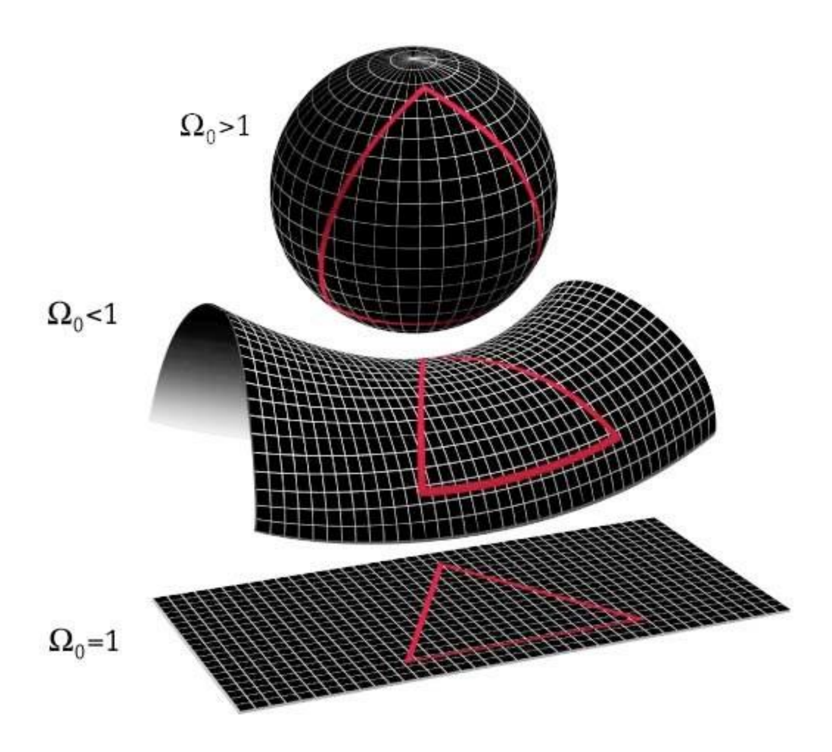
3.7.5.6 Dilatation d'espace à densité d'énergie constante

Pendant l'inflation, la dilatation de l'Univers a aussi eu lieu *à densité d'énergie constante, en créant toute la matière-énergie nécessaire au fur et à mesure*.

Les fluctuations quantiques de densité précédentes ont été amplifiées par l'inflation, produisant des régions ayant des formes particulières. Le respect de cette conservation des formes est mesuré par une variable appelée $\Omega = \rho/\rho_0$, rapport entre la densité de l'Univers ρ et une *densité critique* $\rho_0 = 9.10^{-27}\ kg/m^3$.

Cette densité critique, observée encore aujourd'hui à très grande distance, correspond à 6 atomes d'hydrogène par mètre cube d'espace de l'Univers.

Les calculs montrent que la conservation parfaite des formes de l'Univers a lieu pour la densité critique $\Omega = 1$. Lorsque $\Omega > 1$, la matière-énergie a tendance à se regrouper à petite échelle de distances, alors que lorsque $\Omega < 1$ elle se regroupe plutôt à grande échelle. La mesure actuelle de Ω pour l'espace lointain trouve $\Omega = 0.96$: le regroupement de matière-énergie s'est produit plutôt à grande échelle, au début de l'inflation. La forme d'une région affectée à ce moment-là a subi la dilatation du reste de l'inflation. Dans l'espace proche de notre amas local de galaxies (amas de la Vierge), où ce que l'on voit est des milliards d'années plus récent qu'à grande échelle, il n'y a pas eu de regroupement mesurable dû à l'inflation.



Géométries de l'espace : sphérique, hyperbolique et plat

3.7.5.7 Conséquences de l'inflation

L'inflation aplatit toute courbure initiale de l'espace

Quelque ait été la courbure de l'espace avant l'inflation, la colossale extension de l'espace de celle-ci l'a aplatie d'une façon considérable, suffisante en tout cas pour que l'amplification de courbure par la gravitation de l'expansion qui a suivi ne l'affecte guère : voir *Problème de l'espace plat, c'est-à-dire de courbure nulle*. L'inflation résout donc le problème d'instabilité du modèle d'Univers de la Relativité générale, contredisant de ce fait le premier argument des tenants du *principe anthropique*.

L'inflation dilue d'éventuels monopoles magnétiques

Lire d'abord *Monopoles magnétiques*.
Ce phénomène peut expliquer l'absence de tels monopoles, qu'aucune observation n'a pu trouver à ce jour.

L'inflation explique l'homogénéité et l'isotropie de l'Univers (problème de l'horizon)

Avant l'inflation, tout l'Univers était si petit qu'il était en contact causal avec l'Horizon cosmique de tout événement : thermodynamiquement il était nécessairement en équilibre. Or l'inflation n'a pas perturbé les positions relatives et les équilibres énergétiques, et après l'inflation l'Univers s'est réchauffé et a poursuivi son expansion, générant les températures constatées par le fond diffus cosmologique actuel. Ce phénomène explique l'homogénéité et l'isotropie constatées : les lois et constantes de l'Univers sont les mêmes partout.

L'inflation a dilué la matière présente avant elle et réparti uniformément la densité de masse créée à partir de l'énergie des champs de Higgs.

L'existence des galaxies

L'existence des galaxies, visibles sous forme d'anisotropies du fond diffus cosmologique, s'explique par des fluctuations quantiques inévitables de la densité d'énergie du plasma avant inflation, plasma par ailleurs globalement en équilibre thermique et énergétique. Pendant environ 200 millions d'années après inflation, les zones les plus denses se sont concentrées par effet gravitationnel jusqu'à la formation d'étoiles et de galaxies.

Complément : [B214].

3.7.5.8 Conjecture : l'inflation se poursuivra éternellement par endroits

L'inflation ultra-rapide et à densité d'énergie constante, qui a concerné au début tout l'espace qui est devenu *notre* Univers observable, a pris fin au moins dans notre amas local de galaxies. L'Univers que nous voyons aujourd'hui se dilate beaucoup plus lentement : son rayon double tous les 8 milliards d'années environ, alors qu'il doublait au début à chaque $\sim 10^{-38}$ seconde : dans notre région, *l'inflation* est devenue de *l'expansion*.

La théorie montre que l'inflation n'a pas été la même dans tout l'Univers (observable et extérieur). Nous pensons qu'il y a des régions où elle se poursuit de nos jours et continuera indéfiniment, alors que dans d'autres elle est devenue ou deviendra de l'expansion.

Il existe donc un processus physique qui transforme l'énergie de la forme qui se dilate à densité constante en la forme à conservation d'énergie totale de notre vie quotidienne. C'est dans cette dernière forme que la matière-énergie existe dans les régions de notre Univers observable, en expansion lente depuis l'inflation.

Nous pensons qu'*à chaque instant il se crée, au-delà de notre Univers, plus de matière par inflation qu'il ne s'en transforme* : si c'est vrai l'inflation continuera éternellement ; et un certain nombre de régions encore en cours d'inflation finiront par se transformer en régions en expansion.

3.7.5.8.1 Pluralité possible du phénomène d'inflation

[B4], [B54-1] et [B214] citent la possibilité de multiples régions de l'espace où une inflation s'est produite ou pourrait encore se produire, comme l'inflation qui a suivi l'ère de Planck dans notre Univers observable. Cette possibilité a existé et existe toujours, mais toute affirmation concernant l'extérieur de l'Univers observable ou le temps qui précède l'ère de Planck est spéculative.

Discussion philosophique

Le fond du problème reste que la théorie de l'inflation est une invention humaine. Ses prédictions sont cohérentes avec certains faits, mais improbables pour d'autres… qui ne sont pas vérifiables, car externes à notre Univers observable. Alors des articles comme [B214] la déclarent douteuse en raison de probabilités trop faibles ou trop fortes d'occurrence de paramètres divers, et évoquent le *Principe anthropique*.

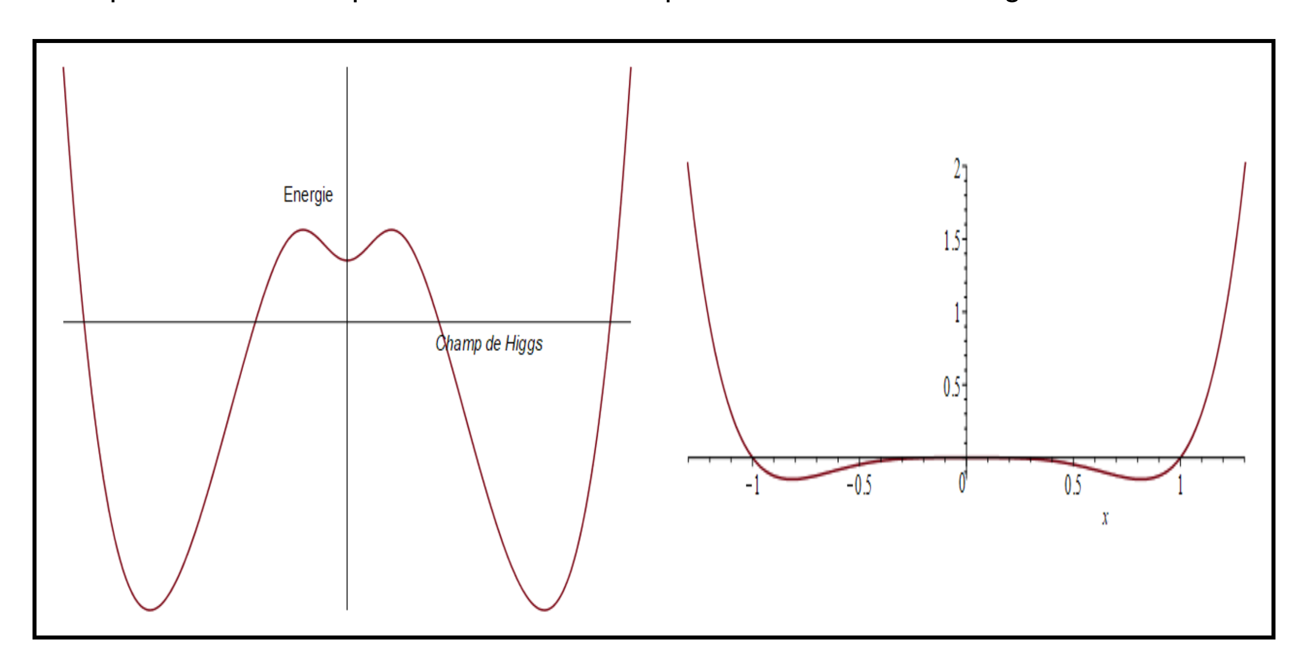
L'attitude rationnelle face à ces doutes et ces spéculations veut qu'ils soient librement exprimés et discutés, et qu'une théorie ne soit abandonnée que si elle contredit un fait avéré ou si une théorie différente confirme ces faits mieux qu'elle.

3.7.5.9 Le modèle d'inflation d'Alan Guth remplacé par celui d'Andrei Linde

Le modèle d'inflation d'Alan Guth avait les avantages exposés précédemment dans les paragraphes *Le Problème de l'horizon* et *Problème de l'espace plat, c'est-à-dire de courbure nulle* et permettait les conclusions citées dans *Conséquences de l'inflation*. Mais son hypothèse de puits de potentiel posa un problème insurmontable de description plausible de la fin de l'inflation : bien que très rapide, la croissance des bulles ne pouvait remplir d'énergie de manière homogène tout l'espace créé par l'inflation.

Le physicien russe Andrei Linde proposa un modèle présentant les différences suivantes avec celui d'Alan Guth ([B176] page 211 figure 12.2) :

- Il n'y a pas de « faux vide » stable dont l'état des champs de Higgs doit sortir par effet tunnel : le sommet du renflement du chapeau mexicain est simplement très plat. Voici la comparaison de ces deux profils de densité d'énergie :



Profil à puits de potentiel d'Alan Guth Profil à renflement aplati de Linde

- L'inflation se termine brutalement chez Alan Guth. Chez Linde elle prend fin progressivement, le point représentatif de l'état d'énergie parcourant d'abord lentement la pente faible du plateau initial, avant de descendre plus vite vers la ligne de densité d'énergie minimum. L'inflation a lieu pendant la lente descente du plateau initial, et prend fin quand la descente accélère.
- En fin d'inflation, l'énergie des bulles se dissipe rapidement chez Alan Guth sans parvenir à remplir tout l'espace en inflation, alors que chez Linde elle oscille autour du point d'énergie minimum en passant graduellement à d'autres particules et en réchauffant tout cet espace.

N'ayant pas l'inconvénient d'hétérogénéité de la densité d'énergie en fin d'inflation, le modèle d'Andrei Linde est donc devenu le modèle accepté d'inflation, enrichi par la dimension théorique apportée par Albrecht et Steinhardt [B213].

Raison de la présentation de ces deux modèles

L'histoire de la création de ces deux modèles, de la critique du premier et de son remplacement par le second, illustre le déroulement de la recherche scientifique dans des domaines comme la cosmologie et la physique quantique.

Les deux modèles utilisent à la fois les équations de la Relativité générale et de la Mécanique quantique, alors qu'il n'existe pas de synthèse de ces deux théories. Il s'applique à un domaine (l'ère de Grande unification) où on ne peut espérer faire d'expériences, où il faut donc *imaginer* une théorie mathématique modélisant la réalité, puis vérifier si cette théorie ne contredit aucune théorie acceptée.

Alan Guth, auteur de l'ensemble du modèle d'inflation sauf sa fin, a accepté avec enthousiasme la solution de Linde, qu'il présente en détail dans son livre [B176] ; les deux savants, l'Américain et le Soviétique, ont collaboré en toute amitié et toute objectivité.

Complément : *Les fluctuations quantiques à l'origine des galaxies*.

3.7.5.10 Critique philosophique de cette théorie de l'inflation

Pour que l'Univers subisse une expansion de l'ordre du minimum de celle qu'on constate sur le fond diffus cosmologique il faut qu'elle dure suffisamment longtemps. Cela exige que l'évolution de l'énergie potentielle en fonction du champ scalaire de Higgs avant la transition de phase de l'ère de Grande unification ait une forme et des valeurs extrêmement précises, faute de quoi l'inflation n'aurait pas eu lieu ou aurait eu lieu en produisant des formes d'espace très différentes de l'espace plat qui est le nôtre.

On ne connaît pas la raison d'être de cette forme et de ces valeurs, et des cosmologistes se sont étonnés :

> « Comment se fait-il que la nature ait adopté les valeurs constatées, alors qu'une multitude d'autres formes et valeurs étaient possibles ? »

La probabilité que la mesure d'une grandeur réelle donne une valeur précise est infiniment faible par rapport à l'infinité d'autres valeurs possibles.

La philosophie a déjà réfléchi, à propos du *Principe anthropique*, au problème d'étonnement devant un phénomène naturel qui ne s'explique qu'avec des valeurs de variables extrêmement précises.

3.7.5.10.1 Principe anthropique

Définition

Le principe anthropique est une croyance selon laquelle des caractéristiques de structure de l'Univers, des valeurs de constantes et des lois physiques ont pour cause une volonté transcendante d'adéquation à l'existence de la vie.

Origine du principe anthropique

En plus des exigences extrêmement précises précédentes pour que l'inflation ait eu lieu, les physiciens ont remarqué des coïncidences troublantes entre diverses constantes de l'Univers et la possibilité d'une vie terrestre (voir [B177] et [B54-1] pages 138 et suivantes) :

- Il y a d'abord le *Problème de l'espace plat (c'est-à-dire de courbure nulle)* (voir ce paragraphe) : le modèle d'Univers de la Relativité générale est fondamentalement instable. Voir en complément [B201].

  Cet argument est sans valeur compte tenu de l'inflation, inconnue lors de son énoncé. Comme souvent en physique, un résultat surprenant est dû à la non prise en compte d'un phénomène ou d'une variable.

- L'astronome anglais Fred Hoyle a remarqué qu'une valeur *à peine différente* de l'intensité de l'interaction nucléaire aurait pratiquement réduit à néant la génération de carbone dans les réactions de fusion stellaires, les seules dans l'Univers à en fabriquer. Puisque sans carbone la vie telle que nous la connaissons est inconcevable, il semble que l'interaction nucléaire ait « juste la force de champ qu'il faut » pour que la vie apparaisse dans l'Univers [B202].

  Pour les tenants du principe anthropique, *ces surprises ne peuvent s'expliquer que par l'influence de la volonté d'un Créateur, car il y a plusieurs coïncidences comme celle-là.*

- Le physicien prix Nobel Steven Weinberg a remarqué dans son livre [B178] qu'il y a un rapport entre la valeur de la constante cosmologique Λ de la Relativité générale et l'existence de la vie sur la Terre. Une valeur trop élevée de cette constante (source de gravitation négative) aurait empêché toute formation de galaxie, donc aussi la formation du système solaire. Sa valeur connue est compatible avec la répartition de matière observée et l'expansion de l'Univers, donc la vie terrestre.

  Cette critique philosophique est analogue à la précédente.

Ces coïncidences sont si nombreuses et si troublantes que des physiciens comme Robert Dicke ont postulé l'existence d'un « *Principe anthropique* », selon lequel elles ne sont pas le fruit du hasard.

Détails sur le principe anthropique
Ce principe postule que ces constantes ont exactement « les bonnes valeurs » pour que la vie apparaisse et évolue vers la complexité que nous constatons dans l'homme, sans avoir besoin de la sélection naturelle de Darwin. Tout se passe comme si l'Univers était soumis à un déterminisme global, comme si une volonté téléologique externe à l'Univers l'avait fait tel qu'il est, avec les lois qu'il a, pour que la vie apparaisse et évolue en complexité jusqu'à l'homme qui l'observe aujourd'hui.
Le principe anthropique est donc une forme moderne de la preuve physico-théologique de l'existence de Dieu, dont Kant a démontré l'impossibilité dans sa *Critique de la raison pure* en 1781 ; détail de sa preuve : [B264].

<u>Discussion</u>
Le principe anthropique est-il un déterminisme divin ?
Les coïncidences de valeurs de constantes ci-dessus étant réelles, chacun est libre de les interpréter comme il veut, notamment *en postulant l'existence à l'échelle de l'Univers d'un déterminisme de niveau supérieur à tous les autres*. Ce déterminisme-là régirait les divers déterminismes des lois physiques, comme le *Principe de moindre action de Maupertuis* (voir ce titre) détermine *globalement* un choix de trajectoire au lieu de la détermination de proche en proche résultant du déterminisme

ponctuel des lois de Newton ; on peut aussi y voir une manifestation du dessein d'un Créateur, mais c'est là une pure spéculation, pas une preuve.

Il faut rappeler le principe d'identité
Le *principe d'identité* (voir ce titre en annexe), fait que la réalité à un instant donné est ce qu'elle est et ne peut être autre, même si notre esprit s'en étonne, le regrette ou y trouve des coïncidences.

Considérons alors les diverses constantes et lois de l'Univers telles que si l'une était un tant soit peu différente l'homme ne pourrait exister. *Sachant qu'il existe, il est impossible de trouver le moindre fait qui contredise cette existence ; si on en trouvait un, ce serait à coup sûr une erreur !* Toutes les valeurs de constantes et lois physiques remarquables associées par certains à l'existence de l'homme *n'auraient pu être différentes* : voir *Principe de fatalisme*. S'étonner, alors, que telle constante ait une valeur très proche d'une limite qui rendrait la vie impossible est humain, mais ne prouve rien car elle ne peut avoir que la valeur exacte qu'elle a.

> Pour la nature, la notion de proximité d'une valeur n'a pas de sens ; à un instant donné une grandeur physique a la valeur *exacte* qu'elle a. Juger qu'elle est *proche* d'une autre valeur, ou qu'une *différence relative d'un milliardième* changerait la face du monde sont des réactions humaines sans rapport avec les lois physiques.
>
> Un jugement de proximité doit être *prouvé*, soit logiquement soit en approfondissant ses conséquences. Voir le paragraphe *Caractère humain, artificiel, de la notion d'échelle*.

Des probabilités qui n'ont pas de sens
Un autre argument faux en faveur du principe anthropique fait intervenir *une probabilité pour qu'une constante de l'Univers importante pour l'existence de l'homme ait (ou n'ait pas) la valeur précise qu'elle a*.

La probabilité d'une situation étant le rapport du nombre de cas favorables au nombre de cas possibles (si ces cas sont équiprobables), on ne peut la calculer que si l'on connaît ces deux nombres ; par exemple, la probabilité pour qu'un lancer de dé donne un 3 est calculable, car ce cas "favorable" unique fait partie de 6 cas "possibles" équiprobables. On calcule aussi, par exemple, une telle probabilité en Mécanique quantique, lorsque la valeur d'une variable mesurée est une valeur propre d'un ensemble (appelé *spectre* de l'observable) qui en a un nombre fini connu, chacune assortie d'une probabilité calculable.

Lorsque la constante considérée de l'Univers est un nombre réel, le nombre de cas possibles est infini.

- La probabilité d'une valeur donnée n'a en général de sens que pour un certain intervalle autour de cette valeur et si l'on connaît la loi de *densité de probabilité de la constante* ; sans cette densité de probabilité, la notion de « *faible* différence entre une variable et une valeur critique » n'a pas de sens. Or on n'a jamais vu un partisan du principe anthropique, qui s'étonne de la proximité d'une valeur de constante avec une valeur critique pour l'existence de la vie, prendre soin de citer la densité de probabilité dans leur voisinage ; et on ne l'a pas vu parce que la loi de densité de probabilité d'une constante n'existe pas !

- En mathématiques, la Théorie de la mesure définit aussi la probabilité qu'un ensemble de valeurs réelles, fini ou au moins dénombrable, soit de mesure nulle, donc que « trouver une valeur *hors* de cet ensemble est certain presque partout » ; le qualificatif "presque" désigne alors une mesure nulle par rapport à une mesure non-nulle, celle de l'ensemble complémentaire : voir *Sens de « presque tous » en mathématiques*. Mais un tel ensemble de valeurs est rare en physique et il faut l'invoquer avec prudence.

La contingence imaginaire
On a utilisé (pour prouver l'existence de Dieu par l'argument dit "cosmologique") l'affirmation que « l'existence d'une chose est contingente, car elle aurait pu ne pas exister ». C'est là une spéculation pure, puisque la constante ne peut pas, justement, avoir une valeur autre que celle qu'elle a, du fait du principe d'identité.

Tout calcul de la probabilité pour qu'une situation *qui s'est produite* se soit effectivement produite car *on peut imaginer* qu'elle ne se fut pas produite, est une spéculation sans valeur lorsqu'il est impossible de connaître ou de dénombrer toutes les évolutions qui ont fait qu'elle s'est produite et toutes celles qui auraient pu se produire. De même, calculer la probabilité de non-survenance d'un événement du passé qui ne s'est pas produit est absurde.

Le besoin de l'homme que l'Univers ait un sens conforme aux valeurs morales
Le principe anthropique a souvent été utilisé par des idéalistes, pour qui l'idée matérialiste que l'homme est le produit d'un Univers dominé par des forces aveugles et indifférentes est insupportable. Certains rejettent cette idée parce qu'elle ne permet pas de justifier l'origine des valeurs morales, origine qui pour eux ne peut être que divine parce que ces valeurs sont par essence universelles et éternelles, conformément (par exemple) à l'enseignement de Saint Thomas d'Aquin.

Les matérialistes répondent à cette objection que les scientifiques savent aujourd'hui - preuves ethnologiques à l'appui - que *les principes de morale humains sont des conséquences de l'évolution des sociétés humaines, qui les ont définis progressivement siècle après siècle* [B109]. Ils reprochent aux idéalistes :

- d'avoir inventé le concept d'un Dieu sacré pour pouvoir Lui attribuer sans justification les principes de morale auxquels ils tiennent et qu'ils veulent faire respecter ;
- de ne pas expliquer pourquoi Dieu, si moral, a permis l'existence de barbares comme Hitler, Pol Pot et Ben Laden, dont l'éthique est à l'évidence peu conforme à celle des textes sacrés ; est-ce une erreur ou une indifférence de Sa part, un pouvoir insuffisant, une punition pour les autres hommes ? Les philosophes connaissent ce problème depuis les Grecs anciens sous le nom de « Problème du mal »).

Un principe infalsifiable
Le principe anthropique est comme l'affirmation d'existence de Dieu, un énoncé *infalsifiable* ; il n'a donc rien de scientifique. C'est donc un émerveillement d'idéaliste et le fruit de l'imagination. On peut toujours spéculer que, dans un autre Univers où les lois physiques seraient différentes, l'homme n'aurait pu apparaître, mais c'est là pure spéculation métaphysique et il n'y aura jamais d'avancée scientifique permettant

de le savoir ; nous ne saurons jamais rien scientifiquement concernant un hypothétique espace extérieur à l'Univers observable ou l'ayant précédé.

Conclusion
Le principe anthropique est une spéculation idéaliste irrationnelle qui introduit un déterminisme divin, finalité destinée à combattre le déterminisme matérialiste.

La recherche d'exoplanètes

On peut cependant interpréter l'existence d'un ensemble de conditions à satisfaire pour que la vie apparaisse pour délimiter des régions, au voisinage d'autres étoiles que le Soleil, où une vie telle que nous la connaissons serait possible. Dans une telle région, par exemple, la température doit permettre l'existence de l'eau à l'état liquide, l'étoile ne doit pas émettre de rayonnement mortel, etc. Sous cette forme-là (ensemble de conditions d'une vie comme celle de la Terre) le principe anthropique est utile aux astronomes qui cherchent des planètes (appelées exoplanètes) où la vie pourrait exister.

3.7.5.10.2 Caractère humain, artificiel, de la notion d'échelle

La notion d'échelle (« petit », « extrêmement petit »…) est une abstraction humaine dont la nature n'a que faire. L'homme s'en sert pour mieux se représenter les situations et les phénomènes, notamment lorsqu'il compare une chose à une autre. Mais la nature ne juge rien, par exemple que quelque chose est « grand » ou « petit » par rapport à autre chose ; dans chaque situation elle applique la loi d'évolution qui convient, choisie d'après une loi d'interruption qu'elle seule a défini : elle prend en compte l'ensemble des paramètres qui s'appliquent, que l'homme considère cet ensemble comme local ou global, macroscopique ou microscopique.

Dire qu'entre deux valeurs d'une même variable la différence relative est minime, car elle n'est que de 10^{-15} (un millionième de milliardième), n'a pas de sens probant pour la nature ; nous en avons donné des exemples dans la théorie des systèmes dynamiques (Chaos) à propos de *La sensibilité aux conditions initiales* (voir ce titre). Un jugement comme « c'est étonnamment petit » n'est donc pas probant, il exige un examen des détails et de la prudence.

3.7.5.10.3 Principe cosmologique

Conclusions du paragraphe précédent
Rien ne prouve que la Terre soit le centre de l'Univers ou en occupe un endroit particulier. ***L'Univers est homogène en même temps qu'isotrope***, postulat fondamental de la Relativité générale qu'on a appelé « *Principe cosmologique* ».

Si on admet ce principe, on doit aussi admettre que l'Univers n'a pas de « bord », car pour paraître identique de n'importe quel point d'observation :

- Ou l'Univers est infini dans toutes les directions, sa densité de galaxies étant la même partout à très grande échelle ;
- Ou l'Univers est fini, mais sphérique au sens topologique de surface fermée.

L'univers est infiniment grand

Si l'Univers était fini on n'observerait, dans le fond diffus cosmologique, que des ondulations de température (donc de densité d'énergie) de fréquences bien définies.

Comme on n'observe aucune régularité de cette espèce, nous devons admettre - au moins en première approximation - que l'Univers est aussi *infiniment grand*.

<u>L'âge de l'Univers est infini</u>

S'il est vraiment infiniment grand, l'Univers a aussi un âge infini, car il n'a pu devenir infiniment étendu en un temps fini : *il a donc toujours existé*. Cette conclusion est conforme avec l'espace-temps de la Relativité générale d'Einstein ; et elle ne contredit pas le fait que l'âge de notre Univers *visible* est de 13.8 milliards d'années correspondant à un rayon de 47 milliards d'années-lumière, car il peut exister un extérieur invisible. Mais tout cela n'est qu'une approximation, rappelons-le.

<u>Comment l'Univers infiniment grand peut-il être en expansion ?</u>

Quand on parle d'expansion de l'Univers on parle de la croissance des distances entre galaxies lointaines : l'Univers infini a été, reste et restera infini. En outre, les distances entre galaxies proches, appartenant à un même amas, sont bien plus affectées par le rapprochement gravitationnel que par l'expansion, qui n'est sensible qu'à très grande échelle.

<u>L'univers contient une masse-énergie infinie</u>

A très grande échelle, mettons au-delà de 100 millions d'années-lumière, la densité de matière-énergie observée dans l'Univers est constante : sa répartition est uniforme, à toutes les distances et dans toutes les directions ; on doit donc postuler qu'elle est la même, aussi, au-delà de notre Univers observable, donc que *la quantité de matière-énergie contenue dans l'Univers infini est infinie*.

3.7.5.10.4 Monopoles magnétiques

Paul Dirac (Prix Nobel de physique 1933) a prédit en 1931 l'existence d'une particule appelée *monopole magnétique*, qui équivaudrait à un aimant réduit à un seul de ses pôles et serait une « charge magnétique » comme il y a des charges électriques.

L'existence d'une seule de ces particules suffirait pour expliquer la quantification de la charge électrique, toujours multiple de celle de l'électron $e = 1.6.10^{-19}$ coulomb ; cette quantification est largement prouvée expérimentalement sans être expliquée théoriquement. Mais l'existence physique de monopoles n'a jamais pu être prouvée : ni expérimentalement (peut-être parce que leur masse supposée serait trop grande pour apparaître dans nos accélérateurs de particules), ni par observation astronomique.

La théorie de l'inflation admet la possibilité d'apparition de monopoles avant ou pendant l'inflation, mais celle-ci en diluerait le nombre tellement que leur observation deviendrait extrêmement improbable. La non-observation de monopoles magnétiques est donc cohérente avec la théorie de l'inflation, sans en constituer une preuve.

3.7.5.11 Régénération éternelle des régions en inflation

Sources : [B176] pages 246… et [B215]

<u>Transition de phase d'une région de « faux vide »</u>

Nous avons vu dans *Le Problème de l'horizon* que l'expansion de l'espace est décrite par le facteur d'échelle *a(t)* de l'équation (INFL) de Friedmann, fonction exponentielle

du temps. Une région en expansion, faite de *N* volumes élémentaires de « faux vide », subit une transition de phase analogue à celle d'une décomposition radioactive, mais caractérisée par une période de demi-vie de l'ordre de $\tau=10^{-37}$ seconde : toutes les τ secondes le nombre de volumes *N* restant à changer de phase est divisé par 2.

Mais contrairement à une décomposition radioactive, la quantité de matière restant à convertir ne diminue pas : elle croît à la vitesse où l'expansion la crée, c'est-à-dire beaucoup plus vite que la transition de phase. Un tel processus ne peut donc s'arrêter par lui-même : il continue indéfiniment « à côté » des espaces déjà « transitionnés », dans la mesure où le phénomène de création de matière dispose d'une réserve inépuisable d'énergie.

Une fois démarrée, l'inflation d'une région de « faux vide » ne s'arrête jamais

Une infinité d'univers

Il est donc probable que *tout notre Univers observable n'est qu'une infime partie d'un espace qui a subi l'inflation*, et qu'il fait partie d'un Univers englobant où il existe un nombre immense de régions encore à transitionner et de régions déjà transitionnées.

Chaque région en inflation génère donc, croyons-nous, une infinité d'univers, qui à leur tour génèrent des univers, etc. Et tous les univers générés subissent un Big Bang comme le nôtre. Certaines régions restent plates comme lui pendant des milliards d'années, puis deviennent progressivement plus sphériques avant de s'effondrer comme un trou noir, en un « Big Crunch » ; d'autres régions croissent indéfiniment, leur densité d'énergie baissant jusqu'à être négligeable. Des univers disparaîtront donc, tandis que d'autres apparaîtront, éternellement. La génération des univers est distribuée au hasard dans l'espace-temps.

Il y a une régénération éternelle de l'espace-temps et une reproduction d'univers.

Tout cela a été étudié sérieusement, scientifiquement et philosophiquement : [B216].

3.7.6 Matière noire et énergie noire

Source : [B169]

La matière ordinaire (protons, neutrons, électrons, etc.) visible en astronomie ne représente que 4.9% de la densité d'énergie de l'Univers, rayonnement de photons et neutrinos compris.

Matière noire

Cette proportion ne suffit pas pour expliquer la vitesse élevée de rotation des galaxies satellites autour de la Voie lactée : à l'évidence, il existe un champ gravitationnel plus intense que celui produit par les étoiles et nuages visibles, donc une forme de matière invisible qui l'explique ; on l'a appelée *matière noire*, et elle forme un halo autour de la Voie lactée. Cette matière noire, dont on ne connaît pas la nature physique exacte, représente 26.8% de la densité d'énergie de l'Univers : *plus de 5 fois la matière visible*.

Energie noire

Depuis 1998, des mesures ont montré que l'expansion de l'Univers est à vitesse accélérée, alors que la loi de Hubble la suppose à vitesse constante. L'énergie du vide prévue par la Relativité générale, de tenseur d'énergie-impulsion $T^{\mu\nu}_{vide} = \frac{-\Lambda}{8\pi G} g^{\mu\nu}$, et de densité d'énergie effective $T^{tt}_{vide} = \frac{\Lambda}{8\pi G}$ est la seule source de gravitation négative que nous connaissons, la seule à même d'expliquer cette accélération ; cette densité d'énergie représente 68.3% de celle de l'Univers : *plus de 2 fois la matière visible et invisible*.

On ne connaît pas la nature exacte de cette énergie noire ; seuls ses effets sont connus et pris en compte dans les calculs de la théorie d'évolution de Friedmann.

L'énergie du vide prise en compte par Einstein dans la Relativité générale comprend de l'énergie gravitationnelle, toujours négative ; elle ne comprend pas l'énergie du vide précédente, responsable de l'accélération de l'expansion. Ces connaissances sont récentes, elles demandent à être précisées.

3.7.7 Big Bang, la naissance de l'Univers

Sources : [B54-1], [B55], [B175]

Historique

Le premier cosmologiste à avoir proposé que l'Univers est né d'une grande explosion a été l'abbé Georges Lemaître, en 1927 ; mais sa proposition n'a pas retenu l'attention des scientifiques.

C'est Edwin Hubble qui a publié, en 1929, le premier article montrant la relation entre décalage spectral (« redshift ») et distance, preuve expérimentale de l'expansion de l'Univers. On lui attribue - et à lui seul compte tenu de la modestie de l'abbé Lemaître qui n'a pas fait valoir son antériorité – la découverte de cette expansion.

Le terme « Big Bang » a été inventé en 1946 par George Gamow [B175], pour désigner l'explosion du début de l'Univers, il y a 13.8 milliards d'années.

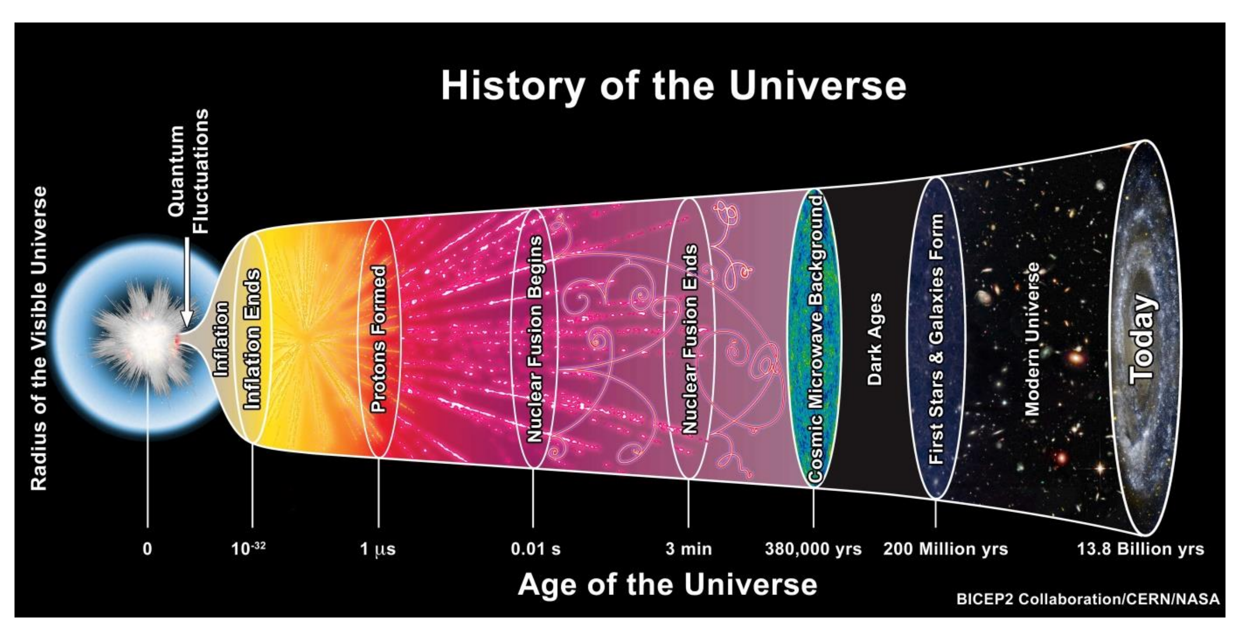
La théorie du Big Bang a l'avantage d'être une solution du paradoxe d'Olbers :

- La lumière a une vitesse finie : c = 2.99792458 .10^8 m/s ;
- L'Univers observable (définition plus loin) a un âge fini : 13.8 milliards d'années ;
- L'Univers observable est en expansion accélérée, sa sphère limite s'éloignant plus vite que la vitesse de la lumière ;
- La lumière qui nous vient de toutes les directions est le fond diffus cosmologique, dont la longueur d'onde n'est visible qu'avec un radiotélescope;
- Il fait noir la nuit parce que la densité d'astres visibles, qui diminue avec la distance (étoiles à proximité, galaxies au loin), est faible.

La naissance de l'Univers

Lors du Big Bang l'Univers était très petit (de l'ordre de la *longueur de Planck*) et il a commencé son expansion, croissance de son rayon qui se poursuit toujours et dont voici des détails.

> Il faut bien comprendre que l'explosion du Big Bang a eu lieu dans tout l'Univers en même temps, pas en un certain point de l'Univers. L'inflation et l'expansion qui ont suivi ont aussi affecté tout l'espace en même temps (voir *Homogénéité et isotropie s'expliquent par la théorie du Big Bang*).



Evolution de l'Univers depuis le Big Bang - © BICEP2/CERN/NASA – Creative Commons

On ne connaît pas la cause de cette explosion : peut-être n'a-t-elle pas de cause si elle est due à une fluctuation quantique dans un espace-temps préexistant [B200]. On sait seulement que l'existence du Big Bang explique beaucoup de constatations physiques et qu'elle est cohérente avec les équations d'état de l'Univers comme *l'Equation d'Einstein* et *l'Equation d'évolution de Friedmann*.

Selon [B176] page 85, la température à l'instant du Big Bang dépassait nettement 10^{12}°K (un trillion de degrés). L'énergie conférée aux particules à une telle température décompose même les noyaux atomiques en protons et neutrons. Aujourd'hui nous sommes encore entourés des « cendres » de cette explosion sous forme de fond diffus cosmologique à 2.7°K, après des milliards d'années d'expansion et de refroidissement.

La Théorie du Big Bang ne décrit pas l'explosion elle-même, mais ce qui s'est passé après [B199]. Elle a suscité trois questions si fondamentales qu'une absence de réponse l'aurait remise en cause :

- *Le Problème de l'horizon* ;
- Le problème de l'espace plat, très homogène et isotrope ; Voir :
  - *Problème de l'espace plat, c'est-à-dire de courbure nulle* ;
  - *Principe cosmologique : l'espace est homogène et isotrope*.

- Le problème des *monopoles magnétiques*.

Voir les paragraphes correspondants aux titres en italiques ci-dessus.

3.7.8 L'ère de Planck

Nous ne connaissons pas l'état exact de l'Univers à l'instant 0 de son explosion initiale, état appelé *singularité cosmologique*. Nous savons seulement qu'il était extrêmement petit et qu'il existe une distance l_P en dessous de laquelle l'espace lui-même doit être considéré comme différent du nôtre, et nos lois physiques (y compris celles de la Mécanique quantique) ne s'appliquent plus. Cette distance minimum est appelée « *distance de Planck* » ou « longueur de Planck » l_P et vaut :

$$l_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1.6 \,.10^{-35} \text{ m}$$

où :

- $\hbar = h/2\pi = 1.054589 \,.10^{-34}$ joule .seconde ; ($\hbar$ se prononce h-barre)
- G est la constante universelle de gravitation $G = 6.67 \,.10^{-11}$ Nm^2/kg^2 ;
- c est la vitesse de la lumière dans le vide, c = 299 792 458 m/s.

Le postulat de l'espace quantifié

Les physiciens supposent donc que l'espace n'est pas divisible à l'infini et qu'il existe un « atome d'espace » grand comme une longueur de Planck (les anciens Grecs appelaient « atome » la plus petite partie de la matière, partie indivisible). Toute longueur d'objet physique est multiple de la longueur de Planck.

L'ère de Planck : les premiers 10^{-43} seconde

Au début de l'Univers, immédiatement après le Big Bang pendant une durée de l'ordre de 10^{-43} seconde appelée *ère de Planck*, l'Univers était dominé par les effets quantiques de l'énergie de gravitation.

L'univers contenait un plasma dont la densité d'énergie était si élevée qu'elle pouvait faire se rapprocher des particules à une distance inférieure à la distance de Planck. Ces particules étaient des particules et antiparticules virtuelles – quarks-antiquarks et leptons-antileptons - apparaissant et disparaissant aussitôt et animées d'une énergie énorme. La charge électrique totale nulle de l'Univers étant invariable (c'est un principe de la physique) il y avait autant de particules que d'antiparticules.

Mais l'Univers a rapidement commencé à se dilater par inflation, *en créant littéralement de l'espace et de l'énergie du vide, à densité d'énergie constante*, puis plus lentement par expansion en diluant son énergie. Et l'expansion continuant encore de nos jours, il n'y a plus jamais eu d'endroit où la densité d'énergie était suffisante pour contraindre des particules à s'approcher plus près que l_P… sauf dans les trous noirs.

> A des distances de l'ordre de celle de Planck et des densités d'énergie suffisantes pour créer un trou noir, la Mécanique quantique et la Relativité générale s'appliqueraient toutes deux… si on en avait une synthèse, qu'on n'a pas, hélas.

Avec nos connaissances actuelles, aucune distance inférieure à l_p n'a de sens pour un phénomène physique. Le postulat de continuité de l'espace n'est pas vrai pour des distances inférieures ; en tout cas, nous ne pouvons pas le supposer aujourd'hui.

Pendant l'*ère de Planck*, les quatre forces fondamentales (force nucléaire, force faible, force électromagnétique et gravitation) n'en faisaient qu'une et nos lois physiques actuelles ne s'appliquaient pas : l'Univers ne contenait que de l'énergie sous forme de « soupe (plasma) quantique ».

Le postulat du temps quantifié
Cette durée de 10^{-43} seconde est le « *temps de Planck* » t_P mis par la lumière pour parcourir la distance de Planck l_P. Il vaut l_P/c :

$$t_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = 0.5391\,.10^{-43} \text{ s} \quad \text{où } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Cette durée est un quantum de temps : nous ne pouvons pas supposer de durée plus petite avec notre physique, le temps n'étant pas continu. Toute durée est multiple d'un temps de Planck.

Au temps de Planck t_P l'Univers était extraordinairement dense, sa densité étant appelée « *densité de Planck* » D_P et valant :

$$D_p = \frac{c^5}{\hbar G^2} = 5.1\,.10^{96} \text{ kg/m}^3$$

Cette densité est colossale : elle correspond approximativement à celle résultant de la compression d'une centaine de galaxies dans le volume d'un noyau atomique, environ 1 fermi cube (10^{-45} m^3) !

La *masse de Planck* m_P, matière-énergie contenue dans un cube de l_P de côté, est donnée par la formule :

$$m_p = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2.177\,.10^{-8} \text{ kg}$$

L'énergie de Planck Ep se déduit de la masse en appliquant la formule $E = m_p c^2$:

$$E_p = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} = 1.956\,.10^{9} \text{ joule} = 1.22\,.10^{19} \text{ GeV}$$

Le plus petit trou noir possible
Un objet de masse m_P et de dimension l_P serait un trou noir quantique, le plus petit trou noir possible.

L'ère de superunification
L'ère de Planck est aussi appelée *ère de superunification*, pour indiquer que les 4 forces fondamentales (de gravitation, électromagnétique, forte et faible) formaient

une même énergie, produisant un effet global sur le plasma-énergie existant dans ces conditions extrêmes de température et d'énergie des particules.

Nous pensons qu'à la fin de l'ère de Planck l'Univers était extrêmement petit, probablement moins de 10^{-50} m, et que sa température était incroyablement élevée : de l'ordre de 10^{50}°K.

Signification cosmologique de la longueur de Planck
(Citation de [B173] page 214)
"La longueur de Planck a une signification tout à fait remarquable pour un théoricien de la physique. Nous avons l'habitude de penser à la gravité comme étant tellement plus faible que les forces électriques et nucléaires qu'elle n'a strictement aucun rapport avec le comportement des particules élémentaires ; mais il n'en est pas ainsi quand les particules de matière s'approchent les unes des autres à une distance de l'ordre de la longueur de Planck. A cette échelle-là, la gravité est non seulement aussi puissante que les autres forces mais elle les dépasse."
(Fin de citation)

3.7.8.1 Système d'unités naturelles de Planck

Source : [B192]
Ce système d'unités a été proposé par Max Planck en 1899 en tant que système d'unités *naturelles*, basées seulement sur des constantes universelles au lieu d'unités définies par l'homme (comme « le mètre, dix-millionième partie du quart du méridien terrestre »). Les constantes indépendantes choisies sont :

- La vitesse de la lumière dans le vide, c ;
- La constante universelle de gravitation, G ;
- La constante de Planck réduite $\hbar = h/2\pi$; ($\hbar$ se prononce h-barre)
- La constante de Coulomb $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ où ε_0 est la permittivité du vide ;
- La constante de Boltzmann k_B.

L'ensemble des unités de tout système de mesure, notamment celles du Système International SI, peuvent être rapportées à ces unités naturelles dans un système (dit de Planck) où chacune des constantes ci-dessus vaut 1 : $c=G=\hbar=k_e=k_B=1$. Mais la concision de l'écriture de certaines relations ou équations est alors une source d'erreurs dangereuse.

Retenons, parce que nous en avons besoin pour l'aire de Horizon des événements d'un trou noir, que dans le système de Planck une aire se mesure en unités de (longueur de Planck l_p)^2, chaque unité valant $(1.6 \cdot 10^{-35}\text{ m})^2 = 2.56 \cdot 10^{-70}\text{ m}^2$.

Pour plus de détails voir [B192].

3.7.9 L'ère radiative

D'après *l'équation d'expansion de l'Univers* décrite au paragraphe du même nom :

$$\left(\frac{1}{H_0}\frac{da}{dt}\right)^2 = \Omega_k + \frac{\Omega_m}{a} + \frac{\Omega_r}{a^2} + \Omega_v a^2$$ (EU), où *a(t)* est le facteur d'échelle

l'évolution de l'Univers depuis le Big Bang a commencé par une époque où le rayonnement dominait la partie droite de cette équation, époque appelée de ce fait « ère radiative ». A cette époque-là, en comptant le temps à partir de la fin de l'inflation qui a suivi le Big Bang et en supposant *a = 0* à cet instant-là, l'équation (EU) se ramène à :

$$[a(t)]^2 = 2\sqrt{\Omega_r}H_0 t \quad \text{(RAD)}$$

Le facteur d'échelle *a(t)* est alors proportionnel à $\sqrt{t}$: le temps passant il augmente.

La température, qui varie comme l'inverse du facteur d'échelle, est donc extrêmement élevée, de l'ordre de 10^{45}°K quand $t = 10^{-32}$ seconde.

L'Univers est alors un plasma de particules et antiparticules (relativistes du fait de la vitesse de leur agitation thermique) en équilibre thermique avec des photons ; ce qu'on considère aujourd'hui comme de la matière est alors un rayonnement.

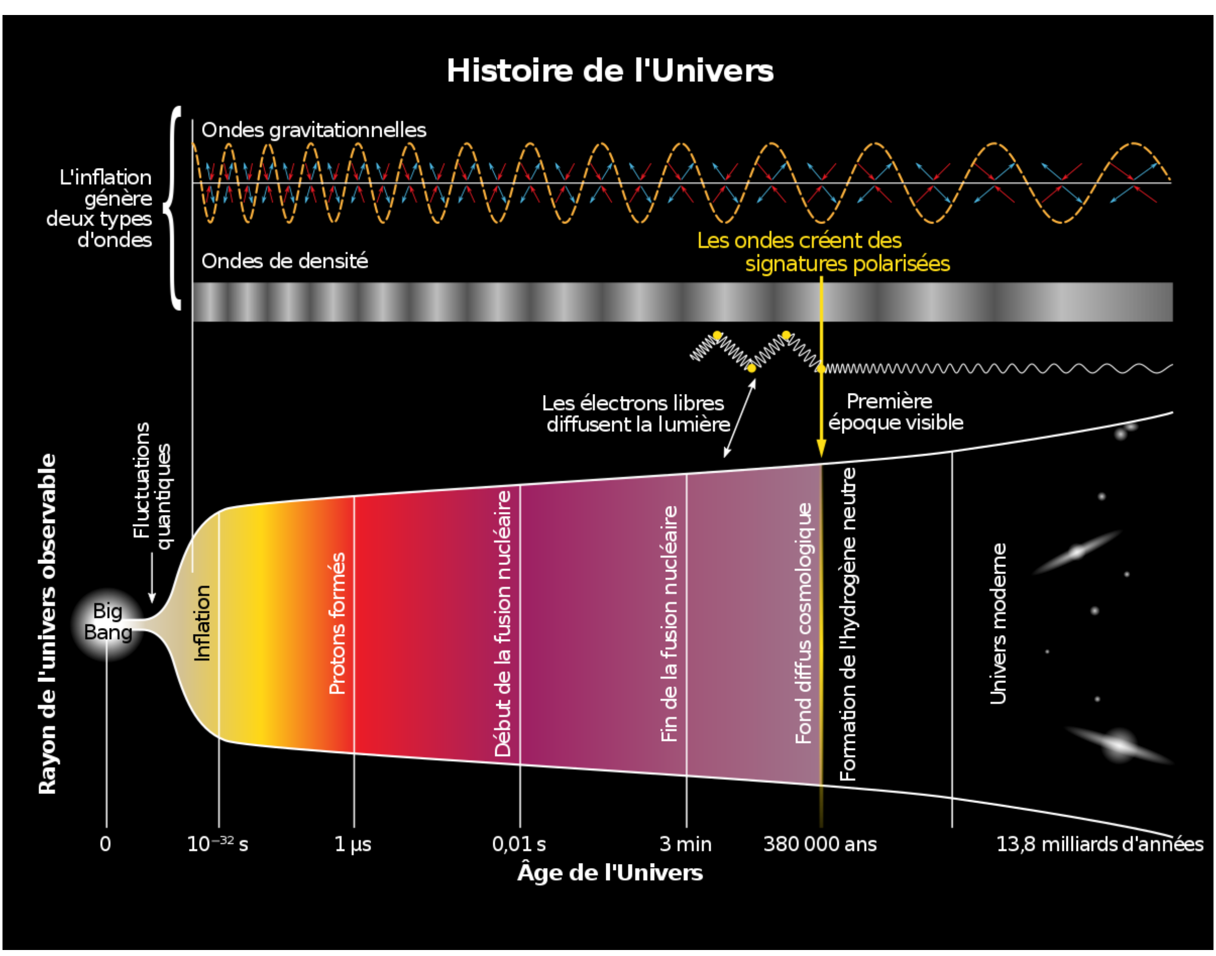
Cette époque a duré environ 53 000 ans.

A mesure que le temps passait l'Univers se refroidissait, l'agitation et les interactions des particules diminuaient ; certaines interactions devenaient impossibles et certaines particules cessaient d'être relativistes. On peut donc scinder l'histoire de l'Univers en époques, selon les interactions possibles pendant chacune d'elles et les particules qui existaient sous forme de rayonnement ou de matière.

3.7.10 Les transitions de phase séparent les forces fondamentales

Lire d'abord le sous-titre *Changements de phase d'un corps pur* au paragraphe *Limites d'application d'une loi d'évolution*.

Sources : [B4] pages 342… et [B54-1] pages 100…



Histoire de l'Univers depuis le Big Bang © Microsoft Bing – Creative Commons

1ère transition : séparation de la gravitation quantique et des trois autres forces
Après la fin de l'ère de Planck, lorsque la température du plasma de l'Univers était ~10^{29}°K (oui : 100 milliards de milliards de milliards de degrés !), celui-ci a subi une première transition, un changement de phase par lequel la force de gravitation quantique s'est séparée des trois autres forces fondamentales : l'Univers est entré dans *l'ère de Grande unification* (Grand Unified Theories), où ces trois forces (force nucléaire, force faible et force électromagnétique) n'en formaient qu'une.

> *Source : [B176] page 31*
> A l'ère de Grande unification l'énergie des particules était de l'ordre de 10^{16}GeV (environ 10^{16} fois l'énergie d'un proton au repos). Une telle énergie est si colossale que, pour la produire dans un accélérateur comme celui du CERN, à Genève, il faudrait faire passer la longueur de l'anneau d'accélération de celui-ci de 27 km à ~70 années-lumière.
>
> Nous n'avons donc pas le moyen de reproduire les conditions d'énergie de l'ère de Grande unification pour vérifier nos théories, notamment celles des *monopoles magnétiques* qui auraient une énergie de l'ordre de 10^{17}eV.

2ème transition : séparation de la force forte et de la force électrofaible
Peu après, lorsque la température du plasma correspondait à une énergie de l'ordre de 10^{15} GeV – c'est-à-dire vers 10^{-36} à 10^{-35} seconde - deuxième transition : la force forte (force nucléaire reliant entre eux les protons et neutrons d'un noyau) s'est

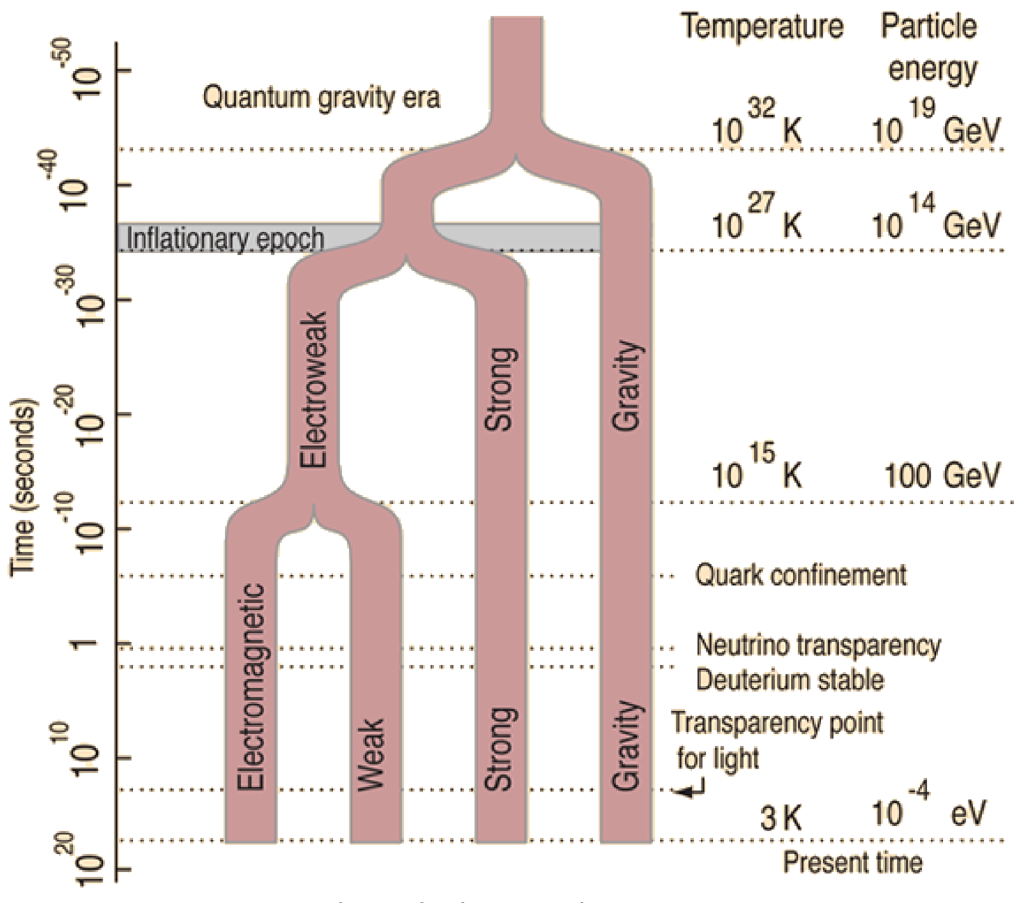
séparée de la force électromagnétique et de la force faible, ces deux dernières forces étant unifiées en une force appelée *électrofaible*. La densité de matière du plasma de l'Univers était alors de l'ordre de 10^{80} kg/m^3.

3ème transition : l'inflation créatrice d'espace et d'énergie
Le temps écoulé (10^{-35}s) depuis le temps de Planck était alors suffisant (compte tenu du principe d'incertitude de Heisenberg) pour que l'énergie du vide (forme dominante de l'énergie pendant ce temps-là) déclenche une troisième transition de phase : *l'inflation créatrice d'espace à densité d'énergie constante*. L'énergie nécessaire pour maintenir cette densité (donc créer de la matière-énergie) dans un espace en croissance exponentielle a été fournie par le champ de Higgs, portée par le boson de Higgs (voir *Champ et boson de Higgs*) présent dans tout l'Univers.

> *C'est ainsi que s'est créée l'énergie de l'Univers existant encore aujourd'hui sous forme de matière-énergie. Cette énergie a transformé les particules et antiparticules virtuelles en matière-énergie réelle.*

4ème transition : la force électrofaible se sépare en forces faible et électromagnétique
Il y eut une quatrième transition de phase après l'inflation, vers 10^{-12} seconde) lorsque l'énergie des particules du plasma était de l'ordre de 100 GeV et la température de l'ordre de 10^{15} degrés K : la force électrofaible s'est séparée en force faible et force électromagnétique dans leur forme actuelle. Pendant ce temps-là, le rayon de l'Univers augmentait et sa température décroissait.

Diagramme résumant ces transitions de découplage des forces fondamentales :



© Microsoft Bing Creative Commons

3.7.11 Le confinement des quarks et l'ère hadronique

Source : [B163]

Depuis la fin de l'inflation et jusqu'à ce que l'expansion fasse baisser la température en dessous de 10^{13}°K, les quarks étaient trop agités pour que la force nucléaire forte puisse les souder en protons et neutrons : ils restaient donc isolés. Mais après la 4ème transition de phase, vers 10^{-12} seconde après le Big Bang, une 5ème transition a lieu.

5ème transition : confinement des quarks
A une température inférieure à 10^{13}°K la force forte soude les quarks en hadrons : mésons (1 quark + 1 antiquark) et baryons (3 quarks : proton et neutron).
Les quarks sont alors dits *confinés* et commence *l'ère hadronique* de l'Univers.

L'ère hadronique voit des transformations incessantes de paires de baryons (proton + antiproton ou neutron + antineutron) en paires de photons, ou l'inverse : quand un baryon rencontre son antiparticule tous deux se désintègrent en créant des photons, et deux photons peuvent se combiner en paire baryon-antibaryon.

L'énergie des photons en question est de l'ordre du GeV, voisine de la masse au repos d'un proton ou d'un neutron. Mais l'expansion continuant, la longueur d'onde de tout rayonnement augmente, diminuant d'autant sa fréquence et son énergie : l'ère hadronique cesse donc dès que l'énergie de ses photons ne suffit plus pour

créer des baryons, alors que la réaction inverse de désintégration de paires de baryons en photons se poursuit puisqu'elle n'a pas besoin d'apport énergétique.

On peut alors se demander comment il se fait que nous existions, nous hommes et notre Univers de matière pratiquement sans antimatière, et pourquoi toute matière n'a pas été annihilée à la fin de l'ère hadronique. La réponse est l'objet du paragraphe suivant.

3.7.12 Asymétrie matière-antimatière et annihilation baryons-antibaryons

Source : [B164].

L'exigence de conservation de la charge électrique fait que la production d'une particule à partir du vide quantique ou d'un photon est toujours accompagnée de la production de son antiparticule. Le Big Bang et les quelques instants suivants ont donc créé un nombre égal de baryons et d'antibaryons.

Mais il existe deux transformations spontanées : de baryons en antibaryons et l'inverse, d'antibaryons en baryons. Ces deux transformations se succèdent, oscillant plusieurs millions de fois de l'une à l'autre avant une décomposition. Nous savons que, pour une raison inconnue, il y a eu un peu plus de décompositions finales sous forme de matière que sous forme d'antimatière, environ un milliardième de plus. C'est cette asymétrie qui explique la composition de notre Univers actuel, presque entièrement composé de matière ; elle résulte d'une différence entre les lois physiques qui régissent la matière et celles qui régissent l'antimatière.

3.7.13 L'ère leptonique et le découplage des neutrinos

Source : [B163]

Après l'ère hadronique, environ 10^{-4} seconde après le Big Bang, dans l'Univers désormais composé de baryons sans antibaryons, de leptons et d'antileptons, l'inflation a si fortement diminué l'énergie des photons qu'ils ne peuvent plus créer de protons ; mais ils peuvent encore créer des électrons, car leur masse est environ 1800 fois plus faible que celle d'un proton. L'ère hadronique est donc suivie d'une ère leptonique.

3.7.13.1 Le découplage des neutrinos

Dans l'Univers comprenant désormais des baryons, des paires lepton-antilepton et des photons, la température continue de baisser avec l'expansion. Lorsqu'elle atteint 10^{10}°K, quelques dixièmes de seconde après le Big Bang, il y a environ 5 protons pour chaque neutron. Une 6ème transition de phase se produit alors : *le découplage des neutrinos*.

6ème transition : découplage des neutrinos

(Revoir si nécessaire la définition de la constante de Boltzmann k_B au paragraphe *Equipartition de l'énergie entre les degrés de liberté*.)

Jusqu'à cette température-là, les neutrinos étaient soudés par la force faible avec les autres particules. Mais quelques secondes après le Big Bang, lorsque l'énergie k_BT des particules du plasma passe en dessous de 0.7 MeV environ, l'expansion a trop éloigné les particules pour que la force faible puisse retenir les neutrinos, car elle a

une portée minuscule ($2 .10^{-18}$ m) : les neutrinos se séparent donc de la matière et flottent librement, insensibles aux forces de gravitation, électromagnétique ou forte ; ils sont encore présents aujourd'hui et des milliards traversent chacun de nous sans dommage à chaque seconde.

Où interviennent les durées de vie du proton et du neutron

La durée de vie d'un proton avant décomposition spontanée est estimée par [B7] page 904 à plus de 10^{31} années, ou $4.5 \textbf{.} 10^{29\pm1.7}$ années selon la Théorie de grande unification.

La durée de vie d'un neutron libre est inférieure à 15 minutes, après quoi il se désintègre spontanément en un proton, un électron et un antineutrino : les neutrons d'un mélange protons + neutrons ont donc tendance à se décomposer en protons. Mais lorsqu'un électron, attiré par un proton et/ou propulsé par la vitesse due à la température, rencontre ce proton, la force faible intervient et transforme ce couple en neutron.

Au total, ces deux réactions en sens inverse conduisent le mélange protons + neutrons à un équilibre dominé par les protons : 1 neutron pour ~ 6.3 protons.

3.7.13.2 Disparition des positrons

7ème transition : Annihilation des électrons et des positrons

Lorsque la température est d'environ 1 milliard de degrés, les photons ne peuvent plus se transformer en paires électron-positron (l'antiélectron est appelé positron) : la réaction réversible 2 photons gamma $\leftrightarrow$ 1 électron +1 positron devient alors impossible vers la droite, les photons n'ayant plus l'énergie minimum nécessaire de 0.511 MeV.

Les paires électron-positron qui existent s'annihilent en émettant des photons, mais comme ce fut le cas pour les baryons, une asymétrie des lois physiques fait qu'il reste seulement un excédent d'électrons, les positrons ayant disparu. L'Univers comprend désormais des protons, des neutrons et des électrons, en plus d'autres particules.

3.7.14 Nucléosynthèse primordiale des noyaux d'hydrogène et d'hélium

Définition

On appelle nucléosynthèse primordiale la synthèse des éléments légers (hydrogène, hélium, lithium) à partir du plasma de particules provenant du Big Bang. Cette synthèse eut lieu entre 0.1 seconde et 3 minutes après le Big Bang ; elle est responsable de plus de 98% de la matière de l'Univers que nous connaissons. Les éléments plus lourds furent synthétisés bien plus tard.

Processus de synthèse

0.1 seconde après le Big Bang la température est de 31.5 milliards de degrés et l'Univers est dans l'ère radiative : l'énergie est dominée par celle des photons, aucun atome ou noyau d'atome ne peut être stable. 90 secondes après, la température étant tombée en dessous du milliard de degrés, une nouvelle transition de phase est intervenue : la nucléosynthèse primordiale.

Les chocs d'un proton et d'un neutron produisent un noyau d'hydrogène lourd, isotope appelé aussi deutérium et qui existe encore aujourd'hui en une proportion de l'ordre de 0.01% avec l'hydrogène. Les noyaux ainsi formés ne sont plus brisés par l'impact de photons, qui n'ont plus assez d'énergie.

La présence de ces noyaux de deutérium lance une chaîne de réactions très rapide, qui assemble avec eux des protons et des neutrons pour former des noyaux d'hélium 4 : 10 protons + 2 neutrons donnent 1 noyau d'hélium (2 protons + 2 neutrons) et 8 protons libres. Il y a aussi production de Lithium.
Voici le détail des réactions :

$$n^0 \longrightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e \qquad p^+ + n^0 \longrightarrow {}^2_1\mathrm{D} + \gamma$$

$${}^2_1\mathrm{D} + p^+ \longrightarrow {}^3_2\mathrm{He} + \gamma \qquad {}^2_1\mathrm{D} + {}^2_1\mathrm{D} \longrightarrow {}^3_2\mathrm{He} + n^0$$

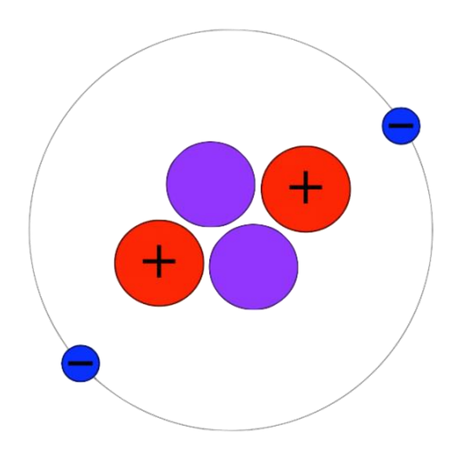
$${}^2_1\mathrm{D} + {}^2_1\mathrm{D} \longrightarrow {}^3_1\mathrm{T} + p^+ \qquad {}^3_1\mathrm{T} + {}^2_1\mathrm{D} \longrightarrow {}^4_2\mathrm{He} + n^0$$

$${}^3_2\mathrm{He} + {}^4_2\mathrm{He} \longrightarrow {}^7_3\mathrm{Li} + \gamma \qquad {}^3_2\mathrm{He} + n^0 \longrightarrow {}^3_1\mathrm{T} + p^+$$

$${}^3_2\mathrm{He} + {}^2_1\mathrm{D} \longrightarrow {}^4_2\mathrm{He} + p^+ \qquad {}^3_2\mathrm{He} + {}^4_2\mathrm{He} \longrightarrow {}^7_4\mathrm{Be} + \gamma$$

$${}^7_3\mathrm{Li} + p^+ \longrightarrow {}^4_2\mathrm{He} + {}^4_2\mathrm{He} \qquad {}^7_4\mathrm{Be} + n^0 \longrightarrow {}^7_3\mathrm{Li} + p^+$$

Nucléosynthèse primordiale - © Microsoft Bing Creative Commons
n°=neutron ; p^+=proton; e^-=electron; ν_e=neutrino electron;
γ=photon gamma; ${}^2_1D$=deutérium ; ${}^3_1T$=tritium ; ${}^3_2He$=hélium 3 ;
${}^4_2He$=hélium 4 ; ${}^7_4Be$=béryllium ; ${}^7_3Li$=lithium



Hélium 4 : noyau de 2 protons (+) et 2 neutrons, 2 électrons
© Microsoft Bing Creative Commons

Compte tenu de la désintégration des neutrons et d'autres réactions la masse finale d'hélium représente environ 25% de celle du mélange initial, les 75% restants étant

de l'hydrogène, proportions vérifiées par l'observation astronomique et qui confirment la théorie du Big Bang.

> La complexité de la chaîne de réactions forme d'autres noyaux, plus légers comme l'hélium 3, ou plus lourds comme le lithium 7 et le bore 11 ; mais ces noyaux sont instables à cette température-là et leur proportion qui survit est minime. La nucléosynthèse primordiale s'arrête donc, en fait, après production de l'hélium 4.

A la fin de cette phase primordiale de nucléosynthèse, 3 minutes après le Big Bang, l'Univers en expansion rapide contenait, en masse, ¼ d'hélium et ¾ d'hydrogène (la proportion numérique de noyaux d'hélium étant de 6% de celle des protons et des électrons). La théorie de la nucléosynthèse primordiale et les mesures associées confirment remarquablement la théorie du Big Bang.

Tous les éléments de l'Univers autres que l'hydrogène et l'hélium sont synthétisés dans les étoiles et disséminés par leurs explosions en supernovas.

Plasma

Ces noyaux formés (hydrogène et hélium) ne peuvent être associés à des électrons de manière stable, car la température élevée ionise les atomes au fur et à mesure de leur formation, par chocs d'agitation thermique ou impact de photons : l'espace contient alors du plasma, et de nos jours encore les étoiles, l'espace interstellaire et l'espace intergalactique sont des plasmas.

3.7.15 Découplage des photons

L'Univers en expansion continua à se refroidir, ses électrons et protons libres diffusant la lumière et le rendant opaque. En plus de la matière noire et des neutrinos, déjà découplés du plasma de l'Univers, celui-ci resta composé de photons et de matière non relativiste jusqu'à ce que l'Univers atteigne l'âge de 380 000 ans.

> Tant que la température du rayonnement était supérieure à 3000°K, le gaz d'hydrogène était trop chaud pour que des atomes se forment. Le gaz restant ionisé, les électrons et protons se déplaçaient librement dans l'espace. Comme les photons interagissent fortement avec les particules chargées – particulièrement avec les particules de masse faible – ils étaient constamment dispersés par leurs collisions avec des électrons, empêchant l'Univers d'être transparent. La fréquence des collisions obligea la matière et le rayonnement de rester à la même température, donc de se refroidir ensemble ([B176] page 100).

La recombinaison, formation d'atomes stables d'hydrogène et d'hélium

Nous avons vu au paragraphe *Fond diffus cosmologique – Homogénéité et isotropie de l'Univers* qu'il y eut alors une première formation d'atomes d'hydrogène et d'hélium neutres, la *recombinaison* ; (le préfixe *re-* est absurde, les électrons et protons se combinant pour la première fois depuis le Big Bang, mais l'habitude est prise…) La formation de ces atomes absorba les particules chargées électriquement qui empêchaient la propagation des photons : ceux-ci se découplèrent et l'Univers devint transparent, car un gaz d'atomes neutres l'est.

3.7.16 Les fluctuations quantiques à l'origine des galaxies

Lire auparavant les textes sur l'inflation : *Inflation et transport d'énergie par le boson de Higgs*.

L'instabilité gravitationnelle

A la fin de l'ère sombre, quand l'Univers était âgé de 200 millions d'années, le refroidissement dû à l'expansion favorisa l'apparition des premières étoiles et galaxies. Cette formation est un effet de *l'instabilité gravitationnelle* : les masses s'attirant entre elles, toute masse flottant dans le vide a tendance à se rapprocher du centre de gravité des masses qui l'entourent ; le moindre défaut d'homogénéité dans la répartition des masses est amplifié par la gravitation.

La formation des étoiles

Chaque masse qui se déplace échange de l'énergie potentielle contre de l'énergie cinétique : elle acquiert de la vitesse qui se transformera en chaleur lorsqu'elle s'arrêtera au contact d'une autre masse, souvent après un rebondissement.

C'est ainsi que la matière la plus abondante de l'Univers, des atomes d'hydrogène et d'hélium, se rassemblèrent en s'échauffant lors des chocs. La matière agrégée pesant de plus en plus lourd comprima le centre de chaque amas, ce qui dégagea une chaleur supplémentaire. Lorsqu'une masse d'hydrogène atteint une taille suffisante, et que sa température dépasse une dizaine de millions de degrés, des réactions de fusion nucléaire se déclenchent spontanément, transformant de l'hydrogène en hélium : la nouvelle étoile « s'allume ».

La formation des galaxies

Des étoiles proches constituent des groupes de formes diverses : galaxies, amas globulaires, etc.



Amas globulaire Messier 3 de la constellation des Chiens de Chasse
© Adam Block Univ. of Arizona – Licence Creative Commons

Un amas globulaire peut compter jusqu'à 1 million d'étoiles, toutes vieilles de 11 à 13 milliards d'années, regroupées en sphères de 10 à 300 années-lumière de diamètre ; notre Voie lactée en compte plus de 150, formant un halo sphérique autour d'elle. Un tel amas est un objet très lumineux, équivalent à ~25000 soleils.

Origine de la répartition irrégulière de la matière dans l'Univers primitif

Source : [B176] pages 214…

Le regroupement d'atomes autour de centres de gravité locaux pour constituer des étoiles n'est possible que si la matière-énergie de l'Univers a une répartition irrégulière. Or cette irrégularité est visible dans le fond diffus cosmologique lorsque la précision des mesures de température dépasse 10^{-5} : voir *Le fond diffus cosmologique*.

Il reste donc à expliquer ces différences locales de densité d'énergie : la théorie de l'inflation doit rendre compte à la fois de l'homogénéité de la répartition (attestée par des différences de température ne dépassant pas 10^{-5}) et de l'existence de régions un peu plus denses ou un peu moins denses. La première théorie, celle de Alan Guth, a été abandonnée car elle prévoyait l'existence de bulles bien trop grosses ; c'est la théorie d'Andrei Linde qui a été retenue : voir *Le modèle d'inflation d'Alan Guth remplacé par celui d'Andrei Linde*.

A la fin de l'inflation, la totalité de l'Univers était dans une seule bulle

Dans la théorie de l'inflation de Linde, *la totalité de l'Univers observable est à l'intérieur d'une même bulle*, et aucune collision de bulles ne peut y intervenir. La vitesse énorme de l'inflation a tellement dilué la matière existante au départ que sa

présence est devenue négligeable devant la matière nouvelle créée par l'inflation à densité d'énergie constante. Or cette densité est si constante qu'aucune irrégularité n'est possible, malgré d'éventuelles irrégularités de la densité d'avant l'inflation, vu la dilution de celle-ci. Le phénomène qui explique la formation d'irrégularités de densité est les *fluctuations quantiques*.

Les fluctuations quantiques

La Mécanique quantique montre qu'en tout point de l'Univers (dans l'espace intergalactique comme à l'intérieur d'un atome) l'énergie n'est pas définie et stable. Elle a une plage de variation qui dépend de la largeur de l'intervalle de temps où on l'observe : l'énergie peut varier d'autant plus que l'intervalle de temps considéré est réduit. Bien entendu, le principe de conservation de l'énergie reste respecté *en moyenne* : un « emprunt » momentané d'énergie à l'énergie potentielle de l'espace environnant est restitué l'instant d'après.

Ces variations brusques d'énergie sont appelées « fluctuations quantiques ». On ne peut prévoir ni *où* une fluctuation se produira, ni *quand*, ni *avec quelle variation d'énergie* ΔE. Le principe d'incertitude de Heisenberg affirme seulement que la durée Δt d'une fluctuation d'énergie ΔE est telle que $\Delta E.\Delta t \geq ½\hbar$, où $½\hbar = 0.527.10^{-34}$ joule **.**seconde.

Dans l'Univers de taille subatomique du début de l'inflation, des fluctuations quantiques (dont l'effet est encore visible dans le fond diffus cosmologique) avaient produit des variations locales de densité d'énergie. L'inflation amplifia ces irrégularités jusqu'à la taille de galaxies, amplification qui créa des ondes gravitationnelles ; et la concentration gravitationnelle finit par créer des galaxies : de l'énergie se transforma en matière visible et matière noire.

Les détails de l'influence des fluctuations quantiques sur le déroulement de l'inflation ont été fournis par Stephen Hawking ([B176] pages 218-219). L'inflation se termine lorsque le point représentant l'état de densité d'énergie du plasma de l'Univers descend la pente du diagramme du chapeau mexicain au renflement aplati.

Au lieu d'une descente à vitesse uniforme, les fluctuations quantiques font qu'en certains endroits le point descend plus vite, et en d'autres endroits moins vite. L'inflation ne se termine donc pas partout en même temps ; et comme c'est elle qui crée de la matière, les endroits où elle a duré plus longtemps ont une densité d'énergie plus élevée. Les calculs ont montré que l'amplitude relative des perturbations est de 10^{-4}, exactement celle qui explique l'évolution de la structure cosmique. Voir *Explication de principe du déclenchement de l'inflation : théories de Grande unification et de Superunification*.

Cette théorie de la formation des galaxies introduit donc de la Mécanique quantique en Cosmologie, domaine jusqu'alors réservé à la Relativité générale. Ce n'est pas une synthèse de ces deux outils, mais c'est une avancée considérable.

3.7.17 Nucléosynthèse post-primordiale

Source : [B5] article *Nucléosynthèse*.

Les éléments qu'on trouve dans la nature ont des noyaux atomiques comptant de 1 (hydrogène) à 92 (uranium) protons. Des éléments encore plus lourds existent, mais ils sont artificiels et de courte ou très courte durée de vie.

A part les éléments créés par la nucléosynthèse primordiale (l'hydrogène, l'hélium et des traces de lithium) tous les autres sont créés dans les étoiles, par des réactions thermonucléaires pendant leur vie ou à l'occasion de leur explosion finale en nova ou supernova. Voici les quatre types de réactions concernées.

3.7.17.1 Réactions de fusion nucléaire

Les réactions de fusion nucléaire associent des noyaux légers en noyaux plus lourds de masse légèrement inférieure, transformant la différence de masse en énergie ; nous avons vu, par exemple, que le cycle de Bethe produit ainsi 26.77 MeV à partir de 4 noyaux d'hydrogène transformés en 1 noyau d'hélium.

> Pour fixer les idées, 1 gramme de matière transformée en entier produit 25 millions de kWh d'énergie rayonnée, soit la consommation d'électricité d'environ 1 million d'habitations pendant 1 journée.

Ces réactions se produisent dans les régions centrales des étoiles (calmes ou en explosion) et fusionnent des éléments légers en éléments plus lourds n'ayant pas plus de protons que les 26 du fer. Sont ainsi produits de l'hélium (à partir de 4 hydrogènes), du carbone (à partir de 3 héliums), de l'oxygène (à partir de 4 héliums), etc.

Comme les noyaux qui vont fusionner ainsi se repoussent électriquement, il faut que leur température les fasse se déplacer si vite que leur énergie cinétique provoque une fusion lors d'un choc malgré la répulsion électrique. En fait, la Mécanique quantique montre qu'une particule en mouvement a une probabilité non nulle de « forcer » une barrière de potentiel grâce à l'*effet tunnel* (voir ce paragraphe) conséquence du principe d'incertitude de Heisenberg. En pratique, on constate que les réactions stellaires de ce type exigent une température d'au moins 10^7 degrés K pour l'hydrogène.

Autre problème, la force répulsive de Coulomb croît avec le nombre de protons des noyaux, exigeant donc pour fusionner une température encore plus élevée, qui n'existe que près du centre d'une étoile.

3.7.17.2 Réactions d'absorption de neutrons

Les neutrons ne subissent pas de répulsion électrostatique. Ils peuvent donc pénétrer à l'intérieur des noyaux qu'ils percutent. Les neutrons libres ayant une durée de vie réduite (un quart d'heure), ces réactions ne se produisent que dans les endroits où des neutrons sont produits. En pratique, elles n'interviennent que dans la production d'éléments plus lourds que le fer.

3.7.17.3 Réactions de photodésintégration

Il existe une réaction inverse de la fusion nucléaire : la photodésintégration, qui absorbe de l'énergie. A des températures d'au moins 3 à 4 milliards de degrés l'énergie des photons suffit pour briser les noyaux les moins stables, annulant ainsi d'éventuelles fusions. Dans ce processus, le fer est l'élément qui résiste le mieux à

ces désintégrations car il est le plus stable. C'est pourquoi il est particulièrement abondant dans l'Univers.

3.7.17.4 Réactions de spallation

La spallation est une réaction nucléaire dans laquelle la pénétration d'une particule de grande énergie brise un noyau-cible ou en extrait une partie, forçant le reste à se réorganiser en un élément moins lourd. Comme la photodésintégration, cette réaction absorbe de l'énergie.

Les particules productrices de spallation sont des noyaux d'hydrogène ou d'hélium 4, accélérés à des énergies d'au moins 10 MeV.

La spallation se fait en deux temps.

- Une première étape, la *cascade intranucléaire*, dure pendant que la particule incidente pénètre le noyau cible, soit 10^{-22} à 10^{-21} seconde. Elle éjecte des nucléons du noyau cible qu'elle a percuté, en conservant la majeure partie de son énergie cinétique initiale.
- Une seconde étape, l'*évaporation*, dure environ 10^{-16} seconde. Le noyau cible, qui a absorbé une grande partie de l'énergie de la particule incidente, libère cette énergie en émettant encore quelques nucléons.

Les réactions de spallation se produisent par exemple à la surface des étoiles, lors des éruptions stellaires ; elles se produisent aussi lorsqu'un rayon cosmique rencontre un noyau atomique, dans l'espace ou dans l'atmosphère d'une planète. Elles expliquent la formation d'éléments légers rares (lithium, béryllium, bore) à partir d'éléments plus lourds et plus abondants comme le carbone, l'azote et l'oxygène.

3.7.18 L'expansion actuelle avec dilution et refroidissement

A la fin de l'inflation il y avait dans l'Univers assez de matière-énergie pour que l'attraction gravitationnelle agisse et la ralentisse. Elle se poursuivit sous une forme qui dure toujours, 13.8 milliards d'années après : l'expansion. Cette nouvelle forme de croissance de l'Univers n'est plus à densité d'énergie constante mais *à matière-énergie constante*.

Or, à matière-énergie constante l'Univers en expansion se dilue, sa densité et sa température décroissant. Cette décroissance permit, en moins d'une seconde, l'apparition de la *force forte* (qui assure la cohésion des noyaux atomiques, malgré la répulsion entre protons de charge positive), de la *force faible* (qui intervient dans des décompositions de fermions) et de la force *électromagnétique*. La formation des protons et neutrons à partir des quarks commença. Voir *Explication de principe du déclenchement de l'inflation : théories de Grande unification et de Superunification*.

Quelques minutes après, les premiers noyaux atomiques simples commencèrent à se former à partir de protons et de neutrons. Très dense, l'Univers était alors encore opaque, la lumière ne pouvant se propager.

Rayonnement fossile et fond diffus cosmologique

380 000 ans après, un nombre suffisant d'électrons et de protons étaient associés en atomes pour que la lumière ne soit plus dispersée et puisse se propager : *l'Univers devint transparent*. La lumière qui en sortit alors (appelée *rayonnement fossile*) nous

parvient toujours, sous forme de *fond diffus cosmologique*, mais l'expansion en a tellement dilaté les ondes que leur longueur est dans la gamme millimétrique et correspondent à une température de 2.7°K, proche du zéro absolu.

3.7.19 Modèle théorique du Big Bang

Ce modèle de l'origine et de l'évolution de l'Univers est basé sur la théorie de la Relativité générale d'Einstein et le Principe cosmologique (décrit dans *Univers / Généralités*).

- La *Relativité générale* est une théorie de la gravitation. Elle affirme que la présence d'une masse déforme l'espace environnant, de sorte que le plus court chemin entre deux points n'est plus nécessairement une ligne droite. Elle décrit une relation entre espace déformé et temps, ainsi que la manière dont une masse soumise à la gravitation se déplace et un observateur mesure la durée. Cette théorie a été vérifiée expérimentalement d'innombrables fois, ainsi que ses prédictions.
- Le *Principe cosmologique* décrit la distribution homogène de la matière-énergie dans l'Univers. Il a été formulé pour satisfaire une exigence de la Relativité générale : connaître la densité de matière-énergie en chaque point de l'Univers pour y décrire avec des équations simples la déformation qui régit les évolutions des photons et des corps libres dans l'espace-temps.

  On a admis que cette densité de matière-énergie ρ était constante à grande échelle parce que l'Univers apparaissait homogène et isotrope : en observant loin, dans toutes les directions de l'espace, la densité des galaxies est la même et la température du rayonnement émis par le fond du ciel est la même. Le Principe cosmologique postule donc cette homogénéité et cette isotropie.

3.7.20 Proportions de matière baryonique, matière noire et énergie noire

La matière-énergie de l'Univers se répartit comme suit :

- 5 % de matière ordinaire (celle que nous voyons dans les planètes, étoiles, galaxies, poussières et atomes libres d'hydrogène) ; elle est dite "baryonique" (protons, neutrons et électrons) ;
- 27 % de matière noire, non baryonique, transparente et n'émettant pas de lumière, qui n'agit sur la matière ordinaire que par attraction gravitationnelle ;
- 68 % d'énergie noire, de nature physique inconnue mais due à l'espace lui-même : c'est *l'énergie du vide*. Son effet est une pression négative, qui accélère la dilatation de l'espace. Pendant les 7 à 8 premiers milliards d'années de l'Univers la pression d'expansion a diminué avec le temps sous l'effet de la gravitation, rendant cette expansion de moins en moins rapide. Pendant ce temps-là, la pression négative accélératrice de l'énergie noire augmentait automatiquement avec le volume de l'espace. Elle a fini par inverser le sens de variation de l'expansion, qui depuis s'accélère.

  Les forces de gravitation dues à la matière baryonique et à la matière noire conservent la forme des galaxies (dimension : ~50 000 années-lumière) et celle des amas de galaxies (10 millions d'années-lumière) ; à leur échelle l'expansion est négligeable. Mais l'énorme volume intergalactique produit assez de pression négative pour que l'expansion de l'Univers dans son ensemble accélère.

3.7.21 L'univers infiniment grand a une masse infinie

Sources : [B54-1] [B54-2]

L'Univers est plat, donc infini

Nous avons vu ci-dessus que la Relativité générale prévoit 3 géométries possibles de l'Univers compatibles avec son évolution : selon la valeur du rapport de densités Ω, l'espace peut être sphérique, hyperbolique ou plat (euclidien).

- Si l'espace est sphérique à grande échelle, sa sphère ne peut être qu'immense pour expliquer qu'à l'échelle de notre Univers observable il est plat. On peut donc le considérer comme plat (euclidien) avec une approximation acceptable.
- Si l'espace est hyperbolique à grande échelle, il a une propriété de répétition au moins dans une certaine direction : un déplacement rectiligne toujours dans cette direction finit par revenir au même point. En regardant très loin dans deux directions opposées, par exemple le fond diffus cosmologique à la limite de l'Univers observable, on devrait voir les mêmes images. Or il n'en est rien : notre Univers n'est donc pas hyperbolique.

En pratique, donc, *notre Univers est plat* : Ω=1. Nous savons aussi que s'il était de dimension finie on n'observerait, dans le fond diffus cosmologique, que des ondulations de température (donc de densité d'énergie) de fréquences bien définies. Comme on n'observe aucune régularité de cette espèce, nous devons admettre - au moins en première approximation - que l'Univers est aussi *infiniment grand*.

S'il est vraiment infiniment grand, l'Univers a aussi un âge infini, car il n'a pu devenir infiniment étendu en un temps fini : *il a donc toujours existé*. Cette conclusion est conforme avec les hypothèses d'Einstein pour l'espace-temps de la Relativité générale ; et elle ne contredit pas le fait que l'âge de l'Univers *observable* est de 13.8 milliards d'années, correspondant à un rayon effectif de 47 milliards d'années-lumière, car il peut exister des régions extérieures. Mais tout cela n'est qu'une approximation, rappelons-le.

Comment l'Univers infiniment grand peut-il être en expansion ?

Quand on parle d'expansion de l'Univers, on parle de la croissance des distances entre galaxies lointaines : l'Univers infini a été, reste et restera infini. En outre, les distances dans une galaxie et entre galaxies proches, appartenant à un même amas, sont bien plus affectées par le rapprochement gravitationnel que par l'expansion, *qui n'est sensible qu'à très grande échelle*.

L'univers contient une masse-énergie infinie

A très grande échelle, mettons au-delà de 100 millions d'années-lumière, la densité de matière-énergie observée dans l'Univers est constante : sa répartition est uniforme, à toutes les distances et dans toutes les directions ; on doit donc postuler qu'elle est la même, aussi, au-delà de notre Univers observable, donc que *la quantité de matière-énergie contenue dans l'Univers infini est infinie*.

3.7.22 Les multivers, des univers parallèles

Source : [B54-1]

Tout le chapitre actuel (*Univers*) exposé jusqu'à ce point est un ensemble de connaissances scientifiques avérées ; le reste de ce chapitre (*les multivers*) est conjectural : c'est une théorie plausible, pas de la connaissance scientifique.

3.7.22.1 Les multivers de niveau 1

Notre Univers physique de rayon 47 milliards d'années-lumière est grand par rapport à la Terre, mais pas infini. En fait, sa matière ne peut y être distribuée que d'un nombre fini de façons.

Il y a environ 10^{80} protons dans l'Univers
Plus précisément, considérons les protons qui composent l'Univers. Chacun a un rayon de 0.84 fm (fermi ou femtomètre = 10^{-15} m) dans des conditions habituelles. Si la température augmente énormément, atteignant ~100 millions de degrés comme au cœur des étoiles les plus chaudes, l'agitation des protons devient telle que deux protons voisins peuvent se rapprocher ; mais en aucun cas ils ne pourront violer le principe d'exclusion de Pauli, qui leur interdit d'occuper la même position ou même de s'approcher à moins d'une distance minimum. D'après [B54-1] page 130, il y aurait alors, au maximum, 10^{80} protons dans l'Univers, donc 2 à la puissance 10^{80} façons différentes de les assembler ; ce nombre est colossal, mais pas infini.

Si l'Univers est bien infini, on trouvera nécessairement une infinité d'univers finis comme le nôtre, *des copies exactes du nôtre*, qui constitue une des configurations possibles. Et il y aura aussi une infinité d'univers de chaque configuration donnée.

L'ensemble de ces univers constitue, par définition, un *Multivers de niveau 1*. Ils sont tous régis par les mêmes lois physiques que notre Univers. Et comme ils font partie du même Univers englobant, ils peuvent théoriquement entrer un jour en contact ; nous pourrions alors, en principe, voir à l'intérieur des plus proches… si l'expansion n'a pas trop éloigné les points de contact pour que la lumière ait le temps de nous parvenir.

3.7.22.2 Les multivers de niveau 2

Nous avons vu que l'inflation de l'Univers continuera éternellement par endroits alors qu'elle s'est arrêtée dans d'autres, comme dans notre amas local de galaxies.

Il est possible que la transformation de la matière-énergie à densité constante en matière-énergie à énergie totale constante ait commencé plus tard dans certaines régions, nous ne le savons pas. Ces hypothétiques régions sont séparées de la nôtre (l'Univers observable) et entre elles par des régions encore en inflation : elles constituent de multiples univers parallèles, dont l'ensemble est, par définition, un *Multivers de niveau 2*.

Ces univers parallèles séparés par des régions encore en inflation sont disjoints : rien ne peut passer de l'un à l'autre, le temps s'écoulant trop vite dans les régions en inflation qui les séparent. Si cette hypothèse de Big Bangs distincts est vérifiée, l'Univers minuscule du début a aujourd'hui une structure arborescente, avec des « branches » en inflation terminées par des « feuilles » en expansion.

Chacun de ces univers-feuilles, aujourd'hui en expansion et peut-être immense, a commencé comme une région minuscule que l'inflation a gonflé de manière

explosive : *la nature a créé un espace infini contenant une masse de matière-énergie infinie à partir d'un espace fini avec une masse finie*.

Enfin, les lois *fondamentales* de la physique (par exemple celles de la théorie des cordes, si un jour on peut la vérifier par ses conséquences) doivent être les mêmes dans tous ces univers parallèles, mais les autres lois et les constantes peuvent être différentes.

3.8 Déterminisme statistique

Portée du déterminisme statistique

Le déterminisme statistique régit, en plus du déterminisme scientifique, les lois d'évolution à résultats statistiques (variables stochastiques), c'est-à-dire :

- La physique quantique ;
- Les systèmes dynamiques apériodiques (chaotiques).

La thermodynamique n'est pas régie par des lois statistiques : elle fait des synthèses statistiques de lois du déterminisme scientifique.

Voici des exemples de phénomènes de physique quantique que la physique traditionnelle du déterminisme scientifique, limitée aux systèmes macroscopiques, ne peut expliquer.

1 - Evolutions multiples de la physique quantique

La physique moderne, par son outil mathématique de modélisation des évolutions dans le temps et l'espace qu'est la *Mécanique quantique*, montre qu'à l'échelle atomique une situation de départ peut *évoluer de plusieurs manières* :

- par une loi d'évolution unique produisant plusieurs résultats simultanés, dits en *superposition cohérente*.
- ou par plusieurs lois (« trajectoires ») simultanément.

Ces deux types d'évolution sont susceptibles de se terminer, lors d'une brutale *décohérence*, par un résultat observable unique.

2 - Situations d'équilibre entre plusieurs états à l'échelle atomique

La Mécanique quantique peut, par une loi d'évolution régissant par exemple ce qu'on appelle « l'effet tunnel » (voir ce paragraphe), produire un résultat décrivant un système en équilibre entre plusieurs états distincts à l'échelle atomique.

> *Exemple cité par [B3], pages 453-461*
> La molécule d'ammoniac NH_3, dont le plan des 3 atomes d'hydrogène peut osciller entre deux positions de part et d'autre de l'atome d'azote. En astronomie interstellaire, on observe même des absorptions et émissions d'énergie électromagnétique par ondes centimétriques dues à de l'ammoniac.

Les indéterminations, instabilités et limites résultant du principe d'incertitude de Heisenberg, comme les fluctuations quantiques et l'effet Casimir-Lifshitz sont régies par les lois d'interruption du déterminisme étendu. Il en est de même des évolutions sans cause apparente, instabilités appelées *fluctuations quantiques* et susceptibles

de produire des apparitions de particules, des décompositions d'un photon en une paire particule-antiparticule et des synthèses artificielles de particules.

3.8.1 Domaines de la physique quantique

Définition

La Physique quantique décrit le comportement de la matière et des rayonnements aux échelles atomique et subatomique ; elle s'appuie pour cela sur la Théorie quantique des champs. Ses outils mathématiques sont la Mécanique quantique, l'Electrodynamique quantique et la Chromodynamique quantique.

Pourquoi ces outils mathématiques

Le recours à ces outils est indispensable pour comprendre, prévoir et prédire les phénomènes, car :

- Leur échelle est trop petite pour une visibilité traditionnelle.
- L'interprétation des résultats de calcul est obligatoirement probabiliste.
- Certaines grandeurs physiques sont quantifiées.

Le déterminisme statistique régit les lois d'évolution et d'interruption de la physique quantique, dont voici des théories mathématiques.

Que veut dire *quantique* ?

En 1900, le physicien Max Planck s'aperçut que la quantité d'énergie d'un rayonnement électromagnétique (comme la lumière) émis ou absorbé n'est pas une grandeur continue, comme on le croyait intuitivement, mais une grandeur discontinue : l'énergie d'un rayonnement de fréquence ν pendant une durée Δt est multiple de ν, le multiplicateur étant une constante de l'univers h, appelée depuis *constante de Planck*. Le produit $h\nu$ est donc une unité d'échange, tout échange d'énergie électromagnétique étant un multiple de $h\nu$.

Cette unité d'échange a reçu le nom de *quantum* (pluriel : *quanta*) ; le rayonnement correspondant, considéré comme une « particule de rayonnement » a été appelé *photon*.

L'énergie (en joules) d'un photon de fréquence ν est donc $h\nu$, où $h = 6.6261 \,.10^{-34}$ joule **.**seconde. Pour fixer les idées, à la fréquence d'un rayonnement infrarouge d'une longueur d'onde de 1 micron (10^{-6}m), donc de fréquence 3.10^{14} Hz, l'énergie d'un photon est 2.10^{-19} joule.

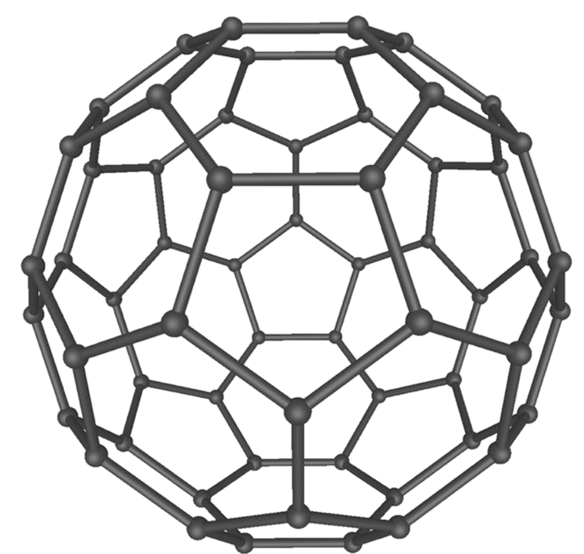
La physique quantique concerne les phénomènes où certaines grandeurs sont discontinues et multiples de quanta, comme l'énergie des photons d'une fréquence donnée. On y trouve de nombreux comportements surprenants. Exemples :

- En physique quantique il est impossible de mesurer une grandeur sans la perturber par un échange d'énergie ; toute mesure fait donc partie de l'expérience, qui doit être conçue en conséquence.

- Il y a souvent plusieurs manières d'interpréter un phénomène ; exemples :
  - Un rayonnement électromagnétique est à la fois un phénomène d'ondes qui se propagent et un phénomène de particules en déplacement. Selon le cas, on l'interprétera de l'une des façons ou de l'autre, mais jamais des deux à la fois.
  - Une particule de matière a un comportement ondulatoire : Louis de Broglie a reçu un prix Nobel pour avoir découvert, en 1924, les « ondes de matière » : toute particule de masse *m* en mouvement à la vitesse *v* est associée à une longueur d'onde $\lambda = h/mv$, où le produit $p=mv$ est appelé *quantité de mouvement* et *h* est la constante de Planck. L'orbite d'un électron autour d'un atome ne peut être stable que si elle comprend un nombre entier d'ondes – qui sont alors *stationnaires* : c'est un exemple de loi de situation.

    Le comportement ondulatoire de la matière a été mis en évidence en 1927 par l'expérience de Davisson et Germer de diffraction des électrons par un cristal de nickel [B88] : les franges d'interférences produites confirmaient l'existence et la grandeur d'une longueur d'onde des électrons en mouvement conforme à la valeur annoncée par de Broglie.

    On a même réussi à montrer ce type d'interférences quantiques avec des molécules C_{60}, 4 fois plus grosses qu'un atome de fer [B51-3].



Molécule C60 (fullerène) - © Microsoft Bing Creative Commons

  - Un système (exemple : une molécule d'ammoniac NH_3) peut avoir plusieurs structures atomiques existant alternativement ou en même temps (on dit alors : superposées).
  - Une particule est partout à la fois, chaque point de l'espace étant affecté d'un coefficient appelé *densité de probabilité de présence* et certains points ayant une densité beaucoup plus élevée que d'autres.
    Voir en annexe *Densité de probabilité*.
  - Une particule en déplacement parcourt une infinité de trajectoires à la fois…

3.8.1.1 Mécanique quantique

Définition

La Mécanique quantique est l'outil mathématique de la Physique quantique, définie en tant que science du comportement de la matière et des rayonnements. Elle décrit les propriétés des atomes et molécules, et des particules qui les composent : électrons, protons, neutrons, quarks, gluons, etc.

Echelle de la Mécanique quantique
Le diamètre d'un atome est de l'ordre de 1 angström (10^{-10}m).

Pourquoi la Mécanique quantique

La Mécanique quantique théorise le comportement de la matière et des rayonnements électromagnétiques à l'échelle atomique. Elle décrit et calcule :

- La structure des atomes et de leurs liaisons électromagnétiques en molécules ;
- La trajectoire des particules (atomes et leurs composants : protons, neutrons et électrons ; particules diverses) dans le potentiel d'un champ électromagnétique.
- L'interaction des particules les unes avec les autres et avec des rayonnements électromagnétiques.

Portée d'une force

La notion de *portée d'une force* (appelée aussi *interaction* à l'échelle atomique) apparaît et s'explique en Mécanique quantique ; elle n'a pas d'équivalent en physique classique, où l'effet du principe d'incertitude de Heisenberg est négligeable. Voir *Relation entre portée des forces et masse des particules d'interaction*.

3.8.1.2 Electrodynamique quantique (Quantum Electrodynamics : QED)

Echelle : le diamètre d'un noyau atomique est de l'ordre de 1 fermi (10^{-15}m), c'est-à-dire un cent-millième du diamètre d'un atome.

L'Electrodynamique quantique est la Théorie quantique des champs de la *force électromagnétique*. En utilisant la Relativité restreinte, elle décrit les interactions de particules chargées électriquement (comme les protons) par des émissions et absorptions de *photons*, interactions impossibles avec des particules neutres comme les neutrons. Un photon (de masse toujours nulle) est décrit comme « porteur de force » de la force électromagnétique, dont la portée est infinie.

Complément : voir *Particules virtuelles. Electrodynamique quantique*.

3.8.1.3 Chromodynamique quantique (Quantum Chromodynamics : QCD)

Echelle : la taille d'un quark est de l'ordre de 10^{-19}m, c'est-à-dire un dix-millième de celle d'un noyau atomique, lui-même cent mille fois plus petit qu'un atome.

Cette théorie quantique des champs explique la *force nucléaire* (appelée aussi *force forte* ou *interaction nucléaire forte*) responsable de la cohésion des noyaux atomiques : c'est une théorie du *confinement des noyaux*. Construite par analogie avec l'Electrodynamique quantique, elle est basée sur le principe de la *symétrie*

(invariance) de jauge et associe aux quarks des protons et neutrons une charge appelée *couleur*, analogue à la charge électrique.

L'interaction met en œuvre des *gluons*, particules de masse nulle porteuses, elles aussi, de charges de couleur, conçues par analogie avec les photons de la force électromagnétique. Les champs fondamentaux sont les triplets de quarks et un octet de gluons.

C'est le confinement de quarks et de gluons qui explique la cohésion d'un noyau.

La QCD et la force nucléaire s'appliquent :

- aux particules subatomiques que sont les quarks et à leur assemblage en protons et neutrons dans les noyaux atomiques ;
- aux particules appelées *mésons,* toujours instables : périodes de demi-vie comprises entre 10^{-8} et 10^{-22} seconde, composées d'un quark et d'un antiquark.

3.8.1.4 Optique quantique

L'optique quantique est une théorie de l'interaction quantifiée de la lumière avec la matière. Elle explique des effets curieux tels que l'interférence d'un photon avec lui-même et les états « intriqués » de photons (intriqués = partageant une même énergie), états permettant l'interaction entre ces particules à distance en un temps nul. [B52]

Qu'un photon isolé puisse interférer avec lui-même exige de représenter la réalité physique tantôt comme ondulatoire, tantôt comme corpusculaire, ce que seule peut faire la Mécanique quantique.

3.8.2 Quantification des interactions et conséquences sur le déterminisme

L'existence du quantum d'action *h* révèle une propriété fondamentale de toute interaction : *pour qu'une source influence physiquement une cible* (action électrique, échange thermique, rayonnement, etc.) *elle doit émettre un nombre entier de quanta d'interaction qui se propageront jusqu'à cette cible*.

Par exemple l'influence d'un champ électromagnétique échange des quanta d'interaction appelés photons ; cette influence est un rayonnement.

La propagation se fait à une vitesse qui ne peut dépasser celle de la lumière dans le vide, appelée *c*, et valant *exactement* (par définition, car c'est une unité fondamentale) *c* = 299 792.458 km/s. Il y a 4 types d'interaction physique : voir *Les 4 forces fondamentales de la nature*.

Exemple : tout échange d'énergie par rayonnement électromagnétique (par exemple lorsqu'un corps chaud se refroidit en émettant un rayonnement) met en jeu un nombre entier de photons. L'énergie d'un photon de fréquence ν est exactement égale à $h\nu$, et *l'échange d'énergie par rayonnement de fréquence* ν *ne peut se faire que par quantités discontinues multiples de* $h\nu$.

Voir aussi le paragraphe *Toute évolution nécessite une interaction avec échange d'énergie*.

3.8.2.1 Différence entre quantification et imprécision

Le caractère discontinu d'un échange d'énergie électromagnétique, qui pour chaque fréquence ν échange une quantité d'énergie multiple de $h\nu$, introduit une impossibilité d'échanger certaines quantités non multiples de $h\nu$. Il ne faut pas confondre cette impossibilité, qui rend discrète la variable énergie, avec une imprécision qui empêcherait de préciser sa valeur.

Voici un exemple de différence entre une variable discrète (ici l'énergie d'un rayonnement électromagnétique) et une variable continue à valeur imprécise (ici une position dans l'espace). Une source lumineuse monochromatique de fréquence ν rayonne chaque seconde une quantité d'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques, quantité *discontinue* multiple entier du quantum $h\nu$. Mais la position d'un électron en mouvement sous l'action d'un champ électrique est une grandeur *continue*, dont la détermination à un instant donné est entachée d'une incertitude au moins égale à la plus grande des deux largeurs suivantes :

- La demi-largeur du *paquet d'ondes de probabilité* (voir ce paragraphe) accompagnant le déplacement de l'électron, qui rend sa position imprécise ;
- L'existence d'une longueur d'onde de Compton associée à la masse de l'électron, longueur qui détermine une précision maximale de taille ou de position.

3.8.2.2 Echanges quantifiés et emprunts d'énergie

Lorsque des particules chargées électriquement comme les électrons interagissent, elles le font par échange de photons. Conformément au 1er principe de la thermodynamique, chaque échange conserve l'énergie totale, entre le moment où il débute et un photon est émis, et le moment où il prend fin et le photon est absorbé. Mais *pendant le court instant Δt où l'échange a lieu, il n'y a pas nécessairement conservation de l'énergie* : le principe d'incertitude de Heisenberg permet une variation d'énergie ΔE telle que $\Delta E.\Delta t \geq ½\hbar$: tout se passe comme si le photon échangé "empruntait" une quantité d'énergie de l'ordre de ΔE pendant environ Δt secondes à l'énergie du milieu (vide) environnant, et la restituait ensuite à la fin de l'échange. Ce photon à énergie empruntée puis restituée est appelé « virtuel », car il est trop fugace pour être mis en évidence expérimentalement ; et il existe des particules virtuelles soumises au principe d'incertitude pour toutes les interactions, sauf peut-être la gravitation : voir *Fluctuations quantiques*.

La non-conservation de l'énergie pendant un emprunt à l'espace environnant, phénomène bien réel mais négligeable en physique classique, nous oblige elle aussi à revoir le déterminisme scientifique que nous devons à Newton.

3.8.2.3 Conséquences de la quantification des interactions : extension du déterminisme

Le déterminisme des lois physiques doit donc être étendu pour tenir compte du caractère discret et quantifié de toutes les interactions (sauf peut-être la gravitation), contrairement à l'intuition qui nous faisait croire qu'elles étaient continues parce que le quantum d'action *h* est extrêmement petit à l'échelle humaine (il faut l'énergie de 12 milliards de milliards de photons de lumière orangée pour chauffer 1 gramme d'eau de 1 degré C).

Nous avons vu ci-dessus qu'*une* cause de départ, origine d'une interaction, pouvait avoir *plusieurs* conséquences, dont une seule sera choisie statistiquement lors de la décohérence, notamment celle d'une mesure. Nous savons maintenant, en plus, que toute interaction (toujours sauf peut-être la gravitation) est quantifiée et qu'à l'échelle atomique certaines valeurs numériques associées à un état conséquence d'une interaction sont discrètes.

Le déterminisme des lois physiques doit donc être étendu pour tenir compte de la nature quantifiée des interactions, ainsi que de la nature discrète possible des variables d'état d'une conséquence.

3.8.2.4 Quantification des vibrations - Phonons et frottements

Toute action sur de la matière agit sur ses atomes. L'énergie des vibrations mécaniques en tous genres est aussi quantifiée. Le quantum d'énergie vibratoire est appelé *phonon*. Lorsqu'un groupe d'atomes vibre, qu'il s'agisse de vibrations par ondes sonores ou par réaction à des champs électromagnétiques alternatifs, l'énergie de chacun de ses atomes est quantifiée, contrairement à notre intuition qui voudrait la croire capable de varier de manière continue. Un atome qu'une vibration a écarté de sa position d'équilibre par translation ou rotation transmet un écart quantifié à ses voisins, la perturbation s'étendant de proche en proche. Du reste, il n'y a pas que l'énergie échangée qui soit quantifiée, l'impulsion (quantité de mouvement) et le moment cinétique le sont aussi.

A part les divers types de vibrations, le quantum qu'est le phonon intervient dans toutes sortes de phénomènes de physique du solide comme la conductivité électrique, la chaleur spécifique, la conductivité thermique, la supraconductivité, la ferroélectricité…

Nous devons donc nous habituer à ce que toutes sortes de phénomènes soient quantifiés, donc discontinus et n'apparaissant qu'au-delà d'un certain seuil minimum. C'est ainsi que lorsque deux objets sont en contact et que l'on veut déplacer l'un par rapport à l'autre, l'existence de frottements a des effets atomiques et entraîne l'existence d'un *effort minimum* et d'un *bond minimum* : un déplacement avec frottement ne peut être continu. Notre déterminisme intuitif doit être révisé aussi dans tout ce qui concerne les vibrations et les mouvements avec frottement.

3.8.2.5 Effets mécaniques et thermiques de la lumière

L'absorption ou l'émission de lumière - ou plus généralement des photons d'un rayonnement électromagnétique - par de la matière a trois sortes d'effets mécaniques ou thermiques :

- Un échange *d'énergie thermique* ;
- Un échange *d'impulsion lumineuse* des photons contre de la quantité de mouvement de l'objet matériel, qui a tendance à prendre ou céder de la vitesse en vertu du principe de conservation de la quantité de mouvement ;

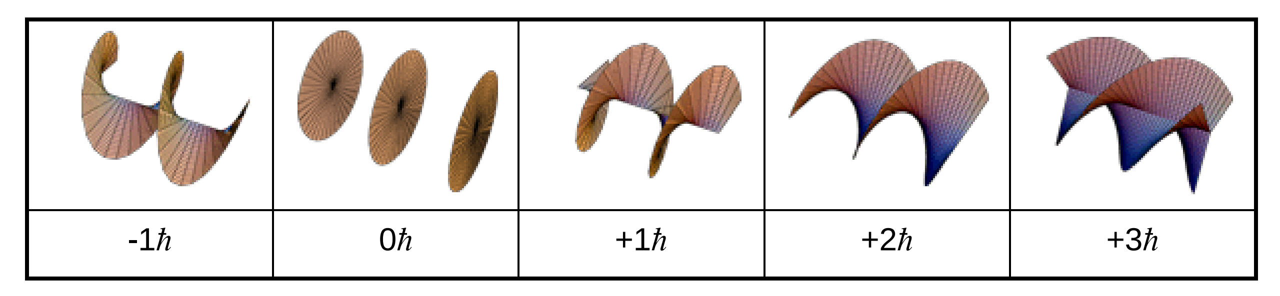
  Un photon de longueur d'onde λ a une impulsion $p = h/\lambda$. Malgré sa petitesse, cette impulsion peut avoir un effet perceptible à l'échelle macroscopique : lorsqu'un rayonnement lumineux tombe sur une surface ou en part, celle-ci subit une poussée mécanique. Cette poussée se manifeste, par exemple :

- Par la rotation d'un petit tourniquet à ailettes ;
- Par la stabilité des étoiles, dont l'enveloppe gazeuse subit une pression des rayonnements venus du noyau, pression qui équilibre la gravitation ;
- Par la poussée que subit la Terre sous l'influence du rayonnement solaire : environ 6 10^9 newtons (~600 000 tonnes-force), ce qui est peu par rapport à la force de gravitation.

La lumière émise exerce une pression qui repousse la surface qui l'émet autant que celle qui la reçoit, en vertu du principe de conservation de l'impulsion.

- Un échange *de moment cinétique* entre les photons et l'objet matériel.

  C'est ainsi qu'une lumière polarisée circulairement exerce un couple de rotation sur une surface sur laquelle elle tombe, couple extrêmement faible mais non nul ; chaque photon apporte un moment cinétique multiple entier de $\hbar$:
  -2$\hbar$, -1$\hbar$, 0, +1$\hbar$, +2$\hbar$… dont le signe dépend du sens de rotation.
  Voici des exemples de fronts d'onde polarisées circulairement cités par [B92] :



Fronts d'onde de lumière polarisée circulairement

Les phénomènes d'échange de chaleur sont connus de tout le monde, mais les phénomènes d'échange d'impulsion et de moment cinétique ne sont connus que par peu de personnes. Ils peuvent pourtant être lourds de conséquences :

- En 28 mois, l'orbite du satellite artificiel Vanguard 1 ("Pamplemousse"), de 16 cm de diamètre, a été déplacée de 1600 m par la pression du rayonnement solaire, selon [B7] page 823.
- L'une des méthodes envisagées pour protéger l'humanité contre un astéroïde qui risquerait de percuter la Terre consiste à y envoyer une équipe qui en recouvrirait une partie d'un matériau réfléchissant comme une feuille de plastique aluminisé, changeant ainsi la poussée de la lumière solaire sur lui, donc sa trajectoire.

3.8.2.6 Effets photoélectriques

Lorsque de la lumière est absorbée par de la matière, il y a – en plus des effets mécaniques et thermiques ci-dessus – trois effets dits *photoélectriques* :

- *L'émission photoélectrique* : lorsque de la lumière frappe de la matière avec une énergie suffisante, elle détache des électrons de certains atomes, électrons qui peuvent être attirés ou repoussés par un champ électrique.
- *La photoconductivité* : augmentation de la conductivité d'un semi-conducteur qui absorbe la lumière. Cette propriété peut être utilisée, par exemple, pour mesurer la quantité de lumière.

- *L'effet photovoltaïque* : transformation directe de la lumière en énergie électrique, qui apparaît sous forme de différence de potentiel entre les deux côtés d'une jonction. Cette propriété est utilisée, par exemple, dans des panneaux solaires qui produisent de l'électricité.

3.8.2.7 Conséquences des diverses imprécisions sur le déterminisme

L'imprécision sur des valeurs de variables introduit dans certaines transformations à étapes multiples l'existence de branches supplémentaires dans l'arborescence de conséquences issue de l'état initial. Elle ne fait ainsi que multiplier les évolutions possibles entre lesquelles un choix s'opère.

Le déterminisme des lois physiques doit être étendu pour tenir compte des imprécisions, qui introduisent des branches supplémentaires dans l'arborescence de conséquences issue d'un état initial.

<u>Exemple du mouvement brownien</u>

Considérons un récipient cubique fermé de quelques centimètres de côté, supposé parfaitement vide à l'exception d'une molécule de gaz unique. Du fait de la température, cette molécule se déplace tout le temps, son énergie cinétique résultant de la température.

Dans son déplacement, la molécule rebondit sur les parois. Pour fixer les idées, la vitesse d'une telle molécule est de l'ordre de 1 km/s ; elle rebondit donc chaque seconde de nombreuses fois sur les parois et sa trajectoire est une ligne brisée très complexe. Du fait de l'incertitude sur les positions d'impact due à la largeur d'un paquet d'ondes, chaque point où on prévoit que la molécule heurtera la paroi est en fait une petite surface ayant une certaine étendue, et le vecteur vitesse du choc est lui-même défini avec une certaine imprécision - en grandeur comme en direction.

Comme à l'échelle atomique la surface du récipient présente des aspérités, le moindre déplacement d'un point d'impact peut introduire une variation importante de la direction dans laquelle la molécule rebondit, direction qui s'avère donc imprévisible car entachée de trop d'incertitude. Le rebond suivant pourra donc être très différent selon la direction du rebond précédent.

En plus, lorsqu'il y a plus d'une molécule dans le récipient et que deux molécules *A* et *B* entrent en collision, un choc de *A* à un endroit légèrement différent de *B* - ou avec un vecteur vitesse légèrement différent - pourra faire rebondir *A* et *B* avec des vecteurs vitesse très différents.

On voit donc que les trajectoires possibles de la molécule (unique ou non), à partir d'un point précis donné où elle avait un vecteur vitesse précis, peuvent être représentées par une arborescence de conséquences où chaque nœud représente un rebond et chaque branche une direction possible à partir de ce nœud. *Il y a bien multiplication des branches possibles de l'arborescence de conséquences* : *la prévision d'une trajectoire à multiples rebonds est impossible*, on sait seulement que la trajectoire qui sera effectivement observée est *l'une* des trajectoires possibles, associée à l'une des innombrables chaînes de conséquences de l'arborescence des évolutions possibles.

Voir en complément *Systèmes apériodiques – Attracteurs étranges*.

3.8.2.7.1 Impossibilité de remonter d'une conséquence à sa cause

Autre conséquence de cette incertitude sur la trajectoire d'une molécule, *on ne peut pas remonter à son origine* : à partir d'un point *P* atteint après des milliers de rebonds, même si on connaît les incertitudes sur la position *P* et le vecteur vitesse en *P*, ces grandeurs mesurées ne permettent pas de reconstituer la trajectoire de la molécule, c'est-à-dire de savoir où elle se trouvait une seconde auparavant, contrairement à ce que voudrait le déterminisme philosophique.

Pourtant, *au niveau macroscopique de la thermodynamique, le comportement du gaz est déterministe au sens classique*. A volume de récipient constant, par exemple, la pression du gaz intérieur est strictement proportionnelle à sa température absolue, d'après la loi des gaz parfaits de Boyle-Mariotte *pv = constante*.

Du fait des incompatibilités de détermination simultanée de certains couples de variables, leurs valeurs ne peuvent pas être déterminées de manière indépendante dans une expérience donnée. La connaissance de la plage d'une des valeurs contraint (limite) ce qu'il est possible de connaître de l'autre, déterminant ainsi sa propre plage de valeurs : *une plage impacte l'autre*.

> *Le déterminisme des lois physiques doit aussi être étendu pour tenir compte de la non-indépendance de certaines variables d'état et de l'interdépendance de leurs imprécisions.*

Des principes considérés comme évidents en physique macroscopique peuvent être violés en physique quantique. Nous devons donc réviser nos notions sur l'évidence, notamment celles sur la causalité. Voici des exemples.

- *Le principe de conservation de l'énergie peut être violé dans des expériences où l'intervalle de temps Δt est très court* : du fait de la relation $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{1}{2}\hbar$, une paire particule-antiparticule peut naître en empruntant son énergie à l'espace environnant, se propager sur une courte distance et disparaître par recombinaison en restituant l'énergie empruntée.

  Cela se produit notamment lorsqu'un trou noir « s'évapore » en rayonnant des particules et des antiparticules, processus connu sous le nom « d'effet (ou rayonnement) Hawking ». Du fait du principe d'incertitude, plus l'intervalle de temps *Δt* considéré est petit, plus la violation temporaire de la conservation de l'énergie peut être grande (*ΔE* grand).

  Autres violations possibles pendant un temps court : la conservation de l'impulsion ; la conservation du nombre de particules (certaines peuvent apparaître, d'autres peuvent disparaître ou se transformer…)

- *L'effet tunnel* (voir ce paragraphe) permet à un corpuscule de franchir une barrière de potentiel énergétique, alors qu'en principe son énergie est insuffisante. C'est ainsi que, dans certains transistors, *un électron peut passer à travers un isolan*t. C'est là un effet de la nature également ondulatoire de ce corpuscule : *les ondes de probabilité de présence traversant la matière, il existe une probabilité de présence non nulle des deux côtés de la barrière*.

  Une mise en évidence expérimentale de la position d'une particule subissant l'effet tunnel ne peut donner qu'un seul résultat, comme lors d'une décohérence,

alors que la particule a une probabilité de présence non nulle dans toute une région de l'espace.

- Autre paradoxe : la règle relativiste qui empêche une interaction de se propager plus vite que la lumière conduit dans certains cas à l'apparition dans les calculs de particules d'énergie négative. *En renversant le sens du temps, c'est-à-dire de la causalité*, une énergie négative se comporte comme une énergie positive. On interprète donc une particule d'énergie négative qui remonte le temps comme une antiparticule d'énergie positive qui le descend, l'antiparticule ayant la même masse que la particule d'origine mais une charge électrique opposée.

  Antiparticule : Pour que la causalité se produise bien dans le sens du présent vers l'avenir, il faut qu'existe pour chaque particule chargée électriquement une antiparticule de charge opposée et de même masse : l'électron de charge négative $-e$ a pour antiparticule le *positron* (on dit aussi *positon*) de charge $+e$; au proton correspond l'antiproton ; à l'atome d'hydrogène proton + électron correspond l'antihydrogène antiproton + positron, etc. C'est ainsi que Dirac a découvert les antiparticules par raisonnement, avant que leur existence soit prouvée expérimentalement. Et lorsqu'une particule rencontre son antiparticule, elles s'annihilent en libérant de l'énergie et/ou en créant une autre paire particule-antiparticule…

- La validité du principe d'incertitude rend très approximatif le modèle atomique proposé par Niels Bohr en 1913, modèle où un électron de masse m tourne à la vitesse v autour de son noyau d'atome d'hydrogène selon une trajectoire circulaire de rayon r analogue à celle de la Terre autour du Soleil.

  En effet, pour que ce modèle soit plausible il faudrait que les incertitudes Δx sur la position x de l'électron, et Δp sur son impulsion $p = mv$, soient négligeables devant r et p respectivement, ce qui est loin d'être le cas pour les trajectoires de niveau d'énergie habituel.
  Voir *Trajectoires d'un électron autour d'un noyau atomique : orbitales*.

- Frottements : les systèmes macroscopiques étant sujets à des frottements, la conservation de l'énergie lors d'une évolution ne peut être respectée. Aucun retour en arrière n'est possible, même en pensée.

  A l'échelle atomique, au contraire, il n'y a pas de frottement et les rendements énergétiques sont de 100%.

3.8.3 Précision des prédictions de la physique quantique

La précision des expériences de physique quantique a validé ses théories ci-dessus avec des précisions relatives excellentes, de l'ordre de 10^{-8} à 10^{-11}.

Mais en 2010, pour la première fois, un résultat d'expérience s'écarta de façon significative des prédictions de la QED : la taille mesurée d'un proton était 4% plus petite que sa taille prévue. Si cet écart demeure, il faudra remettre en cause des fondements de la physique quantique… [B72]

De plus, une des constantes de l'Univers, la *constante de structure fine* (rapport de la vitesse orbitale de la première orbite électronique de Bohr d'un atome à la vitesse de la lumière, théoriquement égale à 1/137.035989) semble varier d'un point à un autre de l'Univers aux très grandes distances : il y a, là aussi, un problème sérieux à

résoudre, car si cette variation est confirmée la Relativité générale pourrait être en défaut.

3.8.4 Commentaires philosophiques sur le déterminisme

3.8.4.1 Validité des lois de la Mécanique quantique à l'échelle macroscopique

La Mécanique quantique, conçue à l'origine en tant qu'outil mathématique pour modéliser les phénomènes de la physique à l'échelle atomique, est valable même à l'échelle macroscopique (exemple de système de 144 km de long : [B52]). A cette échelle-là, les différences d'énergie entre états quantiques voisins sont minimes, du fait de la petitesse de *h* et du quantum d'échange d'énergie par photon interposé $h\nu$, ce qui fait paraître continus la plupart des phénomènes.

En outre, à l'échelle macroscopique où les masses sont des millions ou des milliards de fois plus importantes que la masse d'une particule atomique, les longueurs d'onde de de Broglie $\lambda = h/mv$ et de Compton $\lambda = h/mc$ sont si petites que l'indétermination sur les positions, vitesses, durées et énergies disparaît au profit du comportement précis qui en est la limite, et que les fluctuations quantiques sont négligeables. Les lois de Mécanique quantique sont valables aussi au niveau macroscopique, comme le montre l'interprétation Multivers de Hugh Everett [B227] qui élimine le phénomène non déterministe de décohérence ; elles sont remplacées par les lois de la physique macroscopique qui s'en déduisent (voir le *Principe de correspondance*).

> Il ne faut donc pas invoquer les fluctuations quantiques ou le principe d'incertitude de Heisenberg pour expliquer que des neurones puissent s'exciter de manière aléatoire, puis en déduire le caractère imprévisible de la pensée humaine et son libre arbitre : à l'échelle d'un neurone, les phénomènes quantiques sont si petits qu'ils sont négligeables. L'imprévisibilité de la pensée vient d'abord de l'intervention de *l'inconscient* (voir Vocabulaire), ensuite de la complexité des situations de la vie. Il est regrettable, par exemple, qu'un physicien ait abusé de la crédulité de certains en affirmant que la physique quantique confirme la mystique orientale ou peut s'en déduire [B230].

Si on refuse les interprétations de Hugh Everett et de Bohm, la Mécanique quantique a un problème systématique de validité à l'échelle macroscopique, car des états superposés ne peuvent y exister, alors qu'ils le peuvent à l'échelle atomique tant qu'une interaction avec l'environnement macroscopique (une mesure, par exemple) n'en a pas choisi un en éliminant les autres. Le comportement des mesures, qui ne retiennent à chaque fois qu'*une* possibilité avec une certaine probabilité parmi les éléments d'un ensemble prédéfini, résulte des postulats 3 et 4 de la Mécanique quantique (voir *Les 6 postulats de la Mécanique quantique*).

Ce choix arbitraire est confirmé à l'échelle atomique par d'innombrables expériences, *mais seulement à cette échelle-là*. La théorie qui propose une explication de l'absence d'états superposés à l'échelle macroscopique est celle de Hugh Everett. Il y a des expériences qui constatent le temps très court nécessaire à notre échelle pour réduire la superposition à un état unique, soit par décohérence due au jeu naturel d'interactions entre le système et son environnement [B231], soit par basculement de l'univers de l'expérimentateur dans l'état unique qu'il constate en fin d'expérience.

L'absence d'états superposés à l'échelle macroscopique ne nous permet cependant pas de remettre en cause l'équation d'évolution fondamentale de Schrödinger, déterministe au sens scientifique traditionnel. Nous pouvons simplement postuler, conformément aux expériences comme [B231]*, que la décohérence qui affecte les expériences où apparaissent des états superposées existe, est automatique et très rapide. La conclusion, du point de vue déterminisme, est donc la possibilité, dans certains cas, qu'une cause unique ait plusieurs conséquences possibles, dont après un certain temps une seule se réalisera ou sera constatée à notre échelle.*
Voir aussi *Déterminisme arborescent à univers parallèles de Hugh Everett III*.

Nous savons qu'à l'échelle macroscopique certains phénomènes ou comportements observés à l'échelle atomique sont négligeables ou de durée trop faible pour être observables (voir le paragraphe *Photon*) ; les équations et outils de la Mécanique quantique peuvent alors être remplacés par ceux de la physique macroscopique, établis directement ou qui s'en déduisent par passage à la limite, mais sont bien plus pratiques à utiliser.

> Exemple d'équivalence de loi de physique macroscopique et de théorèmes de Mécanique quantique : dans sa thèse de 1942, le physicien prix Nobel Feynman a montré l'équivalence du principe macroscopique de moindre action de Maupertuis, parfaitement déterministe au sens classique, et des théorèmes probabilistes sur les fonctions d'onde de Mécanique quantique.

3.8.4.2 Le déterminisme étendu peut abolir les distances et les durées

L'expérience de séparabilité relatée dans [B52] a une conséquence importante en matière de déterminisme étendu : *l'abolition possible des distances et des durées dans certaines circonstances*.

En effet, le devenir de deux photons intriqués *A* et *B*, produits ensemble et décrits par une fonction d'onde commune, est déterminé en commun, en ce sens que ce qui arrive à l'un ne peut pas ne pas retentir sur l'autre, *quelle que soit sa distance* : la conséquence d'une mesure du photon *A* (mesure qui le détruit obligatoirement par absorption) est propagée instantanément au photon *B*, à une vitesse infinie - donc plus rapide que celle de la lumière. On peut interpréter cela comme le fait que les deux photons intriqués distants forment un système global (il y a non-séparabilité), parce qu'ils ont et conservent un état quantique commun ; *en cas de non-séparabilité, tout se passe comme si le déterminisme agissait à distance en un temps nul et avec un transfert d'énergie nul*.

> L'action déterministe à distance par non-séparabilité ne propage pas, non plus, d'information : elle ne peut servir à transmettre instantanément un message ; l'intrication préservée se constate seulement après coup.

Sachant que dans une des expériences [B52] la distance entre les photons *A* et *B* a été de 144 km, chacun est en droit d'être stupéfait et de se sentir obligé de remettre en question quelques-unes de ses représentations mentales du monde et de ses lois…

La non-séparabilité est une conséquence de l'absence de variables cachées, c'est-à-dire du fait que l'état quantique d'un système décrit *tout* ce qu'on peut en savoir ; et

quand un système de particules fait un tout son unité n'est pas détruite par sa déformation, mais seulement par une action irréversible sur une (ou des) particule(s).

3.8.4.3 Multiplicité des conséquences possibles

Cas de la nature

Une situation de départ donnée ("cause", représentée par son vecteur d'état en Mécanique quantique ou un point dans son espace des phases) peut produire une, plusieurs, ou une infinité de situations à l'arrivée ("conséquences") ; celles-ci sont équiprobables ou non, et une seule est ensuite choisie au hasard, immédiatement ou non. Ce phénomène bien connu à l'échelle atomique *existe aussi à l'échelle macroscopique* (existence d'attracteurs et convergence d'états vers eux : voir *Etats finaux d'un système macroscopique*).

En suggérant une unicité avant ou après une évolution, les termes « situation » et « état » d'un système sont trompeurs. *La multiplicité des conséquences doit aussi être interprétée pour un système comme une pluralité des comportements possibles, entre lesquels la nature opère un choix, immédiatement ou non*. Le rôle du hasard probabiliste est réduit au choix d'un état final dans l'ensemble de ceux que les équations déterministes rendent possibles (et qu'on appelle en Mécanique quantique *valeurs propres* de l'opérateur qui les représente : voir *Application linéaire, opérateur linéaire, valeur propre, vecteur propre*) ; ce n'est pas du hasard, car ce n'est pas quelconque, c'est du déterminisme statistique. Et si on admet l'interprétation multi-univers de Hugh Everett, il n'y a jamais ni hasard ni décohérence : chaque expérimentateur perçoit un seul système en fin d'expérience, le même qu'au début.

Exemples de pluralité de comportements possibles :

- convergence vers des attracteurs multiples, par exemple lorsque des espèces vivantes apparaissent en tant que descendantes d'autres espèces ;
- existence d'états cohérents multiples superposés.

Cas de l'homme : le libre arbitre

Il est impossible pour un homme de distinguer entre une liberté transcendante à sa disposition (c'est-à-dire affranchie du déterminisme des lois de la nature), et le choix sous influence d'un homme soumis à la réalité matérialiste et déterministe du monde (sujet développé au chapitre *Déterminisme humain et libre arbitre*), notamment par l'intermédiaire de son inconscient. Face à des choix multiples, si un homme a l'impression d'être libre malgré l'influence de son inconscient, on ne peut lui prouver qu'il a tort ; même conclusion s'il a l'impression d'être esclave de contraintes externes ou d'une volonté divine.

L'affirmation par les idéalistes « l'homme a un libre arbitre » suppose qu'il a un esprit transcendant, immatériel et indépendant des lois physiques. Elle est comme l'affirmation « Dieu existe » : infalsifiable et inutilisable rationnellement.

3.8.4.4 Imprévisibilité de l'évolution et de l'état final

L'état résultant d'une évolution déterministe peut être imprévisible ou imprécis, par exemple du fait :

- De l'existence pour chaque variable mesurée (appelée en Mécanique quantique *observable*, opérateur auto-adjoint) d'un ensemble prédéfini de valeurs possibles

(les valeurs propres de l'observable) entre lesquelles la nature fait un choix probabiliste ;

- De la multiplicité des solutions probabilistes des équations d'évolution de Schrödinger, qui ont pour résultat des paquets d'ondes à l'origine d'imprécisions sur des positions, des vitesses, etc. ;
- D'une sensibilité aux conditions initiales (voir *Chaos*) ;
- Du franchissement par un paramètre d'une valeur critique entraînant un changement de loi d'évolution par bifurcation dans l'espace des phases.

Voir les paragraphes :

- *Définition par rencontre de chaînes de causalité indépendantes - Hasard par ignorance*.
- *Résumé des cas d'imprédictibilité*.

3.8.4.5 Difficulté de préciser la situation de départ ou le processus d'évolution

Nous avons vu sur plusieurs exemples que le déterminisme peut agir à une échelle locale ou globale (voir *Déterminisme global et déterminisme de proche en proche*). Toute prédiction basée sur le déterminisme doit donc, comme la loi d'évolution qu'elle applique, tenir compte de l'échelle à prendre en compte. (Rappel : la notion même d'échelle est une abstraction humaine : voir *Caractère humain, artificiel, de la notion d'échelle*.)

Mais une difficulté apparaît pour appliquer cette loi du phénomène : il est souvent difficile et hasardeux de définir avec précision toutes les circonstances constituant la situation de départ et le processus d'évolution du système, circonstances qui influent sur le choix de la loi d'évolution ou ses paramètres.

Exemple : les lois de la thermodynamique s'appliquent à un phénomène global prenant en compte les milliards de molécules du gaz d'un cylindre, fermé par un piston, qui peut échanger avec l'extérieur de la chaleur et du travail lors d'une compression par déplacement du piston. Selon l'évolution qu'on prend en compte du fait de la connaissance qu'on a du système et de ses échanges, on appliquera, par exemple, une loi *adiabatique* (sans échange de chaleur) ou une loi *isotherme* (à température constante), et l'évolution résultante prévue ne sera pas la même.

3.8.4.5.1 Impossibilité de remonter l'arborescence de causalité

Il est souvent impossible, en pratique, de remonter d'un état final à un état initial comme le voudrait le déterminisme philosophique, par exemple pour la trajectoire d'une molécule de gaz dans un récipient (voir au paragraphe *Conséquences des diverses imprécisions sur le déterminisme* le sous-titre *Exemple du mouvement brownien*). Et l'irréversibilité est une autre cause d'existence d'une flèche du temps (voir *Irréversibilité thermodynamique*).

En outre, il est souvent impossible, lorsqu'un phénomène paraît aléatoire comme celui de l'exemple $x_{n+1} = 4x_n(1-x_n)$ (voir *Sensibilité aux conditions initiales*), de l'attribuer à une loi permettant des prédictions, faute de pouvoir la deviner ou la déduire d'un raisonnement.

Par manque d'informations il est en général impossible, en pratique, à partir d'une situation constatée, de reconstituer en pensée la situation dont elle est la conséquence et l'évolution qui s'est produite. On connaît certains paramètres et certaines règles de transformation, mais pas assez pour comprendre ce qui s'est passé et pouvoir, à l'avenir, prédire les conséquences de causes similaires.

Dans son besoin inné de sens qui fait qu'il a horreur des incertitudes et du hasard (qui l'inquiètent), l'homme a alors tendance à *inventer* une explication des évolutions et des situations qu'il ne comprend pas. Il les attribue parfois à la volonté de Dieu, parfois à une liberté prêtée à la nature d'agir sans cause ou sans respecter de loi - c'est-à-dire au hasard, parfois au libre arbitre de l'homme considéré comme non déterministe, etc. C'est ainsi, par exemple, que naissent les idées préconçues et les superstitions.

> L'exemple de la polémique à propos de l'évolution des espèces illustre cette attitude : il y a encore de nos jours des millions de personnes qui nient l'évolutionnisme darwinien et croient au créationnisme ; heureusement, le pape Benoît XVI a reconnu le caractère scientifique de l'évolutionnisme, réservant le rôle de Dieu à la création initiale du monde. Voir *L'obstination des tenants du créationnisme* et [B62].

3.8.4.5.2 Irréversibilité

La radioactivité naturelle est un exemple de phénomène intrinsèquement irréversible, contredisant par là le déterminisme philosophique. Il est pourtant inéluctable et présente toutes les caractéristiques du déterminisme étendu :

- C'est un phénomène prévisible à l'échelle globale d'un ensemble d'atomes ;
- Condition nécessaire et suffisante : l'instabilité énergétique du noyau de chaque atome, due à l'application des lois de la Mécanique quantique ;
- Stabilité de la loi : le phénomène de radioactivité d'un élément de la classification périodique (type d'atomes) est le même partout et à tout moment.

Le déterminisme philosophique est faux, et le déterminisme scientifique traditionnel doit tenir compte de l'irréversibilité de certains phénomènes.

<u>Irréversibilité en Mécanique quantique et dans les systèmes macroscopiques</u>

En physique quantique toute mesure est irréversible : en manipulant de l'énergie elle augmente l'entropie du système mesuré. Mais l'approche même de la Mécanique quantique, basée sur son équation fondamentale d'évolution déterministe, ne laisse aucune place à l'irréversibilité de la décohérence ou d'une mesure.

Dans [B24], Ilya Prigogine a étudié l'irréversibilité en faisant appel à la théorie des résonances d'Henri Poincaré et une extension de la Mécanique quantique basée sur des statistiques d'état. Ce sujet est trop difficile pour être abordé dans ce texte, mais ces travaux imposent une conclusion : *l'irréversibilité donne au déterminisme une définition et un comportement particulièrement complexes et non intuitifs, qui handicapent les raisonnements scientifiques au point de les mettre souvent hors de portée des non-spécialistes*. Nous avons vu au paragraphe *Décroissance de l'entropie. Structures dissipatives. Auto-organisation*, qu'il peut y avoir auto-organisation à l'échelle macroscopique, avec un choix imprévisible de structure.

3.8.4.5.3 Relativité

La causalité à la base du déterminisme traditionnel est fortement affectée par la Relativité ; sans l'extension correspondante du déterminisme, certains raisonnements pourraient être faux. Il est nécessaire que le déterminisme de l'équation de Schrödinger, équation fondamentale de la Mécanique quantique, soit complété par une théorie relativiste faisant intervenir la gravitation, nous l'avons signalé dans *Inadaptation à la gravitation et à son espace courbe relativiste*.

3.8.4.5.4 Matérialisme et déterminisme des lois du vivant

En plus de leur besoin psychologique de sens, beaucoup de personnes ne peuvent accepter l'idée que leur corps est une machine soumise au déterminisme matérialiste, idée qui suppose aussi que leur pensée n'est pas libre mais esclave des contraintes de l'environnement et des mécanismes psychiques (notamment l'inconscient), eux-mêmes soumis aux lois de la biologie moléculaire, elles-mêmes déduites des lois physiques. Elles font un blocage psychologique sur ce point et souffriraient beaucoup d'une éventuelle preuve qu'elles se trompent.

Nous verrons dans *Le modèle "Réseau d'ordinateurs autonomes interconnectés" du psychisme*, que les mécanismes cognitifs ne peuvent être modélisés à partir des seules lois physiques, comme certains matérialistes le proposent du fait de leurs connaissances scientifiques dépassées ; *un modèle correct est plutôt de type informatique*, où une hiérarchie de logiciel (construite au-dessus des mécanismes cellulaires interprétant le génome et prenant en compte les interactions entre processus) pilote le matériel cellulaire pour régir les comportements du vivant, avec ses fonctions d'alimentation, de mouvement, d'acquisition d'expérience, de reproduction, de pensée et d'adaptation permanente à l'environnement. La nécessité d'un tel modèle résulte du fait que « Le tout est plus riche que la somme des parties » : voir *Compréhension par niveaux d'abstraction*.

De leur côté, certains mécanismes conscients et logiques de la pensée sont déterministes, alors que les mécanismes inconscients ne sont ni modélisables ni prévisibles, sinon en grandes lignes.

3.8.5 Unité des lois de la physique aux échelles macroscopique et atomique

La physique quantique établit ses lois de l'échelle atomique à partir des lois de la physique traditionnelle, les deux physiques devant produire des résultats identiques dans toute expérience à la limite de leurs échelles : à toutes ses échelles et dans toute expérience la physique respecte les *principes de correspondance et de complémentarité*, principes qui font partie du déterminisme.

3.8.5.1 Principe de correspondance

Il y a, entre les lois de la physique quantique et les lois de la physique macroscopique qui s'en déduisent, un principe de compatibilité appelé « principe de correspondance ».

Selon ce principe, lorsque le système considéré est assez grand pour que les effets quantiques soient négligeables, les prédictions de la physique quantique doivent être les mêmes que celles de la physique macroscopique pour toutes les variables mesurables (appelées « observables ») de la physique quantique qui ont un équivalent limite en physique classique.

La continuité de passage entre physique quantique et physique macroscopique est due à l'élimination progressive des imprécisions probabilistes de la physique quantique par l'effet du nombre de particules prises en compte, leurs variations se compensant de mieux en mieux.

La correspondance entre les physiques de deux échelles différentes doit toutefois être comprise entre échelles *successives* :

- Entre la Physique macroscopique et la Mécanique quantique ;
- Entre la Mécanique quantique et l'Electrodynamique quantique ;
- Entre l'Electrodynamique quantique et la Chromodynamique quantique.

Ce principe de correspondance est une conséquence :

- De l'uniformité de la nature ;
- Du fait que *la nature ignore le concept d'échelle*, abstraction humaine utilisée pour représenter les phénomènes, les comprendre et en prévoir et prédire l'évolution.

Il y a aussi des règles mathématiques permettant de passer d'équations de la physique macroscopique à des équations à opérateurs non commutatifs de la Mécanique quantique, puis de là à l'Electrodynamique quantique, etc.

Remarques

1. *Phénomènes n'apparaissant qu'en physique quantique*
   L'existence du principe de correspondance n'interdit pas que certains phénomènes n'apparaissent qu'en physique quantique. Cela n'a rien d'étonnant : lorsqu'on regarde un objet au microscope, certains détails n'apparaissent qu'au-delà d'un grossissement minimum ; en deçà, ils existent mais sont négligeables. Voici des exemples.
   - *Phénomène de physique quantique négligeable à l'échelle macroscopique*
     La longueur d'onde de de Broglie $\lambda = h/mv$ devient trop petite pour que son existence se manifeste dès que la quantité de mouvement *mv* est celle de quelques milliers d'atomes en mouvement.
   - *Sensibilité de requins, raies et autres chondrichthyens aux champs électriques*
     Les comptes-rendus de recherches [B65] montrent que certains poissons du groupe des chondrichthyens ont un organe sensoriel permettant de détecter d'éventuelles proies grâce au champ électrique émis par leurs cellules dans l'eau de mer. Cet organe fonctionne même dans l'eau boueuse et dans l'obscurité.

     Sa sensibilité est extraordinaire, puisque les chercheurs ont prouvé qu'il réagit parfois à des champs d'environ 1 microvolt/mètre, et à des champs de moins de 1 microvolt/cm qui durent au moins 2 millisecondes. Cette sensibilité est si considérable que nos appareils électroniques modernes peinent à l'égaler. Le champ électrique détectable par ces poissons équivaut à celui d'une pile de 4.5 volts dont un pôle tremperait dans l'océan Atlantique en France et l'autre sur la côte est des Etats-Unis.

- *Réponse d'une rétine à un photon unique*
  Les expériences citées dans [B66] montrent qu'un seul photon de lumière visible, avec son énergie extrêmement faible, suffit à provoquer une réponse rétinienne chez un crapaud ou un homme. Le courant électrique correspondant à l'influx nerveux est de l'ordre de 1 picoampère (1 pA = 10^{-12} A), suffisant pour que l'animal ou l'homme aient conscience d'avoir vu l'éclair lumineux.

  De temps en temps, chez l'homme, l'information n'est pas transmise par la rétine parce qu'un seuil empêche la prise de conscience de la lumière d'un photon unique, qui pourrait être due à un « bruit », mais à partir de 7 photons environ la transmission est systématique.

Conclusions

Ces expériences montrent que parfois un phénomène d'énergie minuscule, relevant de la physique quantique, peut être amplifié par un mécanisme physiologique jusqu'à une échelle macroscopique permettant sa prise en compte par un être vivant.

On peut aussi rappeler l'existence de dispositifs artificiels permettant de détecter des lumières très faibles : les grands télescopes munis de cellules photoélectriques peuvent, avec un temps de pose minimum, donner des images de galaxies situées à plus de 13 milliards d'années-lumière, bien que l'énergie électromagnétique reçue diminue comme le carré de la distance.

2. *Limites de précision*
   Il y a des limites de précision en physique quantique sous des formes comme la largeur d'un paquet d'ondes et la longueur d'onde de Compton, qui imposent un caractère flou à certaines variables. Il y en a aussi en physique macroscopique, par exemple en optique sous la forme du pouvoir séparateur d'un instrument.

3.8.5.2 Principe de complémentarité

Le principe de correspondance ci-dessus est complété par le *principe de complémentarité*, énoncé en 1928 par Niels Bohr. Exemple : le comportement de phénomènes comme la lumière est tantôt corpusculaire tantôt ondulatoire, selon l'expérience ; il n'y a pas de contradiction, il y a une *dualité onde-particule* : la loi d'évolution qui s'applique dépend de l'expérience en plus de la nature de son objet physique.

Enoncé du Principe de complémentarité

On ne peut observer à la fois un comportement corpusculaire et un comportement ondulatoire, ces deux comportements s'excluant mutuellement et constituant des descriptions complémentaires des phénomènes auxquels ils s'appliquent.

Analogie : il n'existe pas d'expérience permettant de *mesurer avec précision* à la fois la position et la vitesse d'une particule (principe d'incertitude de Heisenberg : ces deux variables *n'ont* même pas des valeurs précises simultanément, car leurs opérateurs ne commutent pas). Mais pour faire des raisonnements et des calculs rien n'empêche de *se donner* à la fois la position et la vitesse.

Conclusions

- La Mécanique quantique est valable même pour des systèmes grands et complexes ;
- La nature amplifie certains phénomènes à l'échelle atomique jusqu'au niveau macroscopique.

3.9 Déterminisme étendu

Définitions du déterminisme énoncées jusqu'à ce point

Le déterminisme philosophique promettait de prédire toutes les évolutions, avec leurs résultats, à un horizon arbitrairement lointain ; il promettait aussi la reconstitution du passé, mais avec les connaissances de l'époque ces promesses étaient utopiques.

Le déterminisme scientifique a permis plus de conformité aux lois de la nature, en réduisant les promesses de *prédiction de situation* aux *prévisions d'évolution* du postulat de causalité, et en ne promettant plus de reconstituer le passé.

Le déterminisme statistique permet de réduire le hasard du résultat d'évolution de physique quantique au choix d'un élément d'un ensemble prédéterminé, où il a une probabilité d'apparition calculable ; et il régit l'évolution des systèmes (comme la décomposition radioactive) ou une loi de transition d'état ne peut être définie que statistiquement, pour toute une population.

Quel déterminisme reste-t-il à définir ?

Nous avons besoin d'un postulat de déterminisme adapté à *toutes* les évolutions de la nature, connues ou à découvrir. Un tel postulat doit aussi être un sur-ensemble du déterminisme statistique, lui-même sur-ensemble du déterminisme scientifique, déterminismes dont on ne peut nier la pertinence. Nous allons en construire un par induction à partir de propriétés de l'Univers, et nous l'appellerons « déterminisme étendu ». Voici donc ces propriétés.

3.9.1 Uniformité des lois de la nature

Relire ici au besoin les paragraphes du chapitre *Univers*.

La nature que les lois physiques décrivent est uniforme. Cette uniformité de l'Univers a des conséquences fondamentales, comme la conservation de la quantité de mouvement, du moment cinétique, de l'énergie, de la charge électrique, etc. Voici des caractéristiques de cette uniformité.

3.9.1.1 Principe cosmologique : l'espace est homogène et isotrope

L'espace astronomique a les mêmes propriétés partout et dans toutes les directions. Cette affirmation est le *Principe cosmologique*, posé en tant qu'hypothèse pour simplifier des calculs de Relativité générale.

L'homogénéité et l'isotropie de l'Univers, avant et après le Big Bang, sont prouvées avec une très grande précision par la découverte en 1965 du *fond diffus cosmologique* : la densité d'énergie de l'Univers primitif était la même en tous ses points, mais il se produisait (et il se produit toujours) des fluctuations quantiques dont

sont nées les galaxies. La Théorie de l'inflation explique l'extrême homogénéité constatée aujourd'hui à grande échelle (100 millions d'années-lumière et plus).

3.9.1.2 Les lois physiques sont stables (invariantes) dans le temps et l'espace

On le voit en astronomie : regarder loin, à 1 milliard d'années-lumière, c'est voir à cet endroit-là ce qui se passait il y a environ 1 milliard d'années ; et on constate, alors, que les lois physiques étaient les mêmes que sur Terre aujourd'hui. Cette stabilité est l'origine de la règle de stabilité associée au postulat de causalité dans le déterminisme scientifique.

Même lorsqu'une loi varie avec le temps il y a toujours une loi *stable* qui décrit ou même explique cette variation.

> Exemple : le rayon de l'Univers varie ; on s'en est aperçu en 1927 en découvrant son expansion, matérialisée par une vitesse d'éloignement des galaxies lointaines qui croît avec leur distance, mais reste la même dans toutes les directions. Puis on s'est aperçu que la loi de croissance de ce rayon variait elle-même : l'expansion de l'Univers est de plus en plus rapide. Enfin, on a prouvé par raisonnement qu'au commencement de l'Univers, une petite fraction de seconde après le Big Bang et pendant un très court instant, sa vitesse d'expansion a été extraordinairement rapide, des milliards de fois plus rapide que la vitesse de la lumière : ce fut la phase *d'inflation*.
>
> Remarque : la vitesse d'expansion de l'espace n'est en rien limitée par celle de la lumière, *c*, car elle ne déplace ni matière ni énergie.

3.9.1.3 Les lois physiques sont cohérentes (non contradictoires)

Les lois de la nature se complètent sans jamais se contredire. Elles respectent trois principes fondamentaux de la logique, formulés par induction à partir d'observations de cette nature : le principe de non-contradiction, le principe du tiers exclu et le principe d'identité. Elles respectent aussi le principe d'homogénéité.

Nous savons, en plus, que certaines lois de la nature s'appliquent à un certain niveau de détail sans jamais contredire une loi d'un autre niveau. Exemples :

- Les lois de la thermodynamique s'appliquent à un niveau macroscopique sans contredire les lois des mouvements et chocs des molécules du niveau atomique.
- Le *Principe de moindre action de Maupertuis* constitue une loi globale de mouvement qui ne contredit pas les lois de proche en proche de Newton.

3.9.1.4 La nature est complète

La nature a *toutes* les lois qu'il faut pour réagir à toutes les situations et expliquer tous les phénomènes : on dit qu'elle est *complète*. Il n'y a pas de situation sans loi d'évolution, loi nécessairement immuable pour que les mêmes causes produisent les mêmes effets, partout et toujours. Voyons les détails.

3.9.1.4.1 L'homme doit imaginer les lois de la nature

Postulat de reproductibilité de l'expérience

Nous postulons que les mêmes causes produisent les mêmes effets, partout et toujours ; mais ces effets reproductibles sont ceux que *nous* constatons, nous hommes.

Pour Platon et Kant, les *vraies* causes et les *vrais* effets (ceux de la nature) nous sont inaccessibles, et il n'y a aucune certitude concernant l'existence de *vraies* lois produisant ces effets à partir de ces causes. Selon cette doctrine, nous sommes donc obligés d'imaginer des lois déterministes permettant de *décrire, prévoir et prédire* les effets que *nous* constatons, produits par des causes que *nous* imaginons.

Lire ici, en annexe, *Idéalisme, matérialisme et réalisme*, avec ses sous-titres.

Nous suivrons Kant et adopterons donc l'essentiel de sa doctrine d'*idéalisme transcendantal* [B76] : c'est l'homme qui fait les lois de la nature et doit ensuite en vérifier la cohérence avec ses constatations, prévisions et prédictions. Toutefois, nous définirons l'espace et le temps non comme des formes sensibles de notre intuition, mais comme le continuum d'espace-temps de la Relativité générale.

3.9.1.4.2 Postulat d'intelligibilité

Pour que l'homme puisse imaginer des lois d'évolution en accord avec tous les phénomènes du domaine de définition de chacune, il est indispensable que la réalité inaccessible de la nature nous soit intelligible. Nous postulerons donc que :

> **Rien n'empêche l'homme de trouver des lois qui décrivent parfaitement un phénomène instantané ou évolutif qu'il constate ; rien ne lui est incompréhensible a priori, rien ne restreint sa liberté de connaître.**

Cette compréhension demandera souvent des efforts, du temps, plusieurs itérations, de la collaboration entre chercheurs, de l'honnêteté, etc. Mais a priori aucun phénomène ne nous est incompréhensible à jamais, et nous sommes libres de chercher à le comprendre.

3.9.1.4.3 Postulat de synthèse naturelle

L'homme imagine souvent ses lois à partir d'expériences dont il se forge une représentation abstraite simplifiée. Cette approche réductrice est nécessaire pour des raisons pratiques comme pour faciliter les raisonnements. Mais les phénomènes réels évoluent le plus souvent selon plusieurs de ces lois humaines, la nature faisant spontanément leur synthèse.

L'homme raisonne aussi, en général, sur des systèmes fermés, alors que la nature ignore cette notion ; un tel système conserve naturellement l'énergie et la charge électrique, alors que dans la nature rien ne s'oppose à des échanges. L'homme fait des hypothèses de frottements absents ou négligeables, parce qu'il ne sait pas les décrire avec assez de précision pour les soumettre à des lois déterministes ; la nature, elle,…

Dans la nature il y a donc une synthèse spontanée des lois d'évolution, et le déterminisme étendu devra la permettre en régissant les lois conçues par l'homme chaque fois qu'il peut les définir.

3.9.1.4.4 Complétude à la fois analytique, synthétique et procédurale

Comprendre parfaitement un phénomène c'est pouvoir en décrire tous les aspects : sa décomposition en éléments, ainsi que les relations et interactions entre ces éléments et entre le phénomène et le monde extérieur.

Une telle description à la fois analytique et synthétique est souvent insuffisante si elle n'est pas, en plus, *procédurale*. L'adjectif *procédural* est utilisé par les informaticiens pour décrire la logique d'un raisonnement qui comprend des tests de valeurs et des ruptures de séquence d'instructions, c'est-à-dire des instructions de type :

> « Si <condition> alors <action à exécuter ou continuation à une instruction précisée> »

Le caractère procédural est indispensable pour tenir compte d'interactions complexes entre phénomènes, comme ceux où plusieurs lois de la nature s'appliquent simultanément et/ou successivement du fait de la synthèse naturelle.

> Exemple – La trajectoire d'un obus est simple dans le vide : il suit une loi parabolique ; mais on ne tire pas d'obus dans le vide. Dans l'air, il y a d'abord la résistance de l'air, qui varie avec la vitesse instantanée, la température et le vent. Plusieurs lois physiques interviennent donc dans la détermination d'une trajectoire d'obus. La synthèse de ces lois ne peut se contenter d'une formule à plusieurs variables, car selon la valeur de telle ou telle variable une loi particulière peut changer parce qu'elle franchit un point de bifurcation : voir *Changement de loi d'évolution par bifurcation – Valeur critique*.
>
> Aucune formule ne sera suffisamment générale ou précise pour prédire une trajectoire, il faudra un algorithme, raisonnement procédural dont la liste d'étapes comprend des tests de condition et des ruptures de séquence.
>
> Parfois il faudra prévoir un comportement à plus long terme, en utilisant un raisonnement de passage à la limite ou de convergence d'une suite, opérations impossibles à partir d'analyses et de synthèses telles qu'envisagées par les philosophes comme Descartes et Kant.
>
> Parfois il faudra conclure à l'impossibilité de prévoir à trop long terme, comme Poincaré face au problème de trajectoires d'astres dit « des trois corps »…

Une description d'évolution naturelle quelconque doit donc être procédurale. Kant, par exemple, ne le soupçonnait pas ; et Descartes, dans son *Discours de la méthode* [B119], limitait celle-ci à une analyse suivie d'une synthèse.

3.9.1.4.5 Veille, déclenchement et arrêt d'évolutions

Appelons *évolution au sens large* tout changement affectant un système auquel on s'intéresse, quelle que soit la loi de ce changement. Il peut s'agir :

- D'une loi continue basée sur une équation différentielle, comme celles de Newton et de Maxwell ;
- D'un changement (transition) d'état comme le passage de l'état liquide à l'état solide ;
- D'une émission de photon par passage d'un atome d'un niveau d'énergie à un niveau inférieur, ou d'une absorption de l'énergie d'un photon par un atome qui passe d'un niveau d'énergie à un niveau supérieur ;
- D'une décomposition comme la décomposition radioactive ;

- D'une transformation comme la synthèse d'une paire particule-antiparticule à partir d'un photon de haute énergie, etc.

Par définition, une évolution d'un système est donc un changement naturel qui :

1. Nécessite un temps non nul ;
2. Met en œuvre une énergie ;
3. Change la valeur ou la structure d'une ou plusieurs caractéristiques du système.

Supervision des évolutions de systèmes
La nature déclenche et arrête chaque évolution *instantanément* lorsque les circonstances l'exigent. Elle a donc une fonction de *veille* qui détecte les conditions de lancement ou d'arrêt d'une loi d'évolution, et toute évolution est déclenchée selon une loi avec les valeurs initiales de paramètres conformes aux circonstances.

> En informatique un *système d'exploitation* comme Windows, Unix ou Android est un programme qui a ces fonctions de veille, arrêt et déclenchement de programmes d'application avec passage de paramètres ; comme il supervise l'ensemble d'un ordinateur on l'appelle parfois aussi *superviseur*.
>
> L'action précise de ce programme en réponse à une situation détectée électroniquement (comme la frappe d'un caractère au clavier) est appelée *interruption* : elle consiste à analyser l'événement détecté et décider du lancement ou de l'arrêt d'un ou plusieurs programmes d'application. Les processus d'analyse et de décision sont évidemment de type procédural.

Enfin, la nature a une fonction de veille qui soumet les lois d'évolution à des règles. Exemples : conservation de l'énergie, de la quantité de mouvement, du moment cinétique et de la charge électrique ; principe d'incertitude de Heisenberg, etc.

3.9.1.4.6 Les lois de la nature sont des lois d'évolution ou des lois d'interruption

La nature se comporte donc comme un superviseur de l'ensemble de l'Univers, qui gère tous les débuts et toutes les fins d'exécution de lois d'évolution, en tous ses points et à tout instant. Nous appellerons donc la logique de cette supervision *loi globale d'interruption,* et en distinguerons au besoin telle ou telle partie applicable à un domaine particulier sous le nom plus simple de *loi d'interruption* : la loi globale d'interruption sera donc l'ensemble des lois d'interruption.

Par conséquent la nature a deux sortes de lois : les lois d'évolution et les lois d'interruption. Ces lois sont complémentaires, aucune loi d'un type ne pouvant exister sans une loi de l'autre. Leur unité globale d'action permet leur regroupement en une *loi globale d'évolution de la nature*.

3.9.2 Conclusions sur la causalité et conséquences pour le déterminisme

- Une cause naturelle suffisante donnée produit toujours un effet :
  - Instantanément ;
  - Tant qu'elle existe.
- Cet effet est toujours le même, partout : il est donc régi par une *loi*.

C'est pourquoi on peut postuler le déterminisme.

Mais pour que le déterminisme puisse régir l'évolution de toutes les situations, permettre de les *comprendre* par une description complète, de les *prévoir* et d'en *prédire* le résultat, nous avons enrichi le déterminisme statistique en décrivant dans le déterminisme étendu :

- La taxonomie (classification) des lois physiques :
  lois d'évolution, lois d'interruption, loi globale
  voir ci-dessus *La nature est complète* ;
- Une théorie des fluctuations quantiques (exemple : force de Casimir-Lifshitz), des indéterminations dues au principe d'incertitude de Heisenberg, des principes limiteurs comme celui de Pauli, des lois de conservation et de symétrie, etc.

Voici deux principes additionnels du déterminisme étendu :

- La conservation de l'information ;
- La classification des lois physiques en *Lois d'interruption et lois d'évolution* (voir ce paragraphe).

3.9.3 Principe de conservation de l'information d'un système fermé

Les évolutions naturelles, régies par le déterminisme étendu, respectent un *Principe de conservation de l'information d'un système fermé*. Voici les détails.

3.9.3.1 Information

Selon le cas, ce terme désigne 4 notions.

- *Nom collectif :*
  Ensemble de connaissances réunies sur un sujet déterminé ;
  ne pas confondre avec une *base de données*.

  > *Définition d'une base de données*
  > On appelle base de données sur un certain sujet un ensemble de données sur ce sujet qui est exhaustif, non redondant et structuré en vue des traitements informatiques prévus.

- *Nom (définition du Bulletin officiel de l'Education nationale) :*
  Elément de connaissance susceptible d'être représenté (écrit, parlé, dessiné…) à l'aide de conventions pour être conservé, traité ou communiqué.
  Toute information définie avec précision peut être écrite et manipulée dans un ordinateur sous forme de bits, caractères, lettres et chiffres.
- *Renseignement :* description d'un objet ou un événement, qui peut avoir une représentation sous forme de données informatiques.
- *Matière-énergie :* selon [B173] page 136 :

  Dans le sens où les physiciens utilisent le mot, l'information est faite de matière-énergie et se trouve quelque part.

  Contrairement aux définitions précédentes où c'était une connaissance abstraite, l'information est ici quelque chose de concret. Cette information-là se mesure donc en joules ou en bits, selon le cas. En cas d'ambigüité possible nous l'appellerons « information-énergie ».

Cette quantité d'informations est mesurée par l'entropie
La description d'un objet a une quantité d'informations-énergie mesurée par son entropie.

Quand les physiciens parlent de « conservation de l'information » ils parlent de non-disparition d'énergie sous forme de matière ou de rayonnement ; ils ne parlent pas d'autres grandeurs qui se conservent comme la quantité de mouvement, le moment cinétique, la charge électrique, etc.
Voir la table du paragraphe *Symétries et lois de conservation des 4 types fondamentaux d'interaction*.

<u>Principes de représentation de l'information</u>

1. Toute information susceptible d'intervenir dans un raisonnement logique ou un calcul peut être représentée avec une précision suffisante par une donnée informatique (nombre, chaîne de caractères, fichier, image, etc.).
2. Toute donnée informatique peut être représentée par une chaîne de bits manipulable par un algorithme informatique.

   La quantité minimum d'informations est celle d'un bit : c'est la valeur binaire 0/1.

3.9.3.2 Conservation de l'information d'un système matériel fermé

<u>Etat d'un système fermé à un instant donné</u>

A un instant donné, l'état (la situation) d'un système fermé est *complètement* décrit par des variables de forme, de position, de mouvement, d'interaction, de masse, de charge électrique, d'impulsion, de spin, etc.

- Les variables *externes* décrivent la relation du système à son environnement ; exemples : sa masse, son moment cinétique et sa charge électrique.
  (Ces trois variables sont celles qui décrivent un trou noir stationnaire pour un observateur extérieur à son horizon ; il n'y en a pas d'autres, comme l'explique l'article [B26] de Jacob Bekenstein.)
- D'autres variables sont *internes*, comme les forces de liaison entre ses divers composants.

Certaines variables sont de type numérique, d'autres de type vectoriel, d'autres encore de type booléen (vrai/faux, on dit aussi *logique*), etc.

<u>Information descriptive d'un système à un instant donné</u>

C'est l'information contenue dans les variables de son état. Elle permettrait en principe de le reconstruire si on disposait de l'énergie nécessaire : on connaîtrait chaque atome avec les valeurs de ses variables d'énergie, de position et de vitesse, les champs de force et rayonnements en chaque point du système, etc.

Lire ici le paragraphe *Action des 4 forces fondamentales de la nature*.

<u>Changements affectant un système fermé entre deux instants</u>

Nous avons vu au paragraphe *Lois d'interruption et lois d'évolution* que le déterminisme postule que les changements suivent des lois physiques universelles et stables dans le temps et l'espace.

Il y a deux sortes de changements :

- Les évolutions (régies ou non par des lois d'évolution), qui peuvent être conservatives ou dissipatives (voir *Système conservatif ou dissipatif – Force conservative ou dissipative*) ;
- Les transitions (changements d'état), régies par des lois d'interruption.

Les évolutions régies par le déterminisme sont conservatives, les changements dissipatifs étant impossibles à décrire de manière précise et répétitive.

Une évolution déterministe est toujours régie par une loi d'évolution, alors qu'une transition d'état est régie par une loi d'interruption, qui définit :

- L'état initial auquel s'applique la règle de transition, que la nature reconnaît comme cause efficace de cette transition ; exemple : atome d'uranium ^{238}U (voir *Radioactivité alpha : émission d'une particule alpha*).

  La reconnaissance de la cause de transition fait l'objet d'une logique algorithmique ; exemple : application d'une condition d'effet tunnel pour la désintégration alpha de ^{238}U ;
- L'état final :
  - Objets et variables d'état résultant de la transition ;

    Exemple de la décomposition radioactive de ^{238}U :

    $$^{238}U \Rightarrow {}^{234}Th + {}^{4}He + \text{énergie}$$
  - Loi(s) d'évolution à déclencher pour les divers produits de la transition avec les valeurs de variables de chaque loi. Ces déclenchements peuvent aussi être régis par une logique algorithmique.

<u>La conservation de l'information est une propriété générale des lois d'évolution</u>

Toutes les équations des lois physiques *d'évolution* de la physique macroscopique (comme les lois de Newton, de l'électromagnétisme et de la gravitation relativiste) ainsi que celles de la Mécanique quantique sont symétriques par rapport au temps. Les exceptions relèvent de lois *d'interruption* ; exemples : changements de phase solide ➔ liquide, décompositions radioactives, fluctuations quantiques, trous noirs.

<u>Les lois de l'échelle macroscopique se ramènent à des lois de l'échelle atomique</u>

Les 4 forces fondamentales de la nature (voir ce titre) proviennent toutes, en dernière analyse, de forces de l'échelle atomique entre particules isolées.

> Par exemple, quand un homme pousse une voiture en panne, la force de sa main exerce une pression sur une tôle de la voiture, donc sur des atomes de cette tôle reliés aux atomes voisins par les forces électrostatiques de la structure cristalline de la tôle.

La conservation de l'information d'un système qui change est assurée à l'échelle macroscopique par les deux groupes de lois de cette échelle, celles de Newton et celles de Maxwell. A l'échelle atomique, elle est assurée par la loi d'évolution de l'équation de Schrödinger, qui intègre les lois précédentes dans le seul cas intéressant à cette échelle, celui des champs électromagnétiques. Voyons comment.

L'équation universelle d'évolution de Schrödinger, symétrique par rapport au temps

L'évolution dans le temps et l'espace de l'état physique d'un système, petit ou grand, libre ou plongé dans le champ de potentiel de la force électromagnétique, est régie par l'équation de Schrödinger, équation fondamentale de la Mécanique quantique.

Cette équation déterministe est symétrique par rapport au temps : lorsqu'à partir d'un état *B* d'un système à l'instant t_2 on y inverse le sens d'écoulement du temps (comme si on « passait le film des événements à l'envers »), on retrouve à un instant t_1 qui précède t_2 l'état exact *A* qu'il avait. Cette symétrie résulte d'un postulat de la Mécanique quantique (voir *Equation de Schrödinger*, hypothèse 2.) :

> **La fonction d'onde décrivant l'évolution d'un système (régie par l'équation de Schrödinger) contient toute l'information disponible sur ce système.**

Cela ne veut pas dire qu'on peut changer le sens de l'écoulement du temps pour un système physique, notamment parce que la thermodynamique l'interdit dans les systèmes macroscopiques ; cela veut dire :

> **On peut reconstituer théoriquement l'information (les valeurs de variables) qui décri(ven)t un état quelconque du passé d'un système fermé qui vient d'évoluer sous l'influence d'une loi d'évolution connue.**

La nature conserve l'information de toute évolution

On postule donc l'existence d'une *Loi globale d'évolution de la physique* (voir ce titre), symétrique par rapport au sens de passage du temps et stable dans le temps et l'espace : tout se passe comme si la nature gardait l'information qui a déclenché l'évolution ayant abouti à l'état présent chaque fois que le système n'a pas subi de changement d'état, de décohérence ou de décomposition.

> Exemple : la trajectoire d'un objet libre dans le vide d'un point *A* à un point *B* peut être reconstituée exactement (points atteints et vecteurs vitesses linéaire et angulaire en chaque point) en inversant le sens du temps dans l'application de la loi, c'est-à-dire en « repassant le film à l'envers » ; même les accélérations, quantités de mouvement et moments cinétiques se conservent.

L'hypothèse de système conservatif

Cette conservation de l'information repose sur l'hypothèse de *système conservatif* (voir *Système conservatif ou dissipatif – Force conservative ou dissipative*).
A l'échelle macroscopique un tel système n'existe qu'en théorie, mais à l'échelle atomique comme à l'échelle de l'Univers en tant qu'ensemble fermé c'est une réalité.

Un système dissipatif « oublie » l'information des états du passé : il ne permet donc pas, même en théorie, de reconstituer ce passé en pensée connaissant le présent et la loi d'évolution. Mais le caractère dissipatif n'intervient que lorsqu'il y a échange de chaleur, en application du 2ème principe de la thermodynamique.

Unicité de l'information d'état conservée

L'état passé reconstitué après évolution selon l'équation de Schrödinger est unique : il n'y a eu, à l'instant $t_1<t_2$ qu'un seul état, *A*, qui est devenu *B* ; la chaîne de causalité de l'évolution passée du système est unique, conformément au postulat de causalité.

> *Conséquence pour les raisonnements de Kant sur les régressions causales*
> La régression incomplète remontant une chaîne de causalité de situations vers

une cause initiale inconditionnée inaccessible est un paradigme malheureux, à remplacer par celui d'une Loi d'évolution continue dont on considère la valeur initiale lors du Big Bang.

3.9.3.2.1 Unitarité de la Mécanique quantique

Insistons sur une propriété surprenante de la Mécanique quantique, due au caractère déterministe symétrique de l'équation fondamentale de Schrödinger : malgré la nature stochastique de ses variables, malgré le principe d'incertitude de Heisenberg qui n'affecte que les conditions d'application de lois d'interruption, *la Mécanique quantique conserve l'information* : à partir de l'ensemble des résultats possibles d'une évolution, sa loi permet de retrouver les conditions initiales exactes ; voir *Equation de Schrödinger*, hypothèse 2. Cette propriété de conservation de l'information de la Mécanique quantique résulte de son *unitarité* qui garantit que la probabilité totale de présence quelque part d'un système qui évolue reste égale à 1 : aucune information ne s'est perdue ou n'a été créée par l'évolution (voir en annexe dans *Application linéaire, opérateur linéaire, valeur propre, vecteur propre* le sous-titre *Opérateur linéaire*).

Symétrie (unitarité) des lois d'évolution
Cette symétrie est due aux faits suivants :

- *A l'échelle macroscopique*
  Les deux seules forces fondamentales intervenant dans une évolution, la force électromagnétique et la force de gravitation, sont continues et symétriques par rapport au temps ; les deux autres forces, la force nucléaire et la force faible, n'interviennent que dans des lois d'interruption.
- *A l'échelle atomique*
  Les évolutions, régies par l'équation fondamentale de Schrödinger et l'Electrodynamique quantique, sont également symétriques par rapport au temps.

  Les systèmes considérés sont conservatifs : il n'y a pas de frottement à l'échelle atomique.

3.9.3.2.2 Evolutions qui empêchent la conservation de l'information

L'information préservée par les lois d'évolution peut être altérée par certaines déstructurations physiques, comme :

- La décohérence d'un système à l'échelle atomique en superposition cohérente d'états (par exemple suite à l'intervention dans le système d'une mesure par un objet macroscopique, intervention avec une énergie colossale par rapport à celle du système – et en plus non décrite avec précision) ;
- Les transitions de phase (changements d'état physique) comme le gel de l'eau ou la décomposition radioactive ;
- L'absorption par un trou noir.

Une déstructuration peut se produire d'une manière telle qu'on ne sait plus *où* l'information est stockée, ni même si elle existe toujours : c'est une transformation du système déclenchée par l'action d'une loi d'interruption, transformation qui est suivie d'applications de lois d'évolution sur les parties résultant de la décomposition.

Dans le cas de la décohérence (Mécanique quantique), on sait prédire parfaitement l'ensemble des résultats possibles ; mais on ne pourrait prédire *quel élément* de cet ensemble résulterait de la déstructuration – et *dans quel état d'énergie* - que connaissant exactement l'énergie de l'événement brutal qui la produit ainsi que son mode d'action, connaissances dont on ne dispose pas.

Ce qui se conserve dans l'absorption de matière-énergie par un trou noir.

Lire ici le paragraphe *Trou noir* et ses sous-titres.

- Lorsqu'un trou noir absorbe de la matière ou un photon les variables d'état sont toutes perdues, à l'exception de la masse, du moment cinétique et de la charge électrique ; et ces dernières se diluent dans l'addition de chacune avec les paramètres correspondants du trou noir. Cette perte d'information correspond au caractère irréversible de cette absorption.
- Mais pour les physiciens qui ne prennent en compte que l'information correspondant à de la matière-énergie stockée quelque part, rien ne se perd : pour un observateur à l'extérieur du trou noir et loin de son Horizon des événements, l'information est tout entière stockée dans une fine couche sphérique entourant cet horizon, couche appelée *Horizon étiré*. Le trou noir l'expulsera par rayonnement de Hawking d'ici ~10^{68} ans ; patience !

Ce qui se conserve dans les autres cas de déstructuration

Dans les changements d'un système fermé qui ne relèvent pas d'une loi d'évolution, l'information traditionnelle est perdue. Par contre, l'information-matière stockée des physiciens perdure du fait de la conservation de l'énergie, principe toujours respecté.

L'information du moment cinétique se conserve toujours, ainsi que celle de la charge électrique ; du reste on ne connaît aucun changement physique qui crée ou détruise des charges d'une seule des deux polarités : tout changement crée ou détruit toujours autant de charge électrique positive que de charge électrique négative. Mêmes conservations pour la charge baryonique, la charge leptonique et l'étrangeté.

Résumé

- Principe de conservation de l'information d'état :

  L'information se conserve dans toute évolution, du début à la fin ;
  elle est détruite dans toute déstructuration.

- Principe de conservation de l'information-énergie des physiciens :

  L'information d'un système isolé ne change jamais ; une transformation peut la rendre illisible, mais elle ne peut ni en ajouter, ni la supprimer, ni même en supprimer une partie.

Conséquence pour le déterminisme philosophique de Laplace

Laplace était un mathématicien, spécialiste de mécanique céleste. En pensant au déterminisme, il avait en tête le mouvement parfaitement prévisible et mathématiquement réversible d'une planète : ce mouvement est régi par les lois de Newton et réputé "peu perturbé par l'attraction des autres astres" (à l'époque, Henri Poincaré n'avait pas encore publié son étude du « Problème des trois corps »). Si dans les équations de l'ouvrage *Théorie du mouvement et de la figure elliptique des*

planètes (1784) de Laplace on change le sens du temps, le « film des déplacements sur l'orbite passe à l'envers ».

> En fait, Laplace a aussi étudié et chiffré les perturbations d'orbite dues à d'autres corps du système solaire, sans toutefois soupçonner *la sensibilité aux conditions initiales* (phénomène de chaos déterministe) découverte par Poincaré.

Laplace ne connaissait pas la décomposition radioactive, *qui se produit sans cause apparente* et constitue un contre-exemple fatal à son déterminisme philosophique. Mais ce déterminisme philosophique devient plus acceptable si on en remplace la causalité traditionnelle par notre causalité étendue, qui régit *tous* les phénomènes parce qu'elle prend en compte le postulat de causalité avec loi d'interruption, la Mécanique quantique et son déterminisme statistique, ainsi que la Relativité générale : pour les décompositions sans cause voir plus loin *Apparitions*.

3.9.3.2.3 Principe de Landauer : coût thermodynamique de l'effacement de mémoire

Les travaux de Rolf Landauer (IBM) [B102] montrent qu'il existe une énergie associée à l'information stockée dans la mémoire d'un ordinateur. Cette énergie est conservée tant qu'elle reste en mémoire, notamment lorsque le processeur la manipule ; elle n'est perdue (avec dégagement de chaleur) que lorsqu'elle est effacée (c'est-à-dire remplacée par une autre information). Cette réalité, connue sous le nom de *Principe de Landauer*, peut s'énoncer ainsi :

> **Il y a un coût thermodynamique de l'oubli**.

Ce principe a permis la conception de processeurs moins gourmands en énergie, donc dégageant moins de chaleur, ce qui est important.

3.9.3.2.4 Perte d'informations dans les évolutions mesurées avec retard

Les affirmations précédentes sur la conservation de l'information d'un système régi par une loi d'évolution sont fausses dans un cas particulier, celui où le résultat d'évolution est mesuré avec un retard. En voici un exemple.

Considérons une évolution dont la loi est connue avec précision. Supposons qu'elle s'applique à partir d'un événement dont la date est prise pour origine. Une mesure du résultat faite avec un retard Δt sur la fin de l'évolution (par exemple pour laisser à la lumière ou au son le temps d'arriver au lieu de mesure) ne permet de reconstituer les conditions initiales en « passant le film de la loi à l'envers » que si on connaît Δt en plus de la loi. La loi a beau être déterministe et symétrique par rapport au temps, sans Δt l'information initiale est perdue.

Dans ce cas-là, ni le déterminisme ni la conservation de l'information ne sont en cause : la perte est due à l'introduction d'une quantité inconnue dans le processus de reconstitution de l'information initiale.

C'est aussi ce qui se passerait si une évolution était accompagnée d'une dissipation inconnue d'énergie : on ne pourrait en recalculer les conditions initiales.

C'est, enfin, ce qui se passe quand on force la décohérence d'un système en superposition d'états à l'échelle atomique pour en mesurer une grandeur : on ne peut

savoir lequel des états superposés sera choisi par la mesure, car on ne peut préciser l'énorme perturbation introduite par la brutalité macroscopique de la mesure.

3.9.3.3 Quantité d'information-énergie dans un volume délimité par une surface

Source : [B55] pages 289 et suivantes

Considérons un volume quelconque, de taille fixe, contenant une quantité de matière fixe sous n'importe quelle combinaison de formes : objets solides, liquides et gaz. Soit S_0 l'aire de la surface qui l'enveloppe. Exprimons les aires en unités de Planck (carrés dont le côté est égal à la distance de Planck, 1.6 $.10^{-35}$ m). Puisqu'un tel carré est la plus petite surface qui a un sens dans notre physique, admettons qu'il puisse contenir la plus petite quantité d'information-énergie possible, 1 bit. Et puisque l'entropie d'un trou noir est proportionnelle à l'aire S de sa sphère horizon (et non au volume de cette sphère), admettons qu'exprimée en bits elle est égale à S en unités de Planck. On a alors la convention suivante :

> **La capacité de stockage d'informations-énergie d'une surface (en bits) est égale à son aire (en unités de Planck).**

Lorsqu'un trou noir se forme par effondrement de matière, le volume de sa sphère horizon est nécessairement plus petit que le volume initial de cette matière ; et l'aire de cette sphère horizon, S, est inférieure à celle, S_0, de l'enveloppe du volume initial. Or, d'après le 2ème principe de la thermodynamique, l'entropie du trou noir est supérieure à celle de la matière dont il est issu. D'où un premier théorème :

> *Théorème 1*
> *La quantité d'informations-énergie (mesurée en unités de Planck) contenue dans une région de l'espace est inférieure à celle de l'horizon du trou noir virtuel que sa matière pourrait créer en s'effondrant.*
>
> (La taille minuscule de la distance de Planck fait qu'un bit d'information occupe 2.5 $.10^{-70}$ m^2 de la sphère horizon. Une telle sphère a donc une capacité de stockage colossale, même pour de petits volumes de matière : à raison d'un bit par unité d'aire de Planck, l'information d'un disque d'ordinateur de 1TB, contenant environ 10^{13} bits, tiendrait dans une sphère d'aire 2.5 $.10^{-57}$ m^2.

Puisque toute l'information d'un volume d'espace tiendrait dans la sphère horizon d'aire S de son trou noir virtuel, elle peut à fortiori tenir dans la surface d'aire S_0 qui enveloppe ce volume, car $S_0 > S$. D'où un deuxième théorème :

> *Théorème 2*
> *L'information contenue dans une région de l'espace tient dans toute surface qui l'enveloppe.*

3.9.3.4 Surface nécessaire décrivant un objet - Principe holographique

La description d'un objet a une quantité d'informations-énergie mesurée par son entropie. D'après les deux théorèmes précédents, ces informations peuvent être contenues dans une surface S entourant le volume V de l'objet : il existe une application faisant passer des informations d'un point du volume V aux informations d'un point de la surface S, et l'application inverse faisant passer de S à V ; cette application est une projection de V sur S, qui a une dimension de moins que V.

Calculer une évolution avec les lois physiques habituelles appliquées dans le volume physique réel *V* peut donc être remplacé par un calcul dans une surface *S* contenant les données-images en format numérique. Or un calcul d'évolution à deux dimensions est souvent plus simple qu'à trois dimensions : c'est le cas, notamment, pour les équations de la *Théorie quantique des champs*. La projection de l'espace *V* sur la surface *S* ressemble à une projection holographique d'une image 3D d'un volume sur une plaque photographique 2D. La validité théorique de cette projection est postulée par le *Principe holographique* ci-après. Selon [B55] page 300 et suivantes, la *Théorie des cordes* met en œuvre explicitement le Principe holographique pour simplifier les calculs. Cette théorie est très prometteuse, mais pas encore vérifiée par des mesures physiques en 2018.

3.9.3.5 Principe holographique de la quantité d'information

Source : [B70].

<u>Hypothèse</u>

L'espace des bits d'information des systèmes n'est pas continu aux très petites échelles. Une surface est décomposée en carrés de côté égal à deux fois la distance de Planck contenant chacun un bit d'information.

> Le multiple « deux fois » vient d'une erreur historique dans la définition de la longueur de Planck ; pour rétablir la « vérité physique » il faut donc 4 aires élémentaires de Planck « ancienne définition » pour une « définition adoptée désormais » ([B173] pages 293-294).

<u>Définition</u>

La quantité d'information (en bits) d'un système est définie comme son nombre de degrés de liberté.

> Cette définition de la quantité d'information est à rapprocher de celle de l'information-énergie du paragraphe *Information* ci-dessus.

<u>Principe holographique</u>

- L'Univers à trois dimensions est représenté par un hologramme codé par projection sur une surface bidimensionnelle éloignée ;
- Tout volume de l'Univers est représenté par un hologramme sur une surface enveloppante arbitraire.

Dans le cas d'un trou noir, l'information décrivant ce qu'il a absorbé est au-dessus de son Horizon des événements, dans l'Horizon étiré, tant qu'elle n'est pas restituée à l'espace environnant par rayonnement de Hawking (évaporation). Elle n'est donc jamais perdue, et Hawking en a convenu.

Complément : [B71].

3.9.4 Apparitions

Une situation détectée par une loi d'interruption peut déclencher une évolution ou une transition de phase (décomposition, etc.). Nous avons vu, par exemple, que la demi-vie d'un atome ^{238}U est de 4.5 milliards d'années : la décomposition peut rester à l'état de possibilité pendant une durée quelconque avant que son action soit

déclenchée par une loi d'interruption, modèle théorique de la survenance d'un événement régi par une loi de probabilité.

Pour un atome donné l'événement de décomposition est inattendu, aucune loi de calcul ne permettant de le prédire : un homme peut parfois attendre longtemps avant de le voir apparaître.

Survenance d'une loi d'évolution

La règle de stabilité du déterminisme implique ceci : en présence d'une situation donnée *S*, une certaine loi physique d'évolution *L* est appliquée immédiatement par la nature ; et si la même situation *S* réapparaît à un autre moment et/ou dans un autre lieu, c'est la même loi d'évolution *L* qui sera appliquée.

Mais nous n'avons nullement postulé que la loi *L* devait exister *avant* la première survenance ou observation de la situation *S.* Si elle existait avant, cette loi était, au moins provisoirement et pour nous, sans objet. L'homme crée une loi physique pour décrire un phénomène ou son évolution, ou pour calculer un résultat. S'il imagine une loi s'appliquant à des situations qui ne se sont jamais produites, comme il peut toujours le faire, cette loi restera pure spéculation jusqu'à ce que ses conditions d'application soient réunies, ce qui arrivera ou non. Donc :

- Nous limiterons la période d'application d'une loi d'évolution et de sa règle de stabilité au temps qui suit l'apparition de la première situation où elle s'applique.
- Une loi d'évolution d'une situation qui ne s'est jamais produite, et dont la survenance n'est pas certaine, est pure spéculation car elle est sans objet.
- Pour nous, il n'y a pas de différence empirique entre une situation qui ne s'est jamais produite et une situation qui n'a jamais été observée : jusqu'à preuve du contraire, nous pouvons raisonner comme si ce qui n'a jamais été observé n'a jamais existé.

3.9.4.1 Restriction du postulat de causalité

En affirmant qu'en l'absence de cause la conséquence n'a pas lieu, notre postulat de causalité exclut la possibilité de situations « vraiment nouvelles », c'est-à-dire sans cause physique existante dans notre Univers : toute situation a une chaîne de causalité remontant jusqu'à la naissance de l'Univers, le Big Bang ; c'est une conséquence déterministe de cette situation initiale.

Il ne peut exister de chaîne de causalité indépendante, car si elle avait commencé *après* la naissance de l'Univers son début aurait résulté d'un enchaînement de situations existant avant elle, ce qui est contradictoire ; et si elle avait commencé *avant*, elle aurait été prise en compte lors de la naissance de l'Univers, événement ponctuel début de l'existence de l'espace et du temps. Du reste, imaginer un « *avant le Big Bang* » est pure spéculation, nos connaissances de physique ne remontent pas si loin.

Or la contrainte « il ne peut exister de situation vraiment nouvelle » n'est en rien nécessaire à la stabilité des lois d'évolution dans le temps et l'espace. Celle-ci exige seulement qu'une fois apparue lors de son application à une situation *S,* une loi s'applique à l'identique à toute situation *S'* déduite de *S* par un déplacement dans le temps et/ou l'espace, c'est-à-dire que « les mêmes causes produisent les mêmes

effets, partout et toujours ». *S'imposer qu'il n'y ait jamais de situation nouvelle dans l'Univers est un apriori inutile* du moment que l'existence de cette situation (ses objets composants et leurs relations) ne contredit pas de loi existante (la nouveauté ne peut rendre impossible ce qui existe déjà - objets et lois, elle peut seulement enrichir les lois d'évolution et d'interruption ou obliger à les reconsidérer).

Le principe de causalité est conçu pour prévoir l'avenir à partir du passé. Notre causalité à base de lois d'évolution n'exige nullement qu'une chaîne de causalité remonte à l'infini dans le passé ; elle n'oblige pas de postuler une « cause première », une « cause sans cause » comme Dieu : pour nous, la cause entraîne une évolution selon une loi, et toute loi déterministe a un domaine d'application comprenant des conditions spatiales, temporelles, énergétiques, etc.

Rien n'interdit que l'Univers ait toujours existé, si toutes ses lois d'évolution sont restées stables après leur première application. Rien n'oblige une loi d'évolution physique à avoir existé avant la première fois où apparait une situation à laquelle elle doit s'appliquer : la physique doit admettre le minimum de spéculations invérifiables.

3.9.4.2 Conjecture d'une apparition

Nous allons donc, dans cette section du texte, conjecturer que des situations vraiment nouvelles (sans cause préalable) peuvent apparaître dans l'Univers, pour voir si cela permet une explication plausible de situations nouvelles constatées sans en contredire d'autres qui existent ; nous appellerons *apparitions* de telles situations. Une apparition est nécessairement accompagnée de sa loi d'évolution, qui peut être nouvelle ou être une évolution de loi préexistante applicable universellement désormais.

Remarques

- Affirmer qu'une situation est une apparition parce que nous n'en connaissons aucune cause et qu'elle n'a pas d'équivalent peut, évidemment, résulter d'une ignorance de notre part et se trouver démenti ultérieurement ; qualifier une survenance d'*apparition* n'est donc qu'une conjecture, conséquence d'une restriction du postulat de causalité.
- Le fait qu'une situation-apparition soit découverte aujourd'hui n'entraîne pas qu'elle n'existait pas auparavant : une telle affirmation ne peut résulter que d'une étude expérimentale ou théorique ; avant d'être prouvée elle n'est qu'une conjecture.
- Une apparition viole le principe de conservation de la quantité d'informations d'un espace-temps qui la contiendrait en tant qu'événement, ainsi que les divers principes de conservation : d'énergie, de charge électrique, de moment cinétique, etc. Elle n'est donc possible que dans des circonstances où aucun de ces principes ne s'applique, par exemple dans un système ouvert ou dissipatif.

  Pour qu'il n'existe aucun système fermé contenant l'apparition, elle doit être à l'échelle de l'Univers. Exemple : découverte d'une nouvelle forme d'énergie comme l'énergie noire ; nous avons découvert que ce type d'énergie existe parce qu'elle exerce une répulsion gravitationnelle, mais nous n'en connaissons aucune cause.

- Admettre des disparitions sans cause n'est pas plus absurde qu'admettre des apparitions ; dans les deux cas il faut les considérer comme des conjectures et s'efforcer de les expliquer.

3.9.4.3 Postulat de causalité *étendue*, avec interruptions et apparitions

Enoncé du postulat

Toute situation évolue instantanément selon les lois d'évolution qui s'appliquent.

Remarque

Impliquant une condition suffisante, cette définition est plus simple que la condition nécessaire et suffisante du postulat de causalité déjà défini, causalité non étendue. Mais ce postulat n'implique plus la nécessité d'une cause de tout ce qui existe et tout ce qui se produit : il admet (spéculativement) la possibilité d'apparitions.

3.9.4.3.1 Une situation évolue nécessairement dans le temps

Une situation qui n'évolue pas, dont aucune loi d'évolution ne fait changer une variable quand le temps passe, est invraisemblable dans un système réel :

- Dans un système à l'échelle astronomique :
  - L'espace est dilaté par l'expansion de l'Univers, à laquelle nul lieu n'échappe, même si son effet est négligeable en présence de forces plus puissantes comme la gravitation dans une galaxie ; il n'y a donc pas de lieu immobile, quel que soit le repère choisi.

    Ainsi, la Terre vibre sous l'influence d'ondes gravitationnelles émises par des événements de grande énergie à des dizaines d'années-lumière.
  - Tout point de l'espace est soumis à des rayonnements électromagnétiques et des influences gravitationnelles ; il n'y a donc pas de d'objet matériel à l'abri de ces deux influences. Or ces influences entraînent des échanges d'énergie, donc des évolutions.

    Tout point de l'Univers reçoit constamment des rayonnements du fond diffus cosmologique émis peu après le Big Bang.
- Dans un système macroscopique, l'absence d'évolution exige un équilibre thermodynamique peu réaliste. Il faudrait, *au minimum*, que le système soit si bien isolé de son environnement :
  - Qu'il n'est soumis à aucun rayonnement électromagnétique susceptible de lui faire absorber de l'énergie, condition irréalisable dans la mesure où l'espace est parcouru par des rayons cosmiques de très haute énergie.
  - Qu'il ne peut lui-même rayonner de l'énergie – condition qui impose une température absolue plus froide que celle des trous noirs les plus froids (inférieure à 10^{-9}°K, condition également peu réaliste car elle n'existe que sur l'horizon d'un trou noir hyper-massif).
  - Qu'il échappe à toute variation de gravité comme les influences du Soleil et de la Lune, qui exercent des forces de marée gravitationnelle parce que leur distance à la Terre varie constamment, donc entraînent déformations et déplacements.

- Dans un système à l'échelle atomique, l'absence d'évolution exige d'abord une absence d'interaction des 4 forces fondamentales (nucléaire, faible, électromagnétique et gravitationnelle). Or les deux premières interviennent dans toute matière par des champs probabilistes de cohésion soumis au principe d'incertitude de Heisenberg, et les deux dernières ont une portée infinie. Nous ne connaissons pas, aujourd'hui, de matière ou énergie insensible aux 4 forces.

  Non seulement la stabilité des noyaux atomiques n'est pas parfaite, mais des fluctuations quantiques rendent l'énergie de l'espace lui-même instable. Même un proton isolé a une durée de vie limitée (bien que d'au moins 10^{33} années).

Conclusion

Dans l'état actuel de nos connaissances :

- Il n'existe pas de système qui n'évolue pas ;
- Il n'existe pas de lieu dont l'état n'évolue pas ;
- Un état stationnaire parfait n'est concevable pour aucun lieu, à aucune date.

Rejet de « l'immobilité philosophique »

Un raisonnement philosophique, basé sur le postulat de causalité classique, affirme qu'une situation qui n'a pas déjà évolué n'évoluera jamais. Nous envisagerons donc la causalité *étendue*, avec l'objection d'évolution nécessaire ci-dessus.

3.9.4.3.2 Remarques sur la causalité étendue

- Toute apparition (passée, présente ou future) a été, est ou sera accompagnée d'une loi d'évolution nouvelle ou de l'évolution d'une loi existante.
- Des situations et des évolutions peuvent rester inexpliquées, parce que ce sont des apparitions ou parce qu'elles impliquent des lois physiques que nous n'avons pas encore formulées.
- L'ensemble des lois d'évolution de l'Univers peut s'enrichir ou évoluer progressivement. Certaines situations ou évolutions considérées comme impossibles avec les lois physiques actuelles peuvent ne plus l'être éternellement.

  Exemple : l'expansion de l'Univers a été considérée successivement comme inexistante, puis à vitesse constante et aujourd'hui à vitesse croissante : pour qu'une loi de la nature paraisse stable dans le temps ou l'espace, il faut qu'elle varie trop lentement ou trop peu pour qu'on s'en aperçoive avec les moyens dont on dispose ou les circonstances qui se présentent.
- Des lois de conservation comme celles de la masse-énergie, du moment cinétique ou de la charge électrique peuvent être violées pendant un court instant, à l'occasion d'une apparition ou d'une fluctuation quantique.

Exemples de cas que l'on peut considérer comme des apparitions

1 - La naissance de l'Univers

Nous ignorons si elle résulte ou non d'une situation préexistante dans un Univers extérieur préexistant, par application de lois préexistantes ; l'Univers pourrait être né d'une fluctuation quantique dans un espace-temps préexistant [B200].

On peut conjecturer que les lois actuelles d'évolution de l'Univers sont nées avec lui, car leur existence antérieure dans un pré-univers capable de créer le nôtre est une spéculation invérifiable.

Nous savons qu'au commencement de l'Univers des lois fondamentales actuelles ne s'appliquaient pas, notamment parce que des concepts de base comme le temps et l'espace étaient d'une autre nature qu'aujourd'hui (probablement discontinue, quantifiée…) ; mais nous ne savons pas (ou pas encore) quelles lois s'appliquaient. Ce commencement peut donc être considéré comme une apparition, la première.

2 - Les fluctuations quantiques

Voir *Fluctuations quantiques*.

Conséquences philosophiques de la possibilité d'apparitions

Restreindre la contrainte de stabilité en admettant la possibilité d'apparitions a d'importances conséquences philosophiques. Exemples :

- Certaines chaînes de causalité peuvent apparaître *après* la naissance de l'Univers. L'opposition entre matérialisme (qui refuse les phénomènes sans cause interne à l'Univers) et idéalisme (qui croit possibles des phénomènes dont la cause est externe à l'Univers, c'est-à-dire transcendante comme la volonté d'un Créateur) n'est plus aussi totale, parce que conjecturer une apparition oblige à spéculer sur des faits inconnus.
- Des situations et des phénomènes peuvent être inexpliqués, parce que ce sont des apparitions qui ont (au moins pour nous) un caractère de nouveauté et que nous n'avons pas encore suffisamment étudiées.
- L'ensemble des lois d'évolution de l'Univers peut s'enrichir ou évoluer progressivement. Certaines situations ou évolutions considérées comme impossibles avec les lois physiques actuelles peuvent ne plus l'être éternellement.

Apparitions et respect des lois de la physique

Admettre la possibilité d'apparitions, c'est admettre qu'une ou plusieurs lois naturelles existantes (comme les lois de conservation) soient incomplètes (donc fausses) ou puissent être violées : *c'est impossible dans le cadre de la physique que nous connaissons, à l'exception des fluctuations quantiques*. Une apparition ou une disparition doivent rester des conjectures jusqu'à ce qu'on trouve une explication.

Certaines théories permettent d'imaginer d'autres univers dont les lois et constantes physiques seraient différentes des nôtres. Elles n'impacteraient toutefois pas l'existence et les lois de notre propre Univers.

Conclusions

- L'idée d'admettre des apparitions, philosophiquement séduisante a priori, est incompatible avec les lois physiques si elle met en cause des grandeurs qui se conservent comme l'énergie ou le moment cinétique. L'homme, qui s'est donné des lois physiques jamais démenties, ne pourrait pas admettre des apparitions tout en étant cohérent.

- Nous devons donc supprimer, dans le postulat de causalité étendue, la possibilité d'apparitions contraires aux conservations de certaines grandeurs, tout en conservant le déterminisme étendu avec ses lois d'interruption et lois d'évolution complémentaires.
  Voir le résumé au paragraphe *Niveaux de déterminisme*.

3.9.5 Du déterminisme scientifique au déterminisme étendu

Nous avons vu depuis le début de ce texte à quel point le déterminisme scientifique traditionnel doit être étendu pour s'appliquer à toute la physique, et à quel point il peut alors nous surprendre. Exemples :

- Souvent, les raisonnements imposés par le déterminisme étendu contredisent notre intuition ou nous obligent à comprendre le monde à travers des équations ;
- Souvent ils permettent plusieurs conséquences à partir d'une cause unique, voire plusieurs conséquences distinctes existant simultanément en superposition ;
- Certains phénomènes sont réversibles, d'autres non ;
- Certains ont des lois symétriques permettant l'inversion du sens du temps ;
- Si on refuse l'interprétation de Hugh Everett (voir *Déterminisme arborescent à univers parallèles de Hugh Everett III*) la décohérence fait intervenir une probabilité, et il y a des indéterminations, des instabilités et des précisions limitées.
- Enfin, parce que notre connaissance a tant de lacunes, et parce que dans le domaine du vivant la pensée n'est que partiellement déterministe, certains phénomènes psychologiques sont inexplicables.

Les extensions nécessaires du déterminisme scientifique traditionnel pour prendre en compte les avancées de la science ont été résumées plus haut. Voir aussi le *Résumé des cas d'imprédictibilité*.

On voit à présent pourquoi l'attitude honnête vis-à-vis des faits scientifiques représentée par le déterminisme étendu dérange, en nous obligeant à remettre en cause ce que nous croyons savoir, et en éloignant souvent notre représentation de la réalité de ce que nos sens nous permettent d'appréhender et d'accepter intuitivement.

Cette conclusion s'applique au déterminisme des sciences physiques, le seul que nous ayons approfondi jusqu'ici. Mais une forme moins rigoureuse de déterminisme régit aussi les sciences de la vie et des sciences sociétales comme l'économie. Comme il s'agit de sciences moins exactes, où les situations plus complexes mettent en jeu plus de *niveaux d'abstraction*, plus d'interactions, plus de variables à chaque niveau et plus d'imprécision pour chaque variable, et où les conclusions sont donc moins nettes et la causalité elle-même plus incertaine, nous nous contenterons de quelques considérations sur le déterminisme humain.

3.10 Déterminisme humain

Remarque préalable
A la différence du déterminisme de la nature, le déterminisme humain prend en compte les faits suivants :

- L'homme se souvient du passé et transmet des caractères par hérédité ; Voir :
  - *Programme génétique et déterminisme* ;
  - *Les universaux, part importante de l'inné humain*
- L'homme réfléchit, anticipe et s'adapte (par exemple par entraînement sportif).

3.10.1 Le déterminisme du vivant

3.10.1.1 Définitions du vivant

Parmi d'autres définitions, [B251] définit l'être vivant comme « *un système chimique autonome capable d'évolution darwinienne* ». Cette définition simple sous-entend la possibilité pour cet être de subsister dans son milieu, de se reproduire et d'évoluer d'une génération à la suivante sous le contrôle de la sélection naturelle. Mais elle ne rend pas compte des multiples autres caractéristiques d'un être vivant.

Définition de [B5] : « *Un être vivant est une structure […] constituée, pour tout ou partie, d'une ou de plusieurs molécules d'acides nucléiques (ARN et ADN) programmant le déroulement vital ; cet acide nucléique constitue le patrimoine génétique dont la propriété première est de pouvoir se répliquer.* »

Un être vivant absorbe de la nourriture, la transforme en sa propre substance et en énergie thermique et mécanique. Il s'adapte à son milieu, se défend contre des agressions et se reproduit.

3.10.1.2 Etres vivants et déterminisme

L'évolution et la vie physique des êtres vivants relèvent-ils du seul déterminisme de la physique ? Les molécules et cellules de la vie peuvent-elles être construites à partir de molécules de chimie minérale ? Les processus vitaux se réduisent-ils à de simples processus cellulaires ? La pensée et l'instinct peuvent-ils n'être que la conséquence des mécanismes biologiques sous-jacents ou faut-il nécessairement, en plus, une intervention transcendante, un esprit, Dieu ?

Ces questions ont été posées par les hommes depuis longtemps. Ils y ont répondu à partir de deux prises de position doctrinales qui s'excluent mutuellement : le matérialisme et l'idéalisme.

Faisons d'abord le point sur ce que nous avons déjà établi dans ce texte.

3.10.1.3 Complexification naturelle

Nous avons vu au paragraphe *Vie, organisation, complexité et entropie* que la thermodynamique n'empêche pas d'évoluer vers plus de complexité par auto-organisation irréversible. *Les lois déterministes de la physique et de la chimie organique ne s'opposent donc pas à la formation spontanée des molécules complexes du vivant à partir de molécules plus simples*.

Causes de l'évolution des espèces

Nous avons vu aussi, au paragraphe *Accidents de la réplication du génome et évolution vers la complexité* que l'évolution *à long terme* des espèces décrite par Darwin s'explique génétiquement par des accidents aléatoires de réplication du génome lorsqu'un être donne naissance à sa descendance, produisant des sujets qui ont tendance à se multiplier et à se ressembler du fait de la convergence de leurs caractéristiques vers des attracteurs étranges.

L'évolution *à court terme* s'explique par des modifications d'expression de gènes (paragraphe *Gènes et comportement humain*). Nous savons aujourd'hui ([B252]) que même le psychisme des animaux (dont l'homme) a formé ses fonctions actuelles par un processus d'évolution darwinienne au cours des dernières 6 millions d'années (300 000 générations humaines) : apparition et développement de fonctions psychiques et survie des espèces les mieux adaptées et les plus prolifiques.

La formation spontanée de molécules complexes est donc possible (on la constate), *mais à ce jour (2018) on n'a pas encore créé des êtres vivants artificiels, même aussi simples que des bactéries unicellulaires, à partir de molécules de chimie minérale.* Des chercheurs savent déjà créer un génome simple artificiellement [B253].

3.10.1.4 Possibilité de créer artificiellement un comportement vivant

Une expérience de transplantation de génome a ouvert la voie à la création d'êtres vivants artificiels définis par leur seul génome : voir plus bas *Etres vivants artificiels définis à partir de leur seul code génétique* ; il s'agit d'êtres doués seulement de conscience spontanée. Nous savons déjà que la conscience fonctionne souvent de manière non déterministe, donc non algorithmique, donc non simulable par un ordinateur. Voici des exemples envisageables.

3.10.1.4.1 Synthèse d'acides aminés

Certains acides aminés constituent les briques de base des protéines de la vie. Une manière de prouver l'origine naturelle d'acides aminés est d'en trouver dans des météorites. Or d'après [B254], *la météorite dite de Murchison, tombée en Australie en 1969, contenait plus de 80 acides aminés différents, certains présents dans des êtres vivants et d'autres absents de tout être vivant connu*. A moins de supposer que cette météorite a une origine artificielle (!), nous avons là une preuve qu'il a existé quelque part dans la galaxie - et très probablement dans notre système solaire, origine de la quasi-totalité des météorites - des processus naturels qui ont fabriqué des acides aminés à partir de molécules minérales, elles-mêmes résultant de processus astrophysiques de synthèse d'atomes et de molécules. La vie a donc pu, *peut-être*, être apportée sur la terre par des acides aminés venus de l'espace.

Pour prouver (comme les matérialistes rêvent de le faire) que la vie peut résulter de transformations naturelles de matière inanimée, il faudrait trouver au moins un procédé permettant de créer un être vivant, même très simple et incomplet comme un virus, à partir de molécules non vivantes ; des êtres plus complexes pourraient alors résulter d'une évolution darwinienne ultérieure.

La première étape consisterait à créer des molécules d'acides aminés, éléments de base de toute matière vivante. Des scientifiques y travaillent, en se représentant la vie et ses fonctions de base comme un ordinateur (le matériel cellulaire) piloté par son logiciel (le génome et son interprétation par les mécanismes cellulaires et les

neurones), et en tentant de synthétiser de petites molécules qui ont une partie des propriétés de l'ARN [B253], [B254].

3.10.1.4.2 Génie génétique

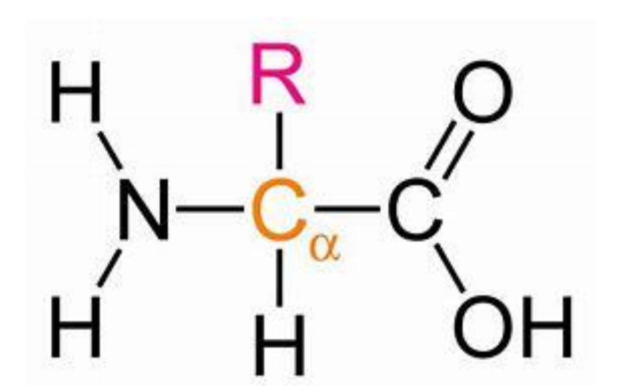
Une autre possibilité pour créer artificiellement des êtres vivants consiste à utiliser le génie génétique. On part alors d'un être vivant existant et on modifie son génome pour obtenir des caractéristiques particulières ; c'est la base de tous les OGM (organismes génétiquement modifiés). Exemple cité par [B255] : des chercheurs ont modifié le génome d'une bactérie très répandue, *Escherichia coli*, pour qu'elle cherche et trouve dans l'organisme où on l'introduit certains signaux chimiques émis par certaines cellules. Lorsqu'elle sera complètement au point, cette méthode permettra de faire parvenir un médicament directement et exclusivement à des cellules cibles ; on pourra ainsi, par exemple, envoyer aux "bons endroits" des médicaments anticancéreux. Il est également possible d'utiliser des virus inoffensifs pour introduire des gènes utiles dans les noyaux des cellules d'un organisme vivant.

3.10.2 Programme génétique et déterminisme

Chaque cellule d'un corps humain comprend 23 paires de *chromosomes*, chaînes de molécules responsables de l'hérédité et comprenant des sous-chaînes appelées *gènes*. Dans chaque paire, un des chromosomes provient de la mère et l'autre du père.

Acide aminé

Un acide aminé est une molécule contenue dans la plupart des protéines. Son nom vient de ce qu'elle porte une fonction acide COOH et une fonction basique amine NH_2. Elle porte en plus un radical R qui caractérise les 20 acides aminés.



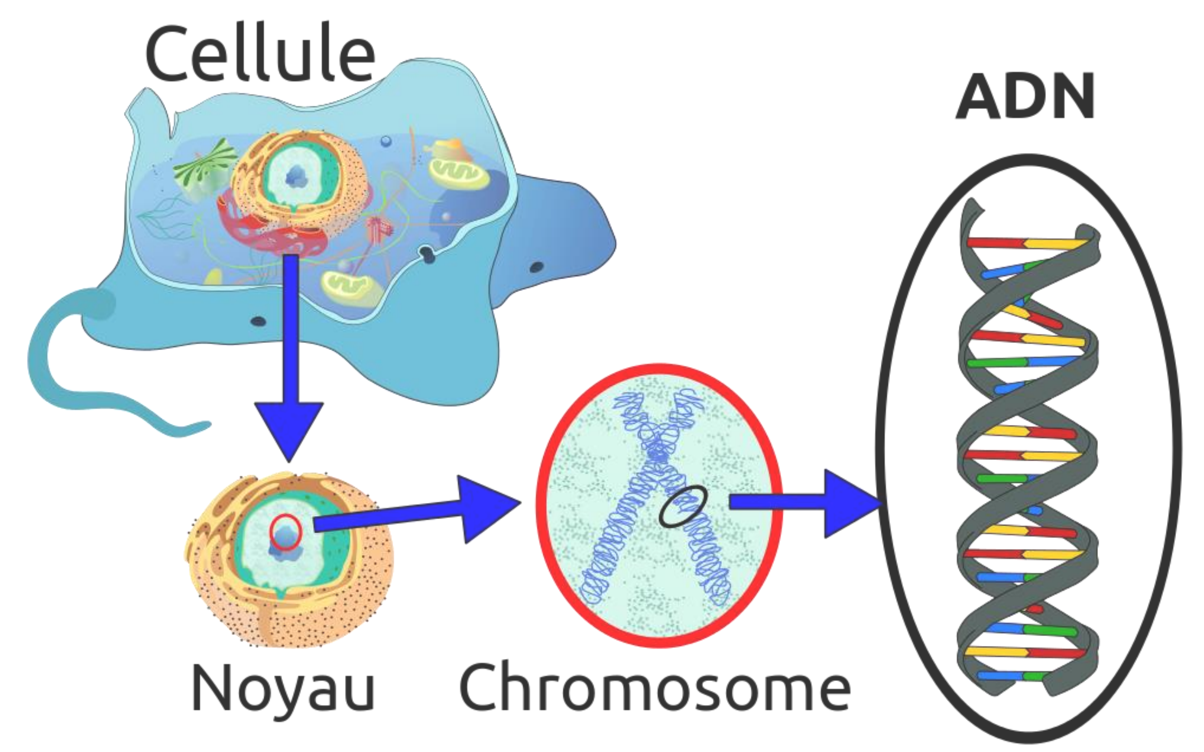
Structure d'un acide aminé (© Microsoft Bing Creative Commons)

Gènes et programme génétique

Les gènes sont des longues chaînes d'acides aminés porteurs des instructions (au sens programme informatique) de fabrication d'environ 100 000 protéines différentes intervenant dans la vie cellulaire.

Selon [B104], chacun des quelque 21 000 gènes humains (chacun constitué par des millions de paires de bases formant un segment d'ADN) participe à un ou plusieurs caractères héréditaires, dont il contribue à la transmission.

La structure et les fonctions de chaque cellule sont définies par un *programme génétique* dont les instructions et données sont stockées dans les structures de molécules d'ADN des chromosomes, des plasmides, des mitochondries et des chloroplastes.



Localisation de l'ADN dans une cellule d'eucaryote - Licence Wikimedia Commons
(Les eucaryotes sont les animaux, les végétaux verts et les champignons)

Le génome peut être considéré comme un programme dont l'exécution (un informaticien préciserait : *l'interprétation*) crée des protéines et des cellules vivantes par l'intermédiaire de mécanismes appropriés mettant en jeu l'ARN [B105]. L'existence et le fonctionnement de ce programme génétique font de la création de ces protéines et cellules vivantes un phénomène déterministe.

> Il y a une analogie entre le couple de mécanismes (génération des protéines par interprétation de l'ADN + régulation par l'ARN) et le couple (lois d'évolution + lois d'interruption) : une loi physique d'évolution est régie une loi d'interruption, qui peut en lancer l'exécution en lui passant des paramètres, puis l'arrêter. Malgré l'infinie complexité des mécanismes de la machinerie cellulaire, leur logique est entièrement décrite par les codes ADN, ARN et certaines séquences du reste du génome encore mal connues : il n'y a ni magie, ni intervention transcendante. Voir [B106].

Toutes les cellules d'un individu donné possèdent le même génome, provenant d'une seule cellule initiale, l'œuf. Mais un mécanisme de différenciation irréversible permet, avec ce même génome, la création d'un grand nombre de types différents de cellules, environ 200 chez l'homme. Chaque type est spécialisé et présente une morphologie et un fonctionnement propres.

<u>Déterminisme de l'hérédité</u>

L'hérédité fait, par exemple, que des chats engendrent des chats de la même espèce : le programme génétique est donc transmis à la fois chez un même individu à partir de l'œuf initial, et d'un individu à ses descendants par hérédité. Il y a un déterminisme inscrit dans le programme génétique qui garantit la reproductibilité de

ces deux types de transmissions, ainsi que la différenciation en types spécialisés de cellules.

Le programme génétique ne peut s'exécuter correctement que dans certains contextes. Ainsi, par exemple, certaines protéines ne sont synthétisées que si certaines parties du programme se sont déjà déroulées correctement auparavant : nous retrouvons ici une loi procédurale d'interruption.

> Le programme génétique a donc pour fonction de générer des protéines. Mais cette génération elle-même exige la présence de certaines protéines. La logique de génération répond au schéma simple d'acteurs + régulateurs, analogue au schéma loi d'évolution + loi d'interruption.

3.10.2.1 Gènes et comportement humain

Chaque mois qui passe, les chercheurs découvrent de nouvelles propriétés des gènes concernant leur influence sur le comportement humain. Parfois un seul gène est associé à un comportement, parfois il en faut plusieurs [B106]. La terrible maladie de Huntington est associée à un seul gène, la mucoviscidose aussi.

L'ouvrage [B109] pages 130-131 cite le gène D4DR, situé sur le chromosome 11 : le nombre d'occurrences de ce gène sur le chromosome détermine le niveau de production de *dopamine*, un neurotransmetteur (voir *Vocabulaire*). La dopamine stimule l'activité de l'organisme : son absence ou un trop faible niveau entraînent la léthargie, tandis qu'une surabondance entraîne la suractivité, la recherche de la nouveauté, le désir et la prise de risques. Exemple cité par [B110] : des mésanges qui font preuve de plus de curiosité que les autres ont la même forme particulière du gène D4DR que les humains particulièrement curieux.

Mais il ne faut pas penser que les séquences de gènes D4DR expliquent *à elles seules* la tendance d'une personne à rechercher ou non la nouveauté et à être ou non hyperactive ; elles n'en expliquent qu'une petite partie. Dans la plupart des expériences sur la relation entre gènes et comportement, on trouve des explications partielles, des corrélations, et il faut plusieurs gènes pour expliquer un comportement. Plus généralement, la génétique intervient pour une partie du caractère inné d'un trait de personnalité ou d'une aptitude, mettons 20 % à 60 % de la variance ([B106] page 4), et l'acquis culturel pour le reste. Et la proportion varie avec le trait considéré et l'individu. (Voir les exemples [B107] et [B108]).

Un individu donné n'est donc que partiellement déterminé par son hérédité génétique à sa naissance. Si un savant surdoué mais laid épouse une reine de beauté sotte il n'est pas certain que leur progéniture ait l'intelligence du père et la beauté de la mère. Cela peut arriver, mais il peut aussi arriver qu'un de leurs enfants ait la beauté du père et l'intelligence de la mère, en plus de caractères hérités de grands-parents…

3.10.2.2 Evolution du programme génétique

Au fur et à mesure du développement de l'individu (ontogenèse) et des circonstances de sa vie, et au fur et à mesure qu'on passe d'une génération à sa descendance, certains mécanismes de création de protéines et de création cellulaire peuvent se modifier : une partie du programme génétique est capable de se modifier et de s'adapter par autoprogrammation.

Cette adaptation par autoprogrammation génétique a été mise en évidence par les recherches citées dans [B246], dont voici une citation :

> "Il ne faut que 15 générations pour que le génome de certaines mouches évolue dans un sens qui leur permettre d'apprendre plus vite. Au début de l'expérience, il faut beaucoup d'heures aux mouches pour apprendre la différence entre deux types d'aliments dont l'odeur est appétissante, mais dont l'un est nocif. Les mouches dont le génome s'est adapté à un apprentissage rapide n'ont besoin que de moins d'une heure."

Les mutations

Autre exemple d'adaptation génétique, voici des extraits de [B5] article *GENOME - Le génome mitochondrial* par Roger Durand, professeur de biochimie à l'université Blaise Pascal (Clermont-Ferrand). :

> "Vers les années 1946-1948, Boris Ephrussi observait qu'une culture de levure diploïde ou haploïde donne après repiquage, dans les quelques jours qui suivent, une colonie identique aux cellules mères sauf, dans quelques cas, 1 à 2 % de cellules plus petites. Les mutants « petite colonie » ne donnent que des petites colonies. La mutation est irréversible. Le traitement des cellules de la souche sauvage par l'acriflavine fait passer le taux de mutation de 1-2 % à 100 %. Ces mutants poussent lentement car ils ne peuvent respirer, leur métabolisme est uniquement fermentaire, ils ont perdu la capacité de synthétiser un certain nombre d'enzymes respiratoires."

> "Ephrussi devait arriver à la conclusion que la souche sauvage et les mutants « petites colonies » diffèrent par l'absence, dans le dernier cas, d'unités cytoplasmiques requises génétiquement pour la synthèse de certains enzymes respiratoires."

> "En 1968, on devait démontrer que la mutation « petite colonie » est due à une altération importante de l'ADN mitochondrial. Cette molécule contient 75 000 paires de bases… la mutation « petite colonie » correspondrait à une excision et amplification de fragments d'ADN terminés par des séquences CCGG, GGCC."

Ces modifications, appelées mutations, sont parfois dues à des accidents (solutions de faible probabilité de l'équation de Schrödinger décrivant la formation de la molécule). D'autres sont dues à des agressions de l'environnement, comme l'absorption de substances chimiques nocives ou l'action de rayonnements ionisants (rayons X ou ultraviolets, par exemple). Souvent, les mutations sont inopérantes et leurs conséquences néfastes sont annulées par des mécanismes réparateurs de l'ADN comme les enzymes du « système S.O.S. » [B247]. D'autres mutations sont nécessaires à l'adaptation de l'individu à son environnement, comme celles qui produisent des anticorps de résistance à une infection.

Autres exemples de mutations :

- L'adaptation de nombreux insectes aux pesticides, la résistance croissante de nombreuses bactéries aux antibiotiques et les mutations de virus.
- Les habitants des pays asiatiques qui ont depuis des siècles une alimentation plus riche en amidon que celle des Européens, ont dans leur génome des copies

supplémentaires d'un gène facilitant la digestion de l'amidon, alors que les Européens n'ont pas ces copies : le génome s'adapte à des habitudes de vie et ces adaptations se transmettent entre générations.

3.10.2.3 Evolution d'une population

Une population *évolue* quand des individus porteurs de certains caractères (exemple : la taille) ont une descendance plus nombreuse que les autres individus ; ces caractères deviennent alors plus fréquents dans les générations suivantes.

Lorsque les caractères génétiques d'une population se modifient avec le temps, on dit que cette population subit une *évolution biologique*. Lorsqu'une telle évolution correspond à une amélioration des capacités de survie ou de reproduction, on parle *d'adaptation* de cette population à son environnement. La sélection naturelle (étudiée par Darwin [B96]) favorise la survie et la multiplication des populations les mieux adaptées et défavorise les autres.

Lorsque l'évolution d'une espèce vivante *A* produit des individus suffisamment différents de ceux de cette espèce, mais suffisamment semblables entre eux pour constituer une espèce *B*, on dit qu'il y a *spéciation*. Ce phénomène s'explique par l'existence d'*attracteurs multiples*. Les individus de l'espèce *B* ont de nombreux points communs avec leurs ancêtres de l'espèce *A*. La biodiversité résulte de nombreuses spéciations successives.

Remarque : il est faux d'affirmer que « l'homme descend du singe » : la vérité est qu'ils ont un ancêtre commun.

3.10.2.4 Preuves de la théorie darwinienne de l'évolution

La théorie darwinienne de l'évolution est prouvée par :

- La paléontologie, qui montre qu'il a existé des espèces intermédiaires entre celles d'aujourd'hui et d'autres, plus anciennes ;
- Les caractéristiques physiologiques et génétiques communes à des espèces ayant un ancêtre commun ;
- L'observation de modifications génétiques dans une même population, notamment lors d'un croisement d'espèces provoqué par l'homme ;
- La séparation et la dérive des continents, qui explique :
  - L'existence d'une même espèce ou d'espèces ayant un ancêtre commun dans des masses continentales distinctes qui se sont séparées il y a environ 200 millions d'années ;
  - La présence en certains endroits seulement d'espèces ayant évolué après cette séparation.

Une des rares erreurs de Darwin a été de croire que les mutations produisant des spéciations étaient progressives : nous savons aujourd'hui qu'elles produisent des sauts assez importants. Mais cette erreur ne met en cause ni les fondements de la théorie de l'évolution que sont les mutations génétiques, ni la sélection naturelle.

3.10.2.5 Evolution due à une modification de l'expression de gènes

L'article [B100] décrit les résultats de recherches récentes qui montrent que l'évolution darwinienne par mutations génétiques, qui agit à long terme (sur des milliers d'années), *est accompagnée d'une évolution due à une mutation de l'expression de gènes*, c'est-à-dire de la manière dont la machinerie cellulaire interprète le programme des gènes pour fabriquer des protéines. Cette mutation de l'expression provient parfois d'un processus très simple affectant un seul gène, et produisant un résultat dès la génération suivante, voire au bout de quelques mois ; parfois la mutation concerne un ensemble de gènes ; parfois même elle agit immédiatement [B248].

> Le compte-rendu de recherches [B250] confirme qu'il suffit parfois qu'un simple radical méthyle (CH_3 : 4 atomes seulement) se lie à un gène pour inhiber l'expression de celui-ci, produisant alors des effets considérables sur l'organisme. Il existe ainsi plusieurs types de « commutateurs chimiques » qui déclenchent ou inhibent l'expression d'un gène, avec des effets importants sur la plupart des affections non infectieuses (cancer, obésité, désordres neurologiques, etc.) Ces déclenchements ou inhibitions peuvent avoir un effet pendant toute la vie de l'organisme ou seulement pendant un temps. Ce sont des effets « tout-ou-rien », parfaitement déterministes et analogues aux effets de commutateurs logiciels sur des programmes informatiques.

Le développement d'un organisme par ontogenèse est déterminé par une hiérarchie de gènes, dont chaque niveau commande le niveau inférieur. Cette hiérarchie fonctionne en favorisant l'évolution de certaines formes d'organes et en interdisant certaines autres. Une hiérarchie de gènes donnée est le plus souvent héréditaire, conduisant à ce qu'à partir de la génération suivante tous les descendants aient la même hiérarchie, commandant la même expression de ses gènes.

> Exemple 1 : les gènes de la famille PAX6 déterminent le développement des yeux dans des êtres aussi différents que l'homme et la mouche.
>
> Exemple 2 : aux îles Galápagos, tous les fringillidés (oiseaux de la famille des pinsons, bouvreuils et chardonnerets) descendent d'un même ancêtre venu du continent. Mais ils sont très différents des fringillidés continentaux, par la forme et la taille de leur bec (adapté aux nourritures disponibles dans ces îles), ainsi que par la taille générale de certains oiseaux, nettement plus importante et procurant plus de robustesse, et par d'autres caractéristiques témoignant d'une adaptation. Extrait traduit :
>
> > "En 30 ans, la mesure annuelle des fringillidés a montré que les tailles du bec et du corps ont toutes deux évolué de manière significative. Mais elles n'ont pas varié d'une manière continue et progressive ; la sélection naturelle a tâtonné, changeant souvent de sens d'évolution d'une année sur l'autre."
>
> Les chercheurs ont découvert que toutes ces évolutions s'expliquaient par une expression plus importante du gène BMP4, qui produit une quantité de protéine (appelée aussi BMP4) proportionnelle à l'expression du gène. En augmentant artificiellement la production de cette protéine dans des embryons de poulets, ils obtinrent des poulets plus grands avec des becs nettement plus forts, ce qui confirmait que c'est bien le BMP4 qui est à l'origine de ces évolutions rapides.

La découverte de l'importance de l'expression des gènes dans l'évolution, et le fait qu'une modification d'expression (parfois d'un seul gène) peut déterminer une évolution à très court terme, constituent *un développement récent fondamental de la théorie de l'évolution*, qui ne considérait jusqu'à présent que la mutation du génome, avec ses effets à long terme.

Nous savons aujourd'hui que *de nouvelles espèces d'êtres vivants peuvent apparaître à la suite d'une évolution de l'expression de gènes existants, non mutés*.

> Des scientifiques ont découvert que les gènes nécessaires à l'apparition des pattes et des doigts, indispensables pour qu'un animal aquatique puisse sortir de l'eau et se déplacer sur la terre ferme, existaient depuis longtemps dans de très anciens poissons (les *Tiktaalik*) lorsqu'une évolution dans leur expression a permis la croissance de ces nouveaux types d'organes et la sortie de l'eau des nouveaux animaux, les tétrapodes.



Tiktaalik, poisson à pattes © Microsoft Bing Creative Commons

Nous savons aussi qu'une habitude de vie, un changement important de mode de vie ou un entraînement intensif conduisent à une adaptation de l'organisme par modification de l'expression de gènes chez l'individu concerné. Cette modification a des conséquences comme :

- L'adaptation de certains neurones, qui peuvent par exemple se multiplier et multiplier leurs synapses pour adapter l'organisme à une pratique fréquente (pianiste qui s'exerce 8 heures par jour, athlète qui s'entraîne fréquemment, etc.)
- L'adaptation d'organes (muscles, os, etc.).

3.10.2.6 Conclusion sur le déterminisme génétique

Le déterminisme existe bien dans le domaine du vivant sous la conduite du programme génétique. Certains mécanismes déterministes assurent la vie des cellules, d'autres la réplication héréditaire, d'autres la résistance aux agressions de

l'environnement, d'autres encore l'adaptation à des conditions de vie qui changent. Le programme génétique est auto-adaptatif dans certaines limites, cette auto-adaptation étant une caractéristique du déterminisme dans le cas des êtres vivants. Nous approfondirons ce sujet, qui impacte fortement la définition du déterminisme étendu dans *Niveaux d'information biologique et déterminisme génétique*.

Mais d'ores et déjà nous pouvons affirmer que les êtres vivants sont soumis à un *déterminisme génétique*, qui est adaptatif et agit à long terme par mutation du génome dans l'hérédité, ou à court terme par modification de l'expression de gènes dans l'adaptation aux conditions de vie [B106].

Voir aussi les universaux, à l'origine d'une part importante du déterminisme humain dans le paragraphe *Les universaux, part importante de l'inné humain*.

3.10.3 Renouvellement biologique et persistance de la personnalité

Pendant la vie d'un homme la plupart des cellules de son corps se renouvellent plusieurs fois. On appelle *renouvellement biologique* le phénomène continu du vivant d'apparition, de disparition ou de modification de cellules. Selon les cellules, chez l'homme, le renouvellement peut avoir lieu, par exemple, au bout de quelques jours ou de quelques mois. Le renouvellement biologique est accompagné d'échanges de matière et d'énergie du corps avec son environnement.

> Le renouvellement d'une cellule donnée peut concerner une fraction de son cytoplasme. Il peut aussi concerner la cellule entière, en remplaçant une cellule éliminée par une autre, résultant d'une mitose (division d'une cellule-mère en deux cellules).
>
> Incapables de mitose, certaines cellules ne se renouvellent pas. C'est le cas, par exemple, des cellules cardiaques et des cellules nerveuses [B111]. L'absence de mitose - qui n'empêche pas la génération ou le renouvellement cellulaire (par exemple, pour les neurones, par renouvellement du neuroplasme) - a un avantage : les cellules correspondantes ne peuvent être cancéreuses.
>
> Le renouvellement d'une molécule complexe peut remplacer toute la molécule ou seulement un de ses constituants. Mais - et c'est là une des propriétés fondamentales de la physique - une molécule de formule et structure données (par exemple la molécule d'eau H_2O) *est exactement la même,* qu'elle soit dans un corps humain ou dans l'eau d'un lac, qu'elle ait été produite par un mécanisme biologique ou une réaction de chimie minérale. Et les constituants de la matière que sont les atomes et leurs protons, neutrons et électrons sont *exactement les mêmes* dans un être vivant terrestre ou dans la matière interstellaire ; un atome de fer ^{56}Fe est parfaitement identique dans un poisson et dans une portière de voiture. On pourrait donc changer atome par atome tous les atomes d'un être humain vivant (si on savait le faire) sans aucune modification visible de son corps ou de sa personnalité - à condition de respecter les niveaux d'énergie des atomes et les structures moléculaires.
>
> Les caractéristiques statiques et de comportement d'un être vivant ne sont donc pas dues à des propriétés de ses atomes, mais à *la structure* de ses molécules (ordre de ses atomes et de leurs liaisons moléculaires), qui constitue l'ensemble "logiciel + données" responsable de toutes ses caractéristiques. Nous

reviendrons plus bas sur la modélisation des êtres vivants par un ordinateur et son logiciel.

Malgré le renouvellement biologique et les réparations du génome (évoquées plus bas et dans [B112]), malgré les divers mécanismes d'adaptation de l'organisme à son environnement et son mode de vie, beaucoup de caractéristiques externes d'un organisme sont persistantes.

Exemples : la couleur des yeux ne change que rarement après les premières années, la personnalité de l'individu est assez stable, et le renouvellement biologique ne lui fait pas perdre la mémoire.

Cette persistance illustre l'importance du code génétique, ce "logiciel" de l'homme si stable qu'il transmet les caractéristiques d'un individu par hérédité. Comme un ordinateur dont le fonctionnement perceptible de l'extérieur dépend de son logiciel et pas de son matériel (à part la performance), la personnalité de l'homme dépend (en plus de son acquis) de son logiciel génétique et pas des cellules de son corps. C'est pourquoi l'application de la doctrine matérialiste à l'homme ne peut se contenter d'expliquer son comportement dans un contexte donné à partir de ses seules cellules (correspondant au matériel d'un ordinateur), elle doit prendre aussi en compte son logiciel génétique et les conséquences psychiques de ce qu'il a appris.
Voir le chapitre *Conscience et conscience de soi*.

En matière de personnalité humaine le déterminisme est à la fois génétique (l'inné), et adaptatif (l'acquis) : voir [B106].

3.10.4 Niveaux d'information biologique et déterminisme génétique

On explique de nos jours certains mécanismes vitaux, par exemple chez l'homme, par un modèle qui s'est avéré très fécond : les traitements d'information qui leur sont associés.

Au niveau le plus élevé et en première approximation, notre esprit fonctionne comme un programme dans un ordinateur qui est notre cerveau. Penser, c'est traiter de l'information. *Tout processus mental conscient peut être décrit sous forme du traitement d'information dont il est indissociable,* qu'il s'agisse de lire un livre, de réfléchir avant d'acheter un produit, de faire des mathématiques, d'écouter de la musique, etc. C'est là une description de première approximation, assez déterministe, que nous compléterons dans *Mécanismes psychiques non algorithmiques ou imprévisibles* par des fonctionnements non déterministes ou non prévisibles.

Remarque : le fonctionnement du programme-esprit dans le cerveau a une certaine robustesse : dans une certaine limite, des neurones peuvent mourir ou perdre des connexions sans que le programme et ses résultats en soient affectés.

3.10.4.1 Information du logiciel génétique

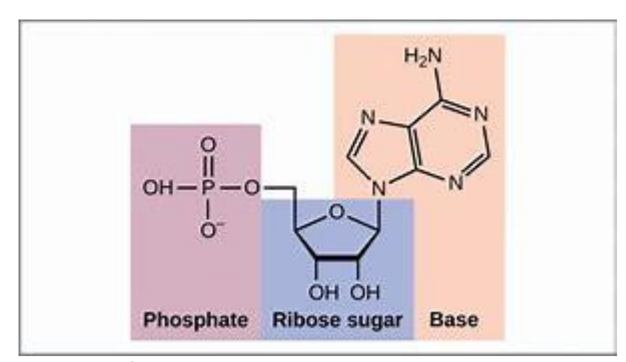
Au niveau ADN, le traitement de l'information met en jeu des structures moléculaires *complémentaires* : une molécule donnée ne peut interagir qu'avec une molécule dont la structure lui est complémentaire, c'est-à-dire qui peut former des liaisons chimiques avec elle. La structure d'une molécule définit donc les autres molécules

avec lesquelles elle peut interagir : *la structure définit la fonction, qui définit le programme* que la molécule peut exécuter. Une hiérarchie de structures et de fonctions apparaît ainsi, de haut en bas :

- Toute cellule contient un noyau (diamètre de l'ordre de 6µm, soit 6 **.**10^{-6} m) dans lequel on trouve des chromosomes (23 paires chez l'homme), dont la structure porte l'information contrôlant les fonctions biologiques. Un chromosome humain mesure environ 8µm de long pour un diamètre de 0.5µm.
- Un chromosome contient environ la moitié de son poids d'ADN (*acide désoxyribonucléique*). La molécule d'ADN, géante, a une forme de double hélice comprenant environ 3 milliards de paires de bases chez l'homme. Chacune des hélices est copie exacte de l'autre, redondance qui permet de réparer d'éventuelles "erreurs" lors de la reproduction de cellules.
- La molécule géante d'ADN contient des séquences de bases (segments) appelés gènes, molécules plus petites dont la structure (l'ordre d'apparition des bases dans un parcours de la séquence) représente l'information nécessaire à :
  - toutes les structures du corps, par exemple celles du cerveau ou de l'œil ;
  - toutes les fonctions biologiques, comme les instructions d'un programme et leur ordre définissent la logique de ce programme.

  Le langage dans lequel est codée l'information génétique est extrêmement simple : son vocabulaire n'a que 4 « mots » de base, avec lesquels on écrit les « instructions » des séquences des gènes. Ces mots sont 4 bases azotées appelées adénine ($C_5N_5H_5$), cytosine ($C_4N_3H_5O$), guanine ($C_5N_5H_5O$) et thymine ($C_5N_2H_6O_2$), représentées par les lettres *A, C, G, T*.

  Chaque brin de la double hélice de l'ADN est une chaîne d'unités élémentaires appelées nucléotides. Un nucléotide est constitué d'un sucre, d'un groupe phosphate et d'une des bases azotées *A, C, G* ou *T*.



Nucléotide (Licence CC Microsoft Bing)

  Les deux brins de l'ADN sont reliés par des liaisons hydrogène entre une base de l'un des brins et une base complémentaire de l'autre. Une base *A* est toujours associée à une base *T*, et une base *C* est toujours associée à une base *G*. Une séquence de code génétique peut, par exemple, contenir la chaîne de mots *ATTCGCA*, et une chaîne peut être extrêmement longue, suffisamment pour décrire une logique aussi complexe que l'on voudra.

- Les gènes font construire des protéines par l'ARN (*acide ribonucléique*) selon les programmes codés dans leur structure ; on peut les considérer comme de

minuscules ordinateurs qui pilotent la formation de protéines par la machinerie cellulaire.

- Les protéines sont les constituants des muscles, des poumons, du cœur, des os, etc. Tous les mécanismes de notre corps mettent en jeu des protéines.

La modélisation des mécanismes vitaux non psychiques par des traitements d'information effectués par des programmes est si satisfaisante que ces mécanismes apparaissent aussi déterministes qu'un logiciel informatique.

La complexité des processus vitaux et celle d'un logiciel peuvent être considérables sans impacter leur parfait déterminisme, qui n'en dépend pas.

Dans le fonctionnement cellulaire, la biologie moléculaire nous apprend que l'information génétique est transmise dans un sens unique, des séquences ADN vers les protéines, et que ce processus est parfaitement déterministe dans sa manière d'enchaîner les événements à partir de leurs causes.

Les séquences de code génétique ne doivent pas être interprétées comme des suites de phrases ne contenant que des instructions. En effet, en informatique il n'y a pas de distinction nette entre *instructions* (exécuter telle opération) et *données* (nombres, chaînes de caractères, images, etc.), les instructions manipulant des données. Un ordinateur peut travailler en interprétant des données dans un programme ad hoc appelé « interpréteur » ; alors, si les données interprétées changent, la logique du programme qu'elles constituent change et le résultat final aussi.

Exemple d'interpréteur : logiciel de calcul scientifique MAPLE [B113].

Il existe aussi des logiciels *générateurs de programmes*, qui interprètent des données qu'un homme leur fournit pour écrire à sa place un programme dans un langage de haut niveau. Ce langage sera ensuite *traduit* par un compilateur en langage exécutable par le processeur de l'ordinateur, ou *interprété* par un programme interpréteur spécifique. L'intérêt de cette approche est de simplifier au maximum ce que l'homme doit exprimer pour obtenir un programme adapté à des besoins particuliers, en adaptant cette expression à l'application (analyse statistique de données, par exemple).

Il en va de même pour l'ADN, *que l'on peut considérer aussi comme des données interprétées par la machinerie cellulaire*. C'est pourquoi, par exemple, on peut prélever un gène (donc son code) dans une espèce vivante et l'introduire dans l'ADN d'une autre espèce pour améliorer sa résistance à une maladie, ce qui produit un organisme génétiquement modifié (OGM). En fait, l'ADN et la machinerie cellulaire forment un ensemble matériel + logiciel capable d'adaptation et d'auto-organisation - tant fonctionnelle que structurale - parce qu'il fonctionne tantôt comme un interpréteur, tantôt comme un générateur de programme.

Voir aussi *Evolution due à une modification de l'expression de gènes*.

Conclusion
Il y a donc chez les êtres vivants un *déterminisme génétique* qui contrôle toutes les fonctions vitales. Le code génétique, reçu à la naissance et interprété pour générer les protéines des fonctions vitales, contient aussi l'information de structuration du

cerveau, dont la conscience interprétera l'état de ses neurones dans toutes les fonctions psychiques. Le code génétique contient donc toute l'information du caractère humain : c'est un programme écrit avec les 4 lettres *A, C, G* et *T* ; tout l'héritage humain transmis entre générations peut donc être écrit sous forme de programme, sa complexité tenant dans 3 milliards de paires de bases.

Le reste du caractère humain, notamment son besoin de vie sociale et les aptitudes correspondantes, provient de ce que chaque homme apprend depuis la naissance, et qui est transmis entre générations par la culture et engendre un *déterminisme culturel*.

3.10.4.2 Etres vivants artificiels définis à partir de leur seul code génétique

L'article [B114] illustre la séparation entre le logiciel génétique qui régit le comportement d'une cellule et la cellule elle-même. Des scientifiques ont remplacé le génome d'une cellule de bactérie de l'espèce *A* par celui d'une autre espèce de bactérie, *B*, en transplantant la totalité de l'ADN d'une bactérie *B* dans un noyau de cellule de bactérie *A*. La bactérie *A* s'est alors mise à se comporter exactement comme les bactéries *B*. Cette expérience ouvre la voie à la propagation de génomes totalement ou partiellement synthétiques, c'est-à-dire à de nouveaux types d'êtres vivants définis à partir de leur seul code génétique.

Les comptes-rendus de recherches [B115] annoncent la création du premier génome artificiel complet de bactérie, comprenant 582 970 paires de bases. Cette équipe a ensuite réussi à créer *une cellule de bactérie vivante entièrement synthétique capable de se reproduire* ; cette cellule préexistante est dopée avec un génome synthétique.

Voir aussi la modélisation logicielle complète d'un petit organisme vivant [B116].

Conséquences philosophique et éthique

Ces créations artificielles d'êtres vivants simples, munis de toutes leurs fonctions vitales reproduction comprise, ne sont pas tout-à-fait des arguments contre la croyance en un Dieu seul à même de créer la Vie : à chaque création artificielle, on a introduit dans une cellule naturelle un génome synthétique. On n'a pas prouvé que l'homme peut créer scientifiquement des êtres vivants complets à partir de ses seules connaissances ; les chercheurs n'ont jamais accepté de le faire et le soulignent dans leurs comptes-rendus.

3.10.4.3 Objections idéalistes et leur réfutation

Les idéalistes refusent de croire que *la matière* biologique (cellules avec leur structure - quelle qu'elle soit - et leurs processus vitaux) peut à elle seule engendrer et supporter *la vie* sans intervention transcendante (divine ou autre, mais en tout cas échappant au déterminisme naturel). Ils pensent qu'il y a une *essence*, un *principe vital*, une sorte de *« cahier des charges »* immatériel, non déterministe et résultant d'une finalité qui préexiste à l'être vivant et en définit les caractéristiques.

La raison de leur refus est que le modèle matérialiste traditionnel, qui fait de la vie une conséquence de la matière, leur paraît incapable de rendre compte de la richesse, de la beauté et de la liberté qu'ils associent à l'essence de la vie.

Voir *De la vraie nature du matérialisme et de la séduction légitime qu'il exerce*.

Nous savons aujourd'hui que le modèle correct *comprend du logiciel en plus de la matière biologique dans laquelle ce logiciel exécute son code génétique*, et que c'est ce logiciel à base de code inscrit dans les gènes (c'est-à-dire cette information) qui détermine toutes les manifestations de la vie :

- Echanges avec l'extérieur de nourriture, de déchets, de chaleur, d'énergie mécanique et d'informations (perception et verbalisation) ;
- Réplication et réparation de code génétique endommagé ;
- Différenciation cellulaire permettant la création de cellules spécialisées à partir de cellules souches ;
- Adaptation aux évolutions et agressions de l'environnement, etc.

C'est ce logiciel - les données et la logique du code génétique - qui constitue précisément l'essence de l'homme [B106]. Une des raisons qui font que les matérialistes n'arrivent pas à convaincre les idéalistes est que, dans leur modèle du vivant, ils oublient de citer ce niveau logiciel entre le niveau de la matière biologique et celui des fonctions nobles comme l'esprit ; cet oubli leur interdit d'expliquer la richesse, la complexité et l'imprévisibilité du vivant. Nous savons aujourd'hui que les fonctions psychiques comme la conscience et la conscience de soi sont correctement décrites par des mécanismes de logiciel (voir *Conscience et conscience de soi*). De leur côté, les idéalistes, pour qui l'essence de l'homme est spirituelle – pas logicielle - n'acceptent pas de réduire l'homme à ses cellules, objets purement matériels, même pilotées par un programme génétique. Voir aussi :

- La modélisation logicielle complète d'un petit organisme vivant [B116] ;
- Le paragraphe *La conscience s'explique sans invoquer de transcendance* ;
- Le paragraphe *Les universaux*, *part importante de l'inné humain*.

3.10.5 Les universaux, part importante de l'inné humain

Définition

Dans ce texte on appelle « *universaux* » des concepts universels, applicables à tous les hommes, quelles que soient leur race, leur origine géographique et l'époque. Ils caractérisent la culture, la société, le langage, le comportement et la psychologie d'une manière semblable pour toutes les sociétés humaines connues dans l'histoire.

Les universaux *moraux* sont des concepts toujours associés à des affects provoquant automatiquement, instinctivement, un jugement de valeur dans tout esprit humain. Ils concernent notamment :

- Une distinction entre le bien et le mal ;
- L'interdiction de faire violence à autrui (assassinat, torture, viol…) ;
- La honte et les tabous ;
- L'aptitude à s'identifier à autrui ;
- Les droits et les devoirs ;
- La justice, l'équité, l'honnêteté ;

- Rendre le bien pour le bien et le mal pour le mal ;
- L'admiration de la générosité ;
- L'obligation de punir le tort fait à la société, etc.

Les universaux *culturels* ne représentent pas toute la culture ; ils ne représentent que la partie de chaque culture commune à toutes (en termes mathématiques on dirait « l'intersection des divers ensembles de valeurs, croyances et coutumes constituant les cultures particulières »).

<u>Exemples d'universaux</u>

- Dans [B109] pages 285 à 292 on trouve une liste de 202 universaux qui ont un rapport avec la morale et la religion. En voici quelques-uns :
  - *Affection exprimée et ressentie* (nécessaire pour renforcer l'altruisme et la coopération) ;
  - *Statut social des aînés* (élément vital de la hiérarchie sociale, de la dominance, du respect pour la sagesse des aînés) ;
  - *Anthropomorphisme* (base de l'animisme, des dieux anthropomorphiques des Grecs et Romains, attribution de traits moraux humains aux dieux) ;
  - *Anticipation* (vitale pour tenir compte des conséquences de la situation présente), etc.
- Liste de quelque 200 universaux parmi 373 identifiés par Donald E. Brown [266], dont voici un court extrait où les universaux sont classés par catégories :
  - time; cyclicity of time; memory; anticipation; habituation; choice making (choosing alternatives); intention; ambivalence; emotions; self-control; fears; fear of death; ability to overcome some fears; risk-taking;
  - daily routines; rituals;
  - adjustments to environment; binary cognitive distinctions; pain; likes and dislikes; food preferences; making comparisons;
  - sexual attraction; sexual attractiveness; sex differences in spatial cognition and behavior;
  - self distinguished from other;
  - mental maps; territoriality; conflict;
  - sweets preferred; tabooed foods;
  - childbirth customs; childcare; females do more direct childcare; preference for own children and close kin (nepotism)…

<u>Origine des universaux</u>

Les universaux résultent d'*une structure psychologique commune à tous les hommes*, que les divers parcours historiques et ajouts culturels n'ont pu que compléter sans en modifier les caractéristiques.

L'existence des universaux s'explique par *une base biologique et génétique commune à tous les hommes et une évolution identique*. A un instant donné de l'histoire de l'humanité, les universaux sont des caractéristiques d'*une nature humaine universelle*, et de la partie de cette nature qui n'a pas été modifiée depuis

des millénaires par une culture ou des faits historiques particuliers. Ils font donc partie de « l'inné » (par opposition au reste de la culture, qui fait partie de « l'acquis »). Historiquement, les universaux ont évolué au même rythme que l'espèce humaine, sous l'influence de la sélection naturelle puis socioculturelle, progressivement et sur une durée de l'ordre de dix à cent mille ans.

Les universaux constituent une part importante du déterminisme humain.

Sources : [B117]

Conséquence de l'existence des universaux : dignité et égalité des droits

Tous les êtres humains ont la même dignité et les mêmes droits, quels que soient leur pays d'origine ou de citoyenneté, leur couleur de peau, leur sexe, leur religion, etc. Ces droits sont inhérents au fait même d'être homme et sont inaliénables.

Cette égalité est inscrite dans la *Déclaration universelle des droits de l'homme des Nations unies* [B267] adoptée le 10 décembre 1948 et reconnue aujourd'hui par *tous* les 193 états membres des Nations unies.

3.10.6 Mécanismes psychiques non algorithmiques ou imprévisibles

3.10.6.1 Mécanisme psychique algorithmique

Un mécanisme psychique est qualifié d'*algorithmique* ou de *calculable* s'il peut être simulé par un ordinateur. C'est le cas, par exemple, du calcul mental arithmétique, et aussi du raisonnement déductif pur simulable par calcul des propositions ou des prédicats. Il existe dans le psychisme [B120] :

- Des nombres et des problèmes non calculables, au sens précis donné dans *Nombres réels et problèmes non calculables* ;
- Des mécanismes non algorithmiques, parfois inconscients, tels que :
  - Retrouver un souvenir dans sa mémoire ;
  - L'intuition ;
  - Les affects ;
  - La reconnaissance spontanée d'images, de sons, de symboles, de structures ou de procédures ;
  - Les associations d'idées effectuées consciemment ou non, permettant des raisonnements par analogie, des intuitions et l'apparition inexplicable de pensées, de certitudes ou d'affects ;
  - Les représentations de réalités telles que des images ou des procédures, et les représentations d'abstractions.

  Au plus bas niveau, ces mécanismes psychiques sont déterministes, car comprenant exclusivement des mécanismes neuronaux de biologie moléculaire sous-jacents déterministes. Mais *en pratique* ils peuvent être impossibles à décrire par un algorithme parce qu'on n'en connaît pas assez les processus d'interaction (notamment ceux qui sont subconscients), et parce que l'effort de rédaction de l'algorithme serait démesuré par rapport à son intérêt. Nous avons vu dans *Le déterminisme ne garantit pas la prédictibilité* que le caractère

structurellement déterministe d'un processus n'entraînait pas nécessairement la prédictibilité de son résultat.

Ainsi, à partir des mêmes souvenirs d'une personne, un rapprochement d'idées, une intuition ou une certitude peuvent naître de son état du moment : santé, sensation de faim ou soif, affect récent, etc. L'instant d'avant ou l'instant d'après, dans un contexte un peu différent, les pensées seraient autres.

Nous savons aussi que l'inconscient entretient constamment des pensées qui échappent à tout contrôle de la conscience et à toute origine rationnelle : voir *Calculabilité, déterminisme et prévisibilité*.

- Des définitions et processus mentaux déterministes mais non calculables.

On considère comme algorithmiques les fonctionnements suivants d'un ordinateur :

- *Les logiciels d'application* : gestion, calculs scientifiques ou techniques, gestion de processus industriels, automates et pilotes automatiques, télécommunications (routeurs, autocommutateurs…), etc. ;
- *Les logiciels système et outils de développement de programmes* : systèmes d'exploitation, compilateurs, générateurs d'application et interpréteurs, etc.
- *Le calcul parallèle*, qu'il porte en même temps sur plusieurs problèmes distincts ou sur plusieurs groupes distincts de données d'un même problème, comme dans les traitements d'images ou les calculs matriciels ;

  Un être humain ne peut pas, consciemment, réfléchir à plusieurs choses en même temps, mais son subconscient le peut et le fait.
- *L'intelligence artificielle*, application de reconnaissance de données, de calcul des prédicats [B120] et d'auto-apprentissage correspondant à une activité donnée dont l'homme fournit les axiomes et règles de déduction, ainsi que des applications spécifiques associées à certains prédicats (diagnostic médical…)
- *La logique floue et l'autoapprentissage limités à un problème précis,* avec un logiciel de réseau neuronal (reconnaissance d'images numérisées de visages, de billets de banque ou de plaques d'immatriculation…) ; Exemple : [B121]
- *La génération automatique de programmes sur-mesure,* à partir de jeux de données fournis et avec un logiciel générateur écrit à l'avance par un programmeur.

Complément : [D5]

3.10.6.2 Mécanisme psychique déterministe

Conformément à la définition du *déterminisme scientifique* traditionnel, on qualifie un mécanisme psychique de *déterministe chez une personne donnée* :

- Lorsqu'il résulte à coup sûr d'une cause connue sans laquelle il ne peut se déclencher chez cette personne ;
- Et si son déroulement à partir d'une même cause est reproductible (donc stable dans le temps).

Cette définition contraignante exclut la possibilité de conséquences multiples d'une cause donnée et la possibilité de résultats imprévisibles. En voici une critique.

Comparaison et critique

Tout mécanisme psychique *algorithmique* est déterministe, mais réciproquement, tout mécanisme psychique déterministe n'a pas nécessairement des résultats prédictibles.

La définition ci-dessus d'un mécanisme psychique déterministe est en général trop rigoureuse pour s'appliquer à une personne, notamment parce qu'elle exclut les mécanismes subconscients. Une personne utilisera plus souvent soit des mécanismes psychiques algorithmiques mis en œuvre dans des cas simples comme le calcul de 2 + 2, soit des raisonnements à résultat imprédictible. C'est pourquoi nous allons étudier des aspects du déterminisme psychique à travers quelques caractéristiques de la conscience.

3.11 Critique du déterminisme

Qu'est-ce qui justifie le postulat de déterminisme étendu et la causalité qui en constitue la base ? Comment être certain qu'il n'y a pas de phénomène qui se produit, s'est produit ou se produira dans notre Univers en violation de l'uniformité de l'Univers constatée jusqu'ici et de toute loi scientifique connue ?

Cette certitude n'est possible que pour un être qui saurait tout et aurait réponse à tout. Pour en voir la totalité d'une manière tantôt détaillée tantôt synthétique, cet être serait extérieur à l'Univers (qui regroupe tout ce qui existe, a existé ou existera), ce qui n'a pas de sens rationnel pour les matérialistes. Les idéalistes, eux, croient en plus en une « rationalité du cœur, ou de l'intuition » qui explique la création et l'évolution de l'Univers en recourant à Dieu. Mais un tel être omniscient est croyance ou pure spéculation : nous ne le voyons pas, nous n'avons aucune preuve de sa présence.

3.11.1 Conditions de prise en défaut du déterminisme

Le déterminisme, scientifique ou statistique, ne peut être pris en défaut par un phénomène naturel que si l'une au moins de ses hypothèses n'est pas vérifiée. Il s'agit ici des seules hypothèses du déterminisme *scientifique* traditionnel (condition nécessaire et suffisante et règle de stabilité) et du déterminisme statistique, car :

- L'hypothèse fondamentale du déterminisme *philosophique* (chaîne de causalité unique commençant infiniment loin dans le passé et se poursuivant infiniment loin dans l'avenir) est critiquable ; et nous l'avons critiquée en montrant qu'elle contredit des lois d'évolution constatées et qu'elle ne permet pas la prévision des conséquences dans certains cas qui nous intéressent ; *c'est donc une hypothèse trop simpliste que nous abandonnons*.
- Les extensions décrites dans le déterminisme statistique ne constituent que des précisions sur l'évolution et le résultat dans des cas particuliers, elles ne remettent en cause ni la condition nécessaire et suffisante, ni la stabilité ; ces extensions sont indispensables pour l'adéquation du déterminisme étendu aux lois stochastiques de la nature.

Viol du principe de causalité
Le viol de la condition nécessaire et suffisante, c'est-à-dire du principe de causalité, n'est possible que pour des phénomènes :

- Qui apparaissent sans cause, condition nécessaire violée comme dans le cas des *fluctuations quantiques* ou celui des *apparitions*, sujets évoqués précédemment ;

  Cas particulier du déterminisme humain : les processus mentaux de l'inconscient se déclenchent et se déroulent hors du contrôle de la conscience. Leur déclenchement, leur déroulement et leurs effets ou conclusions sont, de ce fait, imprévisibles, bien que le fonctionnement physique des neurones qui les interprètent soit déterministe. Parfois, leur conclusion franchit la barrière de la conscience, qui voit apparaître des « pensées » qui « viennent à l'esprit » sans cause identifiée.

- Qui n'apparaissent pas, alors que la condition de cette apparition existe et suffit dans d'autres cas (condition suffisante violée). Ce cas constitue aussi un viol de la règle de stabilité. Une de nos lois physiques est alors fausse ou absente.

- Dont l'évolution suit tantôt une certaine règle, tantôt une autre règle, sans que l'on puisse savoir, dans une situation de départ donnée, quelle règle sera choisie - autre viol de la règle de stabilité, ou de celle d'homogénéité, ou de celle d'isotropie de l'Univers. C'est alors une loi d'interruption qui est fausse ou absente.

Nous devons tenir compte, ici, du caractère insuffisant de nos connaissances scientifiques : bien que celles-ci progressent, il y a toujours des cas où elles sont insuffisantes ou erronées. Cette ignorance peut expliquer l'absence de cause identifiée, ou la non-apparition d'un phénomène dans des conditions où nous pensions qu'il devait apparaître ; elle peut aussi expliquer l'instabilité d'une règle d'évolution.

Si nous excluons cette ignorance humaine, le viol de la condition nécessaire et suffisante ou de la règle de stabilité implique l'existence de paradoxes dans les lois de la nature. Ces paradoxes peuvent résulter :

- Soit de la possibilité que l'Univers ait *des lois incomplètes*, c'est-à-dire qu'un phénomène au moins puisse se produire sans cause ou sans cause stable, ou tout à coup cesser de se produire ; *à part l'indétermination due au principe d'incertitude, rien de tel n'a jamais été constaté*.

  Si on le constatait, ce serait soit un viol du principe de causalité sur lequel repose toute notre pensée scientifique, soit la conséquence d'une intervention surnaturelle. Dans les deux cas, nous ne pouvons plus raisonner tant que nous n'avons pas acquis les connaissances nécessaires ; nous pouvons seulement faire des conjectures et raisonnements métaphysiques, ou imaginer quelque chose…

- Soit de la possibilité que l'Univers ait *des lois non uniformes*, dont l'énoncé varierait avec le lieu, la direction ou l'instant. Cela non plus n'a jamais été constaté, alors que l'uniformité et l'isotropie l'ont toujours été.

Si la non-uniformité était avérée, tant que nous ne pourrons pas décrire *par des lois* la variation des autres lois avec la position, la direction, le temps ou d'autres paramètres, nous ne pourrons pas raisonner.

Nous avons vu en définissant le déterminisme étendu qu'il y a d'excellentes raisons de postuler la complétude et l'uniformité de la nature et aucune raison de mettre en doute son déterminisme dans des phénomènes conformes à sa condition nécessaire et suffisante et à la règle de stabilité.

3.11.2 Conclusion : il faut postuler le déterminisme

Le déterminisme, et la causalité qui en constitue la base, doivent donc être posés *a priori* ; ce sont des postulats nécessaires à la compréhension du réel et à la prévision de ses évolutions par une démarche scientifique, dans la limite des connaissances disponibles. Ce ne sont pas des certitudes résultant d'un raisonnement métaphysique ou d'un examen exhaustif des phénomènes de l'Univers, mais seulement de l'absence d'observations de phénomènes non déterministes au sens étendu.

Niant la réalité du libre arbitre de l'homme (sujet abordé plus bas) et la possibilité d'interventions surnaturelles, ces postulats sont qualifiés de *matérialistes* ou de *réalistes*. Les postulats du déterminisme étendu et de la causalité peuvent être considérés comme des certitudes rationnelles en vertu du *rationalisme critique*, car ils sont falsifiables et n'ont jamais été démentis.

Si, contrairement aux postulats matérialistes, on considère que le déterminisme étendu ne régit pas tous les cas, le libre arbitre de l'homme est possible en dehors du déterminisme, ainsi que toutes sortes de phénomènes surnaturels. On doit alors aussi admettre que nos lois scientifiques ne s'appliquent pas dans certains cas, qui échappent à notre raison. Douter du déterminisme revient donc à douter de notre raison, dont le domaine de validité théorique a été bien délimité par Kant dans la *Critique de la raison pure* [B12] et par Husserl [B141], et dont la validité pratique (confirmée par l'uniformité de l'Univers et l'absence d'infirmations de notre science) n'a jamais été contredite. Nous ne poursuivrons pas dans cette voie.

3.11.3 La causalité elle-même peut-elle être remise en question ?

Considérons le postulat de causalité à la base du déterminisme. Une chaîne ou une arborescence de causalité est une représentation des états successifs d'un système et de ses évolutions dans le temps ; mais qu'est-ce qui prouve son existence chaque fois que cela nous arrange de relier causalement des événements entre eux ? Cette section approfondit le postulat de causalité et présente des objections.

3.11.3.1 Objections à la causalité contestant la méthode scientifique

Ces objections contestent la possibilité de trouver les causes physiques réelles de ce qui est observé - donc les lois déterministes avec leurs effets - parce que :

- L'observation humaine est entachée de filtrages, d'erreurs et d'approximations (c'est l'image de la réalité projetée sur le mur de la caverne de Platon). Elle peut être perturbée par des facteurs parasites, comme le croient les holistes : voir *Objection holistique à la falsifiabilité*.

  D'après Karl Popper, cité par [B80] pages 35-36, l'énoncé d'une observation (ce qu'on y a constaté) n'est pas utilisable parce qu'il est certain, mais parce qu'il a

été accepté conventionnellement par la communauté scientifique. Aucun énoncé n'est certain, aucune observation ne donne une certitude ; tout énoncé est critiquable.

Exemple : un savant publie un résultat de recherche sous forme d'un énoncé *E* ; tant que d'autres savants n'auront pas accepté cet énoncé, par exemple après avoir reproduit les expériences ou parce qu'il est cohérent avec leurs propres résultats, l'énoncé *E* n'est pas digne de confiance, il n'est qu'une publication, une proposition ou une conjecture. Et même après acceptation il reste critiquable, il peut être contesté si l'on constate des contradictions ou imprécisions.

- Lorsqu'un énoncé scientifique n'est pas une déduction entièrement logique (calculable) de lois déjà acceptées, mais qu'il résulte au moins en partie d'observations, il est nécessairement entaché de simplifications et/ou de généralisations par induction. En toute rigueur, celles-ci le rendent probable mais pas certain : c'est la théorie de Hume, exposée dans [B127] sections 4 et 5.

  Toute théorie est une simplification du réel, son caractère schématique résultant du besoin humain de comprendre et de modéliser, mais cette simplification la rend critiquable et perfectible.

Difficulté de trouver la vérité

La recherche de la vérité à partir d'observations et sa description par un énoncé sont donc vouées à des imprécisions, simplifications, schématisations, etc. :

- Une observation n'est jamais parfaite, débarrassée d'hypothèses, d'événements parasites, de limitations et d'imprécisions expérimentales. En physique quantique une mesure ne donne pas un résultat objectif, elle n'est valable que dans le contexte de son expérience, qu'elle a nécessairement perturbée.
- Un énoncé autre que de logique formelle a les défauts du langage humain : imprécision, ambiguïté, erreurs dues à des préjugés ou des émotions, etc. ;
- La réalité elle-même est souvent :
  - *multiple* (exemples : matière ET énergie, superposition d'états, etc.) ;
  - ou *imprécise* (position floue, longueur d'onde de Compton, etc.) ;
  - ou *indéterminée* (principe d'incertitude de Heisenberg) ;
  - ou *contraire à notre intuitio*n (à la fois onde ET particule ; incertitude relativiste sur celui des événements *A* et *B* qui a précédé l'autre ; non-séparabilité, etc.) ;
  - ou *extrêmement complexe* (processus psychiques, etc.)

  Notre langage et nos mécanismes naturels de raisonnement eux-mêmes sont mal adaptés à la recherche efficace de la vérité, par manque de précision, de rigueur et d'indépendance par rapport aux émotions.

Quelle méthode de raisonnement ?

En somme, ces objections affirment que la manière même dont nous raisonnons, en utilisant des représentations mentales des objets, phénomènes sensibles et évolutions, est au mieux sujette à caution et au pire fausse. Nos représentations mentales peuvent être réductrices ou abusivement généralisatrices, par induction ou

du fait des préjugés de l'observateur qui filtre ce qu'il constate ; et en plus elles sont approximatives.

Comment alors leur faire confiance si même les penseurs les plus rigoureux tiennent parfois pour vrais des faits ou des lois non avérés ? Notre manière de raisonner n'est justifiée à coup sûr que lorsqu'elle déroule des algorithmes, qui ne sont valables que lorsqu'ils portent sur les abstractions de nos représentations, pas sur la réalité elle-même.

Enfin, un phénomène d'évolution dépend de la nature intime d'une cause, alors que nous ne disposons que des résultats d'une expérience, qui ne peut jamais prendre en compte tous les aspects de cette nature intime. Pour toutes ces raisons, la meilleure approche pour trouver la vérité scientifique consiste à faire coopérer plusieurs spécialistes.

De son côté, Nietzsche constate que chaque connaissance nouvelle fait découvrir des choses auxquelles nous ne pensions pas. Ignorant, lui aussi, la possibilité qu'une science converge [B128] et se laissant aller au pessimisme, il préfère renoncer à l'idéal des Lumières [B75] de finir par tout expliquer scientifiquement ; il recommande de s'abandonner au destin et même d'en aimer les manifestations ("*amor fati*" [B129]). Pour le nihiliste qu'il est, puisque le monde est et demeurera éternellement dénué de sens, la recherche de causalités est dénuée d'intérêt ; il la remplace par une décision de considérer a priori le monde comme acceptable et d'en aimer ce qu'on peut pour en profiter au maximum (*Le Gai savoir* [B129]).

Autre objection importante pour des philosophes : *la science ne s'occupe pas de l'essence des objets et des phénomènes, de leur ontologie* [Voir Vocabulaire pour essence et ontologie] *; elle ne s'occupe que de leur comportement, tantôt compréhensible et prévisible tantôt incompréhensible et imprévisible*. C'est pourquoi l'un des objectifs de la philosophie des sciences est de penser au-delà de la science, quitte à prendre le risque de se tromper.

La science ne s'occupe pas, non plus, du sens psychologique de ce qu'elle découvre, de son caractère éventuellement dangereux pour l'homme : par curiosité, par goût de savoir, on a pris le risque d'étudier des bactéries extrêmement dangereuses, adaptées à une guerre bactériologique…

De manière pragmatique, si l'on admet les progrès de l'humanité en matière de connaissances, de santé, etc., on doit aussi admettre que malgré ces objections notre méthode scientifique nous a apporté des progrès ; son emploi est donc justifié par la pratique, ainsi que par l'absence d'objection logique et d'une méthode meilleure d'acquisition des connaissances.

3.11.3.2 Causalité et théorie de la Relativité

Deux événements ne peuvent être reliés par une relation de causalité lorsque aucune interaction physique n'a eu le temps de se propager de l'un à l'autre ; ils sont alors nécessairement indépendants (voir en annexe *Indépendance entre deux événements et relation de causalité*). Toute interaction physique entre deux événements "1" et "2" situés respectivement aux points $A(x_1, y_1, z_1)$ et $B(x_2, y_2, z_2)$, aux instants respectifs t_1 et t_2, se propage au plus vite à la vitesse de la lumière dans le vide, c : *la causalité a une vitesse de propagation finie*.

Considérons alors la quantité Δ telle que

$$\Delta = c^2(t_2\text{-}t_1)^2 - (x_2\text{-}x_1)^2 - (y_2\text{-}y_1)^2 - (z_2\text{-}z_1)^2$$ où c est la vitesse de la lumière.

Δ est donc la différence entre le carré de la distance D_L parcourue par la lumière entre les instants t_1 et t_2, et le carré de la distance D_{AB} entre les points A et B. La racine carrée $\sqrt{|\Delta|}$ de la valeur absolue de Δ est appelée « *intervalle d'espace-temps entre les deux événements 1 et 2 ».*

Indépendance de l'intervalle d'espace-temps par rapport au référentiel

On démontre facilement que **l'intervalle d'espace-temps entre deux événements *A* et *B* est le même dans tous les référentiels inertiels** : des observateurs situés dans de tels référentiels distincts voient la même « distance » entre ces événements.

Intervalle d'espace-temps et causalité

La condition d'indépendance des deux événements A et B s'écrit $\Delta < 0$ (en langage relativiste on dit que « l'intervalle d'espace-temps entre ces deux événements est *du genre espace* »). Elle exprime le fait que la lumière n'a pas le temps de parcourir la distance AB entre t_1 et t_2. Selon la position d'un observateur, l'événement 1 sera *antérieur ou postérieur* à l'événement 2 (surprenant, non ?), mais aucun des événements ne pourra être cause de l'autre car ils sont trop éloignés pour qu'une interaction propagée à la vitesse maximale c ait pu agir de l'un à l'autre.

Par contre, si $\Delta > 0$ on peut imaginer un signal physique, se propageant aussi vite ou moins vite que la lumière, qui relie les deux événements : l'événement 1 peut être la cause de l'événement 2, et leur ordre de succession (1 précède 2) est le même pour tout observateur, y compris pour un observateur en A qui serait en mouvement par rapport à un observateur en B ; *la transformation de Lorentz de la Relativité Restreinte respecte la causalité, même si elle ne respecte pas la simultanéité.* On dit alors que « l'intervalle d'espace-temps entre ces deux événements est *du genre temps* ».

Enfin, si $\Delta = 0$ les deux événements sont simultanés pour certains observateurs et successifs pour d'autres. On dit que « l'intervalle d'espace-temps entre ces deux événements est *du genre lumière* ».

Prendre en compte la constance de la vitesse de la lumière c impose donc un changement considérable : on remplace le couple de référence {espace *absolu* D_{AB} ; temps *absolu* $t_2\text{-}t_1$} de Newton par un couple {vitesse de la lumière dans le vide c ; intervalle d'espace-temps $\sqrt{|\Delta|}$}. Les mesures d'espace et de temps dépendent alors du mouvement de l'observateur : elles sont devenues relatives, on applique la théorie de la Relativité restreinte. Espace et temps sont devenus « élastiques » : par rapport à un observateur donné, une horloge en mouvement bat plus lentement qu'une horloge fixe, et à la vitesse de la lumière elle ne bat plus : le temps alors ne s'écoule plus et *il n'y a plus de causalité*. Voir *Relativité restreinte* et *Relativité générale*.

Même si prévoir l'avenir (par exemple le temps qu'il fera) est souvent très utile, *rien ne justifie de croire à l'existence (ou même la possibilité) d'une chaîne causale entre deux points arbitraires de l'espace-temps considérés par notre esprit*. Tant qu'elle n'a

pas été démontrée par raisonnement, ou par l'interprétation d'expériences et la prévision de résultats, et sans aucun démenti, une affirmation n'est qu'une conjecture. Et l'histoire a montré que même des lois démontrées, comme celles de Newton pour la dynamique, peuvent être ultérieurement remplacées par de nouvelles lois plus précises ou s'appliquant à un domaine plus étendu, comme celles de la Relativité et de la Mécanique quantique.

3.11.3.3 Compléments sur les notions de cause et de causalité

3.11.3.3.1 Cause physique

Une cause physique est une situation (état) à un instant donné, cause efficace et raison suffisante des évolutions et situations qui en résultent. La situation d'une cause physique est définie par :

- *Un système* : l'Univers, les réactifs en présence d'une expérience de chimie, un obus qu'on vient de lancer, etc.

  Ce système est défini par une structure matérielle et des variables susceptibles d'évoluer (variables de position et de déplacement, liaisons entre les parties de la structure - atomes ou molécules, par exemple - température, état d'énergie des atomes, etc.) Des parties du système peuvent interagir.

- *Les interactions de ce système avec l'extérieur* : forces subies et exercées, rayonnement électromagnétique reçu ou émis, échanges de matière, etc.

- *La position dans l'espace-temps :* quadrivecteur (*x ; y ; z ; t*).

Les choix du système et de l'instant *t* sont arbitraires, ils caractérisent le centre d'intérêt d'un observateur. Les interactions du système avec l'extérieur et les interactions entre les parties du système sont imposées par les lois de la nature.

A toute cause physique, la nature applique automatiquement et instantanément une ou plusieurs lois d'évolution : la réaction chimique se déroule, l'obus lancé parcourt une trajectoire... Nous avons vu que toute loi physique d'évolution est régie par le déterminisme étendu.

3.11.3.3.2 Causalité

En physique, le mot causalité a 2 sens :
Premier sens
C'est une *condition d'existence ou d'apparition* d'une situation ou d'une évolution ; cette cause peut être *la seule* cause ou *l'une* des causes agissant dans la situation.
C'est une condition nécessaire.

Exemple : pour que deux corps s'attirent il faut qu'il existe un champ de force.

Deuxième sens
C'est une *loi d'évolution*, relation qui fait passer d'une situation-cause à sa conséquence. La causalité peut s'envisager vers l'avenir qu'on essaie de prédire, ou vers le passé qu'on essaie de reconstituer. Dans les deux cas, il y a :

- Des lois d'évolution qui s'appliquent automatiquement :
  - Nécessairement, dans le cas d'une prédiction ;

- Après choix arbitraire d'une cause dans le passé parmi toutes celles qui ont pu produire la situation actuelle, cause à qui la nature a appliqué les lois successives d'évolution qui s'imposaient.

- Un horizon temporel arbitraire : je peux vouloir prédire l'évolution pendant la seconde qui suit ou l'année qui suit ; je peux vouloir reconstituer la situation-cause de l'évolution qui a conduit à la situation actuelle il y a une heure ou un siècle.

3.11.3.3.3 Horizon de prédiction ou de reconstitution du passé

Plus cet horizon est lointain, plus le risque d'imprécision physique est grand :

- Pour une prédiction, du fait de l'imprécision sur les variables initiales et les paramètres des lois d'évolution ;
  - dans le cas particulier d'évolution d'une superposition d'états quantiques vers un état final par décohérence, ce dernier est choisi au hasard parmi les valeurs propres du dispositif expérimental ;
  - dans le cas d'une évolution régie par une grande sensibilité à la précision des conditions initiales, l'évolution peut être impossible à préciser à long terme.

- Pour une reconstitution de cause passée, du fait de l'incertitude sur l'évolution possible qui a conduit à la situation présente. Lorsqu'une pierre est trouvée par terre, il y a de nombreux lieux d'où elle peut provenir, de nombreuses dates où elle a pu arriver, etc. Pour chaque évolution supposée, il y a en plus les mêmes imprécisions que dans le cas d'une prédiction, ci-dessus.

  Considérons le cas d'une chaîne de situations successives séparées par des évolutions : $S_0, S_1, S_2, S_3 \ldots S_n \ldots$. Partie de la situation présente S_0 à l'instant t_0, la succession peut progresser soit vers l'avenir que l'on veut prédire, soit vers le passé que l'on veut reconstituer. Chaque situation S_n de la chaîne est définie par un instant arbitraire t_n, que l'homme choisit parce qu'il simplifie son raisonnement, satisfait sa curiosité, ou toute autre raison. Que l'instant t_n progresse vers l'avenir ou régresse vers le passé lorsque n augmente, les incertitudes et/ou imprécisions dues à l'application successive des lois physiques à chaque situation augmentent.

- Lorsqu'une chaîne progresse vers l'avenir, l'imprécision sur les variables d'une situation atteinte S_n peut entraîner la possibilité d'application de plusieurs lois d'évolution vers S_{n+1}.

  Exemple : lorsqu'un rayon lumineux atteint des plaques en verre successives, l'imprécision sur un angle d'incidence ou la mauvaise planéité de la surface peuvent transformer la propagation d'une réfraction (où le rayon incident pénètre la plaque de verre) en une réflexion totale (effet miroir) dont la direction est complètement différente.

- Lorsqu'une chaîne régresse vers le passé, dont on essaie de reconstituer des instants successifs, le nombre de branches de l'arborescence des causes possibles peut augmenter vite, d'autant plus vite qu'il y a peut-être eu, dans le passé, des variables supplémentaires qui intervenaient.

  Remarque : dans l'arborescence des causes *possibles*, il y a eu une chaîne de causalité unique qui a été effectivement parcourue, parce que dans une situation

donnée la nature a pris une décision-conséquence et une seule. Cette remarque, valable en physique macroscopique, est fausse en physique quantique où une cause déclenche simultanément de multiples conséquences assorties de probabilités.

Cette chaîne de situations passées successives (la *chaîne de causalité*), a nécessairement existé ou peut exister, mais à partir de la situation actuelle il est en général impossible en pratique de la reconstituer, ou de le faire avec une certitude et une précision suffisantes. Plus on remonte loin dans le passé, moins la causalité est utilisable pour raisonner, car on sait de moins en moins quelle loi avec quels paramètres appliquer à une situation, elle-même définie avec une marge d'erreur. On est alors réduit à postuler l'existence d'une cause sans pouvoir la préciser, démarche spéculative de peu d'intérêt pratique ; on raisonnerait comme des mathématiciens qui affirment « il existe un élément *X* de l'ensemble *E* » sans pouvoir en dire plus sur *X*.

Conclusion : plus un horizon est lointain, dans l'avenir comme dans le passé, moins le concept de "causalité-condition nécessaire et suffisante" a d'intérêt pratique. A un horizon lointain, la causalité assure seulement que *quelque chose* s'est passé ou se passera, produisant une situation elle-même mal définie, certitude d'intérêt uniquement spéculatif.

Les philosophes qui parlent de « régression à l'infini » à propos d'une suite infinie de causes d'une situation donnée omettent de signaler qu'*à l'infini le concept de causalité physique n'a qu'un intérêt spéculatif, tant l'incertitude sur l'enchaînement des situations et lois d'évolution est grande*.

Méthodes de déduction directe

Lorsqu'on essaie de savoir quelque chose concernant un passé ou un avenir lointain, on applique en pratique une méthode de déduction directe, qui extrapole une loi d'évolution admise aujourd'hui. On utilise, par exemple, une « datation au carbone 14 » pour estimer l'âge d'outils préhistoriques trouvés dans des fouilles de sites de moins de 50 000 ans, sachant que cet élément a une demi-vie de 5730 ans et que la matière à dater en contient une certaine proportion.

3.11.3.4 Critique de la notion de cause première (cause ultime)

Postulat de causalité : résumé de définition et problématique

Le postulat de causalité suppose que « Toute situation a nécessairement une cause qui l'a précédée et dont elle résulte, et rien ne peut exister sans avoir été créé auparavant » (cette cause est un postulat, pas une certitude). L'homme justifie ce postulat par le fait qu'il peut, dans de nombreux cas, expliquer un phénomène par une situation-cause qui l'a précédé ; par induction, il postule que *chaque fois* qu'il y aura une explication de ce *même* phénomène, ce sera la *même* cause.

3.11.3.4.1 Régression à l'infini

Toute chaîne de causalité est infiniment longue

Lorsque des philosophes considèrent la « cause de la cause », puis la « cause de la cause de la cause... », etc. ils parlent d'une suite de situations constituant une chaîne de causalité unique. Celle-ci doit compter, d'après le postulat de causalité, autant de chaînons qu'il y a d'instants arbitraires avant le présent auxquels on considère la situation. Si cette chaîne avait une situation *initiale* S_0, le postulat de causalité affirme

que cette situation aurait une cause. La situation S_0 ne serait donc pas la première, ce qui contredit l'hypothèse qu'elle l'est. Donc quel que soit le nombre initial *N* de chaînons considéré, il en existe *N+1*. Donc le nombre de chaînons est infini : *d'après le postulat de causalité, toute chaîne de causalité est infiniment longue*.

Comme une suite infinie peut se terminer à distance finie ou infinie, selon sa « vitesse de convergence », la chaîne de causalité de l'Univers lui-même peut converger à une date infiniment lointaine ou non. L'hypothèse d'un Univers ayant toujours existé n'a rien d'aberrant ou d'impossible dans l'état actuel de nos connaissances cosmologiques, mais elle exclut toute cause première, toute création initiale, divine ou non.

- Si l'Univers est né à une date infiniment lointaine, toute situation est précédée d'une suite infinie d'autres situations, quelle que soit la durée entre deux situations successives. (La notion de situation à un instant donné est une abstraction regroupant les variables d'état qui décrivent un système auquel nous nous intéressons.)

  Cette conjecture n'a rien d'aberrant ou d'impossible dans l'état actuel de nos connaissances cosmologiques ; elle est même compatible avec un temps quantifié, où toute durée serait multiple d'un minimum minuscule. Le fait que notre physique actuelle fait remonter la naissance de l'Univers au Big Bang n'exclut pas qu'il ait existé un « avant » dont nous ne savons rien, notamment de la durée - si cette notion a un sens.

  > L'Univers n'aurait alors jamais été créé, il aurait toujours existé. Mais cette conjecture est et restera invérifiable parce qu'elle défie nos possibilités expérimentales : la vitesse de la lumière nous interdit de « voir » un passé plus lointain que 13.8 milliards d'années, et la physique actuelle nous interdit d'imaginer ce qui a précédé *l'ère de Planck*.

- Si l'Univers est né à une date particulière du passé, comme le Big Bang d'il y a 13.8 milliards d'années, la suite des causes-situations s'arrête à cette date-là. La situation à ce moment-là constitue en pratique la *cause première*. Le principe de causalité cesse alors de s'appliquer « parce qu'il n'y a pas d'avant », la cause première étant une *apparition* (voir *Apparitions*).

Solution de la contradiction de la cause première : l'apparition

Des philosophes traditionnels, que la notion de passé infiniment lointain gênait, ont ajouté au postulat de causalité une exception : « Chaque chaîne de causalité a un début appelé *cause première* ou *cause ultime* », une « cause sans cause » que certains ont attribué à la volonté de Dieu, créateur de l'Univers.

Il ne peut exister de situation première à une date particulière du passé

S'il a existé une situation première qui n'était précédée d'aucune situation différente alors que le temps s'écoulait, cette situation première a nécessairement été stable, incapable d'évoluer depuis le commencement des temps ou un passé infiniment lointain. Elle n'aurait donc pu causer les situations suivantes et elle existerait toujours. La situation actuelle, sa conséquence, serait alors la même et nous ne constaterions pas d'évolution, pas d'écoulement du temps, conclusions contredites par l'expérience ; et puisque la vie est évolution, il n'y en aurait pas non plus. Voir *Une situation évolue nécessairement dans le temps*.

Si une situation première stable avait brusquement commencé à évoluer, c'est qu'elle n'aurait pas été stable ; c'est le cas des fluctuations quantiques. Pourquoi serait-elle restée stable jusque-là, et quelle est la cause de son début d'évolution ? On ne peut le savoir. On voit que le concept de cause première est contradictoire si on ne prend pas en compte la possibilité d'une *apparition*, comme nous l'avons fait dans *Apparitions* avant de montrer qu'elles sont exclues par les lois de la physique.

Conclusion : ou l'Univers a toujours existé, et il n'y a pas de cause ou situation première, ou il est né et il faut postuler la possibilité d'au moins cette apparition-là, dans des circonstances où nos lois physiques de conservation ne s'appliquaient pas. C'est pourquoi Kant a démontré, dans la *Critique de la raison pure*, qu'il ne peut exister de preuve de l'existence d'un Dieu *créateur*, ni logique, ni basée sur les lois de causalité en général, ni basée sur une expérience particulière ; et qu'il ne peut exister, non plus, de preuve de Son inexistence. Toutefois, l'impossibilité physique d'apparitions et de franchissement des frontières de l'Univers observable donne aujourd'hui la certitude qu'un Dieu *acteur* est impossible, avec sa toute-puissance et son omniprésence.

Enfin et pour terminer de manière souriante, voici le point de vue de Spinoza sur la cause ultime dans [B142] :

> *"Et ainsi ils ne cesseront de vous demander la cause de la cause, jusqu'à ce que vous recouriez à la volonté de Dieu, c'est-à-dire à l'asile de l'ignorance."*

Voyons à présent une autre conjecture sur la structure du temps permettant de se représenter un temps sans commencement : le *temps cyclique*. Quelques philosophes (Nietzsche, par exemple) l'ont envisagée.

3.11.3.4.2 Un temps cyclique, pure spéculation

Lire avant la suite le paragraphe *Univers*.

Le concept de « temps cyclique » où l'Univers revient au temps t_2 à l'état exact où il se trouvait au temps précédent t_1 est pure spéculation. En supposant que l'Univers est un système fermé (conformément à sa définition en tant que « tout »), il n'échange rien avec un extérieur quelconque : ni énergie, ni travail, ni chaleur, ni matière, rien. Le deuxième principe de la thermodynamique s'applique alors, et l'entropie de l'Univers ne peut que rester stable ou croître. Rester stable implique un équilibre incompatible avec l'évolution constatée de l'Univers, qui est une certitude ; croître implique une évolution irréversible. Dans les deux cas, le temps ne peut être cyclique.

L'évolution de l'Univers peut échapper au deuxième principe de la thermodynamique si l'Univers échange quelque chose avec un « extérieur ». L'existence d'un tel extérieur est possible, mais pas (comme on l'a écrit à tort) parce que nous recevons encore de la lumière de phénomènes qui se sont déroulés il y a plus de 13.8 milliards d'années (le fond diffus cosmologique) : cette lumière s'explique par l'expansion de l'Univers, expansion dont nous n'avons aucune preuve qu'elle se produit dans un Univers englobant.

Si on conjecture que l'Univers est un système ouvert qui échange l'énergie qu'il faut pour que son entropie diminue, la thermodynamique permettrait qu'il revienne à un niveau d'organisation du passé. Mais il resterait alors une seconde objection : comment l'Univers pourrait-il rétrécir jusqu'à la dimension minuscule qu'il avait lors du Big Bang, puisque nous savons qu'il est en expansion, au contraire, et même en expansion de plus en plus rapide du fait de l'énergie sombre ?

Du point de vue cosmologique, donc, la doctrine de « l'Eternel retour » de Nietzsche est injustifiable ; du reste, Nietzsche a sans doute renoncé à cette intuition métaphysique car il n'en a plus parlé après 1885 [B272].

3.11.3.4.3 Théorie cosmologique de la gravitation quantique

Cette théorie cosmologique récente [B143] - qui n'est pas encore vérifiée par l'expérience ou des conséquences, mais que beaucoup de physiciens partagent - unifie la Relativité et la Mécanique quantique en quantifiant la gravitation, l'espace et le temps. Elle modélise le Big Bang et l'inflation qui l'a suivi. Elle prévoit un *avant-Big Bang* qui se termine par une contraction infinie de l'espace appelée Big Crunch. Cette contraction, immédiatement suivie du Big Bang, est appelée Big Bounce (grand rebond).

Selon cette théorie, l'Univers existait avant le Big Bang/Big Bounce et le 2e principe de la thermodynamique serait respecté, l'entropie croissant bien jusqu'au Big Bounce, s'annulant alors, et croissant de nouveau dans notre Univers actuel. *Les causes pourraient alors remonter au-delà du Big Bang*…

Voir *Big Bang, la naissance de l'Univers* et paragraphes suivants.

3.11.3.4.4 Conséquences de la cosmologie sur le « début de la causalité »

L'Univers observable a un âge fini, 13.8 milliards d'années. A l'instant de son commencement et dans la toute petite fraction de seconde qui a suivi jusqu'au temps de Planck (l'ère de Planck), nous savons seulement que nos lois physiques ne s'appliquaient pas.

La causalité des lois physiques telle que nous l'entendons aujourd'hui ne s'appliquait pas non plus *avant* le temps de Planck, si nous entendons l'utiliser dans des raisonnements scientifiques. Il faut donc limiter la remontée des causes utilisables dans nos raisonnements concernant des phénomènes de l'Univers au temps de Planck. Et comme nous savons que l'Univers est né avant, une éventuelle cause ultime serait née avec lui, mais *nous ne pouvons raisonner scientifiquement à partir d'elle car aucune loi physique ne correspond à une situation entre le début et le temps de Planck*, ~10^{-43} seconde après.

En résumé, *la cause ultime à partir de laquelle nous pouvons raisonner est la situation au temps de Planck*, très proche du Big Bang. Si un jour les modèles cosmologiques, basés par exemple sur la *théorie des cordes*, donnent des résultats scientifiquement vérifiables, nous pourrons peut-être remonter plus loin dans le passé…

3.11.3.4.5 Conséquences de la Relativité sur l'unicité de la cause première

Depuis la théorie de la Relativité, le temps n'est plus défini de manière absolue comme à l'époque de Newton : il varie avec l'observateur, il se déroule à une vitesse qui peut varier avec l'endroit où il se trouve et sa vitesse relative. Une éventuelle cause *unique* de tous les événements serait nécessairement l'événement point de départ *unique* de toutes les lignes d'univers. Si un tel point existait, *ce qui n'est pas démontré mais postulé*, ce serait un événement qui aurait eu des conséquences multiples (comme c'est le cas en physique quantique) en déclenchant des évolutions multiples, chacune donnant lieu à une ligne d'univers particulière conduisant jusqu'à une situation observable aujourd'hui.

> L'unicité du point de départ de tous les événements de l'Univers n'est nullement démontrée. Elle est postulée parce qu'entre le début et le temps de Planck ($0.54 \cdot 10^{-43}$ s) l'Univers était plus petit que la distance de Planck, $1.6 \cdot 10^{-35}$ m et que les durées étaient inférieures à $0.54 \cdot 10^{-43}$ s ; mais l'unicité n'est qu'une conjecture.

Pendant l'intervalle de temps entre le Big Bang et le temps de Planck *il se peut que le temps et l'espace aient été discontinus, voire quantifiés, et qu'ils aient eu des propriétés différentes de celles que nous connaissons, propriétés qui impactent la causalité*. La cause première qu'est la situation du début serait alors suivie jusqu'au temps de Planck d'événements régis par des lois physiques que nous ne connaissons pas.

<u>Relativité et temps cyclique - Big Crunch</u>

Il existe une interprétation des équations de la Relativité Générale selon laquelle le temps serait cyclique : l'expansion actuelle de l'Univers serait suivie d'une contraction infinie (le « Big Crunch »), qui serait suivie d'un nouveau Big Bang, etc.

Cette théorie est contestable, car basée sur une densité moyenne de l'Univers plus forte que celle qui a été calculée, et sur l'absence « d'énergie sombre » à l'origine de la « gravitation négative » qui fait que l'expansion accélère ; en outre, elle ignore le deuxième principe de la thermodynamique. Mais des travaux théoriques récents sur la théorie des cordes lui redonnent un espoir de crédibilité en cas de confirmation expérimentale. Voir aussi [B144].

Lors du Big Crunch l'Univers finirait par se comporter comme la matière autour d'un trou noir, qui s'effondre sur elle-même du fait de son propre poids comme les étoiles lourdes en fin de vie, et c'est ce trou noir de masse colossale qui terminerait la phase de contraction. Mais comme, parmi les milliers de trous noirs que nous connaissons il n'y en a pas un qui explose comme l'a fait le Big Bang, cette théorie n'est pas confirmée par l'expérience. Elle n'est pas non plus confirmée par les calculs, qui prédisent qu'un trou noir « s'évapore » lentement quand il est grand, puis de plus en plus vite au fur et à mesure que sa masse diminue, mais pas qu'il explose avec l'inflation qui a suivi le Big Bang, faute d'énergie sombre.

3.11.4 Critique de la méthode scientifique et de la vérité scientifique

Sans remettre en cause le déterminisme étendu, on peut craindre que notre approche pour établir la vérité scientifique soit critiquable, et qu'elle nous conduise parfois à mal organiser nos expériences ou à mal interpréter leurs résultats. Approfondissons donc la méthode scientifique.

Les notions de cause, de conséquence et de relation de cause à effet reposent sur des critères de vérité : voir en annexe *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*. Voici quelques écoles philosophiques qui proposent des fondements de la vérité et de la connaissance scientifique.

3.11.4.1 Les formalistes

Certains scientifiques appelés *formalistes* ont espéré systématiser, fiabiliser et accélérer l'établissement de théorèmes et de lois scientifiques en dotant le plus possible de sciences d'une axiomatique, dont on manipulait logiquement les axiomes sans faire référence à leur signification ; ce fut le cas, pour les mathématiques, de David Hilbert en Allemagne et du groupe Bourbaki en France, et cela s'est aussi avéré fécond en physique quantique : voir *Les 6 postulats de la Mécanique quantique*.

Leur approche matérialiste (et même *mécaniste*, puisque la manipulation des axiomes est algorithmique et calculable) enferme le scientifique dans un rôle limité, en négligeant au maximum la signification des sciences et de leurs résultats au profit de démonstrations formelles : on se contente de construire des théorèmes à partir d'axiomes et de règles posés a priori. Leurs ambitions de formaliser toutes les sciences ont été limitées par les *Théorèmes d'incomplétude de Gödel*.

3.11.4.2 Les intuitionnistes

D'autres scientifiques et philosophes, les *intuitionnistes*, ont nié la réalité extérieure au profit d'un solipsisme, attitude qui limite la vision du monde d'une personne à ce qui est accessible à sa subjectivité, à son intuition. Pour un intuitionniste comme Brouwer il n'y a pas de réalité extérieure, pas de vérité objective, il n'y a que des cas particuliers qu'il constate et peut prouver personnellement ; toute affirmation qu'on ne peut ni prouver ni infirmer *de manière pratique* est réputée indécidable jusqu'à ce qu'une preuve concrète ait été apportée. C'est donc une doctrine de rejet des déductions logiques en mathématiques lorsqu'elles ne sont pas accompagnées de preuves construites.

C'est ainsi qu'il y a deux manières d'interpréter les résultats de la Mécanique quantique, si bien validés par l'expérience :

- ou l'on considère qu'il n'y a pas de loi générale, mais seulement des cas particuliers associant une expérience et ses conclusions - attitude intuitionniste ;
- ou l'on considère que la réalité elle-même existe objectivement, bien que sous une forme non intuitive représentée et compréhensible :
  - à l'échelle atomique et humaine à travers les postulats de la Mécanique quantique ;
  - à l'échelle cosmologique à travers la Relativité Générale, avec ses postulats comme l'espace-temps quadridimensionnel et ses équations.

  Cette attitude réaliste est acceptée aujourd'hui par tous les scientifiques.

Les intuitionnistes rejettent le *Principe du tiers exclu*, sur la base d'une définition particulière de *l'existence* : alors qu'un mathématicien se contente souvent de prouver qu'*il existe* un être mathématique ayant certaines propriétés, sans pouvoir en

donner la valeur ou un procédé de construction pratique, un intuitionniste n'accepte une affirmation d'existence qu'accompagnée d'une méthode de construction, c'est-à-dire *une existence vérifiable*. Pour un intuitionniste, donc :

- Un nombre réel non calculable n'existe pas ;
- Un raisonnement par l'absurde n'est pas probant, puisqu'il suppose le principe du tiers exclu ;
- La validité d'une affirmation doit attendre une preuve expérimentale ;
- La preuve elle-même ne peut être basée seulement sur la logique et le calcul, elle nécessite en plus une vérification pratique qui peut demander du temps ou des moyens expérimentaux hors de portée.

L'intuitionnisme n'a plus beaucoup de partisans de nos jours, où le rationalisme critique triomphe, et où l'on a tendance à associer une approche axiomatique formelle et une approche basée sur la sémantique.

3.11.4.3 Les platoniciens

A l'opposé de l'intuitionnisme, certains scientifiques idéalistes, les *platoniciens*, suivent Platon en affirmant que les objets réels ne sont que des copies d'Idées transcendantes, seule réalité objet de la connaissance. Pour un platonicien, les vérités mathématiques, même si ce sont de pures abstractions comme la théorie des ensembles ou l'arithmétique, sont absolues, éternelles et objectives, bref universelles ; elles seraient tenues pour vraies même par les habitants d'un autre système solaire.

Plus généralement, les innéistes comme Descartes considèrent que *le seul fondement certain de la vérité est l'évidence intellectuelle ; toute connaissance scientifique est fondée sur des Idées, abstractions ne dépendant pas de l'expérience* [B119]. Le philosophe mathématicien Husserl a montré la puissance de cette approche [B141] ; elle est féconde bien que, plus nos connaissances progressent, plus on trouve d'exemples de concepts qui sont tout sauf intuitifs ou évidents, comme dans les modèles probabilistes de la physique quantique (qui relèvent du déterminisme statistique).

3.11.4.4 Les rationalistes du XVIIIe siècle

Le rationalisme du XVIIIe siècle (le siècle des Lumières) postule que tout ce qui existe ou survient est intelligible et a une raison d'être, la volonté de l'Etre Suprême ;
Il postule aussi qu'il existe un fondement sur lequel nous pouvons baser nos connaissances scientifiques. Ce fondement est un ensemble de *principes universels non issus de l'expérience, c'est-à-dire existant a priori dans l'esprit humain.*

Le grand philosophe rationaliste Kant limitait les certitudes nées dans notre esprit à *la raison*, dont les principes permettent d'imaginer les expériences sur les résultats desquelles l'homme peut ensuite fonder ses sciences *par induction*, principe qu'il appelait « énoncé synthétique a priori ». Pour lui, la thèse est *dogmatique, a priori*, l'antithèse est *à posteriori, construite par induction* à partir d'expériences ; voir en annexe *Raison et rationalisme*. Au-delà de la raison, il estimait que la vérité de « la chose en soi » est inconnaissable, et qu'on ne peut en construire que des représentations abstraites et approximatives dans notre esprit.

Contrairement à la possibilité théorique de prévoir l'avenir et de reconstituer mentalement le passé qu'il énonçait en 1814 dans son déterminisme philosophique [B31-1], Laplace écrivait en 1798 dans un résumé de la méthode scientifique :
« *Les causes premières et la nature intime des êtres nous resteront éternellement inconnues*. » [B31-3]

Comme le remarque [B80] page 26, on peut critiquer le fait que les vérités synthétiques a priori de Kant soient basées sur les postulats de la physique de Newton. Ces postulats n'ont rien d'évident ou de consubstantiel à la raison humaine, à preuve leur découverte si tardive, à la fin du XVIIe siècle [B145]. Et quand ces postulats newtoniens ont été remis en cause par la Relativité, certaines vérités synthétiques a priori de Kant l'ont été aussi.

La confiance de Kant dans la validité des théories issues des concepts et méthodes de raisonnement *a priori* était trop grande. A part le domaine des mathématiques, dès qu'une théorie modélise la réalité, elle ne peut être considérée comme valable qu'après confrontation avec des faits constatés. La raison profonde de l'incapacité des raisonnements *a priori* à théoriser *toute* réalité est qu'ils ne prennent pas en compte *tous* les faits ; ainsi, des comportements bien réels comme la superposition d'états et la corrélation de particules de la Mécanique quantique n'ont rien d'intuitif. Une théorie entièrement issue de concepts et méthodes de raisonnement *a priori* est comme une proposition issue d'une axiomatique à laquelle il risque de manquer des axiomes ou des règles de déduction.

3.11.4.5 Les empiristes

Pour les empiristes qui, comme Hume, s'opposent au rationalisme, la seule vérité, le seul fondement de la connaissance est l'expérience, malgré la confiance aux sens et mesures qu'elle implique ; et l'expérience doit être partageable pour avoir valeur objective. Les empiristes admettent les théories issues d'expériences par induction en considérant leur représentation de la réalité comme *plausible mais non certaine*. Ils admettent aussi des théories formulées en tant qu'hypothèses a priori lorsqu'elles sont confirmées par l'expérience.

Enfin, les empiristes sont sceptiques vis-à-vis de ce que la doctrine rationaliste considère comme nécessaire ; ils cherchent la vérité dans les faits, tout en se méfiant de la causalité par induction qui ne repose que sur l'habitude, attitude psychologiquement rassurante.

> (Exemple : ils refusent de déduire du seul fait que tous les hommes ont toujours fini par mourir qu'un homme donné est certain de mourir lui aussi.)

3.11.4.6 Le rationalisme critique de Karl Popper

Source principale : [B80]

L'idée essentielle sur la vérité scientifique de l'épistémologue du XXe siècle qu'était Popper - un des rares philosophes qui était en même temps un véritable scientifique - est que, la vérité absolue étant inaccessible, on peut toujours émettre des hypothèses et les soumettre à la critique, notamment de l'expérience ; celles qui sont fausses apparaîtront alors, et *leur fausseté sera, elle, une certitude* - un seul contre-exemple suffit. *La connaissance d'une hypothèse fausse est une information*

en soi, qui réduit le nombre de vérités possibles et nous fait donc progresser vers la vérité cherchée.

> *Ce n'est pas Popper qui a « inventé » le rationalisme critique, mais Kant*
> Bien avant Popper, Kant a préconisé de reconnaître la validité d'une proposition scientifique au consentement universel des spécialistes compétents. Sa méthode consiste, pour juger de la vérité d'un texte, à le présenter à toute personne capable de le comprendre et de le juger. Si aucune de ces personnes ne trouve une objection, soit logique, soit empirique, le texte peut être considéré comme vrai provisoirement, jusqu'à ce qu'on découvre un cas où il est faux.
>
> Cette méthode de jugement de vérité « par consensus » est universellement adoptée de nos jours par les scientifiques.

Caractéristiques d'une hypothèse scientifique valable

Une hypothèse n'est donc acceptable que si elle est falsifiable : elle doit être formulée de manière à ce qu'on puisse la réfuter. Son auteur doit accepter la critique et reconnaître ses éventuelles erreurs, ce qui implique qu'il communique avec les autres personnes compétentes dans le sujet choisi. Il doit en plus chercher activement des conditions de falsification, car s'il n'en énonce pas son hypothèse n'est pas scientifique. Et les tentatives de falsification doivent concerner les hypothèses d'une théorie autant que la théorie elle-même.

> Exemples d'affirmations dont Kant a démontré le caractère infalsifiable : « Dieu existe » et « L'âme est immortelle ».

Toute théorie qui n'est pas encore falsifiée doit être considérée comme provisoire ; elle peut toujours être remise en cause ou perfectionnée. Exemples :

- La physique de Newton, avec son espace et son temps absolus et sa masse invariable, est devenue deux siècles plus tard un cas particulier de la physique relativiste d'Einstein, car on a trouvé des cas particuliers où elle était fausse.
- On a cru en France que le soleil se lève et se couche tous les jours, tant qu'on n'a pas su ce qu'il en est au-delà des cercles polaires.

Puisqu'une vérification expérimentale n'apporte de certitude que dans son cas particulier, et que tant qu'une falsification est possible la certitude est impossible, [B80] conclut page 46 :

> **Un énoncé scientifique ne peut jamais être *vérifié*, mais seulement *falsifié*.**

3.11.4.6.1 Définition d'une vérité scientifique

Résumons ce qui précède, pour définir les critères de vérité scientifique admis aujourd'hui par la communauté mondiale des scientifiques. Ces critères concernent les énoncés qu'on n'a pas pu établir par une démonstration déductive formelle dans le cadre d'une axiomatique, c'est-à-dire ceux qui nécessitent une vérification expérimentale.

Un énoncé qui décrit un fait ou une loi de la nature est considéré comme vérité scientifique si et seulement si :

- *Il est falsifiable* (il permet d'en déduire des caractéristiques ou des prédictions permettant, si elles se révèlent inexactes, de considérer l'énoncé comme faux) ;

- *Il a été soumis à la communauté scientifique, qui l'a examiné et approuvé sans la moindre réfutation.* Un unique contre-exemple suffit pour réfuter l'énoncé.

  On voit que la véracité définie comme qualifiant "*un énoncé conforme aux faits*" s'est avérée si peu utilisable, à la suite de nombreux débats où sont intervenus philosophes et scientifiques, qu'on l'a remplacée par *un consensus de non-réfutation*.

Un tel énoncé *ne sera considéré comme vrai que de manière provisoire*, jusqu'à ce qu'on découvre des faits ou des prédictions qui le font considérer comme faux.

La véracité d'un énoncé scientifique est décrite par une variable logique (binaire) : il peut seulement être vrai ou faux ; il ne peut pas être « presque vrai », « en général vrai » ou « plus vrai qu'un autre texte vrai ». Par conséquent, des vérités scientifiques peuvent être tout aussi vraies bien que d'origines différentes, comme :

- Des lois construites par induction à partir de résultats d'expériences ;
- Des théorèmes, résultant de démonstrations basées sur des lois admises ;
- Des théories de sciences appliquées (voir ci-dessous) ;
- Des postulats construits par induction à partir de constatations empiriques (exemple : postulat de déterminisme induit de l'uniformité de l'Univers) ;
- La définition des unités du *Système international*, comme le mètre (longueur parcourue par la lumière dans le vide en 1/299 792 458ème de seconde exactement) ;
- Des énoncés divers validés par la communauté scientifique…

3.11.4.6.2 Définition d'une théorie appliquée à un domaine pratique

Voici la définition de l'auteur d'une théorie d'une science expérimentale (science *empirique*, contrairement aux mathématiques, science *a priori* qui n'a pas besoin d'expériences). Elle suppose connue la définition suivante d'un théorème :

"*Un théorème est une proposition démontrée dans le cadre d'une axiomatique*".

Une théorie d'une science expérimentale est un ensemble de théorèmes pour expliquer et/ou prévoir des faits dans des circonstances initiales données.

Elle est dite *acceptée* si ses théorèmes sont falsifiables à l'aide d'expériences et ont recueilli un consensus de la communauté scientifique, sinon c'est une *conjecture*.

Exemple de théorie scientifique acceptée : la Mécanique quantique.

On remarquera dans la définition d'une théorie scientifique ci-dessus l'identité entre ses objectifs et les deux premiers objectifs du déterminisme : *expliquer et prévoir*.

Les lois de déduction de l'axiomatique peuvent être exprimées sous forme positive ou négative. Exemple : le deuxième principe (loi) de la thermodynamique peut s'exprimer sous de multiples formes.

- Exemple de forme positive de cette loi physique :

  Tout système macroscopique isolé évolue vers son état le plus probable, caractérisé par le maximum de désordre (c'est-à-dire d'entropie).

- Exemples de forme négative de cette loi :
  - ***On ne peut pas convertir la totalité d'une quantité de chaleur en énergie mécanique ou électrique*.**
  - ***Il n'y a pas de mouvement perpétuel de seconde espèce****.*
    (Il n'y a pas de machine qui produit du travail en refroidissant une source de chaleur, transformant ainsi complètement de la chaleur en travail.)
  - ***Il n'existe pas de système isolé dont l'entropie totale décroît***.

3.11.4.6.3 Critères à respecter pour qu'une théorie scientifique soit acceptable

Nous avons défini ci-dessus les deux critères de Popper pour qu'un énoncé puisse être une vérité scientifique provisoire. En pratique :

- Lorsqu'on publie une théorie on la présente avec une *justification* : qu'est-ce qui suggère que cette théorie est nécessaire, de quelles connaissances ou faits fournit-elle une explication ou permet-elle une synthèse, etc.
- Une théorie doit être *énoncée de manière complète et claire*, en recourant à une formulation axiomatique à syntaxe rigoureuse chaque fois que c'est possible, et sans déformer ou limiter son énoncé. Cette formulation clarifiera ses postulats. On y ajoutera en langage naturel les exemples et explications nécessaires à une bonne compréhension :
  - Pour qu'on puisse concevoir les expériences et les raisonnements qui vont la confirmer ou la réfuter.
  - Pour qu'on puisse s'en servir pour prédire les résultats d'expériences futures. Si ces prédictions se révèlent fausses, elles la réfutent.

    Une théorie et le déterminisme ayant tous deux pour buts de comprendre et prévoir, *le caractère prédictif d'une théorie est très important*, et d'autant plus important que les prédictions sont nouvelles et n'étaient pas possibles en l'absence de la théorie.

    C'est ainsi qu'Einstein a prédit une conséquence de la Relativité Générale : *la lumière est déviée dans un champ gravitationnel*. Cette prédiction a été vérifiée pour la lumière d'une étoile lointaine passant au ras du Soleil, lorsque la lumière de celui-ci est occultée par une éclipse. La déviation prévue de la lumière de l'étoile, voisine de 1.75 seconde d'arc, a été observée en 1919, assurant immédiatement la célébrité d'Einstein.
- La méthode utilisée pour acquérir des connaissances scientifiques doit être indépendante des processus psychiques accompagnant les raisonnements dans l'esprit du scientifique, processus qui varient d'une personne à une autre, dont la rationalité n'est nullement garantie et qui empêchent l'objectivité.

  Une méthode d'acquisition de connaissances scientifiques est valable si et seulement si elle produit des énoncés falsifiables et communicables. Un scientifique n'a pas à justifier ses méthodes de raisonnement, dans la mesure où elles n'apparaissent pas dans un énoncé qu'il soumet à la communauté scientifique. Cette remarque permet des énoncés relevant de l'intuition ou de

l'indécidabilité. Elle permet aussi de baser une théorie sur des faits incertains ou imprécis, car seul compte l'énoncé falsifiable. Comme le souligne [B80] page 83 :

"L'objectivité de la connaissance réside dans sa testabilité, ou dans sa réfutabilité".

Une théorie scientifique n'a pas obligatoirement à faire référence à des perceptions, c'est-à-dire des expériences accessibles aux sens humains, contrairement à ce que voulait Kant :

La Mécanique quantique, par exemple, est basée sur des postulats abstraits et une modélisation mathématique de la réalité physique, réalité le plus souvent inaccessible aux perceptions humaines du fait de l'échelle des dimensions et énergies mises en œuvre. La cosmologie s'applique à des dimensions, des durées et des énergies si éloignées de l'échelle humaine qu'elles échappent, elles aussi, à nos perceptions.

Une théorie scientifique peut être *motivée* par des perceptions, des espoirs, des expériences ou la critique d'une autre théorie, mais ces motivations ne peuvent en justifier la validité. Seule l'absence de réfutation logique ou expérimentale peut la justifier, après examen par la communauté scientifique.

On ne doit jamais juger une théorie d'après son auteur, mais seulement d'après son contenu et ses prédictions.

Si on avait jugé la vraisemblance des théories révolutionnaires que sont la Relativité restreinte et l'effet photoélectrique d'après la notoriété de son jeune auteur, à l'époque obscur jeune ingénieur, leur publication [B85] n'aurait jamais été acceptée.

L'expérience montre que les grands éditeurs acceptent rarement de publier un texte, scientifique ou non, d'un auteur non célèbre : ils craignent que l'ouvrage ne soit acheté que par un nombre de lecteurs insuffisant pour qu'ils y trouvent un profit. Un tel auteur n'a une chance qu'ils le publient que si son ouvrage est suffisamment étonnant : scandaleux, inattendu, etc. Heureusement, il existe des sites Internet où les scientifiques peuvent publier tout ce qui n'est pas, ou pas encore, publié sur papier [B86].

- L'énoncé d'une loi peut avoir une forme négative, décrivant une impossibilité. Nous en avons vu des exemples à propos du 2e principe de la thermodynamique.

3.11.4.6.4 Une théorie peut-elle être probable ?

La notion de *probabilité d'une théorie* est aberrante parce qu'elle implique l'existence de cas où elle est fausse. On peut cependant estimer *le degré de corroboration* d'une théorie en fonction de la difficulté des tentatives de réfutation auxquelles elle a résisté ([B80] pages 41-43) ; plus ce degré est élevé, plus la validité de la théorie est *psychologiquement* certaine, alors qu'elle n'est encore, en toute rigueur, qu'une conjecture.

3.11.4.6.5 Définition d'une théorie scientifique *objective*

C'est une suite de théories reliées par des relations logiques (comme DONC, OR, ET, etc.) qui a été approuvée par la communauté scientifique sans réfutation, même partielle.

Le caractère *objectif* résulte du fait que la théorie globale, ses théories constitutives et leur enchaînement ont été communiqués à d'autres que leur auteur et n'ont fait l'objet d'aucune remise en cause. Une connaissance objective ne résulte jamais d'une interaction entre *une* personne et d'autres, interaction qui ne peut produire que des connaissances *subjectives*.

Voir aussi les limitations de la connaissance scientifique décrites au paragraphe *Un énoncé ne peut ni se décrire lui-même ni se comparer à lui-même*.

3.11.4.6.6 Comparaison du rationalisme critique avec l'empirisme

Popper admet avec les empiristes qu'*aucun ensemble fini d'expériences ne peut justifier une conclusion générale*, qui en serait nécessairement déduite par induction. Mais pour lui rien ne prouve, non plus, que l'induction n'est justifiée que par le confort psychologique de l'homme, que la généralité d'une théorie rassure. L'induction est aussi valable que n'importe quel autre processus psychique pour énoncer une loi générale, car *ce n'est pas le processus dont on doit juger la validité mais son résultat*, et ce jugement reposera sur une critique. Popper recommande donc d'*examiner en priorité les conjectures les plus riches, les plus audacieuses* pour apprendre le maximum de choses nouvelles le plus vite possible. Un énoncé hypothétique peut même être indécidable, et être accepté jusqu'à preuve d'erreur s'il est falsifiable et qu'on ne lui a pas trouvé d'exemple prouvant qu'il est faux, alors qu'il a au moins un exemple qui le confirme.

Les empiristes justifient leurs inductions en tentant d'en apporter le plus possible de preuves expérimentales, *démarche de vérification* qui à l'évidence ne peut être exhaustive, donc ne peut être probante. Les rationalistes critiques, au contraire, justifient leurs conjectures par une *démarche falsificatrice*, en cherchant à les réfuter, démarche où un seul contre-exemple suffit ([B80] page 28).

Pour qu'une théorie puisse être considérée comme acceptable au moins provisoirement, elle doit être falsifiable et résister à toutes les critiques. Mais pour qu'une théorie soit critiquable il faut d'abord qu'elle existe, qu'on l'ait formulée. La recherche de la vérité doit donc partir d'une théorie énoncée, comme l'affirment les rationalistes du XVIIIe siècle, et non des expériences comme le recommandent les empiristes.

> Exemple : lorsqu'il cherchait la forme de l'orbite de Mars à partir des relevés de positions célestes de Tycho Brahe, Kepler a essayé successivement de nombreux types de courbes planes avant de trouver (au bout d'une douzaine d'années !) que celle qui convient le mieux est une ellipse ayant le Soleil pour foyer [B146]. Chaque essai consistait à partir d'une forme de courbe (exemple : un ovale), à calculer ses paramètres à partir de quelques points observés, puis à vérifier si d'autres points observés étaient bien sur la courbe, aux erreurs d'observation près. La méthode de Kepler a bien consisté à partir d'une théorie (la forme testée) et à la soumettre à la critique, pas à partir d'observations pour en déduire une théorie des orbites (par exemple par interpolation).

On ne peut jamais prouver qu'une théorie est parfaite, c'est-à-dire qu'elle ne peut être rendue rendre plus précise ou plus complète ; les empiristes considèrent à tort un résultat d'expérience comme une vérité absolue, à jamais infalsifiable.

3.11.4.6.7 Polémique entre le rationalisme critique et le conventionalisme

Définition

On appelle *conventionalisme* une conception de la science qui considère qu'elle ne manipule dans ses énoncés que des abstractions créées par l'homme pour modéliser la réalité d'une manière qui l'arrange (par réduction, schématisation, simplification…), et que *ces abstractions peuvent être sans rapport avec la réalité*.

> (Contrairement au conventionalisme, le *réalisme* est une conception de la science qui soutient que ses lois et théories sont des représentations utilisables de la réalité, malgré leur abstraction intrinsèque.)

Le raisonnement des conventionnalistes

Pour un conventionnaliste comme le mathématicien Henri Poincaré, *la science est une construction logique, pas un modèle de la nature ; elle ne découle pas de la nature, mais de la pensée humaine* (ce qui est particulièrement vrai pour les mathématiques). Elle n'est donc pas nécessairement conforme à la réalité physique, mais plutôt aux attentes des scientifiques. Par conséquent, *on ne peut réfuter une théorie par l'observation empirique, puisque chaque observation, chaque expérience, est basée sur un énoncé de la théorie qu'elle est censée réfuter !*

> (Nous l'avons vu ci-dessus dans *Critères à respecter pour qu'une théorie scientifique soit acceptable* : pour concevoir les expériences qui vont confirmer ou réfuter une théorie on a besoin que cette théorie soit formulée de manière claire et complète. Exemple : pour trouver expérimentalement le plan de polarisation d'un faisceau lumineux et concevoir l'analyseur approprié on a besoin d'une théorie de la polarisation de la lumière.)

Popper a admis cette critique de la possibilité de réfuter une théorie, tout en reprochant au conventionalisme d'être lui-même infalsifiable. Il y a un problème de fond : *si on considère la pensée humaine comme déconnectée de la réalité, on ne peut ni l'utiliser pour comprendre et prévoir cette réalité (objectifs du déterminisme et des théories scientifiques) ni utiliser une comparaison avec la réalité pour critiquer une pensée*. Heureusement, le conventionalisme ne s'oppose ni au principe d'intelligibilité de la nature à la base du rationalisme, ni à sa représentation par des théories, mais seulement à la falsifiabilité d'une théorie à l'aide d'expériences conçues à l'aide de cette théorie.

Conclusion

Nous considérons cette doctrine comme stérilisante - donc néfaste - dans la mesure où elle refuse la falsification des énoncés, réputée sans valeur. Nous considérons comme probante la falsification d'un énoncé basée sur des prédictions qui ont été démenties par l'expérience.

3.11.4.6.8 Les systèmes interprétatifs

Une théorie empiriste qui ne fait qu'interpréter un ensemble de cas particuliers (appelée *système interprétatif*) n'est pas falsifiable, puisqu'elle est vraie dans tous les cas considérés. Souvent, son adaptation à ces divers cas provient de l'imprécision et du réductionnisme de ses concepts, ou du caractère circulaire de ses énoncés et raisonnements, caractéristiques qui rendent la falsification impossible et permettent

d'expliquer tout et son contraire sans sortir du cadre de la théorie. [B80] page 47 cite comme exemples de telles théories la psychanalyse et le marxisme :

> "Qu'un homme sauve un enfant ou le noie, dit Popper, un freudien le comprendra également en fonction de l'Œdipe, un adlerien en fonction du sentiment d'infériorité ; les événements politiques les plus contraires seront de même pour un marxiste des signes de la crise du capitalisme."

Page 49, [B80] donne un exemple de raisonnement circulaire, donc d'autojustification infalsifiable :

> "Un bon exemple de ce caractère circulaire, est fourni par la réponse que fit un jour Adler à Popper (qui travailla avec lui un certain temps). Popper demanda au père de la « psychologie individuelle » pourquoi il venait de diagnostiquer un complexe d'infériorité chez un enfant qui n'en présentait que de faibles signes. « C'est, dit Adler, que j'ai déjà vu mille cas de ce genre ». Alors ce sera le mille et unième, répondit Popper, mettant en lumière que toute interprétation qui ne se fonde que sur ses précédentes applications est condamnée à voir sa gratuité s'accroître en même temps que sa confiance en elle-même. A la limite, la description psychologique tend à se confondre avec un délire interprétatif d'autant plus dangereux que tout ne peut que le confirmer. Ce qui justifie amplement l'attitude méfiante du rationaliste à l'égard d'une possible déformation du réel."

Une théorie interprétative n'est donc pas scientifique, mais pseudo-scientifique. Elle est d'autant moins scientifique qu'elle progresse en ajoutant des cas particuliers, auxquels elle s'adapte à chaque fois avec l'impression d'être *de plus en plus confirmée* (notion qui n'a pas de sens, nous l'avons vu) et tout en restant infalsifiable. Toute théorie peut trouver des exemples qui la confirment, mais elle n'a de valeur que si elle est falsifiable et si son énoncé a été soumis à la critique.

> Exemple observé par l'auteur en tant que méthode d'argumentation fréquemment utilisée par un politicien et qui trompe la plupart des auditoires : le politicien qui vient d'affirmer que « *les Français sont dans le besoin* » justifie son affirmation en citant *un exemple* de famille pauvre de sa circonscription ; les Français étant plus de 64 millions, un exemple portant sur quelques personnes ne prouve rien, seule une statistique nationale serait probante. Hélas, je n'ai jamais vu un journaliste intervieweur protester contre cette généralisation abusive, ce qui m'incite à redouter que la rigueur intellectuelle soit aussi peu répandue chez les journalistes que chez les politiciens… et leurs auditoires.

3.11.4.6.9 Sciences dures et sciences molles

On distingue souvent les sciences *dures* des sciences *molles*.

- Les sciences dures sont rigoureuses. Exemples : les mathématiques, l'astronomie, la physique, la chimie et la biologie moléculaire. Elles sont basées sur une axiomatique et permettent des prévisions d'évolution ou de résultats dont la précision n'est limitée que par celle des instruments et méthodes de mesure, ainsi que par les phénomènes de chaos et par la complexité des systèmes.

- Les sciences molles sont trop complexes (nombre de lois intervenant simultanément) pour que le déterminisme de leurs phénomènes sous-jacents permette une prévision précise d'évolution ou de résultats. Exemples : diverses sciences de la vie comme la biologie, la physiologie, la médecine ; divers domaines (on n'ose pas écrire *sciences*) comme la psychologie, la sociologie.

Popper a raison de qualifier de non scientifiques les systèmes interprétatifs, mais nous avons vu que le caractère en grande partie imprévisible de l'homme exclut la possibilité de structurer les connaissances qui le concernent sous forme de sciences « dures » axiomatiques, aussi rigoureuses que le voudrait Popper. Et celui-ci admet que la psychanalyse est utile, reconnaissant ainsi que le rationalisme critique et la méthode scientifique qui en découle sont un idéal, mais que certains domaines de connaissance ne s'y prêtent pas, ou pas encore.

En médecine comme en psychologie il existe des domaines de connaissances particuliers dont les phénomènes sont assez bien connus pour permettre des explications, des prévisions et des soins ; exemple : la circulation du sang et la pression artérielle. Ce sont des sciences « molles », bien plus complexes que les sciences dures du fait du nombre de mécanismes et de variables, et plus difficiles à aborder expérimentalement du fait de la faible reproductibilité des résultats d'expérience qui oblige de recourir à des statistiques et des essais en « double aveugle » [B147].

L'aptitude de certains psychothérapeutes à comprendre une personne qui leur soumet un problème, puis à la conseiller de manière pertinente est admirable. La psychothérapie est une science extrêmement molle, faite pour l'essentiel d'intuitions basées sur un grand nombre de cas particuliers. En dialoguant, le thérapeute essaie de situer le problème de son patient par rapport aux cas qu'il connaît, puis il laisse jouer son intuition pour trouver un diagnostic de son problème et des suggestions de thérapie. Et il faut reconnaître que la proportion de succès est assez significative avec les bons thérapeutes pour qu'on ait raison de les solliciter.

3.11.4.6.10 Evolution d'une vérité, de la science et du monde selon Popper

Une vérité ne peut devenir définitive que si l'on cesse de la soumettre à la critique !
La science, ensemble de vérités établies conformément à la méthode scientifique, ne peut donc cesser de progresser que si l'homme cesse de remettre en cause ses connaissances.

Le seul domaine qui fournit des vérités absolues est celui des mathématiques, notamment celui de la logique formelle. Dans tous les autres domaines *toute vérité est provisoire, destinée à durer tant qu'on n'en a pas trouvé une meilleure, qui résiste à davantage de critiques*. Et nous pouvons nous contenter de vérités provisoires et perfectibles, comme nous le faisons en astronomie et astrophysique.

<u>Pouvoir de l'homme de transformer le monde</u>

La science permettant à l'homme d'agir sur le monde, son progrès lui donne de plus en plus de pouvoir ; perpétuel insatisfait, l'homme transforme le monde de plus en plus. Cette transformation continuera tant que l'homme poursuivra ses recherches.

Le mythe de l'historicisme

Selon [B80] page 165, Popper a combattu *l'historicisme*, qu'il définit comme la croyance en un destin de l'histoire humaine qui vouerait l'humanité à atteindre un but à travers une suite d'étapes nécessaires. Ce finalisme est une croyance idéaliste qui attribue un sens à l'histoire humaine, sens qui est le progrès. Cette croyance est combattue par l'évolutionnisme de Darwin, aujourd'hui bien compris et expliqué. Nous savons aujourd'hui que le finalisme est une croyance non scientifique, reposant sur des intuitions ainsi que sur la négation de la généralité du principe de causalité au nom de finalités transcendantes qui régiraient l'évolution. Bref, d'un point de vue scientifique *la finalité de l'évolution de l'humanité est un mythe* ; sur ce point Popper pense comme Freud, Nietzsche et les autres philosophes matérialistes.

Popper conclut de cette absence de finalité que ni la science ni le monde n'évoluent en direction d'un terme ultime.

4. Conscience et conscience de soi

Eléments de psychologie cognitive

4.1 Buts de ce texte

Les concepts philosophiques de causalité et de déterminisme reposent sur quelques éléments de psychologie cognitive ci-dessous.

Décrire la nature et le fonctionnement de la *conscience d'un objet* et de la *conscience de soi* : pour une personne, qu'est-ce que « avoir conscience de » ? Comment son esprit passe-t-il de perceptions des sens et d'abstractions diverses à l'impression de conscience ? Qu'est-ce que la conscience en tant qu'ensemble de phénomènes psychiques ?

La lecture de ce texte pédagogique ne suppose aucune connaissance préalable de psychologie ou de philosophie. Les termes comme *conscience* et *représentation* sont définis par ordre alphabétique :

- Dans la section *Vocabulaire* ;
- Dans le *Dictionnaire des idées de Kant - Vocabulaire de la Critique de la raison pure* [B32].

Je tiens à rendre hommage au livre [B39], qui n'existe pas en français à l'heure où j'écris ce texte ; je résume ici dans notre langue ses idées sur la conscience. J'ai aussi beaucoup apprécié le livre [B40], qui complète et précise les informations du précédent.

4.2 La conscience s'explique sans invoquer de transcendance

Si nécessaire, revoir d'abord la définition de la transcendance dans l'article *Transcendant* du *Vocabulaire*.

4.2.1 Un vieux débat : la conscience est-elle transcendante ?

La présentation du livre récent sur la conscience [B41] commence par :
« Ce livre renouvelle le débat séculaire sur la possibilité de réduire la conscience à un processus neuronal. » Directeur de recherches au CNRS, l'auteur sait de quoi il parle : voilà des siècles que des philosophes se demandent si l'esprit humain, avec sa conscience du monde et sa conscience de soi, est une conséquence du seul fonctionnement physique du cerveau. La conscience ne résulte-t-elle pas aussi (comme le croyait Descartes) de quelque chose d'immatériel, comme l'âme ? Puisque lors d'un rêve notre pensée vagabonde (sans cause matérielle, croit-on, en réalité sans volonté de penser) comment ne pas supposer qu'elle est d'une nature transcendante ?

<u>Descartes, méfiant des interprétations de son esprit : Je suis une chose qui pense</u>

Au XVIIe siècle, Descartes savait que l'homme n'est pas conscient de la réalité, mais seulement des idées de son esprit. Sachant qu'il pouvait se tromper, et désirant malgré cela trouver la vérité sur la nature de son être fait d'un corps et d'un esprit, il commençait par mettre ses interprétations en doute dans [B42] :

> « Je suppose donc que toutes les choses que je vois sont fausses ; je me persuade que rien n'a jamais été de tout ce que ma mémoire remplie de mensonges me représente ; je pense n'avoir aucun sens ; je crois que le corps, la figure, l'étendue, le mouvement et le lieu ne sont que des fictions de mon esprit. Qu'est-ce donc qui pourra être estimé véritable ? »

Bien que doutant de tout, Descartes était certain d'exister au moins en tant que "chose qui doute" :

> « De sorte qu'après y avoir bien pensé, et avoir soigneusement examiné toutes choses, enfin il faut conclure, et tenir pour constant que cette proposition : Je suis, j'existe, est nécessairement vraie, toutes les fois que je la prononce, ou que je la conçois en mon esprit. »

Descartes finit par conclure qu'en plus d'avoir un corps matériel, "substance corporelle, étendue", il avait aussi un esprit (une âme) "substance pensante, intelligente" :

> « Mais qu'est-ce donc que je suis ? Une chose qui pense. Qu'est-ce qu'une chose qui pense ? C'est-à-dire une chose qui doute, qui conçoit, qui affirme, qui nie, qui veut, qui ne veut pas, qui imagine aussi, et qui sent. »

Dans les deux passages précédents, le "je" de "je suis" désigne à l'évidence l'objet de la *conscience de soi*, expression que Descartes n'utilise pas. Mais hélas, en se contentant de qualifier sa conscience de substance pensante, Descartes ne l'expliquait pas ; et en attribuant toutes choses à Dieu, il en admettait la transcendance.

Un professeur : « Aucune cause physique n'explique les abstractions humaines »

De nos jours, dans le cours de philosophie d'un professeur agrégé et normalien, l'auteur enseigne que « La nature abstraite de la pensée humaine l'empêche de résulter d'un phénomène exclusivement physique : aucun phénomène matériel ne crée d'abstraction ; quel que soit leur fonctionnement, les neurones ne suffisent pas pour expliquer la conscience humaine, il faut en plus quelque chose de transcendant. »

4.2.2 La connaissance rationnelle exige de postuler le matérialisme

(Voir si nécessaire les définitions du matérialisme et de son opposé, l'idéalisme en annexe dans *Idéalisme, matérialisme et réalisme*.)

Le problème de la nature de la conscience humaine a une dimension philosophique : est-elle d'origine exclusivement matérielle, intérieure à notre Univers, ou a-t-elle en plus des causes non matérielles (transcendantes) comme l'influence divine ?

L'approche rationnelle adoptée par tous les scientifiques suppose la compréhension du monde et de ses lois physiques à partir de faits réels, ainsi que de théories dont nul ne peut prouver la fausseté (on ne peut jamais prouver la *vérité*, notion impossible à définir en toute rigueur, mais on peut prouver l'erreur d'un raisonnement ou la non-conformité d'une affirmation avec l'expérience).

Qu'il soit ou non croyant, un scientifique ne peut invoquer l'influence de Dieu, de l'esprit ou de l'Idée pour expliquer un phénomène matériel qu'il étudie : il doit se comporter en matérialiste. S'il admettait la possibilité d'une origine ou d'une influence transcendante dans notre Univers, il renoncerait à en comprendre rationnellement certaines situations ou phénomènes à partir de faits vérifiables ou de théories falsifiables, donc à en prédire l'évolution. Ayant besoin de comprendre les situations et de prévoir leur évolution, l'homme ne peut donc renoncer à postuler la rationalité du matérialisme, doctrine pourtant a priori.

Notre approche, dans ce texte, sera donc matérialiste. Nous postulerons que :

- La pensée est une conséquence du fonctionnement du cerveau, même si nous ne comprenons pas tous les détails de ce fonctionnement.
- Aucune influence sur la pensée, transcendante, spirituelle ou autre, ne s'exerce ou ne s'est exercée. La pensée et sa conscience supposent un cerveau vivant, et réciproquement un cerveau pense continuellement du seul fait qu'il est vivant.

Il ne faudrait pas déduire de ce qui précède que seule la pensée rationnelle est valable. J'aime la musique de Mozart sans savoir pourquoi ; comme toute impression esthétique, apprécier un morceau de musique ou une peinture se produit sans réflexion, automatiquement et sans délai. Je ne vois d'ailleurs pas pourquoi il faudrait toujours comprendre *pourquoi* on éprouve ceci ou cela : souvent l'émotion suffit.

4.2.3 Les pensées ne sont que des interprétations de l'état du cerveau

La pensée ne manipule que des abstractions
La pensée de notre cerveau est incapable de manipuler des objets physiques. Elle ne manipule que des abstractions qui les représentent, et celles-ci n'ont que deux origines possibles : celles dont nous avons hérité de nos ancêtres en naissant, par notre génome, et celles que nous nous sommes construites depuis - notamment en nous représentant mentalement le monde que nous percevons.

> Dans mon esprit, c'est une abstraction appelée *représentation* qui tient lieu d'objet réel. Mon esprit ne peut pas voir pas ma maison physique, il "voit" sa représentation abstraite et la considère comme réelle ; et c'est sur cette représentation, sur ce qu'il en voit comme sur ce qu'il en imagine, qu'il raisonne si nécessaire. D'ailleurs si personne ne m'avait parlé des représentations d'objets, je n'aurais pas su qu'elles ne sont qu'une image de la réalité.

Cette constatation réfute donc l'argument précédent « Aucune cause physique n'explique les abstractions humaines »: c'est bien une cause physique, le fonctionnement de notre cerveau, qui explique notre pensée, avec sa conscience et ses abstractions ; nous l'avons vérifié à l'aide d'enregistrements de l'activité cérébrale.

> *Des processus du cerveau interprètent continuellement l'état de ses neurones, ainsi que les signaux qu'ils se transmettent à travers leurs interconnexions.*

Quand je vois ma maison, en fait je construis puis j'interprète inconsciemment sa représentation.

Ma conscience est l'interprétation incessante et instantanée de l'état de mon cerveau (de ses neurones et de leurs interconnexions) par lui-même [B39], [B40] ; à l'état d'éveil, cet état change continuellement pour refléter mes perceptions et mes pensées.

Voilà donc le lien que certains philosophes ignorent lorsqu'ils croient qu'aucune cause matérielle ne peut expliquer la pensée : ils font comme s'il devait exister une transformation physique de matière ou énergie en pensée ; ils oublient que *notre pensée (et tout ce dont nous avons conscience) est une perception du fonctionnement physique de notre cerveau : l'interprétation de son propre état par lui-même*. Ainsi :

- Lorsque *j'écris ce texte*, T, je suis conscient de lui, il est dans mon esprit sous forme d'une représentation R(T), résultat d'une interprétation inconsciente.
- Lorsque *je pense que je suis conscient d'écrire ce texte*, je suis conscient de moi-même, de ma conscience d'écrire un texte. La conscience de moi-même, C, est en fait une conscience de la représentation de T, représentation R(T) que mon esprit traite comme il a traité l'objet "texte" pour construire T ; c'est une représentation de représentation, une fonction de fonction :

$$C = R(R(T))$$

Lorsqu'un ordinateur exécute un programme il interprète continuellement des données de sa mémoire, données dont son propre code peut faire partie à l'occasion. Les résultats que l'interprétation produit sont aussi des données en mémoire ; le programme peut, par exemple, les imprimer.

Lorsque j'écris ce texte c'est une représentation que j'en perçois, des données qui le décrivent dans mon esprit ; nous verrons plus bas que ce sont de telles données qui constituent la conscience. *Notre conscience est un résultat d'interprétation d'états de neurones et de signaux entre eux, ni plus ni moins ; nos abstractions sont également des interprétations.* La suite de ce texte explicite cette affirmation.

4.2.4 Pourquoi notre pensée est-elle souvent imprévisible ?

Beaucoup de penseurs ont énoncé le paradoxe suivant : « Si notre pensée est un ensemble de processus neuronaux entièrement matériels, et que ceux-ci sont régis par des lois déterministes, pourquoi notre pensée est-elle si souvent imprévisible ? »

Nous avons vu plus haut que *le déterminisme ne garantit pas la prédictibilité*, mais l'absurdité de cette question a pour origine les erreurs suivantes :

- *Croire qu'une analyse suivie de synthèses peut expliquer un phénomène*.
  Le fonctionnement des neurones se ramène, en dernier ressort, à de la biologie moléculaire, science exacte parfaitement déterministe. Mais on ne peut passer de cette science aux mécanismes cognitifs, car un tel passage ne se résume pas à remonter de détails analysés à une synthèse : il y a de nombreuses interactions qu'une analyse statique ne révèle pas. Cela se résume par une formule générale :

  Le tout est plus que la somme des parties.

- *Croire qu'une description statique peut expliquer un raisonnement*
  Nous avons vu plus haut que certains états de système résultent d'évolutions décrites par des équations différentielles ou par une suite d'itérations, c'est-à-dire par des raisonnements à étapes multiples. Or le résultat d'un tel raisonnement ne peut être prédit au vu de son texte : il faut en dérouler toutes les étapes ; et il existe des raisonnements sans conclusion, dont on ne voit jamais la fin – notamment dans les systèmes dynamiques chaotiques.

  Donc pour prédire la pensée d'une personne il faudrait être à sa place, savoir ce qu'elle sait, sentir ce qu'elle sent et penser comme elle tout en étant conscient qu'on est un témoin extérieur de cette pensée. Les circonstances où c'est possible sont d'autant plus rares que l'exercice demande une compétence psychologique importante.

- *Croire que la pensée de l'homme est rationnelle*
  La pensée étant souvent dominée par des processus inconscients qu'on ne maîtrise pas, donc qui ne sont pas déterministes, son résultat est alors évidemment imprévisible.

Conclusions

Ce n'est pas parce que la nature est *toujours* déterministe qu'elle est toujours prévisible, particulièrement s'agissant de la pensée humaine. Mais le caractère généralement imprévisible de celle-ci ne justifie pas qu'on croie qu'elle subit des influences transcendantes : la pensée repose seulement sur des états et interconnexions de neurones, qui à leur tour reposent seulement sur la biologie moléculaire, prévisible. *C'est sa complexité et l'intervention de l'inconscient qui rendent la pensée imprévisible, pas une transcendance ou une influence divine*.

C'est pourquoi nous allons étudier ci-après le fonctionnement de la conscience à partir de phénomènes psychiques aux conséquences visibles sur nos appareils enregistreurs, pas en tant que conséquences de la biologie moléculaire et encore moins en tant que spéculation métaphysique.

4.2.5 Résumé des notions connues grâce à Freud

Le psychisme comprend deux parties principales : la conscience et l'inconscient.

- La conscience regroupe les activités psychiques à l'état d'éveil, activités présentes à l'esprit de l'homme et soumises à sa volonté. Exemples : perception, calcul de la somme de deux nombres, recherche en mémoire, raisonnements.

- L'inconscient regroupe des activités de l'état d'éveil et du sommeil qui échappent à la volonté de l'homme. Ce sont des processus autonomes, fonctionnant indépendamment et simultanément aux autres processus de l'inconscient ou de la conscience ; *jamais au repos, l'inconscient pense toujours*. Exemples :
  - Si je pose la main sur un objet brûlant, la sensation douloureuse de brûlure est communiquée à mon inconscient, qui me fait retirer la main avant même de prévenir la conscience de cette sensation et de cette réaction.
  - Lorsque je rencontre une personne connue, je la reconnais automatiquement, sans effort conscient, au vu de son visage.
    Avertie de cet événement, la conscience peut décider d'une action, par exemple dire bonjour.

- Pendant mon sommeil, si j'ai trop chaud je repousse la couverture sans me réveiller. L'information « trop chaud » n'a pas été jugée assez importante par l'inconscient pour être passée à la conscience en me réveillant.

Une partie de l'inconscient contient des mécanismes et représentations susceptibles de devenir conscients, c'est le *préconscient*. Son contenu reste inconscient tant qu'il n'a pas été transmis à la conscience. Un mécanisme de censure basé sur des valeurs peut bloquer les passages entre inconscient et préconscient, et entre préconscient et conscience.

4.2.6 Résumé des notions connues grâce à Jung

Fonctions psychiques cardinales - Représentations-archétypes

Chez un sujet donné Jung a distingué 4 fonctions psychiques cardinales, opposées deux à deux : *pensée* opposée à *sentiment*, *sensation* opposée à *intuition*. Mais tous les humains partagent, dans leur inconscient, un même ensemble inné de représentations-archétypes et d'idées qu'il a appelé *inconscient collectif*. Cet ensemble est une conséquence de la structure cérébrale commune héritée de nos ancêtres ; il a servi de base à *l'inconscient personnel* que chaque individu s'est construit après la naissance (construction appelée *individuation*).

Processus autonomes de l'inconscient - Personnification

Jung a défini l'inconscient comme un ensemble de processus autonomes simultanés. Exemples : *l'âme*. Jung en donne une définition de psychanalyste complétée par l'article *Ame* du *Vocabulaire*. L'autonomie de l'âme incite à se la représenter instinctivement comme une entité invisible, personnelle, un être qui existe dans un monde à part, inaccessible car « au-delà de la vie consciente ». [B43].

Monde des esprits paraissant réel - Citation de [B43] page 137

…de même que dans [le monde extérieur] les objets matériels sont les éléments constituants, de même les facteurs psychiques sont les équivalents des « choses » dans le monde inconscient.

La pensée d'un « chosisme psychique » n'a rien d'une découverte nouvelle ; c'est même une des « conquêtes » les plus précoces et les plus répandues de l'humanité : on crut à un *monde d'esprits* existant réellement. Cette découverte du monde des esprits ne fut toutefois jamais une découverte comme celle, par exemple, du feu ; mais ce fut l'expérience ou la prise de conscience d'une réalité qui, en tant que telle, ne le cédait en rien au monde matériel. […] Il semble également qu'à peu près tous les primitifs sont plus ou moins familiarisés avec l'existence d'esprits.

Les « esprits » sont un phénomène psychique - Citations de [B43] pages 138-139

Les « esprits » sont un phénomène psychique. De même que nous distinguons notre propre corporalité des corps étrangers, de même les primitifs font une distinction entre leurs âmes et les esprits (pour autant qu'ils aient la notion d'âme), les esprits étant ressentis comme étrangers et d'une autre obédience : ils sont l'objet de perceptions extérieures ; tandis que leur propre âme [est] ressentie comme étant d'une nature qui n'est pas sans avoir des affinités avec les esprits. L'âme […] se transforme après la mort en un esprit qui survit au défunt ;

A l'instar des communications des « esprits » spirites, à travers lesquelles on peut distinguer qu'elles émanent de l'activité de parcelles psychiques plus ou moins

autonomes, les « esprits » des primitifs sont les manifestations de complexes inconscients.

4.2.7 Le modèle "Réseau d'ordinateurs autonomes interconnectés" du psychisme

L'inconscient se comporte comme un ensemble d'ordinateurs autonomes fonctionnant simultanément, dont l'interconnexion permet la transmission de messages-événements. D'autres mécanismes de connexion permettent l'interaction entre la conscience (ordinateur unique indépendant, modèle de cette partie du psychisme de l'individu) et l'inconscient ; ils le font, par exemple, en « censurant » certaines communications pour trouver un équilibre entre des fonctions psychiques qui s'opposent (l'une « voulant » et l'autre « ne voulant pas et n'arrivant pas à le dire »).

Tous ces « ordinateurs psychiques » sont sujets à erreurs et approximations. Ils peuvent entretenir des croyances a priori (héritage génétique d'archétypes ou acquisitions après la naissance) et refuser d'exprimer verbalement certaines pensées.

L'homme a tendance à personnifier des notions comme l'esprit, l'âme et la conscience de quelqu'un d'autre, à leur associer un être virtuel qui a une existence et un comportement autonomes ; nous l'avons vu ci-dessus.

> Quatre siècles avant notre ère, Platon imaginait déjà que le monde qui existait réellement était celui des Idées abstraites (absolues, parfaites et éternelles) ; les objets physiques dont nous sommes conscients n'étaient que des copies particulières de ces Idées, copies imparfaites et périssables. Affirmant que l'image humaine du monde est un ensemble de représentations de son esprit, incomplètes et biaisées mais les seules accessibles, il nous a laissé le mythe de la caverne (*La République*, livre septième) ; et pour lui, l'âme était séparée du corps. [B44]

4.2.8 Niveaux d'abstraction et déterminisme

Le déterminisme fournit des principes pour guider la pensée causale lorsque celle-ci se veut rationnelle et objective. Pour raisonner juste, il faut souvent réussir à comprendre des choses abstraites ou complexes, et à les formuler clairement pour bien se les représenter et les faire comprendre à autrui. Le texte qui suit présente quelques aspects du fonctionnement de la pensée pour comprendre et représenter quelque chose d'abstrait ou complexe, après deux définitions importantes : *représentation* et *concept*.

4.2.8.1 Représentation et concept

Avant de parler de conscience, nous avons besoin de définir deux notions qu'il ne faut pas confondre : la « représentation » et le « concept ».

4.2.8.1.1 Représentation

Le mot « représentation » a deux significations :

- *Acte par lequel l'esprit du sujet se représente quelque chose (son objet, par exemple un phénomène) tel qu'il est à un instant donné*. C'est une mise en

relation de l'objet avec une abstraction, l'ensemble de données mentales qui le représentent dans l'esprit du sujet.

- *Résultat de cet acte* : l'ensemble de données mentales précédent. Cet ensemble décrit en général l'objet d'une manière synthétique, schématique, en ne retenant de ses propriétés que celles jugées utiles par l'inconscient :
  - Celles qui décrivent *l'objet* le plus objectivement possible, sa photographie en quelque sorte : forme, couleur, taille, etc.
  - Celles qui en décrivent *la signification pour l'homme dans toute sa richesse* : une porte est "vue" avec ce qu'elle permet, un passage ; une personne aimée est reconnue et vue avec l'émotion d'amour qu'elle suscite.

  Si l'objet évolue (exemple : un footballeur voit le ballon qui arrive) sa représentation évolue automatiquement, comme les photos successives d'un film.

L'esprit de l'homme ne peut accéder à un objet lui-même, il n'accède qu'à sa représentation abstraite, dont la signification (description matérielle et sens psychologique) devient celle de l'objet, de l'objet entier et seulement de cet objet. *Pour l'esprit, la représentation EST l'objet réel*.

Construction de la représentation d'un objet

C'est l'intuition - et elle seule - qui produit une représentation mentale à partir d'un objet. Cette intuition résulte d'une *opération d'attention à l'objet* qui produit les informations (des données représentables, par exemple par des mots) constituant la représentation de l'objet. La construction de la représentation se déroule dans l'inconscient, où elle est déclenchée automatiquement par l'attention.

Utilisation d'une représentation d'objet - Mémoire de travail et mémoire à long terme

Sitôt créée par l'attention, la représentation est stockée dans la *mémoire de travail*. Elle y demeure quelques instants, assez longtemps pour que la conscience réagisse à son arrivée par des pensées.

> *Mémoire de travail - Mémoire à long terme - Espace de travail neuronal global*
> [B40] propose dans son chapitre 5 une *Théorie de l'espace de travail neuronal global* qui rend compte du fonctionnement de la « *conscience de* ». Cet espace de travail virtuel reçoit des informations des systèmes d'attention, d'évaluation de valeur, de perception et de mémorisation à long terme. Il constitue la mémoire de travail, mémoire qui forme une représentation cohérente des informations reçues et la retient le temps de la transmettre aux dizaines de processeurs psychiques spécialisés interconnectés susceptibles de l'utiliser, et éventuellement aux systèmes de commande des muscles moteurs. Une information arrivée dans l'espace de travail est immédiatement disponible.

A tout moment, une représentation peut être stockée en *mémoire à long terme*, où elle peut rester pendant des années. Elle peut ultérieurement y être retrouvée : l'esprit dispose alors non seulement de la description objective qu'elle contient, mais aussi de sa signification psychologique. C'est parce qu'une représentation contient aussi une telle signification que l'homme éprouve automatiquement une émotion lorsqu'il se souvient de certaines choses ou qu'il pense à elles (en fait à leur représentation).

4.2.8.1.2 Concept

Abstraction représentant une collection d'objets nommables ayant des propriétés communes. Les concepts sont indispensables aux raisonnements logiques.

Exemple : concept de « chien », représentant tous les chiens par des propriétés communes : quadrupède, mammifère descendant du loup, etc. Il est *nommable* : on lui a donné le nom « chien ». L'esprit humain ne peut raisonner que sur des idées nommables, ce qui n'est pas nommable demeurant à l'état de ressenti.

- Le concept est la forme la plus élémentaire de la pensée, à distinguer de formes plus élaborées comme le jugement.
- C'est une idée générale, une classe, un ensemble, par opposition à la représentation, image mentale personnelle. Ex : concept de « mère ».
- Le concept est le produit d'un processus réducteur conscient de l'intelligence comprenant comparaison, réflexion et abstraction ; il s'oppose à l'intuition et ne doit pas être confondu avec l'essence.
- Deux types : *empirique* (déduit de l'expérience) ou *pur* (transcendantal, créé a priori dans l'intelligence).

Contrairement à une représentation qui est une « photographie à un instant donné », un concept est un modèle réutilisable aussi souvent et longtemps que nécessaire.

Un concept peut se comprendre de 2 façons :

- *En compréhension*, avec la liste de toutes les conditions nécessaires et suffisantes(c'est-à-dire les *règles d'entendement*) que doit satisfaire un objet nommable pour faire partie de la classe générale définie par le concept.
- *En extension*, avec la liste de tous les objets ayant toutes les propriétés ci-dessus (mais aussi peut-être d'autres, considérées comme non significatives).

Construction du concept d'un objet

Le concept d'un objet (les propriétés partagées de sa classe) est construit par l'intelligence, par comparaison, réflexion et abstraction à partir d'une ou plusieurs représentations initiales de l'objet, dont on ne retient que les propriétés ou règles partagées. Ces représentations initiales sont obtenues par intuition empirique (exemple : une chose vue) ou à partir de concepts d'origine ; un concept ne peut provenir directement de l'objet : il faut au moins une représentation initiale de celui-ci pour généraliser ses propriétés.

La représentation initiale peut être un « concept pur de l'entendement », que tous les hommes connaissent intuitivement sans pouvoir les expliquer à partir d'idées plus simples, comme les concepts de temps, d'espace et de nombre entier.

4.2.8.2 Densité et profondeur d'abstraction

Problèmes posés par la densité et le niveau d'abstractions

Supposons que je dise (forme A) :

« Comme tous les petits chats, le mien aime jouer avec une balle. Il lui donne des coups de patte. En jouant, il s'entraîne à poursuivre des souris. »

Ce discours est clair (j'espère !). Si maintenant je dis (forme B) :

> *« Tous les félidés qui n'ont pas encore atteint le stade adulte utilisent des passe-temps ludiques pour assimiler les aptitudes nécessaires à un prédateur de rongeurs. »*

Dans la forme B il y a des mots et concepts plus abstraits que ceux de la forme A : félidés, stade adulte, ludique, prédateur et rongeurs. Chaque fois que j'utilise un mot rare ou abstrait je prends le risque d'être incompris, pour deux raisons :

- Dans mon auditoire certaines personnes peuvent ne pas connaître un ou plusieurs de ces mots ou concepts, ou les confondre avec d'autres ; et plus ces mots ou concepts abstraits sont nombreux dans mon texte, plus ce risque est élevé.

  Le risque augmente non seulement avec *le nombre* de mots rares ou abstraits, mais aussi et surtout avec *leur densité*, c'est-à-dire la proportion de ces mots dans l'exposé.

  Cette croissance de la difficulté de comprendre avec la densité d'abstractions vient de ce que le processus de compréhension de l'esprit utilise des rapprochements de mots ; par exemple, si je ne suis pas sûr du sens de "prédateur" mais que je connais celui de "rongeurs", je peux deviner qu'un prédateur est un être qui attrape, dévore ou maltraite des rongeurs. Donc plus la densité de termes abstraits dans une proposition est élevée, plus on risque de tomber sur des associations de mots incompris ou mal interprétés.

- Certains mots abstraits peuvent être définis, donc compris, connaissant un ou plusieurs mots du langage courant. C'est ainsi que le mot "prédateur", qui peut être défini avec la phrase "Animal ou plante qui se nourrit d'autres animaux ou plantes", peut se comprendre à partir des concepts courants que sont "animal", "plante" et "se nourrir". Nous dirons que le mot "prédateur" est *une abstraction de niveau 1*.

  Le mot "félidé", qui désigne un membre de la famille des mammifères carnassiers digitigrades, nécessite pour être compris de connaître le sens de "mammifère", "carnassier" et "digitigrade", qui sont des abstractions de niveau 1 : nous dirons que "félidé" est *une abstraction de niveau 2*.

  Le risque de mal comprendre une abstraction comme "félidé" est double :

  - D'une part, en tant *qu'abstraction d'abstraction*, ce qui demande un effort conceptuel plus grand et entraîne donc un risque d'incompréhension ou de mauvaise interprétation plus grand.
  - D'autre part, parce qu'il faut connaître *trois abstractions distinctes* pour le comprendre : "mammifère", "carnassier" et "digitigrade" ; il y a un risque de ne pas les connaître toutes les trois, et un risque de mal en interpréter au moins une. Ce second risque est en fait de type *densité d'abstraction*, puisque les trois abstractions de niveau 1 "mammifère", "carnassier" et "digitigrade" apparaissent côte à côte dans la définition de l'abstraction de niveau 2 "félidé".

Conseils de représentation et de communication concernant les abstractions

- *Eviter les abstractions et les mots rares*, ou au moins prendre soin de les définir dès leur première apparition.

  C'est ainsi que la phrase "*L'épicurisme est un eudémonisme*", apparue à la lecture d'un cours de philosophie où « eudémonisme » n'est défini nulle part, pose problème à tous ceux (dont j'étais) qui n'avaient jamais entendu parler d'eudémonisme et lisaient le cours pour apprendre la philosophie.

  (L'eudémonisme est une doctrine philosophique qui fait du bonheur le bien suprême, donc le but de toute action, et selon laquelle le bonheur véritable est :
  - ✓ Intellectuel, non le résultat d'un plaisir des sens ;
  - ✓ Durable et non passager ;
  - ✓ Rationnel et non émotionnel.

  Exemple : l'épicurisme est un eudémonisme ; l'épicurien définit le bonheur comme une vie paisible où il y a plus de plaisir que de peine et de douleur.)

  Lorsqu'on a besoin de réutiliser un terme abstrait dans la suite de l'exposé, on peut faire suivre sa première apparition d'une explication. C'est ce que j'ai fait délibérément ci-dessus en expliquant le mot eudémonisme tout de suite après l'avoir utilisé. On peut aussi (nous sommes à l'ère des textes présentés en langage HTML !) fournir un lien hypertexte donnant accès direct (dans le même texte ou sur Internet) à chaque définition depuis tous les endroits où elle peut être utile.

  A moins de s'adresser à des spécialistes, il faut résister à la tentation d'utiliser les mots savants compris seulement d'eux seuls, même si ces mots sont plus précis qu'une périphrase. Je connais des universitaires qui utilisent le maximum de mots savants et s'expriment dans les termes les plus généraux possibles, pour qu'on admire leurs connaissances, oubliant que le premier devoir d'un enseignant est de se faire comprendre de ses étudiants.

- *Diminuer au maximum la densité d'abstractions*. On peut recourir à des phrases courtes. On peut aussi insérer des définitions, des périphrases ou des exemples.

  Voici un exemple de ce qu'il ne faut pas faire, attribué à un « formateur en sciences de l'éducation » dans le blog *Bonnet d'âne* de Jean-Paul Brighelli :

  > *"…décontextualiser les évaluations certificatives à références critériées en les plaçant dans un référentiel distancié que l'on doit recontextualiser dans un cadre fonctionnel intégratif, etc."*

  En voici un autre, attribué à un enfant surdoué de 11 ans qui demande à sa mère, agrégée de mathématiques qui se découvre alors un abîme d'ignorance :

  > *"Maman, comment peut-il se faire que le concept de déité anthropomorphique capable de jugements de valeur humanistiques puisse subsister à notre époque, alors que de tels postulats subjectifs auraient dû depuis longtemps être éliminés des réflexions sérieuses des intellectuels par la philosophie positiviste et le matérialisme dialectique ?"*

- *Eviter au maximum les abstractions de niveau supérieur à 1*. Plus on y recourt, plus on décourage son public, plus on risque d'être mal compris.

Un exemple de ce qu'il faut éviter nous est fourni par les textes des philosophes Husserl ou Hegel : la densité d'abstractions y est élevée, il y a de nombreuses abstractions de niveau deux ou plus, les phrases sont longues, les exemples rares. Ces textes se lisent à la vitesse d'une page mal comprise à l'heure. On peut être un très grand penseur et ne pas savoir partager sa pensée. Quelle différence avec Platon, Descartes ou Pascal !

- S'il ne s'agit pas d'un texte littéraire, *éviter les métaphores, les sous-entendus et le besoin pour le lecteur de lire entre les lignes*. N'écrivez pas comme Nietzsche [B118].

Les règles ci-dessus sont résumées aux Etats-Unis par le sigle KISS :

"*Keep It Simple, Stupid!*"

- *Donner des exemples*. Un exemple permet de vérifier au moins dans un cas que ce qu'on dit est plausible, et d'aider le lecteur à vous comprendre. Non seulement l'homme comprend mieux un sujet abstrait ou complexe à partir d'un exemple concret et simple, mais il comprend mieux si on expose un ou deux cas particuliers avant le cas général : notre esprit a besoin de s'habituer à une idée nouvelle, de la situer par rapport à des connaissances qu'il a déjà, d'en évaluer les conséquences sur ce qu'il sait déjà ou les questions qu'il se posait.

  Un exposé qui commence par une définition extrêmement générale et abstraite submerge notre faculté de compréhension, qui ne peut rattacher ses nouveaux concepts à des concepts déjà maîtrisés. D'où ce dernier conseil :

- *Expliquer un sujet en augmentant la difficulté progressivement*, en commençant si nécessaire par un cas particulier pris pour exemple.

Nous allons à présent utiliser ces idées.

4.2.8.3 Compréhension par niveaux d'abstraction

<u>Notre esprit ne peut comprendre quelque chose de niveau de complexité élevé à partir de notions de niveau très inférieur.</u>

C'est ainsi que je ne peux comprendre une fonction physiologique animale comme *l'assimilation de nourriture* à partir de notions de chimie organique. Voici pourquoi.

Pour comprendre l'assimilation, j'ai besoin de comprendre d'abord les processus de niveau d'abstraction immédiatement inférieur que sont les mécanismes sous-jacents *d'hydrolyse des molécules organiques* (qui transforme les nutriments sous une forme leur permettant de traverser les membranes des épithéliums digestifs), de *transport des nutriments* (glucose, acides aminés, acides gras) *dans l'organisme*, et de *construction des macromolécules de l'organisme* conformément à son code génétique.

Le niveau d'abstraction des trois processus ci-dessus est inférieur à celui de l'assimilation, mais encore trop élevé pour faire partie de la chimie organique. J'ai donc aussi besoin de comprendre chacun des trois processus élémentaires de l'assimilation à partir de notions encore moins abstraites. L'hydrolyse, par exemple, est un processus mettant en œuvre des enzymes de la famille des hydrolases, qui réalisent l'ouverture par l'eau de liaisons C=O ou C≡N ; comprendre cela demande

des connaissances sur le rôle des hydrolases dans les processus de chimie organique d'ouverture des liaisons…

L'exemple ci-dessus illustre *l'impossibilité de sauter des niveaux d'abstraction lorsqu'on veut comprendre quelque chose de complexe*. Un niveau supérieur prend en compte des interactions internes et externes des niveaux inférieurs, interactions qui ne peuvent être déduites des propriétés de chacun : *le tout est plus riche que la somme des parties* (voir le sous-titre *Richesse d'une structure en informations* dans le paragraphe *Structure*). Notre esprit a besoin de représentations hiérarchisées, construites avec des processus mentaux élaborés qu'il met parfois des années à assimiler.

A chaque montée de niveau, notre esprit schématise la réalité pour la simplifier. Il néglige ainsi des détails qui risqueraient de l'encombrer. Cette simplification peut aller jusqu'au réductionnisme (voir *Vocabulaire*).

Mais il ne suffit pas de comprendre chacun des concepts de niveau *N-1* qui définissent un concept de niveau *N*, il faut aussi comprendre comment ces concepts sont associés pour définir le concept de niveau supérieur ; en d'autres termes, il faut à la fois une *connaissance des composants* sous-jacents du niveau N et une *compréhension des relations entre eux et avec N*. On reconnaît dans la démarche ci-dessus l'approche analytique du célèbre *Discours de la méthode* de Descartes.

<u>Remarques</u>

En pratique, il ne faut pas nécessairement limiter la structure de niveaux nécessaire à une représentation correcte à une arborescence relationnelle stricte (structure où chaque nœud "fils" de niveau *N-1* a un "père" et un seul au niveau *N*) ; il peut aussi exister des branches reliant directement des niveaux comme *N* et *N-p* (où *p>1*) par une sorte de raccourci. On doit aussi recourir à des représentations non hiérarchisables, par exemple pour tenir compte de pensées nées dans l'inconscient sans relation avec les processus psychiques conscients, pensées qui paraissent donc transcendantes.

4.2.8.4 Penser par niveaux d'abstraction

Comprendre quelque chose c'est s'en créer une représentation mentale qu'on estime satisfaisante.

Il y a là une difficulté : une compréhension satisfaisante pour un individu peut ne pas l'être pour un autre. Certaines personnes ont une pensée peu rigoureuse en matière d'adéquation d'une représentation avec la réalité vérifiable, d'autres sont si exigeantes qu'elles s'attardent à préciser et vérifier trop de détails. Et certaines personnes ont tendance à tenir pour vraies des représentations construites par leur intuition ou par analogie qui ne satisfont guère la raison, c'est-à-dire à *penser faux* ; on en trouve des exemples en interrogeant des électeurs sur les raisons de leur choix entre des politiciens candidats et leurs programmes. Enfin, il y a des différences entre les représentations mentales que des personnes différentes se font d'une même réalité.

En plus de *comprendre* des situations ou des phénomènes, nous devons souvent *construire* des concepts, des raisonnements ou des algorithmes de résolution de

problèmes. Et comme dans le cas de la compréhension, notre processus de construction doit parfois recourir à une hiérarchie de niveaux.

4.2.9 Théorie informationnelle du psychisme

Pour simplifier la représentation et la compréhension des mécanismes de la pensée on peut recourir à un modèle de plus en plus utilisé, la *Théorie informationnelle du psychisme* ; cette théorie (en anglais : *Computational Theory of Mind*) décrit les fonctions psychiques à l'aide des informations qu'elles manipulent et des représentations. Pour plus de détails : [B268].

4.2.10 La conscience

Le mot français « conscience » a 3 significations :
conscience morale, *conscience de*, et *conscience* tout court.

<u>Conscience morale</u>

On parle de *conscience morale* pour désigner la fonction psychique permettant à l'homme d'apprécier la différence entre le bien et le mal, donc d'exercer son libre arbitre. Ce sens n'apparaîtra pas dans ce texte.

<u>Conscience de</u>

On parle de *conscience de*… ou d'*aperception* pour désigner les mécanismes psychiques par lesquels l'homme connaît un objet. On en parle avec les verbes avoir et être :

- Quand <u>j'ai</u> conscience d'un objet, il est présent à mon esprit, je peux en parler.
- Quand <u>je suis</u> conscient d'une situation, elle est présente à mon esprit.

La conscience tout court est abordée au paragraphe *Conscience (tout court)*.

4.2.10.1 La *conscience de*, ETAT du psychisme

La *conscience de* est un <u>état instantané</u> du psychisme, une « photo ». Il change automatiquement au fur et à mesure que l'objet de conscience change : lorsque je suis conscient qu'un ballon vient vers moi, son image dans mon esprit (sa photo) change (ou est remplacée) au fur et à mesure de son déplacement.

Dans mon esprit, l'état d'un objet à un instant donné (l'ensemble des informations à son sujet dont je suis conscient) figure sous forme d'un ensemble de données. Cet ensemble en représente à la fois *les caractéristiques objectives* et *la signification psychologique qu'il a pour moi*, propriétés que je peux décrire et dont je peux parler. Cet ensemble abstrait est la seule façon dont je peux appréhender l'objet, puisque mon cerveau ne peut manipuler que des abstractions, représentations qu'il a construites lui-même. *L'état psychique conscience de se confond donc avec cet ensemble de données* ; lorsque je me souviens d'avoir eu *conscience de* quelque chose, ce sont des données que j'extrais de ma mémoire. Appelons *C* l'ensemble de données de la représentation psychique d'une *conscience d'objet* à un instant donné.

4.2.10.1.1 Justification : une conscience de est un ensemble de données

- *1ère raison : l'état d'un système est décrit par un ensemble de variables ayant une valeur à un instant donné*. Si le système évolue dans le temps (en se

déplaçant, en se transformant…) son état change, et certaines des variables qui le décrivent peuvent changer de valeur.

Or la *conscience de* est un état psychique à un instant donné, résultat pour un individu de l'état de certains de ses neurones et des excitations (signaux transportant des informations) qu'ils se sont transmis. *A un instant donné, la conscience de est donc décrite par un ensemble de données qui décrit l'état des neurones correspondants et des excitations émises et reçues*.

Il y a donc un « code conscient », propre à chaque individu, qui décrit la représentation dont il a conscience à un instant donné. Selon [B40] page 205 :

> « La distribution des cellules actives et inactives compose un code interne qui reflète fidèlement le contenu de la perception subjective. Ce code conscient est stable et reproductible : ce sont toujours les mêmes neurones qui déchargent dès que le patient pense à Bill Clinton. Il suffit, pour les activer, *d'imaginer* le visage de ce président : la plupart des neurones du cortex temporal antérieur répondent avec la même sélectivité aux images réelles et aux images mentales. La mémoire suffit également à les réactiver. »

- *2ème raison : lorsque je suis conscient de quelque chose (et seulement si j'en suis conscient, donc j'y fais attention), je peux en parler*. Or les muscles qui agissent pour parler (ceux de la bouche, etc.) sont commandés par des neurones moteurs. Comme tous les neurones, ceux-ci sont activés par des signaux d'excitation et seulement de cette manière-là ; ils sont donc activés par des données, celles des signaux reçus, elles-mêmes provenant d'autres neurones, etc., l'origine de la chaîne de neurones étant la *conscience de*.

  Pour activer une chaîne de neurones se terminant par les neurones moteurs de la parole, la *conscience de* ne peut donc être qu'un ensemble de données. Si l'origine des signaux activant la parole était une fonction *autonome* et *inconsciente* du psychisme elle ne pourrait pas émettre des signaux aboutissant à des paroles cohérentes, fonction du seul contenu de la *conscience de*.

4.2.10.1.2 Données et structure d'une représentation

On comprend le sens d'un texte français à partir de deux notions : les lettres avec lesquelles on écrit les mots, et les associations de ces lettres en mots et des mots en phrases. La compréhension n'est obtenue qu'avec une lecture suivie d'une interprétation par l'esprit des images reçues. L'interprétation est un processus actif d'analyse de la *structure* de ces images : quels mots, dans quel ordre, avec quels signes de ponctuation, etc. En résumé, *le sens d'un texte est dans sa structure*, les quelques dizaines de signes de l'alphabet et de la ponctuation ne suffisent pas à le décrire.

De même, le contenu d'une représentation (objet et sens psychique) n'est pas dans les seuls neurones qui la stockent ou la transmettent ; il est porté par *la structure* de leurs interconnexions et des signaux transmis, *il n'est dégagé que par un processus actif d'interprétation par le psychisme*. Il y a là une analogie avec la machinerie cellulaire du corps : ses processus chimiques et biologiques suivent les règles d'un code informatique stocké dans la structure des 4 bases *A, C, G* et *T* de l'ADN et de l'ARN.

4.2.10.1.3 Représentation propre d'un objet

Un objet figure dans l'esprit sous forme d'une représentation propre (désignée par *X*) qui en décrit les caractéristiques à un instant donné : forme, couleur, signification, etc. Nous verrons que la *conscience d'un* objet, *C*, comprend aussi d'autres données que cette représentation d'objet *X* : *X* est un sous-ensemble de *C*.

4.2.10.2 La prise de conscience de, ACTION du psychisme

A l'évidence, *prendre conscience* d'un objet dont on n'avait pas conscience auparavant est *une action* ; une fonction psychique agit : nous l'appellerons *attention*. Pour avoir *conscience de* quelque chose, je dois y faire attention. L'attention est donc une fonction psychique qui a pour résultat une *conscience de* ; c'est cette fonction qui produit l'ensemble de données *C* de cette *conscience de*.
Voir aussi dans le *Vocabulaire* : *Seuil de conscience*.

Mais une opération d'attention (<u>action</u> psychique) ne permet pas, à elle seule, de penser consciemment à l'objet de l'attention ou d'en parler : c'est sa conséquence, la *conscience de* l'objet (<u>état</u> psychique et ses données associées, *C*), qui déclenche la pensée consciente.

4.2.10.2.1 Mémorisation des étapes d'une action - Schéma d'attention

L'esprit *se souvient* de la suite d'étapes d'une action qu'il vient de réaliser.

> Je me souviens de la manière de dévisser le couvercle d'un pot de configure : je prends le pot dans ma main gauche, je mets la main droite sur le couvercle, je tourne ce couvercle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre en le serrant dans ma main, et quand je ne sens plus d'effort je soulève le couvercle. Mon esprit a enregistré cette suite de gestes.

Les appareils d'IRMf (imagerie fonctionnelle par résonnance magnétique) enregistrent l'activité des diverses zones du cerveau lors de certaines actions : à une même suite d'actions correspond une même suite de zones cérébrales activées ; ainsi, lors d'un parcours, chaque lieu atteint correspond en mémoire à une région cérébrale particulière. Des expériences ont montré que l'action de prendre conscience, l'attention, active certaines zones bien définies du cerveau, dont la succession est enregistrée en mémoire. Cet enregistrement d'une suite d'actions, gestes ou pensées, permet ultérieurement de les répéter avec peu d'effort de réflexion : il y a eu apprentissage d'une procédure.

<u>Le schéma d'attention</u>

Des expériences de neuropsychologie ont montré que l'action d'attention visuelle à un objet est mémorisée automatiquement. A sa propre initiative, mon inconscient mémorise le contexte de l'action (lieu, date…), mon état d'esprit lors de son déclenchement (à quoi je voulais faire attention…), la suite des ordres à donner aux nerfs qui commandent des muscles nécessaires à la vision, et d'autres renseignements analogues sur l'attention.

Cette mémorisation produit un ensemble de données A appelé *schéma d'attention*, qui constitue une description de la procédure d'attention, avec son contexte et ses étapes psychiques. Aussitôt produit, ce schéma d'attention est associé automatiquement par l’inconscient à la représentation X de l'objet de l'attention, puis

ce couple d'ensembles de données liés A + X est mémorisé en mémoire de travail (mémoire de court terme) : tout ceci est très rapide, bien plus rapide qu'une réflexion consciente sur un sujet quelconque. Et si l'objet de l'attention évolue (ballon qui bouge, par exemple), sa représentation et son schéma d'attention évoluent automatiquement en même temps, de manière synchronisée.

Toute représentation d'objet X présente à l'esprit (dont il a conscience) est donc accompagnée de son schéma d'attention A. Que cette représentation provienne d'une perception (visuelle, etc.), ou d'une réflexion qui l'a construite en utilisant la mémoire et diverses fonctions psychiques, elle est toujours accompagnée de son schéma d'attention lorsque l'esprit en a conscience.

4.2.10.2.2 Etapes de la mémorisation d'objets composés et leur structure

Souvent, l'attention à un objet ne le voit pas du premier coup d'une manière satisfaisante pour l'inconscient : soit elle voit autre chose à proximité ; soit elle voit un détail de l'objet, alors qu'elle voudrait le voir tout entier ; soit elle voit successivement diverses parties de l'objet et l'esprit doit en faire la synthèse pour être satisfait d'avoir reconnu l'objet qui l'intéresse, etc. *Une opération d'attention comprend des étapes*.

Non seulement l'attention mémorise dans son schéma d'attention *A* toutes les étapes de la procédure nécessaires pour construire une représentation satisfaisante *X* de l'objet, mais en plus elle représente *X* comme une somme de représentations de parties de l'objet, $X = X_1 + X_2 + X_3$…. L'esprit a donc *conscience d'un* objet composé $C = A + X_1 + X_2 + X_3$…., et c'est cet ensemble-là qu'il mémorise pour l'objet donné.

Donc à part les rares objets si simples qu'ils se contentent d'une représentation d'un seul tenant, *un objet est toujours mémorisé comme somme d'objets élémentaires*. Lorsque la *conscience* le retrouvera et l'extraira de la mémoire, elle devra en reconstituer la représentation à partir de ses composantes $X_1 + X_2 + X_3$… en suivant les étapes de la procédure *A*. Elle le fera automatiquement et rapidement, grâce à une fonction inconsciente de reconstitution.

La méthode de représentation d'un objet composé *E* par objets composants à réassembler a deux avantages :

- Les représentations des parties d'un objet déjà connues n'ont pas à être mémorisées à nouveau, il suffit pour chacune que le schéma d'attention *A* contienne un lien (référence) permettant de le retrouver. Ceci permet une économie de place mémoire.
- Les nombreuses interconnexions de références permettent de retrouver un objet composé connaissant une partie seulement de ses composants.

  Exemple : je viens de réécouter la 38ème symphonie de Mozart. Je me souviens que le compositeur lui avait attribué un nom propre ayant un rapport avec l'Europe centrale, nom que j'avais entendu lors de l'écoute précédente. Ma fonction mémoire retrouve ce nom en le reconstruisant grâce aux propriétés de cet objet dont je me souviens (Mozart + symphonie + Europe centrale) et des relations entre eux : c'est "Prague", la symphonie "Prague".

4.2.10.2.3 Le travail non conscient de reconstruction critique de la conscience

A la fin de la phase d'attention, la *conscience de* comprend un assemblage automatique et non conscient de représentations composantes avant franchissement du seuil de conscience, y compris en prenant en compte des images *subliminales*. En outre, cet assemblage non conscient comprend une évaluation, à la fois sémantique et affective, de la représentation construite, évaluation terminée par un jugement de validité ; et si cette représentation déplaît parce qu'elle est incohérente, qu'elle contredit une information présente à l'esprit ou qu'elle entraîne un rejet affectif par un côté choquant, l'inconscient tente automatiquement un autre réassemblage à la recherche d'une représentation « meilleure ».

Cette phase d'assemblage critique de représentations composantes permet, par exemple, de reconnaître un visage même si certains traits ont changé ; il permet de reconnaître un mot malgré une faute d'orthographe, etc.

Dans [B40] pages 99-100 on lit :

« … le cerveau évalue inconsciemment tous les sens possibles d'un mot ambigu, même ceux qui ne sont pas pertinents dans le contexte. »

« Les aires [cérébrales] du langage sont d'une telle efficacité qu'elles parviennent à retrouver en mémoire, inconsciemment et simultanément, toutes les associations sémantiques d'un mot, même s'il est ambigu et même lorsque seul l'un d'entre eux convient au contexte. L'inconscient propose, le conscient choisit. »

4.2.10.3 La *conscience de* est un couple {Objet + Schéma d'attention}

A un instant donné, l'état psychique *conscience d'un objet* étant associé à un couple d'ensembles de données indissociables {objet *X* + schéma d'attention *A*}, *il est confondu avec l'ensemble des données de ce couple* : c'est la seule manière dont l'esprit peut en avoir connaissance, il ne connaît rien de plus et rien de moins.
On écrit symboliquement : $C = X + A$.

N'ayant pas accès aux objets physiques, le cerveau humain ne manipule que des abstractions.

- Certaines sont des représentations, « images » d'objets réels perçus par nos sens : vue, ouïe, etc.
- D'autres sont des représentations a priori, que nous héritons de nos ancêtres en naissant ; exemples : le concept géométrique de point, les concepts de temps ou d'espace.
- D'autres enfin, sont des constructions de notre esprit, abstractions construites à partir d'autres abstractions ; exemples : représentations d'objets composés, procédures de raisonnement comme la méthode d'addition de deux nombres.

L'esprit d'un individu n'ayant accès qu'à des abstractions construites par lui ou reçues par héritage génétique, il ne peut connaître le monde que par rapport à lui-même, en tant que phénomènes.

4.2.10.3.1 Toute *conscience de* est prise en compte instantanément

Toute *conscience de* présente à un esprit à l'état d'éveil y déclenche automatiquement et instantanément les fonctions psychiques qui la prennent en

compte ; aucun effort de volonté n'est nécessaire et la *conscience* n'a aucun moyen d'empêcher cette prise en compte.

> Exemple : lorsque j'aperçois une autre personne (lorsque *j'en ai conscience* parce que j'ai dans l'esprit le couple $C = X + A$ correspondant) ma fonction psychique de reconnaissance d'image se déclenche, reconnaît qu'il s'agit d'une personne, retrouve son couple de représentations associé dans ma mémoire, et me produit une impression de personne connue.

La détection automatique de *valeurs* de données (distincte de celle "tout-ou-rien" de la mise sous tension d'un mécanisme) est possible dans le psychisme. Cette détection instantanée a été confirmée expérimentalement. Selon [B40] pages 181, 228 et 232 :

> « …la conscience [de] est riche de conséquences. Dès que nous prenons conscience d'un fait, des myriades de possibilités s'offrent à nous. Nous pouvons le rapporter à d'autres, en mots ou en gestes. Nous pouvons le stocker en mémoire et le rappeler ensuite. Nous savons l'évaluer et l'utiliser pour guider nos actions. Tous ces processus deviennent disponibles au moment même où l'information accède à notre conscience… »

> « …la conscience [de] n'est rien d'autre que la diffusion globale d'une information à l'échelle de tout le cerveau. »

> « Dès que nous prenons conscience d'une information, celle-ci devient capable d'influencer nos décisions et nos actions volontaires, en nous donnant le sentiment qu'elles sont sous le contrôle de notre volonté. »

4.2.10.3.2 Conscience de, présence à l'esprit et sens

Nous avons vu qu'une *conscience de* (état psychique $C = X + A$) commence nécessairement par une action d'attention (schéma d'attention *A*), qui choisit un objet unique (représentation *X*) parmi ceux que fournissent les perceptions et ceux qui sont déjà en mémoire.

<u>Espace de travail neuronal global</u>

La *conscience de C* est formée par l'attention dans *l'espace de travail neuronal global* (notion proposée par [B40] pages 228-229), zone cérébrale d'échange entre tous les processus psychiques, la mémoire de travail et la mémoire à long terme. C'est l'espace où se forment les pensées et les représentations, où arrivent les perceptions et d'où partent les stimulations des systèmes nerveux moteurs (ceux qui actionnent les muscles).

Présence à l'esprit

Dès son arrivée dans l'espace de travail, une *conscience de* est perçue par la *conscience tout court*, qui lance alors le premier des processus nécessaires pour traiter ses données. L'objet *X* est alors *présent à l'esprit* : en plus d'en avoir conscience, le sujet y pense. Rappelons que toute représentation d'objet comprend un *sens*, implication psychique avec son jugement de valeur (bien/mal, juste/injuste, beau/laid, etc.) qui ne sera pris en compte consciemment que si son importance est jugée suffisante pour distraire la conscience de son enchaînement unique de pensées à un instant donné.

A l'occasion, un objet dans l'espace de travail peut devenir présent à l'esprit (être pris en compte par une pensée) sans passer par une *conscience de* (sous l'action d'une autre pensée ou suite à une extraction de la mémoire), longtemps après qu'une attention initiale eut provoqué une *conscience de* lui.

On voit que les expressions "*conscience de*" et "présence à l'esprit" n'ont pas la même signification. Comme elles ne sont pas évidentes, voici leurs traductions en anglais :

- Attention : 'attention' ;
- *Conscience de* : 'awareness' ; *conscience de soi* : 'self-knowledge' ;
- Sens psychologique : 'meaning' ;
- Présence à l'esprit et aptitude à éprouver des sensations : 'sentience'.
  Exemples de présences à l'esprit :
  - Un être sensible, capable d'éprouver joie et souffrance : 'sentient being' ;
  - Une qualité (comme la couleur) considérée de manière abstraite indépendamment d'objets qui l'ont : 'quale' (pluriel : 'qualia').

L'adjectif anglais 'conscious' indique à la fois une *conscience de* et un *sens* donné à l'objet de la *conscience de*.

4.2.10.4 Le champ d'attention

A un instant donné, un sujet perçoit son environnement par tous ses sens à la fois : vue, ouïe, toucher, etc. Un sens donné, la vue par exemple, a dans son champ propre plusieurs objets possibles : pour un footballeur, il y a d'autres joueurs, le ballon, le but adverse, etc. Tous les objets du champ d'attention, perçus par tous les sens, ont chacun un « poids » mesurant son importance, attribué automatiquement par l'inconscient, et qui varie constamment pour s'adapter à la situation qui évolue.

Choix de l'objet du champ d'attention dont le sujet est conscient

Les objets du champ d'attention d'un sujet sont constamment en concurrence pour être communiqués à sa *conscience de*. Leurs poids sont continuellement comparés par le processus d'attention. A un instant donné, seul celui qui a le poids le plus important franchit le seuil de conscience et devient « l'objet auquel le sujet fait attention » ; les autres objets restent perçus par l'inconscient sans interrompre la fonction psychique en cours d'exécution de la *conscience* (ce 3ème sens de conscience, la *conscience tout court* est défini plus bas).

Un objet auquel un sujet fait attention peut sortir du champ de sa conscience pour y être remplacé par un autre objet jugé plus important. Un footballeur qui regarde (fait attention à) un autre joueur peut, du coin de l'œil, apercevoir le ballon qui vient vers lui : sous l'influence instantanée de son subconscient son attention se détourne alors automatiquement vers le ballon, dont le« poids » est devenu prépondérant.

4.2.10.5 La conscience de soi

Comme tout objet abstrait en mémoire, l'ensemble $C = X + A$ (*conscience de* l'objet cible de l'attention) peut lui-même faire l'objet d'une opération d'attention. La *conscience de* résultante, appelons-la *S*, est la « conscience du sujet d'avoir

conscience d'un objet » : c'est une *conscience de soi*, appelée par les philosophes *aperception*. Et comme *C* lui-même, *S* comprend une description X_S et un schéma d'attention A_S de l'objet source *C* initial, description notée $S = X_S + A_S$. Une conscience d'avoir conscience s'appelle *métaconscience* ; c'est une pensée sur sa propre pensée, une *métacognition*.

Le mécanisme du « moi »
Selon [B40] page 230 : "Il n'existe aucun « moi » qui contemple le théâtre de la conscience : c'est le théâtre lui-même qui constitue le mécanisme du « moi »."

4.2.10.6 Conscience d'un objet quelconque

Le cerveau humain a un mécanisme d'attention *à n'importe quelle représentation R en mémoire, quelle que soit la manière dont R a été construite*. Ce mécanisme génère les données d'une *conscience de* cette représentation, un couple (*schéma d'attention + R*). Nous avons évoqué ce sujet dans *Justification : une conscience de est un ensemble de données*.

Avoir *conscience de* soi-même est possible par le même mécanisme psychique qu'avoir conscience d'un objet, car la représentation de celui-ci peut résulter d'une opération précédente de la conscience comme d'une perception des sens.

Enfin, le cerveau à l'état d'éveil peut faire attention à un objet abstrait comme un concept, ou complexe comme la suite des étapes d'un raisonnement ou une suite de déclenchements de gestes physiques. L'opération d'attention créera une représentation et un schéma d'attention de cet objet, permettant à l'esprit d'*en avoir conscience*.

Toute connaissance de *conscience de* est une connaissance *immédiate* et *directe* d'une sensation, d'un désir, d'une crainte, d'une volonté ou d'une représentation d'objet ; voilà pourquoi vous les connaissez parfaitement, vous pouvez les observer et les décrire avec certitude, dans tous leurs modes, toutes leurs nuances, tous leurs caractères relatifs ou particuliers, fugitifs ou permanents.

Cette *conscience de* génère automatiquement et immédiatement, dans le subconscient du sujet, une *première émotion*, agréable ou désagréable, qu'il ne peut s'empêcher d'éprouver mais qu'il peut ensuite transformer en jugement de valeur en y réfléchissant.

Quand j'entends quelques notes d'une symphonie de Mozart j'éprouve un sentiment esthétique : je trouve cette musique belle ; j'éprouve cette émotion immédiatement, instinctivement, sans réflexion aucune.

4.2.10.7 Modèle prévisionnel de l'évolution d'un objet - Intention d'agir

Lorsque l'esprit a *conscience d'un objet* pendant un temps suffisant, l'inconscient construit automatiquement un modèle de son évolution permettant de prévoir celle-ci dans l'avenir proche. Le gardien de but qui suit des yeux un ballon en prévoit la trajectoire, et son subconscient « calcule » le geste nécessaire pour l'arrêter ; la conscience n'intervient pas *avant* le geste réflexe, faute de temps, mais *après*, pour évaluer la situation.

Parfois, une intention d'agir (décision d'action) est inconsciente et intervient instinctivement très vite, *avant* prise en compte par la conscience ; dans ce cas,

l'impression de *conscience de* qui s'est formée après décision d'action ne fait que "mettre au courant" la *conscience* de la décision prise instinctivement, peut-être pour la justifier rationnellement par souci de cohérence entre inconscient et conscience. Parfois l'intention d'agir intervient *après* la *conscience d'une certaine cause* (c'est-à-dire après la réflexion qui suit la prise de conscience).

4.2.10.8 Conscience d'autrui - La Théorie de l'esprit

Un individu peut avoir *conscience d'une autre* personne comme il a *conscience de* soi. Il fait attention à l'autre, est *conscient de* l'expression de son visage et de ses gestes, etc. Une fonction psychique « sociale » permet à tout individu *A* de se construire un modèle de l'esprit d'un autre qu'il observe, *B*, pour essayer de deviner de quoi *B* a conscience, ce qu'il pense, l'émotion qu'il ressent, ce qu'il désire et ce qu'il va faire. Avoir *conscience de B* a une signification pour *A*, qui en éprouve une émotion (agréable ou désagréable) ; la description de cette émotion fait partie des données de la *conscience de B* dans l'esprit de *A*.

La connaissance scientifique actuelle sur ce sujet fait l'objet de la *Théorie de l'esprit* (Theory of Mind) [B45].

4.2.10.9 Perception de la conscience de en tant qu'« émanation de fluide »

Lorsqu'un homme *A* s'interroge sur l'endroit, dans l'espace, où se trouve la *conscience de soi*, *S*, et les données qui la décrivent, cette introspection lui répond : « En moi-même ». En toute logique, *A* sait bien qu'une pensée comme la *conscience de* n'est pas un objet physique et n'a donc pas de position spatiale. Mais son psychisme a une certitude instinctive indépendante concernant sa pensée : elle est en lui-même, pas hors de lui. Cette certitude vient de ce que *l'esprit de A possède en permanence un modèle de lui-même*, construit automatiquement par la fonction psychique qui construit aussi les modèles des autres personnes que *A* rencontre.

> Cette fonction psychique n'est, d'ailleurs, qu'un sous-ensemble d'une fonction plus générale qui construit un modèle de tout animal dont un homme est conscient, pour en prévoir le comportement, et en profiter si possible ou s'en protéger si nécessaire.

Lorsque *A* a *conscience d'un* objet *E* extérieur à lui-même, son psychisme a un modèle de cette relation entre lui-même et *E*. Ce modèle, suggéré par des enregistrements IRMf, est celui d'une « flèche lumineuse » ou d'un « fluide » émanant de lui (de ses yeux s'il s'agit d'une *conscience visuelle de*) et allant jusqu'à l'objet *E*.

De même, lorsque l'individu *A* observe un individu *B* qui regarde l'objet extérieur *E*, une fonction sociale du subconscient de *A* construit un modèle de la *conscience de B* sous forme d'un fluide émanant des yeux de *B* et allant jusqu'à l'objet *E*.

4.2.10.10 Conscience (tout court)

La *conscience* (tout court) est l'ensemble des phénomènes psychiques permettant la connaissance du monde et de soi-même à l'état d'éveil : attention, *conscience des* autres et de soi, fonctions psychiques, représentations et affects. Les fonctions psychiques manipulent des données abstraites (les représentations) pour les mémoriser, raisonner sur elles et commander des actions musculaires. Du point de vue physiologique les fonctions résultent d'états et d'excitations de neurones.

Appareil conscient - Appareil inconscient

On se représente parfois cette forme de conscience sous forme d'*appareil* virtuel regroupant des fonctions psychiques ; on dit par exemple : « les fonctions nécessaires à l'entendement sont *dans la conscience* ». On parle aussi d'*appareil inconscient* pour le dispositif virtuel où se produisent les phénomènes inaccessibles à la *conscience* : on dit aussi : « la reconnaissance des visages fait partie de l'inconscient ».

Comparaison des fonctions inconscientes et des fonctions conscientes

- Les fonctions inconscientes opèrent rapidement, à l'insu du sujet. Il s'agit de : perceptions, assignations de poids aux objets du champ d'attention, décisions et actions basées sur ces poids, intuition, compréhension du langage, etc.

  > Selon [B40] page 168 : « [Dans nos expériences sur la prise de conscience d'images vues] le cerveau pouvait par exemple reconnaître que *piano* et PIANO représentent le même mot, ou que le chiffre *3* et le mot *trois* évoquent la même quantité, sans pour autant que le sujet en prenne conscience. »

  Les processus qui gèrent les diverses fonctions inconscientes *peuvent fonctionner en parallèle*. Par rapport à la conscience, ils sont parfois autonomes, parfois déclenchés ou influencés par elle ; ainsi, la conscience peut biaiser la concurrence entre les objets du champ d'attention pour orienter son choix.

- Les fonctions conscientes agissent lentement sur une vision réduite et schématisée du monde. Il s'agit de :
  - Pensée logique ou affective ;
  - Synthèse de perceptions inconscientes ou subconscientes pour en offrir une représentation globale cohérente ;
  - Compréhension de phrases ayant plusieurs sens possibles ou des sous-entendus ;
  - Gestion de la mémoire de travail pour pouvoir garder présentes à l'esprit les représentations qui l'intéressent (et seulement celles auxquelles il veut faire attention) pendant tout le temps nécessaire. Cette fonction permet la construction de modèles d'évolution des objets d'attention.

Contrairement à l'inconscient, la conscience ne peut faire qu'une chose à la fois

Cette certitude expérimentale est affirmée avec force dans [B40] pages 173 et 177 :

> « L'accès à la conscience fonctionne en tout-ou-rien et bascule dans l'état "on" ou dans l'état "off". »
>
> « Notre cerveau conscient ne peut pas connaître deux embrasements en même temps, il ne nous laisse percevoir qu'un aspect de réalité à la fois. »
>
> « Le simple fait de se concentrer sur un objet de pensée nous empêche d'en percevoir un second. […] Avant qu'un objet ne pénètre notre conscience, il doit d'abord attendre que celle-ci se libère. »

La pensée consciente réagit avec retard et sa vitesse est limitée

Selon [B40] pages 177 à 179, notre conscience est en retard sur les événements. Il lui faut au moins 1/3 de seconde pour traiter un volume suffisant d'informations sur

l'objet de son attention, transformant cet objet en une représentation cohérente. Lorsque ces informations lui parviennent avec un débit insuffisant (d'une image difficile à distinguer, par exemple) l'esprit prend le temps d'en accumuler et analyser suffisamment avant qu'elles franchissent le seuil de conscience et soient prises en compte.

Enfin, lorsque la conscience est occupée à penser à un certain sujet et qu'elle doit en changer d'urgence, la prise en compte de ce nouveau sujet doit attendre la fin de celle du précédent ; c'est pourquoi, lorsqu'il doit freiner rapidement pour éviter un accident, un conducteur en train de téléphoner réagit moins vite que s'il ne pensait qu'à conduire.

Heureusement, l'homme dispose de deux moyens de compenser automatiquement le délai imposé par la conscience. Il y a d'abord les réactions réflexes commandées par le seul inconscient. Il y a ensuite notre fonction d'anticipation des événements, basée sur le modèle prévisionnel de l'évolution de notre contexte de vie construit automatiquement par l'esprit.

<u>Pour les scientifiques il n'y a plus, aujourd'hui, de mystère de l'expérience subjective</u>

Selon [B40] page 207 :

> « En un mot, le mystère de l'expérience subjective est aujourd'hui éventé. Au cours de la perception consciente, les neurophysiologistes n'ont aucune difficulté à enregistrer des décharges neuronales spécifiques d'une image ou d'un concept, et ce dans plusieurs régions du cerveau. Ces cellules déchargent si et seulement si la personne déclare avoir vu l'image - peu importe que cette perception soit authentique ou imaginaire. Chaque scène visuelle consciente est codée par un état d'activité neuronale reproductible et qui reste stable pendant au moins une demi-seconde, tant que la personne la voit. »

Non seulement la *conscience de* est associée à des décharges neuronales, toujours les mêmes chez une personne donnée pour une image ou un concept donné, mais réciproquement l'arrivée d'une image perçue entraîne sa prise en compte par la conscience sous forme d'une représentation. On lit dans [B40] pages 211 et 214-215 :

> « …chaque paramètre de la scène visuelle se projette en un point donné du cortex. Différents secteurs du cortex occipital abritent des mosaïques de neurones sensibles à la forme, au mouvement ou à la couleur. La stimulation cérébrale démontre que cette relation entre la perception et les décharges neuronales est causale. »

> « Ce n'est pas l'activité neuronale locale qui suscite la conscience [de], mais sa propagation à des régions distantes du cortex. […] La conscience [de] réside dans les boucles du cortex : c'est la réverbération de l'activité neuronale dans les méandres des connexions corticales qui cause chacune de nos sensations conscientes. »

4.2.10.11 Conclusion : la conscience est une interprétation

Répétons-le une dernière fois : le fonctionnement de la *conscience*, de la *conscience de* et de la *conscience de soi* résulte d'une interprétation par notre psychisme d'états de nos neurones ; cette interprétation produit toutes nos pensées, sans exception : représentations, fonctions psychiques, émotions, etc., y compris celles qui sont dans

l'inconscient ou le subconscient. La transcendance intervient seulement lorsque, ignorant ce fonctionnement et redoutant cette ignorance, nous en *imaginons* un.

5. Déterminisme humain et libre arbitre

Libre arbitre de l'homme par rapport aux lois de la nature

Lire avant la suite *Conclusion : la conscience est une interprétation*.

Définition
Le libre arbitre est le pouvoir de choisir un acte en toute indépendance ou de ne rien faire, en échappant (croit-on) au déterminisme causal de la nature.

<u>Pour un tenant du déterminisme qui se veut cohérent, l'homme n'est pas libre de ses choix</u>
Toute décision d'action à l'instant *t* dépend du contexte à cet instant-là (l'homme lui-même dans son environnement, avec son corps, son esprit et les valeurs qui orientent ses décisions). S'il fait du mal, l'homme n'est pas responsable, puisque ses actions sont conséquences de circonstances (personnelles et étrangères) dont il n'est pas maître ; et il ne peut pas, non plus, se glorifier d'une bonne action. Malgré son esprit qui le croit libre (parce qu'il peut décider librement en fonction de ses valeurs), l'homme est comme une machine, un automate asservi au contexte matériel. *Le déterminisme humain est donc une doctrine matérialiste*.

5.1 De la vraie nature du matérialisme et de la séduction légitime qu'il exerce

C'est sous ce titre qu'on trouve dans [B48] la citation suivante :
« On doit entendre par matérialisme la position qui consiste à postuler que la vie de l'esprit est tout à la fois produite et déterminée par la matière, en quelque acception qu'on la prenne. En clair : les idées philosophiques ou religieuses, mais aussi les valeurs morales, juridiques et politiques, ainsi que les grands symboles esthétiques et culturels n'ont ni vérité ni signification absolues, mais sont au contraire relatifs à certains états de fait matériels qui les conditionnent de part en part, fût-ce de façon complexe et multiforme. Par rapport à la matière, donc, il n'est pas d'autonomie véritable, absolue, du monde de l'esprit ou, si l'on veut, pas de transcendance réelle, mais seulement une illusion d'autonomie. Constance du discours matérialiste : la critique de la religion, bien sûr, mais aussi de toute philosophie qui postule une transcendance réelle de la vérité des idées ou des valeurs morales et culturelles.

En ce sens précis, les grandes « philosophies du soupçon » qui ont tant marqué les années soixante, celles de Marx, Nietzsche et Freud, sont des illustrations du matérialisme contemporain : on y réduit les idées et les valeurs en les rapportant à ce qui les engendre « en dernière instance » : l'infrastructure économique, la Vie des instincts et des pulsions, la libido et l'inconscient. Même s'il prend en compte la complexité des facteurs qui entrent en jeu dans la production des idées et des valeurs, le matérialisme doit donc assumer ses deux traits caractéristiques fondamentaux : le réductionnisme et le déterminisme.

- Tout matérialisme est, en effet, à un moment ou à un autre, un « réductionnisme » […] : « Si l'on entend par réductionnisme la soumission du spécifique au général et la négation de toute autonomie absolue des phénomènes humains, le matérialisme ne saurait, sans cesser d'être matérialiste, s'en passer » […]

- Tout matérialisme est aussi un déterminisme en ce sens qu'il prétend montrer comment les idées et les valeurs dont nous croyons pouvoir disposer librement, comme si nous pouvions sinon les créer, du moins les choisir, s'imposent en vérité à nous selon des mécanismes inconscients que le travail de l'intellectuel consiste justement à mettre au jour.

  De là, me semble-t-il, la réelle séduction qu'il exerce.

  - D'une part, son travail se développe, presque par définition, dans l'ordre du soupçon, de la démystification : le matérialiste prétend par nature « en savoir plus » que le vulgaire, puisqu'il se livre à une véritable généalogie de ce qui apparaît dès lors comme nos naïvetés. La psychanalyse, par exemple, appartient au registre de la psychologie « des profondeurs », elle est censée décrypter au plus profond, là où le commun des mortels n'ose guère s'aventurer ; elle va au-delà des apparences, des symptômes, et se prête ainsi volontiers à une lecture matérialiste. Même chose, bien sûr, chez Nietzsche ou chez Marx.
  - D'autre part, le matérialisme offre, plus que toute autre option philosophique, la particularité non seulement de ne pas prendre les idées pour argent comptant, mais de « partir des faits », de s'intéresser enfin, si je puis dire, aux « vraies réalités », c'est-à-dire à celles qui sont réellement déterminantes : Freud nous parle de sexe, Nietzsche des instincts, Marx de l'histoire économique et sociale. Bref, ils nous parlent de ce qui importe vraiment et que l'on cache si volontiers, là où la philosophie idéaliste se tourne vers les abstractions. Or le plus souvent, c'est vrai, le réel est plus intéressant que les brumes philosophiques. »

(Fin de citation)

Cette intéressante citation expose le point de vue classique des matérialistes :

- La pensée a pour cause le fonctionnement physique du cerveau, sans lequel elle n'existe pas.
- Le cerveau n'étant influencé par aucune transcendance, la pensée est une conséquence de conditions exclusivement matérielles.
- Conclusion : le libre arbitre de l'homme n'existe pas ; même quand il croit décider selon son bon vouloir, il est esclave de trois facteurs qu'il ne maîtrise pas :
  son héritage génétique ; son vécu ; et le contexte du moment, qui comprend :
  - Une situation perçue (exemples : danger immédiat, faim…).
  - Un futur imaginé ; ce dernier représente le sens de la vie ou de l'action (pourquoi me donner du mal, quel espoir ai-je, que peut-il m'arriver…).

    Ainsi, un homme jugera une même tâche insupportable, désagréable ou très supportable selon l'avenir qu'il imagine s'il l'accomplit :
    - ✓ *Insupportable* s'il est obligé de l'accomplir pendant très longtemps sans profit personnel identifiable, comme un condamné aux travaux forcés ;
    - ✓ *Désagréable* si en l'accomplissant il gagne de quoi vivre, ce qui justifie de supporter le désagrément ;
    - ✓ *Très supportable* si en l'accomplissant il participe à une œuvre admirable qui lui vaudra le respect de son entourage.
  - L'interprétation du contexte et de l'acquis par l'inconscient, qui produit des jugements de valeur non exprimés par des mots, mais influents.

Le point de vue de Kant
Kant reconnaissait que l'homme en tant que corps matériel est soumis au déterminisme des lois naturelles ; mais il croyait que sa volonté, basée sur ses valeurs – dont la Raison - pouvait influencer ses décisions, et sur ce point il se trompait : l'ensemble des facultés cognitives de l'homme, raison comprise, est au service de désirs et pulsions, la raison n'ayant aucun pouvoir par elle-même.

Les mécanismes génétiques et psychiques peuvent créer des comportements humains imprévisibles - non déterministes - du fait de leur complexité, de l'influence de l'inconscient, d'un acquis variant sans cesse et de contextes toujours différents.

Critique du point de vue de la citation précédente

Le point de vue classique précédent omet l'interprétation scientifique moderne de la pensée, exposée dans *Les pensées ne sont que des interprétations de l'état du cerveau [par lui-même]*. On peut donc être matérialiste sur ce sujet sans être réductionniste, mais on n'échappe pas au déterminisme des mécanismes psychiques.

5.2 Point de vue de Kant sur le libre arbitre

La liberté au sens transcendant est ce qui échappe à la causalité de l'expérience
Pour Kant, l'homme serait vraiment libre de ses décisions s'il lui était possible d'échapper au déterminisme de la nature ; or les lois de la nature (créées par lui) ne le permettent pas. Donc, le cerveau de l'homme appartenant à la nature, ne peut échapper aux lois de causalité nécessaire : l'homme physique n'a pas de libre arbitre, et il doit choisir entre la cohérence intellectuelle qui veut qu'il admette cette absence de liberté, et la croyance en un libre arbitre transcendant imaginaire.

Mais Kant laisse à l'homme la liberté d'obéir à sa Raison, qui veut – ou devrait vouloir – qu'il soit vertueux.

Les deux sortes de causalité
(Citation de [B12] page 495)
On ne peut penser, à propos de ce qui arrive, que deux sortes de causalité, soit selon la *nature,* soit par *liberté*.

- La première [sorte de cause] consiste dans la liaison d'un état [d'objet ou phénomène], dans le monde sensible, avec un état précédent auquel il succède suivant une règle [de causalité, c'est-à-dire le déterminisme des lois d'évolution].

  [La régression des phénomènes qui ont une cause est nécessairement infinie]
  Or, dans la mesure où la *causalité* des phénomènes repose sur des conditions temporelles, et que l'état précédent, s'il avait existé de tout temps, n'aurait pas produit un effet qui surgit pour la première fois dans le temps, la causalité de la cause de ce qui arrive ou commence d'être a *elle aussi commencé d'être* et elle requiert elle-même à son tour une cause, conformément au principe de l'entendement.

  [Donc ou il existe une *Cause première sans cause* comme un Dieu créateur – hypothèse transcendante ni falsifiable ni démontrable, ou l'Univers a toujours existé.]

- *[Idée transcendantale de la liberté]*
  [Deuxième sorte de cause :] J'entends par liberté, au sens cosmologique du terme, le pouvoir d'inaugurer *par soi-même* un état - une liberté dont la causalité n'est donc pas à son tour soumise, selon la loi de la nature, à une autre cause qui la déterminerait suivant le temps.

  [« Inaugurer par soi-même un état » signifie créer une situation sans cause *en échappant aux lois de la nature*, liberté qui [selon Kant] ne peut s'appliquer à la causalité de la nature, mais seulement à celle de l'homme.]

  La liberté est en ce [deuxième] sens une pure idée transcendantale qui,

  - premièrement, ne contient rien qui soit emprunté à l'expérience,
  - et dont, deuxièmement, l'objet ne peut pas non plus être donné d'une façon déterminée dans aucune expérience,

    parce que c'est une loi universelle, même pour la possibilité d'une quelconque expérience, que tout ce qui arrive, par conséquent aussi la causalité de la cause qui elle-même est intervenue ou a commencé d'être, doive posséder à son tour une cause ;

    [Selon le postulat de causalité rien n'existe sans cause préalable, et rien ne change sans cause efficiente de changement.]

    ce par quoi alors le champ tout entier de l'expérience, aussi loin qu'il peut s'étendre, est transformé en un ensemble simplement naturel.

    [« Le champ de l'expérience » couvre tout ce qui est perceptible à un instant donné, c'est-à-dire tout phénomène, toute situation d'un objet du monde.

    « Aussi loin qu'il peut s'étendre » désigne la totalité des phénomènes passés dans le monde, pris en compte ensemble dans leur chaîne de causalité en tant que phénomène unique.]

  Mais dans la mesure où, sur ce mode, on ne peut obtenir dans la relation causale aucune totalité absolue des conditions,

  [parce que sa chaîne de causalité à régression illimitée ne satisfait pas la condition de complétude, la régression restant à concevoir pas à pas (Kant ne connaît pas la notion de convergence d'une suite infinie à distance finie)]

  la raison se forge l'Idée d'une spontanéité [absence imaginaire de conditions] capable de commencer par elle-même d'agir sans qu'une autre cause ait dû intervenir préalablement pour la déterminer à son tour à l'action suivant la loi de l'enchaînement causal."

  [La raison peut soit se réfugier dans la liberté imaginaire d'une action sans cause, soit compléter le postulat de causalité par une possibilité de Cause première comme Dieu créateur.]

(Fin de citation)

(Citation de [B241] page 172)
Le concept de la *liberté* est un pur concept de la raison [idée transcendantale] qui, précisément de ce fait, est transcendant pour la philosophie théorique, c'est-à-dire qu'il est tel qu'on ne peut en fournir aucun exemple adéquat dans une quelconque expérience possible : c'est donc un concept […] qui ne peut valoir aucunement comme principe constitutif, mais exclusivement comme principe régulateur - et, à vrai dire, uniquement négatif - de la raison spéculative ;

(Fin de citation)

Conclusions
Pour Kant, l'homme ne peut être matériellement libre en échappant à la causalité naturelle. Il doit donc imaginer une liberté de son esprit, basée sur sa Raison qui est libre.

Critique : la neuropsychologie moderne montre que la Raison n'a aucun pouvoir, c'est un outil soumis aux désirs humains issus des trois déterminants : génétique, acquis (culture, expérience) et contexte de l'instant.

5.3 L'homme se sent libre de ses choix

La pensée humaine comprend des processus inconscients et utilise beaucoup d'aprioris et de raisonnements-types dont elle n'est pas consciente. Elle n'est donc pas libre, mais l'homme ne le sent pas, il se *croit* libre de penser ce qu'il veut, il est *psychologiquement* libre : beaucoup de ses valeurs et de ses mécanismes cognitifs et affectifs étant inconscients, bien que conséquences de faits qu'il ne maîtrise pas, l'homme est persuadé qu'ils lui laissent son libre arbitre.

C'est ainsi que l'homme prend une décision (librement, croit-il) en fonction de ce qu'il sait au moment où il la prend. Mais ce qu'il sait peut être fortement influencé par son entourage, qui exerce une pression sociale, ou par des informations fausses, par exemple trouvées sur Internet.

De telles informations sont générées sur-mesure pour chaque internaute, par des applications qui connaissent son profil (ses désirs, ses craintes, ses coordonnées, ses achats, ses recherches, etc.) suite à des interactions précédentes ; ce profilage systématique des utilisateurs du Web est fait par les outils de recherche comme Google et Bing et par les réseaux sociaux comme Facebook, qui accumulent les données fournies par chaque utilisateur pour les revendre à des entreprises ou des organisations politiques. Ceux qui génèrent de telles informations sur-mesure ne le font pas pour diffuser la vérité mais pour servir leurs intérêts, et à force de recevoir encore et encore des informations allant dans le même sens beaucoup d'internautes sont influencés et perdent une part de leur liberté.

L'utilisateur du Web et des réseaux sociaux devrait donc savoir qu'il ne peut plus *se* faire confiance parce qu'il est, et sera de plus en plus, manipulé.

5.4 Considérations philosophiques sur le déterminisme et le libre arbitre

La thèse d'absence de libre arbitre

La thèse d'absence de libre arbitre de l'homme est combattue par de nombreux philosophes, qui n'arrivent pas à admettre que l'homme soit une sorte de machine, que la vie et la pensée soient un ensemble de phénomènes soumis au déterminisme physique de la nature. Voici ce que le mathématicien René Thom écrit dans [B21] :

"Si l'on essaye d'analyser pourquoi les esprits manifestent une telle réticence à l'égard du déterminisme, on peut, je crois, invoquer deux grandes raisons :
1. Il y a d'abord ceux qui tiennent à sauver le libre arbitre humain. […]

> 2. Il y a enfin le groupe de ceux qui se sentent opprimés par la montée croissante des technologies, par la collusion de la science et du pouvoir. […]"

La thèse d'absence de libre arbitre est aussi combattue par des matérialistes athées, comme le philosophe André Comte-Sponville dans le texte commenté dans *De la vraie nature du matérialisme et de la séduction légitime qu'il exerce*.

<u>Impossibilité d'expliquer le libre arbitre</u>

La liberté et le libre arbitre ne s'expliquent pas ; ils ne résultent d'aucune cause particulière, ils ne sont déterminés par rien. L'homme est certain d'en disposer parce qu'il sait que rien ne l'empêche de penser, et il n'est pas conscient de ses aprioris et des mécanismes cognitifs et affectifs inconscients ; c'est une certitude purement psychologique.

Le déterminisme affirme une absence de liberté de la nature : chaque situation détermine l'évolution qui va la transformer, évolution soumise aux lois de la physique.

5.4.1 La volonté n'a pas de pouvoir en elle-même

Pour échapper au déterminisme de sa nature, un homme doit avoir une volonté capable de dominer ses instincts et pulsions. Cette condition est irréalisable, dans la mesure où :

- la volonté n'est qu'un outil au service de valeurs existantes ;
- l'homme n'est pas conscient de certaines valeurs et mécanismes cognitifs et affectifs, qui pourtant orientent ses désirs et sa pensée.

5.4.2 La raison n'est pas une valeur, ce n'est qu'un outil au service des valeurs

Une autre erreur de philosophes comme Descartes et Kant est de croire que la Raison est une valeur : *la pensée rationnelle de l'homme n'est qu'un outil au service de ses désirs du moment* : chaque fois qu'il réfléchit, l'homme cherche une solution pour satisfaire un désir ; *il n'existe pas de réflexion sans but*. La raison est une causalité de la réflexion humaine, une partie du déterminisme humain, pas une valeur ; elle n'a pas de pouvoir.

5.4.3 L'homme est toujours insatisfait

A tout moment, un homme doué de conscience a des aspirations du fait même qu'il vit. Lorsqu'il a l'impression que ces aspirations sont vraiment les siennes, qu'elles ne lui ont pas été imposées, et qu'il ne dépend que de lui d'agir pour tenter de les réaliser - et par là de <u>se</u> réaliser, *l'homme se dit libre* et on dit qu'*il jouit de son libre arbitre*. Ses libres choix se font en fonction de ses valeurs, certaines conscientes et d'autres non.

> En fait, l'homme se dit libre de ses choix tout en sachant que la vie en société lui impose des lois, des coutumes et la pression de l'opinion des autres ; mais comme ces limites à sa liberté d'action lui paraissent normales, il n'en souffre pas trop et s'estime globalement libre de ses choix. Ou au contraire, s'il est de nature rebelle, il trouvera excessive l'obligation de conduire en respectant les règles de priorité ou de limitation de vitesse. Ces exemples illustrent le caractère subjectif de l'impression de liberté.

5.4.4 Le libre arbitre selon Sartre

Sartre a montré dans [B63] que *la conscience de l'homme constate à tout moment une insatisfaction, un manque de quelque chose* que Sartre appelle « *manque d'être* » ou « *non-être* ».

> Cette opinion est confirmée par des recherches récentes : l'auteur de [B64] confirme que le mécanisme biologique de satisfaction du cerveau humain rend hors d'atteinte une satisfaction totale, en ne permettant au mieux qu'une satisfaction partielle laissant subsister certains désirs.

Le psychisme de l'homme réagit à cette insatisfaction en générant sans cesse des besoins physiques et des désirs psychologiques. Certains de ces besoins et désirs franchissent le seuil de conscience, déclenchant ainsi une réflexion, d'autres restent inconscients tout en exerçant une influence par l'intermédiaire de processus de l'inconscient.

Pour Sartre, *l'homme jouit d'un libre arbitre parce qu'il a une conscience* ; et sa conscience échappe au déterminisme, car elle lui permet de penser juste ou faux, et même d'être de mauvaise foi lorsque la bonne foi le conduirait à des conclusions qui le dérangent.

Pour Sartre, le caractère transcendant (c'est-à-dire échappant aux lois déterministes de la nature) du libre arbitre de l'homme n'a pas à être prouvé, c'est une simple conséquence de la manière de fonctionner de sa conscience. Celle-ci est libre *par nature*, ses désirs provenant du « manque d'être » de l'homme, c'est-à-dire de son psychisme qui constate à tout instant que quelque chose lui manque ou lui déplaît. En somme l'homme jouit de son libre arbitre, mais pas au point de pouvoir s'empêcher de désirer quelque chose : même sage, il souffrira toujours de manque d'être.

Le libre arbitre de l'homme le rend responsable de ses actes, bien sûr, mais aussi de ce qu'il cherche à devenir : pour Sartre, l'homme se fait lui-même, librement.

En constatant avec raison que l'homme ne peut jamais s'empêcher de désirer quelque chose, Sartre contribue à la compréhension de la nature humaine. Il suit aussi Freud, qui attribue à l'inconscient de l'homme tous ses désirs profonds. Aucun homme ne peut chercher à diriger sa pensée consciente dans une direction contraire à ses désirs inconscients, qui correspondent à l'idée qu'il se fait de ce qui est bien, pour lui-même et pour tous ses semblables.

6. Annexes

6.1 Rappels de philosophie

6.1.1 Principes de logique

6.1.1.1 Principe d'identité

Le principe logique d'identité s'énonce : *« Ce qui est, est ; ce qui n'est pas, n'est pas ».* Une chose (objet, situation, événement) *est* (existe, a lieu ou a eu lieu), ou *n'est pas* (n'existe pas, n'a pas lieu ou n'a pas eu lieu).

L'existence physique a des conditions de possibilité dans le temps et dans l'espace :

- Une certaine permanence (existence pendant un temps non nul) ;
- L'occupation d'un volume d'espace non nul.

Si la chose est, elle est identique à elle-même, pas à autre chose : c'est la seule réalité pour cette chose. On peut toujours *imaginer* un monde différent, ou des conditions dans lesquelles un objet qui existe n'existerait pas, un événement qui n'a pas eu lieu aurait eu lieu, etc., mais ce serait pure imagination.

6.1.1.2 Principe de non-contradiction

Définition : une contradiction est une opposition entre deux faits ou affirmations incompatibles, ou le résultat logique d'une telle opposition.

Le principe de contradiction (on dit aussi : *de non-contradiction*, on devrait dire : *de contrariété*) postule qu'une chose ne peut pas à la fois être et ne pas être, qu'une proposition ne peut à la fois être vraie et fausse. Le principe s'énonce : *le contraire du vrai est faux*. Notation en Logique symbolique : $p \,.\, \neg p$ = faux (voir *Table des symboles de la Logique symbolique et de la Théorie des ensembles*).

Une situation existe ou n'existe pas ; elle ne peut exister partiellement.

Un événement a ou n'a pas lieu ; a eu ou n'a pas eu lieu ; rien ne peut le changer et seule la nature a pu ou non le provoquer en application d'une loi d'évolution. Toute hypothèse du type « Si l'événement *X* n'avait pas eu lieu… » est pure conjecture.

6.1.1.3 Principe du tiers exclu, aussi appelé du milieu exclu

Il n'y a que deux cas de valeur logique. Une proposition (affirmation) *p* ne peut être que :

- Vraie, et alors la proposition contraire non-*p* ($\neg p$) est fausse ;
- Ou fausse, et alors la proposition contraire non-*p* ($\neg p$) est vraie.

Notation en Logique symbolique :
($p \vee \neg p$) = *vrai* et ($p \,.\, \neg p$) = *faux* (*où* $\vee$ = OU ; **.** = ET)

C'est sur ce principe que reposent les démonstrations par l'absurde.

6.1.1.4 Principe du syllogisme

Définitions : syllogisme, prémisse, conclusion, majeure, mineure

Un syllogisme est un raisonnement qui déduit une proposition certaine car nécessaire (appelée *conclusion*) de *deux* propositions tenues pour vraies (appelées *prémisses*) : la *majeure* et la *mineure*.

Exemple
Un chien est un animal (prémisse 1 : proposition majeure) ;
Un basset est un chien (prémisse 2 : proposition mineure) ;
Donc *un basset est un animal* (conclusion).

Chacune des 3 propositions (jugements) a un sujet *X* et un prédicat *Y* reliés par un connecteur *R*. Exemple : Un chien (*X*) est (*R*) un animal (*Y*).

Il y a un concept commun *M* (appelé *moyen terme*) aux deux prémisses, *chien* dans l'exemple précédent, qui est sujet dans la majeure et prédicat dans la mineure. La présence de ce moyen terme *M* permet au sujet *X* de la mineure (*basset*) d'être subsumé sous le prédicat *Y* de la majeure (*animal*), c'est-à-dire une synthèse entre ces deux prémisses qui entraîne nécessairement la conclusion.
(Pour « subsumé » voir *Vocabulaire*.)

Principe du syllogisme

On résume ce qui précède en disant : *Si a implique b et si c implique a, c implique b*, l'implication étant une subsomption (souvent notée $\Rightarrow_S$ pour la distinguer d'une conséquence logique notée $\Rightarrow$).

Notation d'un syllogisme en logique symbolique : $(a \Rightarrow b \,.\, c \Rightarrow a) \Rightarrow (c \Rightarrow b)$.

Principes préalables exigés par le syllogisme

Principe du syllogisme : $(p \Rightarrow_S q) \,.\, (r \Rightarrow_S p) \Rightarrow (r \Rightarrow_S q)$, où :

- $\Rightarrow_S$ désigne une relation de subsomption sous un concept ;
- $\Rightarrow$ désigne une relation d'implication (cause logique).

Un syllogisme fait la synthèse de deux propositions : la majeure, implication $p \Rightarrow_S q$, et la mineure, $r \Rightarrow_S p$, synthèse qui est une condition logique ET notée **.** . Il faut donc qu'un principe de logique permette cette synthèse, c'est-à-dire qu'elle permette que la relation de conclusion $r \Rightarrow_S q$ relie *directement* *r* à *q*.
C'est ce passage direct qui constitue l'opération logique appelée syllogisme.

Principe de substitution de constantes dans une relation
Pour que ce passage direct soit possible, il faut d'abord que la proposition résultant de chaque relation indéterminée d'implication (*variables de* $p \Rightarrow_S q$ ou $r \Rightarrow_S p$) soit une proposition *particulière* lorsqu'on veut appliquer la synthèse ET.

Il faut donc postuler que *dans une implication formelle on peut substituer des constantes aux variables*, principe que nous appellerons « Principe de substitution de constantes dans une implication », qui ne sera qu'un cas particulier d'un « Principe permettant la substitution de constantes dans toute relation symbolique » en vue de calculs successifs en *Logique algorithmique*.

Nécessité du principe d'assertion
Dans un syllogisme donné, la conclusion $r \Rightarrow_s q$ n'est vraie que si les prémisses sont vraies, mais rien dans le syllogisme lui-même ne garantit leur vérité.
Pour que la conclusion soit vraie il faut que les prémisses le soient. Or chaque prémisse est une implication : $p \Rightarrow_s q$ ou $r \Rightarrow_s p$. Mais dans une implication comme $p \Rightarrow_s q$ la donnée de p en tant que vérité entraîne la certitude q = vrai, d'après le principe d'assertion ci-dessous, principe qui est donc indispensable au syllogisme.

Le principe du syllogisme a pour fondement un principe de logique supérieur
Le principe du syllogisme est représenté par l'implication
$(a \Rightarrow_s b)\,.\,(c \Rightarrow_s a) \Rightarrow (c \Rightarrow_s b)$, où le symbole $\Rightarrow_s$ représente une relation de subsomption d'un concept du premier terme sous un concept du second.

> Ci-dessus $a \Rightarrow_s b$, $c \Rightarrow_s a$ et $c \Rightarrow_s b$ sont des jugements de subsomption ; la conclusion $c \Rightarrow_s b$ (relation directe de c à b), syllogisme proprement dit, est admise sous le nom de *Principe de déduction* (ci-dessous).

Le principe du syllogisme, comme les autres, ne peut justifier une déduction particulière quelconque qu'en vertu d'un *principe supérieur* d'implication directe :

> Si les prémisses d'un syllogisme sont vraies, sa conclusion est vraie et on peut l'affirmer isolément :
>
> « Si $(a \Rightarrow_s b\,.\,c \Rightarrow_s a)$ il existe une *implication directe* de c à b : $(c \Rightarrow_s b)$ » et cette implication est de type subsomption.

6.1.1.5 Principe de déduction

Le principe supérieur précédent est donc indispensable et fondamental en Logique : c'est le nerf de toute déduction, puisque seul il permet de passer des prémisses à la conclusion : de remplacer celles-là par celle-ci, et par suite *d'avancer* par étapes dans un raisonnement. Pour cette raison, nous l'appellerons désormais le *principe de déduction*.

6.1.1.6 Principe d'assertion

Le principe d'assertion permet de réduire une implication à une alternative, par l'équivalence : $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \oplus q)$: « ou p est fausse ou (exclusif) q est vraie » ; lorsque p est fausse on ne peut rien dire de q.

6.1.1.7 Principe de déterminabilité d'un concept

Ce principe est une conséquence du principe du milieu exclu.

Dans la *Critique* [B12] page 518, Kant écrit :
"Tout *concept,* vis-à-vis de ce qui n'est pas contenu en lui, est indéterminé et se trouve soumis au *principe de déterminabilité d'un concept* qui veut que, de deux prédicats contradictoirement opposés, un seul puisse lui revenir - principe qui repose lui-même sur le principe de contradiction et est par conséquent un principe purement logique qui fait abstraction de tout contenu de la connaissance et ne prend en considération que la forme logique."

> Traduction : un concept est un ensemble d'informations ; il est indéterminé par rapport à toute information qui n'appartient pas à cet ensemble.

Le principe de déterminabilité affirme que dans tout couple de jugements opposés (comme « Ravaillac a tué Henri IV » et « Ravaillac n'a pas tué Henri IV ») un seul s'applique éventuellement a un sujet donné, d'après le Principe de non-contradiction.

S'applique *éventuellement* : le jugement « Ravaillac a tué Henri IV » ne s'applique pas au concept « Charlemagne », qui représente un empereur mort des siècles avant Henri IV ; par rapport à Charlemagne il est indéterminé.

6.1.1.8 Principe d'homogénéité

Ce principe de logique est dû à Aristote, qui l'a énoncé sous forme d'interdit : "*On n'a pas le droit de conclure d'un genre à un autre*". Il voulait dire qu'une relation logique ne peut exister qu'entre deux objets du même genre, dont on peut énoncer la règle d'association. Exemples :

Relation de physique

Une relation ne peut exister qu'entre grandeurs de même type. Ainsi, les relations $A = B$; $A > B$ et $A \neq B$ ne sont possibles que si A et B sont tous deux des masses (ou des longueurs, ou des durées, etc.) Même condition pour l'addition $A + B$.

Autre façon d'illustrer l'exigence d'homogénéité : il n'y a aucun moyen de mesurer une masse en unités de charge électrique ou de longueur.

Action de l'esprit sur la matière

Cette action, estimée possible par certains idéalistes, est contraire au principe d'homogénéité. Du reste, elle contredirait la physique : une action matérielle n'est possible qu'avec un échange d'énergie, et on ne voit pas comment une idée abstraite ou une pensée humaine pourrait fournir ou absorber l'énergie mise en jeu.

Autre énoncé du principe d'homogénéité

On peut aussi énoncer le principe d'homogénéité sous la forme suivante : "*Une formule logique ne doit contenir que des éléments appartenant à un même ordre*".
Le mot « ordre » (utilisé par Pascal) remplace ici le mot genre pour délimiter le domaine de validité logique d'une proposition. Pascal écrit dans les Pensées :

"De tous les corps ensemble on ne saurait en faire réussir une petite pensée. Cela est impossible et d'un autre ordre. De tous les corps et esprits on n'en saurait tirer un mouvement de vraie charité, cela est impossible, et d'un autre ordre surnaturel."

Une idée n'est cause ou conséquence que par l'intermédiaire d'un esprit humain. Une réalité ne peut être cause d'une idée que dans un esprit qui peut l'appréhender et y penser.

Seul l'esprit humain peut ignorer le principe d'homogénéité

L'esprit humain peut créer des relations d'un genre vers un autre sans difficulté, sans la moindre impression d'erreur ; c'est un effet de son aptitude à associer n'importe quel concept à n'importe quel autre car son imagination est libre.

Exemple mathématique : axiome de Cantor-Dedekind ou axiome de continuité

"Si, sur une droite D, on reporte les points $A_1, A_2, \ldots, A_n$, d'une part, les points $B_1, B_2, \ldots, B_n$ d'autre part, les abscisses des premiers formant une suite a_n non

décroissante de nombres rationnels, celles des seconds une suite b_n non croissante de nombres rationnels, la différence $b_n - a_n$ restant positive et tendant vers zéro, les segments emboîtés $[A_nB_n]$ ont un point commun unique M, auquel correspond suivant les cas un nombre rationnel ou un nombre irrationnel."

Dans cet exemple, on établit une correspondance biunivoque entre l'ensemble des points d'une droite, concepts géométriques, et l'ensemble des nombres réels, concepts numériques, chacun de ces derniers étant défini comme limite commune de deux suites de nombres rationnels qui convergent en sens opposé.

6.1.2 Logique

6.1.2.1 Table des symboles de la Logique symbolique et de la Théorie des ensembles

Les symboles de cette table sont aussi ceux de la *Théorie des ensembles*.
Cette table regroupe les symboles utilisés dans ce texte. Une table beaucoup plus complète figure pages 409-412 de [B77].

Opérateur logique	**Symbole**
Egal / différent par définition	= / ≠
Equivalence logique	⇔
Identité de deux éléments d'ensemble	≡
Implication	⇒
Equivalence à une relation : φx = φy $=_{x,y}$ xRy	$=_{x,y}$
Conversion de la relation xRy en y^cRx (implications xRy $\Rightarrow_{x,y}$ y^cRx et y^cRx $\Rightarrow_{x,y}$ xRy)	$\Rightarrow_{x,y}$
Produit logique (intersection d'ensembles)	∩
Somme logique (réunion, OU non-exclusif)	∪ ou ∨
Disjonction exclusive, OU alternatif (exclusif)	⊕
Ensemble vide ou classe vide	0 ou ∅
Non (opposé logique)	¬
Inclusion d'ensemble	⊂
Tel que, qui vérifie : x | (x ∈ b)	|
Appartenant, n'appartenant pas	∈, ∉
Quel que soit	∀
Il existe au moins un	∃
Conjonction ET (comme *p* ⇒ *q* ET *r* ⇒ *s*)	**.** ou ∧
Complément de la classe *a* : {x | (x ∉ *a*)}	¬*a*
Séparation mutuelle de 2 couples d'éléments	||
Fonction propositionelle de x	φx
Valeurs logiques vrai / faux	1 / 0
Relation universelle / nulle	$\dot{V}$ / $\dot{0}$
Produit relatif des relations R et S	R * S

Les 3 principales relations et leurs symboles : égalité, équivalence et implication

Symbole "égale par définition" =
Le symbole = met en relation ce qui est défini (à gauche) avec sa définition (à droite). Ainsi, on écrit :

- *p* = vrai pour affirmer que *p* a la valeur logique vrai, ou plus simplement *p* ;
- *p* = faux pour affirmer que *p* a la valeur logique faux, ou plus simplement ¬*p* (prononcé « non-p ») ; si *p* = faux, alors ¬*p* = vrai.

Il est évident que, quelle que soit *p* : *p* = (*p* = vrai) et que ¬*p* = (*p* = faux).

Symbole d'équivalence ⇔
L'équivalence est une relation « si et seulement si » entre deux êtres mathématiques ou logiques : fonctions, ensembles, matrices, propositions, etc.
Ne pas confondre *l'équivalence* ⇔ et *l'égalité par définition* = ci-dessus.

Symbole d'implication ⇒
Le symbole ⇒ relie ce qui implique (à gauche) à ce qui est impliqué (à droite),
« *p* implique *q* » s'écrit *p* ⇒ *q*.

6.1.2.2 Algorithme

Suite de règles de calcul ou d'instructions de programme correspondant à un raisonnement logique décrit étape par étape. L'ordre des étapes peut varier selon des valeurs de données. Ainsi, lorsque la valeur d'un nombre *X* a été trouvée et qu'on a besoin de sa racine carrée, l'algorithme distinguera deux cas :

- Si *X* est positif ou nul, la racine est calculable et son calcul sera effectué.
- Si *X* est négatif, la racine n'est pas calculable et l'exécution de l'algorithme se poursuivra à une étape prévue pour ce cas-là.

6.1.2.3 Axiome

Dans un texte scientifique, un axiome est un énoncé :

- *Evident ;*
- *Non démontrable ;*
- *Universel*, c'est-à-dire applicable à toutes les significations que l'on peut raisonnablement attribuer à l'énoncé.

  Exemple : l'axiome de logique « Rien ne peut à la fois exister et ne pas exister à un même point de vue » est universel parce qu'il s'applique à tout objet susceptible d'exister.

Dans une science axiomatique, les théorèmes se démontrent à partir des axiomes en utilisant des règles de déduction. Mais ces démonstrations sont formelles (ce sont des déductions de logique pure), elles ne préjugent pas de la véracité des théorèmes démontrés.

Ne pas confondre axiome et postulat (synonyme de *principe* d'après le *Dictionnaire de l'Académie* [B60]) ; l'évidence d'un postulat n'est pas reconnue, ce n'est qu'une hypothèse.

Dans un texte philosophique, un axiome est une des propositions de base admises a priori d'un système hypothético-déductif (aussi appelé *axiomatique*).

6.1.2.4 Axiomatique et Système logique

Définition

Une axiomatique est une organisation formelle et syntaxique (un système) d'un ensemble d'énoncés en vue de raisonnements déductifs.

Exemple : voir paragraphe ci-dessous *Axiomatique de l'algèbre de Boole*.

Problématique des sciences relevant d'une organisation axiomatique

Kant écrit dans [B12] page 462 :
"Il y a des sciences dont la nature implique que toute question qui y surgit doit absolument pouvoir être résolue à partir de ce que l'on sait, étant donné qu'il faut que la réponse procède des mêmes sources que celles d'où provient la question : ce sont là des sciences où il n'est aucunement permis d'alléguer une inévitable ignorance, mais où la solution peut au contraire être exigée."

Une présentation axiomatique d'une science permet de savoir, pour tout énoncé :

- S'il est formellement possible (syntaxiquement correct) ou impossible (incorrect);
- Et lorsqu'il est possible, s'il est vrai ou faux.

Système logique

Présenté axiomatiquement, un système logique se compose :

- D'une *syntaxe*, qui fournit les règles de formation des propositions bien formées du langage logique ;
- D'*axiomes* ;
- De *règles de transformation* (règles d'inférence) permettant la déduction de théorèmes (en un nombre fini d'inférences) à partir d'axiomes et de théorèmes déjà établis ;
- D'une *sémantique*, qui conditionne l'interprétation de ce langage (la signification attribuée aux propositions) et assigne leur validité aux théorèmes ;
- D'une *métalogique*, qui détermine pour le système :
  - La *cohérence* (non-contradiction : on ne peut y déduire à la fois *A* et non-*A*) ;
  - La *complétude* (tout théorème est syntaxiquement valide, et réciproquement toute proposition syntaxiquement valide est un théorème) ;
  - La *décidabilité du système* (toute proposition est évaluable à vrai ou à faux).

    Une proposition syntaxiquement correcte pour laquelle on a prouvé l'impossibilité de trouver une démonstration de sa vérité ou de sa fausseté en un nombre fini d'étapes est dite *indécidable*. La présence d'une seule proposition indécidable dans une axiomatique rend celle-ci incomplète.

Cohérence (consistance) d'une axiomatique

Une axiomatique est dite *cohérente* ou *consistante* si tout théorème déduit de ses axiomes (et/ou d'autres théorèmes précédemment démontrés) est lui-même non contradictoire et ne contredit aucun autre théorème ou axiome de l'axiomatique.

Gödel a prouvé l'impossibilité de démontrer la cohérence d'une axiomatique en tant que théorème de cette axiomatique, c'est-à-dire sans recourir à des axiomes ou règles de déduction externes à l'axiomatique : voir ci-dessous *Théorèmes d'incomplétude de Gödel*.

Complétude d'une axiomatique

Une axiomatique est dite *complète* si on peut démontrer que toute proposition logique qu'on y déduit (théorème), ou qu'on y énonce a priori en la formant à partir de son alphabet conformément à ses règles de syntaxe, est soit vraie soit fausse ; la démonstration éventuelle ne doit utiliser que des axiomes, théorèmes et règles de déduction de l'axiomatique.

Mais hélas, Gödel a montré que *toute axiomatique définissant un minimum d'arithmétique des nombres entiers permet l'énoncé de propositions indécidables*. Une telle proposition est soit vraie soit fausse, mais il n'existe pas de démonstration basée sur les axiomes de l'axiomatique et appliquant ses règles de déduction permettant de la démontrer. La démonstration de Gödel est présentée dans [D4].

On peut enrichir une axiomatique : voir *Théorème de Goodstein - Comment compléter une axiomatique* ; on peut aussi définir un *Langage formel* associé.

Autres exemples d'axiomatique

Les Eléments d'Euclide (IVe au IIIe siècle avant J.-C.) [B82]
Les 5 axiomes à la base de la géométrie euclidienne sont :

1. Par deux points on peut faire passer une droite et une seule ;
2. Un segment de droite peut être prolongé indéfiniment ;
3. On peut construire un cercle en donnant son centre et son rayon ;
4. Tous les angles droits sont égaux ;
5. Par un point extérieur à une droite on peut faire passer une droite parallèle à elle et une seule.

L'abandon ou la modification du 5ème axiome a permis de définir d'autres géométries que la géométrie euclidienne, qui a une courbure nulle :

- La géométrie hyperbolique (à courbure négative) ;
- La géométrie elliptique (à courbure positive) ;
- La géométrie riemannienne (à courbure variant d'un point à un autre) utilisée par Einstein dans la Relativité générale.

Exemple de postulat extrait du "Livre premier" des Eléments
"Si une droite, tombant sur deux droites, fait [la somme des] angles intérieurs du même côté plus petits que deux droits, ces droites, prolongées à l'infini, se rencontreront du côté où les angles sont plus petits que deux droits."

La géométrie axiomatique d'Euclide constitue une représentation remarquablement précise et complète de l'espace physique habituel, sur laquelle reposent toute la physique classique et l'ensemble des travaux de Newton. La Relativité (restreinte et générale) ne fait que compléter cette physique.

David Hilbert : Fondements de la géométrie
Exemple d'axiomes de Hilbert :

- "Si un point *B* est entre un point *A* et un point *C*, et si les points *A, B, C* sont sur une droite, alors *B* est aussi entre *C* et *A*."
- "Etant donnés deux points *A* et *C*, il existe au moins un point *B* sur la droite (*AC)* qui soit entre *A* et *C*."
- "De trois points d'une droite, il n'y a pas plus d'un qui soit entre les deux autres."
- "Si une droite du plan d'un triangle ne passe par aucun des sommets et rencontre un des côtés, alors elle rencontre l'un des deux autres côtés."

Application d'une axiomatique à la description structurée d'une science

L'axiomatique est une méthode de présentation structurée d'une science par déductions logiques à partir des principes qui la fondent. Le résultat de cette méthode est *une* axiomatique.

Les théorèmes d'une axiomatique n'apportent donc pas de vérité nouvelle : ils sont implicitement contenus dans ses définitions ; ils en sont des conséquences logiques et n'y ajoutent que des présentations nouvelles, des rapprochements nouveaux.

Démonstration d'un théorème
Démontrer un théorème *T* dans le cadre d'une axiomatique revient à trouver la suite finie de déductions qui, partant de certains axiomes de base et de théorèmes déjà établis, aboutit au théorème proposé en appliquant des règles de déduction de l'axiomatique. Cette démonstration peut être complètement automatisée en exécutant un algorithme dans un ordinateur, algorithme qui combinera tous les axiomes, théorèmes déjà établis et règles de déduction connus jusqu'à ce qu'il aboutisse à *T*.

Il peut cependant arriver qu'il aboutisse à ¬*T*, la proposition contraire de *T*, montrant ainsi que *T* est faux.

Il peut aussi arriver que *T* soit indécidable et qu'aucune démonstration ne puisse aboutir à *T* ou ¬*T* en un temps fini : la proposition est alors *indécidable*.

Application d'une axiomatique à la physique : postulats de la Mécanique quantique

En tant que méthode, l'axiomatique s'applique à la physique pour permettre une certaine formalisation et l'application (automatique, sans considération de signification) de mathématiques à ses problèmes. Après adoption d'axiomes mathématiques et de règles de correspondance décrivant le passage des phénomènes physiques aux symboles des axiomes mathématiques, l'étude d'un problème se réduit à des déductions théoriques suivies d'une vérification expérimentale. La Mécanique quantique est un bon exemple d'axiomatique et d'application des mathématiques à la physique de l'échelle atomique : voir *Les 6 postulats de la Mécanique quantique*.

6.1.2.5 Axiomatique de l'algèbre de Boole

En fondant son *Algèbre*, George Boole voulait soumettre le raisonnement logique à des règles de calcul. En fait, cette algèbre s'est révélée indépendante de la nature des propositions [logiques] qu'elle met en jeu, si bien qu'elle n'apparaît que comme un cas particulier de l'Algèbre des parties d'un ensemble, lorsqu'on utilise les trois opérateurs de réunion, intersection et complémentation.

Voici les axiomes de l'algèbre de Boole (voir *Table des symboles de la Logique symbolique et de la Théorie des ensembles* ci-dessous) :

- Il existe un ensemble non vide de propositions logiques appelé *A*, dont les éléments sont *x, y, z*…
- Les opérateurs d'appartenance à un ensemble sont $\in$ (appartient) et $\notin$ (n'appartient pas) ; exemple : $x \in A$;
- Les opérations logiques associatives sont "ET" notée $\wedge$ et "OU" notée $\vee$;
- L'opérateur unaire (portant sur une seule proposition) "NON" est noté $\neg$;
- Les paires de parenthèses ou de crochets "(" et ")" et "[" et "]" entourant une proposition à considérer comme un tout, sont avec une priorité d'autant plus grande que la paire est intérieure à une autre ;
- Les valeurs logiques sont 1 (vrai) ou 0 (faux) ;
- Le symbole = désigne un résultat de calcul logique.
- Le symbole $\forall$ signifie "Quel que soit"

Règles de déduction de l'algèbre de Boole :

- $\forall x \in A\ \forall y \in A\ (x \wedge y) \vee y = y$;

  (Quels que soient *x* et *y* appartenant à *A*, la proposition $(x \wedge y) \vee y$ équivaut à *y*, ce qui est une tautologie)
- $\forall x \in A\ \forall y \in A\ (x \vee y) \wedge y = y$;
- $\forall x \in A\ \forall y \in A\ \forall z \in A\ x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$;
- $\forall x \in A\ \forall y \in A\ \forall z \in A\ x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$;
- $\forall x \in A\ x \wedge \neg x = 0$; (principe de non-contradiction)
- $\forall x \in A\ x \vee \neg x = 1$;
- $\forall x \in A\ x \vee 0 = x$;
- $\forall x \in A\ x \wedge 1 = x$.

6.1.2.6 Langage formel

Un langage est dit *formel* s'il ne définit pas la sémantique de ses mots et phrases, sémantique supposée connue, comprise et rédigée en langage naturel ou dans un langage adapté appelé *métalangage*.

Un langage formel est défini (spécifié) par :

- Une liste de *symboles primitifs* (on dit aussi *symboles de base*), comme certains caractères d'un clavier d'ordinateur et des symboles comme ceux de la *Table des symboles de la Logique symbolique et de la Théorie des ensembles* ;
- Une liste de *mots*, formés par concaténation de symboles de base et considérés comme atomiques (non décomposables en leurs symboles de base) ;
- Une *syntaxe*, comprenant notamment une liste *d'opérateurs* permettant de combiner des mots en phrases (opérateurs logiques comme ET ; OU ; QUEL QUE SOIT ; IL EXISTE ; opérateurs arithmétiques comme + ; - ;…, etc.). Plusieurs phrases peuvent aussi être concaténées pour former une autre phrase.

Certaines phrases sont appelées *axiomes* et constituent les postulats de l'axiomatique basée sur ce langage formel. On définit aussi des *règles de déduction* (appelées également *règles d'inférence*) permettant de passer d'une phrase dont la valeur logique est VRAI à une autre phrase également vraie. L'ensemble des axiomes et règles de déduction constituent une axiomatique basée sur ce langage ; inversement, à une axiomatique donnée on peut associer un langage formel ou plusieurs.

L'intérêt d'un langage formel est de permettre la rédaction d'algorithmes, puis la traduction de ceux-ci en un programme informatique calculable.

6.1.2.7 Propositions indécidables – Théorèmes d'incomplétude de Gödel

6.1.2.7.1 Proposition logique

On appelle *proposition logique*, ou en raccourci *proposition*, une affirmation qui ne peut être que toujours vraie ou toujours fausse : on dit que sa valeur logique est *vrai* ou *faux*. Cette définition repose sur le *Principe du tiers exclu*.

<u>Critique de cette notion de proposition</u>

Considérons la proposition "*Cette proposition est fausse*".

- Si la proposition est fausse, alors elle est vraie, ce qui est contradictoire.
- Si la proposition est vraie, alors elle est fausse, il y a aussi contradiction.

Il y a contradiction dans tous les cas, la proposition n'est ni vraie ni fausse : *elle est contradictoire*. Voir *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*.

6.1.2.7.2 Théorèmes d'incomplétude de Gödel

Une proposition vraie n'est pas toujours démontrable

Une proposition démontrable est vraie par définition, mais la réciproque ne l'est pas toujours. Le mathématicien Gödel a établi en 1931 les deux théorèmes ci-dessous, dits *d'incomplétude* (voir [B81]) :

<u>1 - Impossibilité, pour une axiomatique, de prouver sa propre cohérence</u>

Lorsqu'une axiomatique est assez complète pour inclure l'arithmétique des nombres entiers non négatifs avec les opérations d'addition et de multiplication il n'existe pas

de démonstration de sa cohérence (c'est-à-dire de l'impossibilité d'y démontrer à la fois une proposition et son contraire) qui ne recoure à des règles de déduction *externes* à cette axiomatique.

En d'autres termes et puisque la condition d'inclure une arithmétique munie des opérations d'addition et multiplication n'est guère contraignante :

> *1er Théorème d'incomplétude*
> **Aucune axiomatique raisonnablement complète ne permet d'établir sa propre cohérence ; celle-ci exige le recours à des règles sémantiques externes.**

2- Incomplétude

Proposition indécidable

Une proposition est dite indécidable si on ne peut démontrer ni sa véracité ni sa fausseté par une suite finie de déductions logiques utilisant les axiomes et règles de déduction de l'axiomatique dans laquelle elle a été formulée.

Exemples d'affirmations indémontrables

- L'affirmation "*Cette affirmation est indémontrable*" a un sens, mais elle est indémontrable. Raisonnons par l'absurde : si l'affirmation était démontrable, elle serait vraie ; mais comme elle affirme être indémontrable, elle serait à la fois indémontrable et démontrable, ce qui est contradictoire ; donc elle est indémontrable. Ce paradoxe existe pour de nombreuses affirmations qui portent sur elles-mêmes.
- Exemple dû à Bertrand Russell :

  "Il existe un ensemble R de tous les ensembles qui ne sont pas membres d'eux-mêmes" (c'est-à-dire dont aucun n'est inclus dans lui-même).

  - Si *R n'est pas* membre de lui-même, il devrait appartenir à *R*, ce qui est contradictoire ;
  - Si *R est* membre de lui-même, c'est un ensemble qui n'est pas membre de lui-même, ce qui est contradictoire.
- Autre exemple : considérons l'axiomatique ayant pour axiomes :
  - Toute affirmation est soit vraie, soit fausse ;
  - Quand une affirmation est fausse on l'appelle "mensonge" et l'homme qui l'affirme est appelé "menteur" ;
  - Un menteur ment chaque fois qu'il parle, disant alors le contraire de la vérité ;
  - Un non-menteur dit la vérité chaque fois qu'il parle.

  Cette axiomatique permet à un homme d'énoncer l'affirmation "*Je suis un menteur*", mais cette affirmation est indémontrable : s'il existait une démonstration, l'affirmation serait vraie, l'homme serait un menteur, donc il aurait menti, donc il aurait dit l'opposé de la vérité, donc "*Je suis un menteur*" est l'opposé de la vérité, donc la vérité est que l'homme n'est pas menteur, ce qui contredit l'hypothèse initiale que l'affirmation "*Je suis un menteur*" est démontrable.

La solution linguistique pour interdire l'expression de tels paradoxes est dans le paragraphe *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*.

> *2ème Théorème d'incomplétude*
> **Dans toute axiomatique comprenant l'addition et la multiplication des nombres entiers non négatifs on peut formuler des propositions indécidables.**

L'existence de l'indécidabilité n'empêche pas certaines des propositions formulées d'être vraies et d'autres fausses, mais elle empêche un ordinateur ou un homme de les démontrer au moyen d'une suite finie de déductions logiques partant d'axiomes du système, c'est-à-dire d'un algorithme.

Au sens du déterminisme, de telles propositions sans justification algorithmique n'ont pas de cause identifiable, donc pas d'origine logique puisqu'elles ne découlent pas des axiomes par un raisonnement logique. Si on découvre dans l'esprit d'un homme une telle proposition (ce qui arrive, voir l'important complément *Théorème de Goodstein - Comment compléter une axiomatique*) on peut qualifier sa présence dans le psychisme de non déterministe ; elle résulte souvent, par l'intermédiaire de l'inconscient, d'intuitions, d'analogies ou d'inductions. L'inconscient fabrique comme cela des représentations sans tenir compte d'aucune logique, d'aucune contrainte de temps ; seules y entrent en jeu des considérations de rapprochement neurologiques que l'esprit interprète ensuite.

Ainsi, je sais que j'aime la musique de Mozart. J'en suis sûr, aussi sûr que 2 et 2 font 4, car j'ai plaisir à l'écouter. Mais je sais parfaitement aussi que je ne peux donner aucune justification de ce plaisir, aucune explication logique : ma certitude est inexplicable car elle concerne un affect ressenti par l'intermédiaire de mon inconscient. Du reste la plupart des certitudes qui concernent un de mes sentiments ou jugements de valeur sont inexplicables.

Je suis sûr, aussi, que mon cerveau a été fait pour pouvoir ainsi se doter de certitudes - et même de valeurs - sans passer par l'effort nécessaire à un raisonnement logique. Cela va même plus loin : ces certitudes arrivent sans effort dans mon inconscient, alors que raisonner est un acte volontaire !

Le cerveau d'un être vivant contient de nombreuses "certitudes" de ce type, qu'il accepte et utilise bien qu'elles n'aient été ni démontrées ni vérifiées, comme il accepte certaines intuitions si prégnantes qu'il n'a nulle envie de les remettre en question. Une telle certitude peut aussi provenir des sens, comme celle d'aimer le chocolat, ou être incorporée à l'inconscient parce qu'elle fait partie de la culture.

Un homme peut aussi construire ses certitudes personnelles, par exemple en généralisant par induction quelques constatations qu'il a faites, ou en leur appliquant un raisonnement par analogie, ou encore en laissant courir sans critique une imagination débordante, *c'est-à-dire d'une manière non rationnelle*. Mais rien ne garantit qu'à partir des mêmes constatations ou dans la même situation il aboutira aux mêmes intuitions le lendemain, ou que d'autres hommes partageront ses certitudes, ce qui les rendrait objectives.

Rapprochements de pensées
Les processus mentaux qui construisent les intuitions, les analogies, les inductions et autres "certitudes" non démontrées sont mal connus. Ils ne relèvent pas du déterminisme parce qu'ils ne satisfont pas sa définition par condition nécessaire et suffisante et règle de stabilité ; du reste, le déterminisme s'applique aux lois de la nature et aux calculs algorithmiques, mais pas à la pensée humaine (où intervient l'inconscient) et dont seuls les mécanismes cognitifs sous-jacents sont déterministes car basés sur des phénomènes biologiques.

Je suppose qu'une "certitude" de l'esprit peut résulter du rapprochement de deux ou plusieurs connaissances ayant abouti, chacune, à des "certitudes" préexistantes ; l'esprit effectue inconsciemment un rapprochement puis une synthèse de ces certitudes dès qu'il estime qu'elles peuvent interagir et que le résultat prévisible de cette interaction a une valeur. Mais le processus psychique d'attribution de valeur, qui rendra pertinente ou non une rencontre, est lui-même entaché d'incertitudes : il y a des jours, par exemple, où l'on voit tout en noir, alors que d'autres fois on est euphorique…

Un matérialiste qui veut faire triompher sa doctrine déterministe affirmera alors qu'en considérant *l'ensemble* de la situation de départ la rencontre des diverses chaînes de causalité était prévisible, donc que *tous* les processus psychiques sont bien déterministes, y compris les rapprochements surprenants et improbables. Mais son raisonnement, vrai au niveau physiologique des mécanismes neuronaux, sera globalement faux s'il oublie de prendre en compte les couches "logicielles" psychiques complexes au-dessus des mécanismes neuronaux, c'est-à-dire les interactions subconscientes ou inconscientes.

6.1.2.8 Cohérence d'une axiomatique

Parmi les affirmations indécidables d'une axiomatique, Gödel a trouvé celle-ci :

> *"Les axiomes de cette axiomatique sont cohérents"*
> (ils ne permettent pas d'en déduire deux théorèmes contradictoires.)

Il est donc impossible de démontrer *à partir des axiomes et règles de déduction logique d'une axiomatique* que ses axiomes sont cohérents ! La cohérence d'une axiomatique doit être établie à l'extérieur (avec des hypothèses englobantes suffisamment larges) ou postulée ; Gödel a montré qu'elle nécessitait l'emploi de notions impliquant *la signification,* en plus des propriétés formelles seules décrites dans l'axiomatique, et Tarski a trouvé comment formuler les conditions nécessaires (voir *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*).

<u>Conclusion philosophique sur une limite de la logique axiomatique</u>
Du point de vue philosophique, ces théorèmes de Gödel confirment le principe selon lequel on ne peut appliquer la logique axiomatique à des concepts transcendants comme Dieu, l'âme, la liberté, etc. ; des propositions comme « Dieu existe » sont donc indémontrables. La philosophie, cadre moins restrictif et rigoureux que celui d'une axiomatique, permet de formuler des affirmations indécidables (voir exemples dans *Théorèmes d'incomplétude de Gödel*).

Conclusions

- Pour être rationnelle, toute réalité physique doit être déduite et décrite :
  - à partir de vérités de base non démontrées, acceptées comme axiomes et constituant de ce fait une réalité ultime artificielle ;
  - à l'aide de règles de déduction portant sur ces vérités et leurs conséquences, règles admises elles aussi sans démonstration.
- Il existe des affirmations non contradictoires (dont la véracité ou la fausseté est certaine) indémontrables par un algorithme calculable par un ordinateur ou un esprit humain.

  L'homme acquiert une certitude indémontrable à la suite d'expériences estimées suffisamment nombreuses ou prégnantes, de sensations, d'affects, d'analogies, intuitions ou imaginations, processus inconscients non rationnels ou non reproductibles dont il prend le risque de tenir le résultat pour vrai. C'est là « l'esprit de finesse » que Pascal opposait à « l'esprit de géométrie » rationnel.
- Le cerveau de l'homme contient et utilise des propositions non démontrées, voire indémontrables, en plus de propositions prouvées, le plus souvent issues de son inconscient. Il utilise aussi des règles de raisonnement "à risques" (intuition, analogie, induction). C'est là un effet de son esprit de finesse.

Compléments :

- [B78], [B79] ;
- *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*.

6.1.2.9 Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage

Les exemples d'affirmations indémontrables mettent en évidence le besoin d'un langage permettant d'exprimer la vérité sans permettre des affirmations indécidables. En outre, nous avons vu l'impossibilité de prouver un énoncé qui se décrit lui-même ou se compare à lui-même au paragraphe *Un énoncé ne peut ni se décrire lui-même ni se comparer à lui-même*.

La solution a été trouvée par le logicien Alfred Tarski, en complément des théorèmes d'incomplétude de Gödel. Une axiomatique ne peut contenir les axiomes et règles de déduction permettant de vérifier sa cohérence, qui doit être vérifiée par des considérations sémantiques externes à cette axiomatique.

Tarski a trouvé les règles à satisfaire par un langage pour qu'il puisse exprimer une correspondance entre un énoncé et les faits réels, *c'est-à-dire une vérité*. Il a montré qu'*aucun langage ne peut contenir son propre prédicat de vérité*, sous peine de permettre des propositions indécidables et paradoxales comme :

"Cette affirmation est fausse."

Pour pouvoir qualifier une proposition *du langage courant* représentée par la variable logique X de vraie ou de fausse, il faut donc *un autre langage*, appelé *métalangage*, c'est-à-dire un langage permettant à la fois de citer X et de comparer sa valeur logique à la réalité. Par exemple, si dans le langage courant (appelé par Tarski langage *objet*) on désigne par X l'affirmation « Nous sommes jeudi » et que nous

sommes effectivement un jeudi, alors on écrira dans le métalangage que X est vraie comme ceci :

$$X \Leftrightarrow \textit{nous sommes jeudi}$$

qui veut dire "X est vraie si et seulement si nous sommes jeudi", c'est-à-dire :
"L'affirmation « Nous sommes jeudi *» est vraie si et seulement si nous sommes jeudi".*

Non-existence d'un critère général de vérité

Tarski a aussi démontré que *l'existence d'un critère général de vérité applicable à n'importe quel énoncé dans un langage donné est impossible*, aussi impossible que l'existence d'un algorithme universel permettant de savoir si le calcul d'un algorithme donné s'arrêtera et fournira son résultat en un temps fini.

Il n'existe donc pas de critère général permettant de savoir si un énoncé est vrai au vu de cet énoncé. La vérité est donc inaccessible parce que :

- On ne peut savoir si elle est atteinte, faute de critère absolu. [B80] cite Tarski page 102 :

  "Nous ne pouvons même pas fournir un critère de vérité pour les énoncés arithmétiques, bien que nous puissions évidemment décrire des séries infinies d'énoncés arithmétiques vrais."

- La recherche scientifique est toujours susceptible de faire progresser la connaissance, rapprochant ainsi les descriptions des faits et phénomènes de la réalité, les rendant donc de plus en plus « vraies ».

La vérité scientifique absolue n'est pas un non-sens. Elle doit rester une norme, un objectif, mais on doit abandonner l'espoir de la trouver.

Voir aussi le complément *Logique et inférence*.

6.1.2.10 Logique et inférence

(Citation de [B80] pages 102-103)
"Une des conséquences les plus importantes de la théorie de la vérité de Tarski, c'est de permettre de définir l'inférence logique en termes de vérité, et donc de donner une « théorie réaliste de la logique ». Les thèses [de Karl Popper] concernant la logique peuvent être résumées ainsi :

1. La logique n'est ni la description des lois naturelles de la pensée [comme le croyait Kant], ni celle des lois conventionnelles d'un langage symbolique vide de sens [comme le prétendent les conventionnalistes]. Elle est la théorie de l'inférence valide. Et cette inférence valide se définit en termes de vérité et de fausseté, dans un langage qui cherche à décrire les faits : elle est celle qui transmet la vérité des prémisses aux conclusions.
2. S'il n'y a pas de critère général de la validité d'une inférence (voir *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*), on peut dans de nombreux cas prouver la validité d'une inférence en recourant à la méthode critique [de Karl Popper], en montrant qu'il n'y a pas de contre-exemple, pas de cas où de prémisses vraies on parvienne à une conclusion fausse.

Les règles d'inférence ont deux usages : en mathématiques, elles servent à démontrer ; dans les sciences de la nature elles sont un instrument de critique. Aussi les exigences de ces deux types de disciplines doivent-elles être inversées : en mathématiques, on a besoin d'une logique réduite, éliminant les risques d'incohérence et de paradoxe - c'est pourquoi l'intuitionnisme a, par exemple, tenté de supprimer la règle du tiers exclu ; mais, dans les sciences empiriques on a besoin d'une logique forte pour ne pas se contenter de critiquer des impossibilités, et il faut condamner toute tentative pour atténuer la rigidité des règles logiques, comme témoignant d'un affaiblissement de l'exigence critique.

3. Il faut distinguer d'une part, les règles d'inférence [d'une axiomatique, par exemple], qui sont inconditionnelles et portent sur des énoncés -, et d'autre part, les calculs logico-mathématiques, conditionnels et portant sur des individus et des relations.

   Certains demandent pourquoi les calculs logiques sont applicables à la réalité. La réponse est, en premier lieu, que ces calculs sont faits pour décrire certains faits particuliers, et qu'il est donc normal qu'ils atteignent ce but, mais qu'ils ne le sont pas pour tous les faits. Des instruments arithmétiques différents permettent de décrire des réalités différentes - il en est ainsi, par exemple, pour les nombres réels et les nombres naturels -. En deuxième lieu, en tant que les calculs sont appliqués à la réalité, ils deviennent des théories descriptives empiriquement réfutables : deux plus deux peuvent empiriquement ne pas toujours donner quatre - dans la Relativité Restreinte, par exemple [notamment lorsqu'il s'agit d'additivité des vitesses] -. En tant qu'ils sont irréfutables, ils ne s'appliquent pas à la réalité, et sont seulement des truismes logiques."

(Fin de citation)

6.1.2.11 Construction empirique d'une axiomatique

L'homme a de la mémoire et des facultés de rapprochement d'informations qu'il utilise pour définir des lois de comportement. A force d'observer qu'une situation A est toujours suivie du phénomène B, l'homme postule par induction que *A est la cause de B*, et que *le passage de A à B est une loi de la nature*. L'existence de telles lois satisfait les besoins de l'homme de vivre dans un environnement connu, moins menaçant qu'un environnement imprévisible, et de prévoir ce qui arrivera chaque fois que les circonstances font partie de son expérience acquise.

Un raisonnement par induction ne donne aucune certitude : en toute rigueur ce n'est pas parce que depuis que l'homme existe il voit le Soleil se lever chaque matin que celui-ci se lèvera encore demain. Mais notre démarche scientifique, *Le rationalisme critique de Karl Popper* (voir ce paragraphe), affirme que *dans la mesure où un énoncé est falsifiable, qu'il a été soumis à la communauté des gens en mesure de le juger, et qu'aucune erreur ou insuffisance n'a été détectée, on peut le considérer comme vrai même s'il ne résulte d'aucune démonstration formelle ou vérification expérimentale*. C'est pourquoi à force de n'avoir trouvé aucun matin où le Soleil ne s'est pas levé, on peut admettre jusqu'à preuve du contraire qu'il y a une loi de la nature qui fait qu'il se lèvera encore demain et tous les jours suivants.

Les lois de la nature peuvent donc être construites par induction à partir d'une ou plusieurs observations empiriques, ou en tant qu'hypothèses ou conjectures à partir de raisonnements par analogie et de déductions diverses. Elles sont tenues pour

vraies dès qu'il y a un consensus suffisant et aucun contre-exemple. Ces lois décrivent *des faits* (ou des valeurs de variables constituant par exemple des constantes de la nature) et *des règles d'enchaînement* permettant de prévoir les conséquences d'une cause ; un système de lois de ce type concernant un domaine donné constitue alors une axiomatique. Et une axiomatique peut être complétée ultérieurement.

On voit donc que dans le cadre du rationalisme critique il n'y a pas de différence de vérité entre un axiome (terme synonyme de postulat) et une loi empirique, dans la mesure où la falsifiabilité et l'absence de contre-exemple ont été vérifiées par suffisamment de gens compétents.

6.1.2.12 Théorème de Goodstein - Comment compléter une axiomatique

Le livre [B67] décrit dans sa préface (pages xviii à xx) un exemple de théorème vrai mais non démontrable dans une certaine axiomatique, le théorème de Goodstein [B81]. Dans une axiomatique ayant pour règle de déduction la récurrence, on ne peut démontrer le théorème de Goodstein, qui nécessite une autre règle de déduction, la *récurrence transfinie*, règle utilisée par Goodstein pour prouver son théorème.

Tirons les conséquences de ce qui précède. Soit une axiomatique où l'on ne dispose que de certaines règles de déduction. Supposons que l'on constate - par exemple à l'aide de nombreux exemples - qu'une certaine affirmation *A* est vraie mais non démontrable avec les règles dont on dispose. Alors notre intuition nous incite à admettre que l'affirmation *A* est *toujours vraie jusqu'à preuve du contraire* ; nous recourons alors à une induction, c'est-à-dire à une généralisation sans démonstration, et nous ajoutons l'affirmation indémontrable *A* à la liste des axiomes de notre axiomatique.

Généralisons cette approche consistant à compléter une axiomatique par ajout de toute affirmation que nous estimons pouvoir admettre, parce que :

- Elle est vraie dans tous les cas que nous connaissons ;
- Nous ne connaissons ni cas où elle est fausse, ni conséquences qui contredisent des vérités admises.

Nous obtenons ainsi une axiomatique plus riche, dont nous avons *admis* la validité des axiomes comme dans toute axiomatique, *et que nous pouvons désormais utiliser comme base de déductions formelles, donc déterministes*.

C'est ainsi que procèdent les sciences expérimentales : elles considèrent comme vraies les conclusions de quelques expériences reproductibles non contredites par d'autres expériences ou conséquences, et en tirent (par raisonnement, interpolation, extrapolation, calcul exact ou statistique…) des lois considérées comme générales ; ces lois seront supposées vraies jusqu'à ce que de nouvelles connaissances amènent à les remettre en question ou à les préciser. Cette méthode *n'explique pas* les phénomènes constatés, elle les pose comme vérités admises (c'est-à-dire comme axiomes) et fournit avec ses lois *une méthode de prédiction*.

6.1.2.13 Un énoncé ne peut ni se décrire lui-même ni se comparer à lui-même

Lire d'abord *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*.

Une description *complète* de l'Univers (sous une forme physique comme un texte écrit) se comprendrait elle-même, *ce qui est impossible*.

Cette contrainte d'impossibilité est très générale : *aucun énoncé ne peut se décrire lui-même ou se comparer à lui-même,* par exemple pour se juger par rapport à la vérité. Toute description d'une notion (autre qu'un concept de base) doit se faire à partir *d'autres* notions ; toute comparaison d'un objet a besoin de faire référence à au moins un *autre* objet.

Cette impossibilité ne concerne pas, bien évidemment, les descriptions *internes* de l'Univers. On peut énoncer des lois de l'Univers :

> Exemple : la relation fondamentale de la dynamique $\boldsymbol{F} = m\gamma$ qui relie entre elles 3 variables définies dans l'Univers, la force $\boldsymbol{F}$, la masse m et l'accélération γ.

Lorsqu'une telle description interne constitue une loi scientifique, celle-ci est basée sur des hypothèses formant une axiomatique, elle aussi interne à l'Univers (voir *Axiomatique et Système logique*). Le caractère universel d'une loi n'est jamais prouvé, il est postulé jusqu'à ce qu'un contre-exemple éventuel le remette en question.

<u>La connaissance scientifique de l'Univers est nécessairement incomplète et basée sur des postulats</u>

Lire d'abord *Définition d'une théorie scientifique objective.*

L'impossibilité d'auto-description complète a une conséquence fondamentale en matière de connaissance *scientifique* de l'Univers : celle-ci n'existe - pour nous qui sommes *dans* l'Univers - que sous forme d'énoncés (de lois, de valeurs de constantes, etc.) écrits dans des langages d'axiomatiques dont les axiomes sont supposés connus, compris sans autre description et admis. Ces axiomes ne peuvent pas se décrire eux-mêmes ; ils ne peuvent pas, non plus, se comparer à eux-mêmes ; description et comparaison nécessiteraient des énoncés à axiomatique *externe* à l'Univers (hypothèse inconcevable pour nous, êtres de l'Univers) ou faisant référence à une vérité *absolue* (à supposer que celle-ci existe, débat que nous abordons dans *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*).

L'ensemble des énoncés basés sur les axiomes est donc nécessairement incomplet : *notre connaissance scientifique de l'Univers ne peut ni être complète, ni contenir des connaissances externes à cet Univers, ni comparer des concepts scientifiques de notre Univers à des concepts ou des vérités qui seraient externes ou absolus comme Dieu, Ses qualités et Ses pouvoirs*.

Pourtant chaque homme a conscience de lui-même et peut se décrire : voir *Conscience et conscience de soi* ; il peut se comparer à d'autres hommes, ou comparer ses qualités et possibilités à des valeurs morales et aux possibilités d'autres êtres vivants ou à celles de machines, etc. Nous en conclurons simplement que *la conscience de l'homme ne fonctionne pas souvent de manière scientifique*. (Détails : *Le rationalisme critique de Karl Popper*.)

6.1.2.14 Problèmes insolubles. Théorème de Fermat. Equations diophantiennes

On dit qu'un problème mathématique est insoluble lorsqu'*on a démontré* qu'il n'existe pas d'algorithme permettant de le résoudre. C'est le cas, par exemple, du problème de savoir si l'exécution d'un algorithme donné se termine en un nombre fini d'étapes, permettant d'obtenir son résultat (on parle de savoir *s'il converge*).

Etant donné un problème, tant qu'on n'a ni trouvé de solution, ni démontré qu'il n'y en a pas, on ne peut rien affirmer en dehors d'éventuels cas particuliers. L'exemple le plus célèbre d'un tel problème, qui a fait le désespoir de nombreux mathématiciens depuis 1630 jusqu'en 1994, est le théorème de Fermat. En voici l'énoncé.

En 1630, Fermat avait affirmé - sans donner de preuve - que l'équation

$x^n + y^n = z^n$, où les quatre variables x, y, z et n sont des entiers naturels

n'a pas de solution non nulle pour $n>2$.
(Pour n = 2, une solution connue est par exemple $3^2 + 4^2 = 5^2$).

Cette affirmation, appelée "théorème de Fermat" ou "grand théorème de Fermat" ou "dernier théorème de Fermat" n'a été démontrée qu'en 1994 par Andrew John Wiles. Pendant 364 ans on ne l'a vérifiée que dans des cas particuliers : certains mathématiciens obstinés l'avaient même vérifiée pour certains triplets x, y, z jusqu'à une puissance n voisine de 125 000, selon [B67] page 135.

Cette équation est un cas particulier d'équation *diophantienne*, nom qui désigne toute équation de la forme $f(x_1, x_2,\ldots, x_p) = 0$, où f est un polynôme à coefficients entiers dont on cherche les solutions, ensemble de p variables $x_1, x_2,\ldots, x_p$ qui sont aussi des nombres entiers.

Nous avons depuis 1970 une démonstration du fait qu'*il n'existe pas d'algorithme universel permettant de savoir en un nombre fini d'opérations si une équation diophantienne donnée a ou non une solution en nombres entiers*.

Il existe donc des problèmes qui ont à coup sûr une solution calculable et d'autres qui n'en ont pas. Parmi ces derniers, certains ont une solution dont l'existence est prouvée, même si on ne sait - ou on ne peut - la calculer.

> Exemple : voir dans *Nombres réels et problèmes non calculables* le sous-titre *Nombres réels non calculables*.

Concernant le déterminisme, lorsqu'un problème a été « mis en équation », tous les cas précédents peuvent se produire.

6.1.2.15 Certitude de l'existence d'une démonstration dans une axiomatique

Dans une axiomatique, soit une proposition P formée selon les règles (donc dite « syntaxiquement correcte »). Tous les théorèmes possibles dans cette axiomatique peuvent être générés automatiquement en combinant les divers axiomes et théorèmes précédemment démontrés selon les règles de déduction.

> En pratique, il faut se fixer une limite au nombre de d'étapes déductives permettant la construction de théorèmes, car rien ne permet de limiter a priori la longueur d'un raisonnement déductif. On doit aussi vérifier, dans le processus de

génération de déductions, qu'on ne génère pas une sous-arborescence déjà construite. Le raisonnement qui suit est donc théorique.

Avec cette génération automatique, s'il existe un théorème (enchaînement déductif de propositions) prouvant que la proposition *P* est vraie ou qu'elle est fausse, il sera trouvé et démontré. *S'il existe*, car nous savons d'après les théorèmes d'incomplétude de Gödel, que certaines propositions sont indécidables, c'est-à-dire indémontrables parce qu'il n'existe pas (et ne peut exister) de théorème pour en prouver la véracité ou la fausseté.

6.1.3 La définition et l'existence d'un concept sont indépendants

(Citation de Kant dans la Critique de la raison pure [B12] pages 533-534)
"Etre [exister] n'est à l'évidence pas un prédicat réel, c'est-à-dire un concept de quelque chose qui puisse s'ajouter au concept d'une chose. C'est simplement la position [réalité] d'une chose ou de certaines déterminations en soi.

Dans l'usage logique, [*est*] est purement et simplement la copule d'un jugement. La proposition : *Dieu est tout-puissant* contient deux concepts qui possèdent leurs objets : Dieu et toute-puissance ; le petit mot : *est* n'est pas un prédicat de plus, mais c'est seulement ce qui pose [met] le prédicat *en relation* avec le sujet.

Or, si je prends le sujet (Dieu) avec tous ses prédicats (auxquels appartient aussi la toute-puissance), et que je dis : *Dieu est,* ou : *il est un Dieu,* je ne pose pas un nouveau prédicat venant s'ajouter au concept de Dieu, mais seulement le sujet en lui-même avec tous ses prédicats, et du même coup, certes, *l'objet* se rapportant à mon *concept.* Tous deux ne peuvent qu'avoir exactement le même contenu. […]

[Le concept d'un objet possible a les mêmes informations que celui de l'objet réel]
Cent thalers [pièces de monnaie] réels ne contiennent pas le moindre élément de plus que cent thalers possibles. Car dans la mesure où ces derniers signifient le concept, tandis que les premiers signifient l'objet en lui-même et sa position [réalité], mon concept, au cas où cent thalers réels contiendraient plus que cent thalers possibles, n'exprimerait pas l'objet tout entier, et par conséquent il n'en serait pas non plus le concept adéquat. Mais quand il s'agit de l'état de ma fortune, il y a plus avec cent thalers réels qu'avec leur simple concept (c'est-à-dire leur possibilité). Car s'il appartient à la réalité effective, l'objet n'est pas simplement contenu de manière analytique dans mon concept, mais il s'ajoute synthétiquement à mon concept (qui est une détermination de mon état), sans qu'à la faveur de cette existence en dehors de mon concept, ces cent thalers dont j'avais la pensée soient le moins du monde augmentés.

Quand je pense donc une chose, quels que soient les prédicats au moyen desquels je la pense et si nombreux qu'ils soient (même dans la détermination complète), du fait que j'ajoute encore que cette chose existe, je n'ajoute pas le moindre élément à la chose."

[Conclusion : l'existence d'un ensemble ou d'un concept ne peut faire partie des informations qui les définissent, c'est une information supplémentaire. Cette règle logique est à la base de la Théorie des ensembles, un des fondements des mathématiques.]

(Fin de citation)

6.1.4 Idéalisme, matérialisme et réalisme

Le déterminisme moderne préfère le matérialisme. Il rejette l'idéalisme de Platon, mais ne rejette ni le réalisme transcendantal ni l'idéalisme transcendantal de Kant.

6.1.4.1 Idéalisme

(Autre nom de l'idéalisme : *platonisme*, du nom de Platon qui en a posé les bases.)
Pour les termes philosophiques voir *Dictionnaire des idées de Kant - Vocabulaire de la Critique de la raison pure* [B32].

L'idéalisme est une doctrine philosophique qui affirme que nos représentations ne proviennent pas de la réalité physique :

- Soit parce que toute réalité physique a pour cause une Idée (selon Platon) ;
- Soit parce qu'il nie l'existence de cette réalité (il est immatérialiste, selon Berkeley) ;
- Soit parce qu'il affirme, comme Kant, que la représentation étant la seule faculté dont notre esprit dispose pour accéder à la réalité physique, l'homme doit raisonner en fonction d'elle seule tout en sachant qu'elle n'est pas la réalité physique.

Voici ce que croit la doctrine idéaliste. Pour la signification précise des termes philosophiques ci-dessous, consulter le dictionnaire Internet gratuit [B32].

<u>1 - Tout objet de l'Univers est réductible à une Idée, abstraction qui constitue la seule réalité véritable</u>

Réalité d'une chose en soi : réalité objective

La doctrine idéaliste définit une réalité autre que physique, donc sans référence empirique, à partir d'une chose en soi : la *réalité objective*. L'objet d'une telle réalité est alors transcendantal et sa « réalité » est une *idéalité transcendantale* ; c'est le cas, par exemple, de *l'être originaire*, réalité suprême.

Kant écrit dans [B12] page 235 : "La *possibilité de l'expérience* est […] ce qui donne de la réalité objective à toutes nos connaissances *a priori.* Or, l'expérience repose sur l'unité synthétique des phénomènes, c'est-à-dire sur une synthèse, opérée d'après des concepts de l'objet, des phénomènes en général…"

La réalité d'une Idée est objective, car sa signification (les informations qui la définissent) étant indépendante de l'homme et des circonstances peut être partagée à l'identique par tous les humains.

C'est là un point de vue idéaliste, qui considère l'Idée et sa chose en soi comme les seules véritables réalités, éternelles et indépendantes de l'homme ; pour eux, un objet physique n'est qu'une copie particulière d'Idée, jugée inférieure car non éternelle. [L'infériorité est un prédicat vague, mal défini même par rapport à la notion de bien ou mal ; donc tout jugement qui repose sur cette appréciation est douteux.]

L'Idée est un concept métaphysique associé à un objet réel particulier
Idée objective
Une Idée peut servir de modèle à un objet physique qui en serait une copie, avec sa forme distincte de sa matière : *c'est un concept métaphysique représentant un objet réel particulier*, alors qu'habituellement un concept représente une classe d'objets.

L'existence dans l'Idée de la forme d'un objet implique un encombrement (l'espace qu'il occuperait), mais pas son existence physique qui est seulement possible. *Une Idée permet donc une connaissance d'objet par concept, sans intuition* ; bien entendu, cette connaissance n'est pas factuelle comme une connaissance par intuition, elle est imaginaire et Kant souligne sa nature illusoire.

Une Idée ne peut être un concept de phénomène
L'Idée serait un concept de phénomène si ce concept pouvait contenir toutes les informations d'une description exhaustive et parfaitement fidèle du phénomène, ce qui est impossible. C'est parce qu'ils croyaient une telle description possible pour le Dieu créateur (et lui seul) que certains penseurs ont cru à tort que Celui qu'ils imaginaient existait réellement.

2 - L'Idée (et l'esprit qui la produit) ont plus d'importance que la réalité matérielle qui s'en déduit (d'où le nom *idéalisme*).

La doctrine idéaliste s'oppose au matérialisme :

- Pour un idéaliste, la cause ultime (seule réalité) est l'idée ;
- Pour un matérialiste, la cause ultime est la matière, dont l'homme déduit une idée et sa représentation.

Voici quelques doctrines avec leurs arguments.

6.1.4.1.1 Idéalisme de Platon

Platon déplore la difficulté de raisonner correctement sur les objets et phénomènes du monde physique, parce qu'ils changent sans cesse avec le temps qui passe ou l'observateur, rendant ainsi incertaine la connaissance de la vérité.

S'inspirant de Pythagore, dont les Nombres n'ont pas ce défaut d'instabilité, Platon a décidé de raisonner le plus possible sur des Idées (une idée étant une abstraction, une essence, une chose en soi *absolue, immuable et éternelle*). Dans sa doctrine idéaliste, une réalité physique n'est qu'une manifestation particulière d'une Idée dans des circonstances données.

Kant a choisi une solution analogue pour la connaissance des phénomènes, en montrant que l'esprit traduit une intuition (pure ou empirique) en concepts universels rapportés notamment au temps, à l'espace et aux catégories.

6.1.4.1.2 Idéalisme transcendantal de Kant

Lire d'abord *Qu'entend Kant par transcendantal ?* [D2]

(Citation de Kant [B12] page 376-377)
"J'entends alors par *idéalisme transcendantal* de tous les phénomènes la position doctrinale selon laquelle nous les regardons tous, globalement, comme de simples représentations, et non pas comme des choses en soi, et conformément à laquelle espace et temps ne sont que des formes sensibles de notre intuition, mais non pas des déterminations données pour elles-mêmes ou des conditions des objets en tant que choses en soi.

A cet idéalisme [transcendantal] est opposé un Réalisme transcendantal qui considère l'espace et le temps comme quelque chose de donné [existant] en soi (indépendamment de notre sensibilité). Le réaliste transcendantal se représente donc les phénomènes extérieurs (si l'on admet leur réalité) comme des choses en soi qui existent indépendamment de nous et de notre sensibilité, et qui donc, correspondant à des concepts purs de l'entendement, seraient [existeraient] aussi en dehors de nous."
(Fin de citation)

6.1.4.2 Matérialisme

Le matérialisme est une doctrine philosophique qui affirme que tout objet de l'Univers est réductible à de la matière seule (depuis la Relativité d'Einstein, en 1905 : réductible à de la matière-énergie).

Postulats matérialistes

Les évolutions naturelles sont régies par les lois déterministes de la physique, qui doivent suffire pour expliquer tout phénomène constaté. En rejetant l'explication de l'existence des choses et lois physiques (donc de l'Univers) par un postulat spirituel, l'âme ou l'Idée, cette doctrine prône l'athéisme : il n'y a ni Dieu créateur, ni vie après la mort. Bien entendu, le matérialisme rejette aussi toute idée d'âme pouvant exister avant, dans, ou après le corps, tout spiritualisme et toute transmigration.

Opposition avec l'Idéalisme

Le matérialisme s'oppose donc aussi à l'Idéalisme, et aux religions qui expliquent l'existence du monde et les lois de la nature par la volonté de Dieu et Ses buts (explication téléologique, appelée par certains *Intelligent Design*). Il nie la possibilité d'une intervention divine dans l'Univers, la qualifiant de superstition, et l'existence après la mort d'une vie où seraient châtiés ou récompensés les actes des hommes, donc la possibilité d'un salut.

Le débat opposant ces deux doctrines porte donc, pour l'essentiel, sur la Création du monde et les interventions de Dieu (nous n'abordons pas ici les questions de morale).

Le point de vue de Kant

Kant apporte à ce débat une doctrine de la connaissance rationnelle, l'*Idéalisme transcendantal*, basée sur la seule certitude d'existence disponible pour un homme : celle qui résulte de la conscience de soi (prise en compte de la célèbre phrase « Je pense, donc j'existe (je suis) ». Pour cette doctrine, toute connaissance issue du sens externe est celle (subjective) d'un phénomène, ce n'est pas une représentation de la réalité : Kant combat donc le matérialisme pour défendre sa foi en un Etre suprême ; et il combat le Réalisme pour faire triompher son Idéalisme transcendantal en tant que seule doctrine philosophique de la connaissance vraie.

S'il n'y a ni Dieu créateur ni libre arbitre, les règles morales ne s'imposent pas
(Citation de [B12] page 457)
"S'il n'y a pas un être originaire qui soit distinct du monde,

[S'il n'y a pas de Dieu créateur]

si le monde est sans commencement et donc aussi sans auteur,

[donc si le monde a toujours existé sans avoir été créé]

si notre volonté n'est pas libre

[si le fonctionnement de notre esprit, donc sa volonté, sont pures conséquences de lois physiques]

et si l'âme est aussi divisible et corruptible que la matière,

[B12] page 367 – "Le Moi subjectif ne peut […] être partagé et divisé, et ce Moi, nous le supposons cependant à propos de toute pensée."

[B12] page 371 – "Le Moi pensant, l'âme (nom dont on se sert pour désigner l'objet transcendantal du sens interne), est simple."

donc si la doctrine matérialiste qui nie l'existence d'une âme est adoptée au lieu de la doctrine idéaliste]

dans ce cas, les Idées *morales* et leurs principes perdent eux aussi toute validité et s'effondrent en même temps que les idées transcendantales qui constituaient leur soubassement théorique."
(Fin de citation)

Arguments du matérialisme
Voir citation de Luc FERRY : *De la vraie nature du matérialisme et de la séduction légitime qu'il exerce*.

Exemples de philosophes matérialistes
Démocrite, Epicure, Hobbes, Marx et Sartre.

Exemples de philosophes idéalistes
Platon, Descartes, Berkeley, Hegel et Kant.

6.1.4.3 Réalisme transcendantal
Source : Citation de Kant [B12] pages 376 à 378
"A cet idéalisme [transcendantal] est opposé un réalisme transcendantal qui considère l'espace et le temps comme quelque chose de donné [existant] en soi (indépendamment de notre sensibilité). Le réaliste transcendantal se représente donc les phénomènes extérieurs (si l'on admet leur réalité) comme des choses en soi qui existent indépendamment de nous et de notre sensibilité, et qui donc, correspondant à des concepts purs de l'entendement, seraient [existeraient] aussi en dehors de nous.

[Idéaliste et réaliste]
C'est proprement ce réaliste transcendantal qui, ensuite, joue le rôle de l'idéaliste empirique et, après avoir faussement supposé, à propos des objets des sens, qu'ils devaient, pour être extérieurs [pour exister et ne pas être une illusion du sens interne], posséder aussi leur existence en eux-mêmes, sans intervention des sens, trouve, en se plaçant de ce point de vue, toutes nos représentations sensibles insuffisantes pour en rendre certaine la réalité.

L'idéaliste transcendantal peut au contraire être un réaliste empirique, par conséquent, comme on l'appelle, un dualiste, c'est-à-dire admettre l'existence de la matière sans sortir de la simple conscience de soi, ni accepter quelque chose de plus que la certitude des représentations en moi, par conséquent que le *cogito, ergo sum [je pense, donc j'existe]*.

[Pour un idéaliste la réalité n'existe que sous forme d'idées : les phénomènes]
En effet, parce [que l'idéaliste transcendantal] ne donne à cette matière et même à sa possibilité intrinsèque que la valeur d'un phénomène qui, séparé de notre sensibilité, n'est rien, elle ne constitue chez lui qu'une espèce de représentations (intuitions) que l'on appelle « extérieures », non pas au sens où elles se rapporteraient à des objets extérieurs en soi, mais en tant qu'elles rapportent des perceptions à l'espace dont tous les éléments existent les uns en dehors des autres, alors que l'espace lui-même est en nous.

C'est en faveur de cet idéalisme transcendantal que nous nous sommes déclarés dès le début. Par conséquent, à la faveur de notre doctrine, disparaît toute difficulté à admettre, sur le témoignage de notre simple conscience de nous-mêmes, et à déclarer par là démontrée l'existence de la matière tout aussi bien que l'existence de moi-même comme être pensant. Car j'ai en tout état de cause conscience de mes représentations ; donc, elles existent et moi aussi, qui ai ces représentations. Or, les objets extérieurs (les corps) ne sont que des phénomènes : par conséquent, ils ne sont rien d'autre qu'une espèce de mes représentations, dont les objets ne sont quelque chose qu'à travers ces représentations, mais ne sont rien [ne sont pas à prendre en compte] abstraction faite de celles-ci.

Donc, les choses extérieures existent tout aussi bien que moi-même j'existe, et cela, dans les deux cas, sur le témoignage immédiat de la conscience que j'ai de moi-même, avec cette simple différence que la représentation de moi-même comme sujet pensant est rapportée uniquement au sens interne, alors que les représentations qui font signe vers des êtres étendus sont rapportées aussi au sens externe.

Il ne m'est pas davantage nécessaire de procéder à un raisonnement déductif en ce qui concerne la réalité des objets extérieurs que je n'en ai besoin pour ce qui touche à la réalité de mon sens interne (de mes pensées) ; car, des deux côtés, il ne s'agit de rien d'autre que de représentations, dont la perception immédiate (la conscience) est en même temps une preuve suffisante de la réalité qui est la leur.

Donc, l'idéaliste transcendantal est [aussi] un réaliste empirique, et il accorde à la matière, en tant que phénomène, une réalité qui n'a pas besoin d'être déduite, mais qui est au contraire immédiatement perçue. Par opposition, le réaliste transcendantal tombe nécessairement dans l'embarras et se voit contraint de ménager une place à

l'idéalisme empirique, parce qu'il regarde les objets des sens extérieurs pour quelque chose de distinct des sens eux-mêmes et considère de simples phénomènes comme des êtres indépendants qui se trouvent en dehors de nous…"
(Fin de citation)

Critique de cette citation

Kant démontre là qu'il est plus rigoureux, du point de vue logique doctrinale, d'adopter l'idéalisme transcendantal qu'il défend que le matérialisme ou le Réalisme transcendantal. Sa démonstration n'est pas critiquable, mais il faut noter que les scientifiques actuels postulent le Réalisme ; ils sont souvent matérialistes et non idéalistes, et leur doctrine de recherche de la vérité est *Le Rationalisme critique* de Karl Popper.

6.1.5 Raison et rationalisme

La raison est la faculté de combiner logiquement des concepts et des propositions pour comprendre, bien juger et discerner le vrai du faux. Elle utilise l'intelligence, et refuse les réactions affectives ou les instincts. Elle combine les concepts et enchaîne les propositions en respectant des principes comme ceux de la logique, ceux de Descartes [B119] et le "5e précepte de Descartes" qu'on pourrait exprimer ainsi :

Ne rien tenir pour faux ou impossible qui ne le soit démontré.

Dans ce texte (et à la différence de sa signification habituelle), le mot *rationalisme* désigne une méthode de réflexion qui base la pensée sur la raison.

Le rationalisme accorde un crédit à l'expérience, c'est-à-dire aux faits, même s'il se réserve le droit d'en critiquer l'interprétation et les conséquences que le raisonnement en tire. Le *rationalisme critique de Popper* va plus loin, en ne considérant comme acceptable qu'une hypothèse falsifiable, mais en admettant en revanche qu'elle n'a pas nécessairement à être justifiée par un raisonnement.

Le rationalisme accorde aussi un crédit à la pensée formelle (mathématiques et logique formelle), à condition que ses conséquences résistent à la critique.

Le rationalisme se méfie des interprétations métaphysiques de modèles mathématiques ; exemple : méfiance à l'égard d'interprétations philosophiques du principe d'incertitude de Heisenberg, lorsque ces interprétations concernent l'essence des choses ou un caractère surnaturel.

6.2 Rappels de mathématiques

6.2.1 Nombres complexes et scalaires

Les définitions ci-après ne sont que des rappels si simplifiés qu'ils ne prétendent pas à la rigueur mathématique.

Nombres complexes

Nous supposons connue la notion de nombre réel, élément de l'ensemble $\mathbb{R}$.
A partir d'un couple quelconque de nombres réels (a, b) on peut définir un nombre complexe $z = a + ib$ où la constante i est elle-même un nombre complexe tel que

$i^2 = -1$. La partie a du nombre complexe z est appelée *partie réelle* et la partie b, qui est toujours multipliée par i, *partie imaginaire*.
L'ensemble des nombres complexes est noté $\mathbb{C}$.

Nombre complexe conjugué
Etant donné le nombre complexe $z = a + ib$, on appelle nombre complexe conjugué de z (noté $\bar{z}$) le nombre $a - ib$.

Les nombres complexes peuvent être additionnés et multipliés, la somme ou le produit étant aussi des nombres complexes. C'est ainsi que :

- La somme $(a, b) + (c, d)$ vaut $(a+c, b+d) = a+c + i(b+d)$
- Le produit $(a, b) \times (c, d)$ vaut $(ac-bd, ad+bc) = ac-bd + i(ad+bc)$

Un nombre complexe z_1 peut aussi être divisé par un nb complexe z_2 non nul, c'est-à-dire $z_2 \neq 0+i0$ (noté simplement 0).

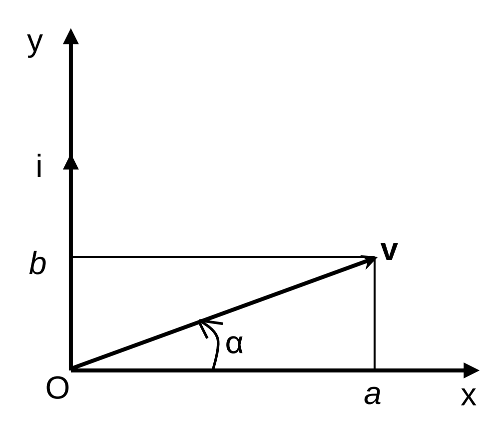
Un nombre complexe $z = a + ib$ est équivalent à un vecteur **v** du plan rapporté aux axes Ox, Oy (voir graphique ci-dessous) dont :

- La longueur (on dit aussi *le module* ou plus rarement *l'amplitude*) est

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

- L'angle α avec l'axe Ox a pour tangente $tg\alpha = b/a$: ***v*** est incliné d'un angle α par rapport à l'axe Ox. L'angle α est parfois appelé *argument* ou *phase*.

Sur le graphique ci-dessous on a aussi représenté le nombre complexe i, de module 1 et dont le vecteur correspondant fait avec Ox un angle droit.



Correspondance entre nombre complexe a+ib, vecteur ***v*** associé et argument α

Un nombre réel r équivaut au nombre complexe $(r, 0) = r + i0$ et son vecteur associé est porté par l'axe Ox.

Un vecteur ***v*** équivalent à un nombre complexe $a + ib$ est donc aussi défini par un couple (v, α) où v est le module de ***v*** : $v = |\boldsymbol{v}|$ et $\alpha = Arctg(b/a)$ (arc dont la tangente est b/a). Cette définition d'un nombre complexe par module et angle de rotation par

rapport à Ox est aussi appelée définition par *module et argument* ou définition par *amplitude et phase*.

Avec cette définition, le produit de deux nombres complexes $z = (v, \alpha)$ et $w = (w, \beta)$ vaut $zw = (vw, \alpha+\beta)$ (produit des deux modules "incliné" de la somme des deux inclinaisons).

Le nombre i = (0, 1) dont le vecteur associé est porté par l'axe Oy et a pour module 1, est donc tel que son carré vaut i^2 = (1, 180°) : c'est le nombre réel -1.

Scalaire

Nombre

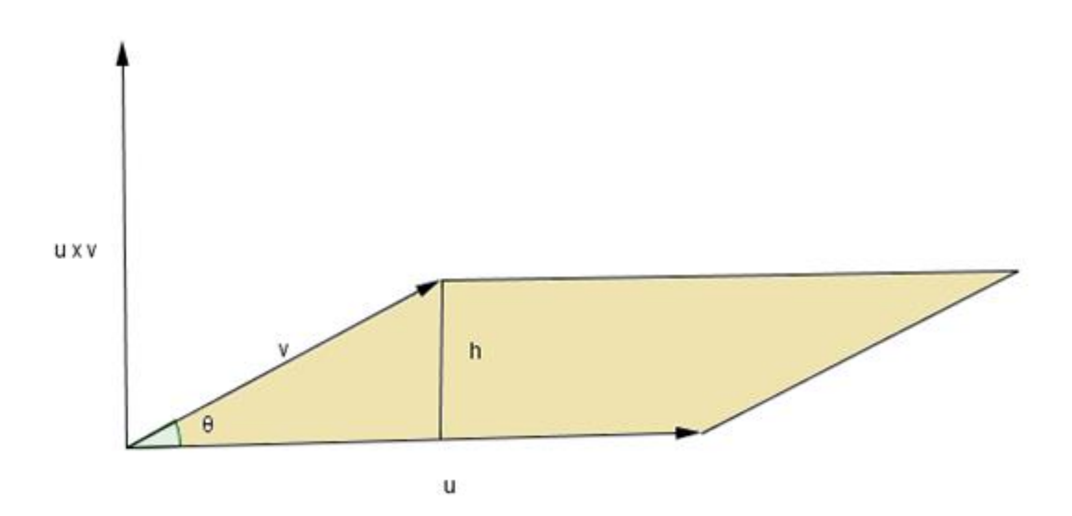
On appelle *scalaire* un nombre réel ou complexe, par opposition à des vecteurs, des opérateurs, des matrices, etc.

Adjectif

Une *grandeur scalaire* est représentée par un scalaire.

6.2.1.1 Produit vectoriel

Le produit vectoriel de deux vecteurs **u** et **v** (dans cet ordre) est un vecteur **w** noté $\mathbf{w} = \mathbf{u} \wedge \mathbf{v}$ ou **u x v**, perpendiculaire au plan de **u** et **v**, dont le module |**w**| (nombre réel signé) est le produit des modules de **u** et **v** par le sinus de l'angle orienté $\theta = (\mathbf{u}, \mathbf{v})$. Sur la figure ci-dessous $|\mathbf{v}|\sin\theta = h$.



6.2.1.2 Nombre aléatoire, nombre normal

Question : Les suites de décimales de π, de $\sqrt{2}$ ou de e (e = 2.71828…) sont-elles aléatoires ? Pour préciser la notion de suite *aléatoire* des chiffres d'un nombre qui présente déjà une absence de régularité connue (comme $\sqrt{2}$), le mathématicien Emile Borel a défini la notion de *nombre normal* comme suit dans [B15].

Un nombre est dit *normal dans une base b* si :

- Chacun des *b* chiffres possibles apparaît, dans le développement du nombre selon cette base, avec la même fréquence $1/b$;
- Chacun des b^2 groupes de 2 chiffres successifs possibles apparaît, dans le développement du nombre selon cette base, avec la même fréquence $1/b^2$;
- Chacun des b^3 groupes de 3 chiffres successifs possibles apparaît, dans le développement du nombre selon cette base, avec la même fréquence $1/b^3$;
- Etc.

Un nombre est dit *absolument normal* s'il est normal dans toute base *b*.

6.2.1.3 Ensemble de mesure nulle

Voici quelques définitions dont nous aurons besoin dans la suite du texte ; leur exposé est réduit au minimum nécessaire.
Lire d'abord, plus haut, *Définitions mathématiques relatives à un espace métrique*.

Ensemble ouvert de nombres réels

Dans l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels, soient *a* et *x* deux nombres et $d=|a-x|$ leur distance. On appelle *ensemble ouvert de centre a et de rayon r* l'ensemble des *x* tels que $d<r$. Un tel ensemble est appelé « *ouvert* de $\mathbb{R}$ ».

Longueur et mesure d'une partie ouverte et bornée d'une droite

Par définition, une telle *partie* est la réunion disjointe d'intervalles ouverts $]a_n, b_n[$ indexée par des entiers 0, 1, 2,…n… Si le nombre de ces intervalles est fini, la longueur est la somme finie des différences $b_n- a_n$. S'il est infini, la longueur est la somme d'une série. La longueur ainsi définie est une *mesure* de la partie ouverte.

Partie de mesure nulle d'un ensemble de nombres réels

Dans l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels, une partie *A* est dite *de mesure nulle* ou *négligeable* si, pour tout $\varepsilon>0$, il existe un ouvert *U* contenant *A* de mesure inférieure à ε.

6.2.1.4 Sens de « presque tous » en mathématiques

Emile Borel a démontré en 1909 que

> *presque tous* les nombres réels sont absolument normaux.

« Presque tous » a un sens précis en mathématiques : une propriété de points qui n'est fausse que sur un ensemble de mesure négligeable de points est dite « presque partout vraie ».

Dans n'importe quel intervalle donné, la probabilité de trouver un réel non absolument normal est infiniment faible, alors que la probabilité de trouver un réel absolument normal est aussi proche de 1 que l'on voudra ; cela vient de ce que l'ensemble infini des nombres non absolument normaux de l'intervalle est de mesure nulle.

Mais bien que *les constatations* sur de longues suites de décimales montrent que $\sqrt{2}$, π et *e* sont normaux en base 10, *nous ne connaissons pas de démonstration de cette propriété*. Ce sont pourtant des nombres calculables.

6.2.1.5 Algorithme déterministe générant une suite stochastique de valeurs

Pour la définition d'un algorithme, voir *L'exigence d'un raisonnement algorithmique*.

Un algorithme est par nature déterministe, car le résultat de chacune de ses étapes ne dépend que de sa logique et des données qu'elle traite.

Mais *ce processus déterministe a un résultat imprédictible a priori* : au vu du code et des données initiales de l'algorithme on ne peut déduire le résultat, il faut passer par toutes les étapes de calcul de l'algorithme, dans l'ordre que celui-ci détermine au fur et à mesure de ses résultats intermédiaires.

Lorsque ce processus génère une suite non répétitive de valeurs (exemple : la suite infinie des décimales d'un nombre calculable irrationnel, comme $\sqrt{2}$) on ne peut prévoir la décimale de rang *n* ni directement, ni connaissant un nombre quelconque de décimales précédentes : c'est une suite stochastique de chiffres appartenant évidemment à l'ensemble {0, 1, 2…9}. Les essais numériques effectués avec des calculs d'un nombre important de décimales ont trouvé des distributions équiprobables de ces chiffres, mais nous n'avons pas de preuve déductive de cette équiprobabilité.

Conclusion : *un processus déterministe peut générer des résultats stochastiques*.
On voit au chapitre *Chaos* que les évolutions chaotiques ont en général des résultats imprévisibles de type stochastique, bien qu'elles soient déterministes.

Suites de nombres aléatoires générées par ordinateur
Ces résultats stochastiques générés étant imprévisibles (tout en faisant partie de l'ensemble des valeurs possibles de la distribution stochastique) semblent donc aléatoires, alors qu'ils ne sont que pseudo-aléatoires. Dans la suite de ce texte, nous suivrons donc l'usage général qui qualifie d'*aléatoires* les nombres de ces suites.

<u>Intérêt de la génération de suites aléatoires de nombres</u>
Source [B16]
Cette possibilité est utilisée dans des logiciels informatiques de jeu, de cryptographie, de protocoles réseau TCP-IP, de tests par la *méthode de Monte Carlo*, etc.

> La méthode de Monte Carlo cherche des solutions approximatives de problèmes physiques ou mathématiques complexes par des essais aléatoires. Elle fut utilisée initialement pour des simulations de résultats de chocs de neutrons avec des noyaux atomiques dans le cadre du Manhattan Project américain des années 1940, qui créa des bombes atomiques.

Nous avons aussi besoin de considérer le caractère aléatoire de l'ordre d'une suite de valeurs à propos des phénomènes de chaos.

6.2.2 Continuité d'une variable et d'une fonction

Continuité absolue d'une variable (de son domaine) au voisinage d'une valeur

Définition

Une variable numérique x définie dans un domaine D est continue au voisinage de $x=x_0$ (valeur qui appartient ou non à D) si et seulement si quel que soit ε réel, petit et positif, il existe une valeur x de D telle que $|x-x_0|<\varepsilon$.

Signification : cette continuité au voisinage de $x=x_0$ est celle du domaine D

Quelle que soit la petitesse d'une différence $\varepsilon>0$ avec la valeur x_0, il existe dans D un nombre x dont la différence en valeur absolue avec x_0 est inférieure à ε.

En somme, quelle que soit la petitesse de la distance envisagée à x_0, il existe dans D un point encore plus proche.

Cette continuité-là est qualifiée *d'absolue*, pour la distinguer de la *continuité ordinale*, hors sujet pour nous.

Remarque sur les domaines D

L'ensemble des nombres rationnels (fractions) est continu : quelles que soient une fraction x_0 et la petitesse d'une différence rationnelle $\varepsilon>0$ avec la valeur x_0, il existe une fraction x telle que $|x-x_0|<\varepsilon$. Les nombres irrationnels, et les nombres réels dont ils font partie, n'ont été définis que pour représenter correctement les résultats d'opérations comme l'extraction de racine, la limite d'une suite convergente de fractions, les valeurs des racines d'équations polynomiales, etc.

6.2.3 Ensemble – Théorie des ensembles

La Théorie des ensembles a pris une place considérable en mathématiques, et apparaît de plus en plus comme la base indispensable de l'Analyse : elle a d'ailleurs été inventée tout exprès pour préciser et généraliser les notions fondamentales du calcul intégral et de la théorie des fonctions. Ces notions (comme celle du continu, par exemple) n'avaient pas encore été logiquement analysées, on les acceptait encore dans le sens vulgaire et naïf que leur donnaient l'usage et la tradition, et pour cette raison on les attribuait à tort à l'intuition.

La théorie des ensembles est, par ses concepts de base et par ses principes, une branche ou une application de la Logique.

Les quatre parties de la Théorie des ensembles

- *La Théorie des ensembles abstraits*, qui considère des ensembles d'objets quelconques, de nature indéterminée, sous la seule condition que chacun de ces objets constitue un individu (élément) reconnaissable.

  Contenu d'un ensemble : un ensemble est déterminé, si l'on a le moyen de décider, au sujet d'un objet (individuel) quelconque, s'il appartient ou n'appartient pas à l'ensemble considéré. On reconnaît déjà là les notions logiques *d'individu* et de *classe,* et la relation *d'appartenance* d'un individu à une classe.

- *L'étude des puissances et équivalences d'ensembles*. Par définition, deux ensembles ont *même puissance* lorsqu'ils sont équivalents, c'est-à-dire lorsqu'on peut établir entre tous leurs éléments une correspondance biunivoque.

La *puissance* ainsi définie par abstraction est celle de *nombre cardinal d'un ensemble*, qui est le nombre de ses éléments. La Théorie des puissances d'ensembles est la Théorie des nombres cardinaux en général, arithmétique générale où on définit la somme, le produit et la puissance des nombres cardinaux, finis ou infinis.

- *La Théorie des ensembles ordonnés, des types d'ordre et des nombres ordinaux.* Tout ordre est défini par une relation d'une certaine espèce. Deux ensembles ordonnés sont *semblables,* lorsqu'il existe entre leurs éléments une correspondance biunivoque telle que, si dans l'un l'élément *a* précède l'élément *b* dans l'autre l'élément correspondant à *a* précède l'élément correspondant à *b*, quels que soient les éléments *a* et *b* de départ.

- *La Théorie des ensembles de points*, où l'on considère les éléments des ensembles étudiés comme des points situés dans un espace à une dimension (droite), à deux (plan), à trois ou même à *n* dimensions.

  Peu importe que cet espace soit géométrique ou arithmétique, c'est-à-dire que les éléments soient conçus comme des points géométriques ou comme des nombres. L'essentiel est qu'ils sont « pris » dans un ensemble préexistant, et que celui-ci peut contenir d'autres éléments ou points « situés » entre ceux de l'ensemble considéré.

  Cette partie de la théorie des ensembles est la plus compliquée ; néanmoins c'est celle qui est apparue la première et qui est la plus développée, parce que c'est celle qui se rapproche le plus du domaine des applications : l'Analyse et la Géométrie.

  Elle a pour objet, au fond, les ensembles relatifs à d'autres ensembles, desquels ils sont pour ainsi dire extraits, ou dans lesquels ils sont situés et plongés. C'est dans cette théorie qu'un ensemble peut avoir des points-limites qui ne lui appartiennent pas, et par suite un dérivé qu'il ne contient pas nécessairement.

  C'est à cette branche de la théorie des ensembles qu'appartient donc toute la théorie des ensembles dérivés, avec les notions « métriques » des ensembles *fermés, denses en soi* et *parfaits,* et les notions d'ensemble *partout dense ou nulle part dense* dans un intervalle (ou ensemble) donné.

  C'est à elle également qu'appartient la théorie de l'étendue ou du contenu des ensembles, dans laquelle les ensembles sont rapportés à un réceptacle commun, l'espace continu.

Conclusions sur la Théorie des ensembles

La théorie des ensembles, dans sa partie la plus générale, se confond avec la Logique des classes ; et, dans ses autres parties, elle dépend entièrement de la Logique des relations.

En particulier, la théorie des ensembles de points se ramène à la théorie des ensembles relatifs (c'est-à-dire situés dans d'autres ensembles). C'est la théorie des ensembles relatifs à l'espace continu ; et puisqu'on peut définir l'espace continu par ses propriétés ordinales, les fondements de cette théorie sont empruntés exclusivement à la théorie de l'ordre.

Cette conclusion ne repose pas seulement sur les considérations théoriques, forcément sommaires et un peu vagues, qui précèdent. B. Russell a effectivement

réalisé la théorie des ensembles bien ordonnés au moyen de la Logique des relations, et retrouvé ainsi la plupart des propositions de cette théorie, découvertes par G. Cantor et d'autres mathématiciens. Le rattachement de la théorie des ensembles à la Logistique (science de la logique) est un fait accompli.

Définitions relatives à un ensemble et à ses éléments

Une collection d'objets, concrets ou abstraits, considérés ensemble constitue un *ensemble*, appelé aussi *classe* ou *collection*.

C'est le regroupement de ces objets par l'esprit qui crée l'ensemble, groupe toujours abstrait qui n'existe qu'accompagné d'une *règle de groupement* : ces objets sont, par exemple, l'ensemble des Français, l'ensemble des nombres entiers, l'ensemble des couleurs de l'arc-en-ciel, l'ensemble des objets sous un concept, etc.

Les différents objets regroupés dans un ensemble constituent ses *éléments*.
Un même ensemble, *E*, peut comprendre un nombre fini ou infini d'éléments.

- *E* = {Sylvie, Laurent, François} est l'ensemble de mes trois enfants ;
- *F* = {Liste de 66 millions de noms} est l'ensemble des résidents en France ;
- *D* = {*E, F*} est l'ensemble des deux ensembles précédents : la notion *d'ensemble d'ensembles* a un sens.

  De même, la notion *d'ensemble P des parties d'un ensemble* de *n* éléments a un sens, et puisque *P* comprend 2^n éléments on dit que son cardinal est 2^n.

Obligation de non-redondance
Par définition, les éléments d'un ensemble doivent être *distincts* : il n'y a aucun doublon. Dire que l'élément *x* appartient à l'ensemble *E*, affirmation notée $x \in E$, c'est dire que *E* contient un élément *x et un seul*. Ils doivent être distincts pour que les notions d'unité, pluralité et totalité aient un sens précis.

Critères d'appartenance à un ensemble

Définir un ensemble *E*, c'est définir le(s) critère(s) d'appartenance d'un objet *x* à *E*.
« *x* appartient à *E* » est noté $x \in E$. Les symboles de la Théorie des ensembles comme $\in$ sont dans la *Table des symboles de la Logique symbolique et de la Théorie des ensembles*.

La non-appartenance de l'élément *x* à l'ensemble *E* s'écrit $x \notin E$.

Affirmation de l'existence d'un ensemble *E*

Cette affirmation (qui n'est pas par elle-même une démonstration, mais peut résulter d'une démonstration) s'écrit $\exists E$ où le symbole $\exists$ se lit « il existe au moins un ».

Egalité de deux ensembles

Deux ensembles *E* et *F* sont égaux si et seulement si tout élément *x* de l'un appartient aussi à l'autre. Cela s'écrit : $(E = F) \Leftrightarrow ((x \in E) \Leftrightarrow (x \in F))$.

Ensemble vide

Un ensemble vide est un ensemble qui ne contient aucun élément. Il n'existe qu'un seul ensemble vide, et on le note 0 ou $\emptyset$.

Ensemble singulier

C'est un ensemble qui ne contient qu'un seul élément.

Inclusion d'un ensemble *E* dans un ensemble *F*

L'ensemble *E* est inclus dans l'ensemble *F* si tout élément *x* de *E* appartient à *F* :

$$((x \in E) \Rightarrow ((x \in F)) \Rightarrow E \subset F$$

(si ($x \in E$) entraîne que ($x \in F$), alors *E* est inclus dans *F*)

On dit alors que *E* est un *sous-ensemble* de *F*, ou que *E* est une *partie* de *F*.

L'inclusion est *transitive* : $((E \subset F) \,.\, (F \subset G)) \Rightarrow (E \subset G)$, où le symbole **.** se lit ET.

L'égalité de *E* et *F* est, en fait, une double inclusion : de *E* dans *F* et de *F* dans *E*.

Complémentaire *C* d'un ensemble *E* inclus dans un ensemble *F*

L'ensemble *C* comprend tous les éléments *x* de *F* n'appartenant pas à *E* :

$C = \{x \mid (x \in F) \,.\, (x \notin E)\}$ où le symbole | se lit *tel que*.

La complémentation est parfois notée comme la soustraction : $C = F - E$.

Ensemble fermé ou ouvert

Un ensemble *ordonné* qui a à la fois un premier et un dernier élément est dit *fermé* : un parcours des éléments successifs toujours dans le même sens ne peut alors s'éloigner à l'infini.

Si un tel parcours infini est possible l'ensemble est dit ouvert ; il n'a alors pas de dernier élément dans le sens du parcours.

Plus généralement, un ensemble même non ordonné est ouvert s'il ne contient pas d'élément limite.

Exemples

- L'intervalle $0 \leq x \leq 1$ constitue un ensemble fermé de valeurs du nombre réel *x*.
- L'intervalle $0 < x < 1$ constitue un ensemble ouvert de valeurs du nombre réel *x*, car $x = 0$ et $x = 1$ ne lui appartiennent pas.
- L'intervalle $0 < x \leq 1$ constitue un ensemble ouvert de valeurs du nombre réel *x*, car il n'a pas de borne atteignable côté 0.
- Les valeurs $x \geq 4$ où *x* est un entier constituent un ensemble ouvert à droite, car *x* n'a pas de maximum.
- L'infinité des points d'un cercle constitue un ensemble fermé, car un parcours d'une succession de ses points toujours dans le même sens finit par revenir au point de départ, situé à distance finie de lui.

Opérations sur les ensembles

Réunion

Soient deux ensembles *E* et *F*. On appelle réunion $\cup$ de ces ensembles l'opération qui produit l'ensemble $R = (E \cup F)$ comprenant tous les éléments appartenant à *l'un au moins* des deux ensembles *E* et *F* : $R = \{x \mid (x \in E) \cup (x \in F)\}$.

Cette définition pose problème si certains éléments *x* appartiennent *à la fois* à E et F, car tous les éléments d'un ensemble doivent, par définition, être distincts. On prendra donc, dans la définition précédente, les éléments de chacun des ensembles qui n'appartiennent pas à l'autre, plus les éléments appartenant aux deux ensembles :

$$R = \{x \mid (x \in E) \,.\, (x \notin F)\} \cup \{x \mid (x \in F) \,.\, (x \notin E)\} \cup \{x \mid (x \in E) \,.\, (x \in F)\}$$

Intersection

Soient deux ensembles *E* et *F*. On appelle intersection $\cap$ de ces ensembles l'opération qui produit l'ensemble *J* des éléments appartenant à la fois à *E* et à *F* :

$$J = \{x \mid (x \in E) \,.\, (x \in F)\}$$

6.2.3.1 Structure de groupe

Un ensemble *E* est dit « muni d'une structure de groupe pour la loi de composition (opération) *R* » si ses éléments satisfont les 4 axiomes suivants :

1. Quels que soient *x* et *y* appartenant à *E*, le résultat de *x R y* appartient aussi à *E*.

   Exemple

   - *E* est l'ensemble des entiers algébriques {…*-2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2*…}
   - *R* est une addition notée + : *x+y* appartient à *E*.
2. L'opération *R* est associative : $x+y+z = (x+y)+z = x+(y+z)$
3. L'opération *R* a un élément neutre *n*, laissant tout élément *x* inchangé : $xRn = x$.

   Exemple : l'élément neutre de l'addition étant zéro, $x+0 = x$.
4. Tout élément *x* a un élément inverse $\bar{x}$, dont l'association avec lui par l'opération *R* produit l'élément neutre *n* : $xR\bar{x} = n$: $x + (-x) = 0$.

Si l'ordre des éléments associés par l'opération R est sans importance, le groupe est dit *commutatif* ou *abélien* (du nom du mathématicien Abel). On a alors $xRy = yRx$.

Exemple d'utilisation : une structure de groupe de transformations de variables est utilisée dans les *Théories de jauge* (voir ce titre).

6.2.3.2 Distributivité

Si sur un ensemble E on a défini deux lois de composition notées R et S, la loi R sera dite distributive par rapport à la loi S si on a, quels que soient a, b, c :

$$aR(bSc) = (aRb)S(aRc).$$

Ainsi la multiplication des scalaires est distributive par rapport à l'addition car a . (b + c) = a . b + a . c. Mais l'addition n'est pas distributive par rapport à la multiplication car on n'a pas, quels que soient a, b, c : a + bc = (a + b)(a + c).

6.2.3.3 Structures d'anneau et de corps

Anneau

On appelle *anneau* un groupe commutatif *A* possédant une deuxième loi de composition interne qui est associative et distributive par rapport à la première.
Cet anneau est dit commutatif si la deuxième loi est commutative.

Exemple : l'ensemble des entiers relatifs $\mathbb{Z}$ (…-2, -1, 0, 1, 2,…) est un anneau commutatif, la loi de groupe étant l'addition et la deuxième loi la multiplication.

Corps

Un anneau K tel que l'ensemble des éléments de K privé de l'élément neutre de la première loi est un groupe relativement à la deuxième loi, s'appelle un *corps*.
Si la deuxième loi est aussi commutative, le corps est dit commutatif.

Exemple : l'ensemble $\mathbb{Q}$ des nombres rationnels (fractions) et l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels sont des corps commutatifs.

6.2.4 Vecteur, espace vectoriel, base, produit scalaire, module

Les définitions ci-après ne sont que des rappels simplifiés qui ne prétendent pas à la rigueur mathématique.

Vecteur

On appelle ***vecteur*** à *n* dimensions ***v*** l'ensemble ordonné de *n* scalaires (c'est-à-dire nombres réels ou complexes) ($v_1, v_2 \ldots v_n$) appelés composantes de ***v***, ensemble qui a les propriétés suivantes :

- Deux vecteurs ***v*** et ***w*** de même dimension peuvent être additionnés, le résultat étant alors un vecteur ***s*** dont les composantes sont ($v_1+w_1, v_2+w_2 \ldots v_n+w_n$).
- Un vecteur ***v*** peut être multiplié par un scalaire λ, le résultat étant un vecteur ***w*** noté $\lambda\boldsymbol{v}$ tel que $\boldsymbol{w} = \lambda\boldsymbol{v}$ a pour composantes ($\lambda v_1, \lambda v_2 \ldots \lambda v_n$).

Espace vectoriel

On qualifie *d'**espace vectoriel** à n dimensions* un ensemble ***E*** de vecteurs à *n* composantes scalaires muni de deux lois de composition :

- Une application de groupe additif abélien de ***E x E*** dans ***E*** appelée notée $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \longmapsto \boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}$;
- Une application de $\mathbb{K}$ x ***E*** dans ***E*** (où $\mathbb{K}$ est un corps commutatif) appelée multiplication par un scalaire, notée $(k, \mathbf{x}) \longmapsto k\mathbf{x}$, vérifiant les propriétés suivantes (avec *k* et *l* $\in \mathbb{K}$, et ***x*** et ***y*** $\in$ **E**) :

  $k(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}) = k\boldsymbol{x}+k\boldsymbol{y}$; $(k+l)\boldsymbol{x} = k\boldsymbol{x}+l\boldsymbol{x}$; $(kl)\boldsymbol{x} = k(l\boldsymbol{x})$; $1\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}$

Base d'un espace vectoriel

Un tel espace vectoriel a une ***base***, ensemble de *n* vecteurs ($\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2 \ldots \boldsymbol{a}_n$) de ***E*** dits "linéairement indépendants", c'est-à-dire tels que toute combinaison linéaire
$\boldsymbol{v} = \lambda_1\boldsymbol{a}_1+\lambda_2\boldsymbol{a}_2+\ldots+\lambda_n\boldsymbol{a}_n$ où les λ_i sont des scalaires est un vecteur nul si et seulement si tous les λ_i sont nuls :

$$\lambda_1\boldsymbol{a_1}+\lambda_2\boldsymbol{a_2}+\ldots+\lambda_n\boldsymbol{a_n} = \boldsymbol{0} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = 0$$

Tout vecteur ***v*** de ***E*** est alors nécessairement combinaison linéaire des vecteurs $\boldsymbol{a_1}, \boldsymbol{a_2}\ldots\boldsymbol{a_n}$ de la base, c'est-à-dire qu'il existe un ensemble unique de scalaires ($\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$) tels que $\boldsymbol{v} = \lambda_1\boldsymbol{a_1}+\lambda_2\boldsymbol{a_2}+\ldots+\lambda_n\boldsymbol{a_n}$. Les *n* scalaires λ_i sont alors appelés *composantes* de ***v*** dans la base $\boldsymbol{a_1}, \boldsymbol{a_2}\ldots\boldsymbol{a_n}$.

Produit scalaire de deux vecteurs

On appelle ***produit scalaire*** des deux vecteurs $\boldsymbol{v}(v_1, v_2\ldots v_n)$ et $\boldsymbol{w}(w_1, w_2\ldots w_n)$ le scalaire noté ***v.w*** ou <***v|w***> tel que : $\langle \boldsymbol{v}|\boldsymbol{w}\rangle = v_1w_1 + v_2w_2 + \ldots + v_nw_n$.
Cas particulier : on appelle *carré scalaire* ou ***carré du module*** d'un vecteur $\boldsymbol{v}(v_1, v_2\ldots v_n)$ le produit scalaire de ***v*** par lui-même, noté $|\boldsymbol{v}|^2$ tel que $|\boldsymbol{v}|^2 = \langle \boldsymbol{v}|\boldsymbol{v}\rangle = v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_n^2$.

Une composante v_j du vecteur ***v*** peut être *une variable* ou *une fonction d'une ou plusieurs variables* comme $v_j(x, y, z)$.

Dimension d'un espace vectoriel

Enfin, le nombre de dimensions d'un espace vectoriel peut être *infini*. Cela peut être utile, par exemple, pour représenter l'infinité des composantes fonctions du temps d'un vecteur à 1 dimension scalaire fonction périodique du temps $\boldsymbol{f}(t) = f(t)$, vecteur développé en série infinie de fréquences harmoniques (dite *de Fourier*) de la forme :

$$f(t) = a_0 + a_1\sin(\omega t+\varphi_1) + a_2\sin(2\omega t+\varphi_2) + a_3\sin(3\omega t+\varphi_3) + \ldots.$$

6.2.5 Fonction linéaire et fonction non linéaire

Par définition, une fonction *linéaire* $F(x)$ de la variable *x* est telle que si *x* est multiplié par *k*, $F(x)$ l'est aussi. Cela s'écrit :

$$F(kx) = kF(x)$$

Bien entendu, si *x* est divisé par *k*, $F(x)$ l'est aussi : $F(\frac{x}{k}) = \frac{F(x)}{k}$.

Une fonction *non linéaire* met en jeu une puissance de la variable, un produit de variables comme *xy* ou certaines fonctions comme *cos(x)*.

Exemples de fonctions non linéaires : x^2, $\cos(x)$, xy, e^x (où $e = 2.71828\ldots$)

6.2.6 Combinaison linéaire

On appelle combinaison linéaire de deux variables de même nature *X* et *Y* (par exemple toutes deux nombres réels) une fonction *F* de ces variables calculée en multipliant chacune par un coefficient et en sommant. Avec les coefficients scalaires (nombres réels ou complexes) *a* et *b*, une combinaison linéaire est $F = aX + bY$.

On peut étendre cette définition à un ensemble de *n* variables $X_1, X_2\ldots X_n$ et *n* coefficients $a_1, a_2\ldots a_n$ en définissant $F = a_1X_1 + a_2X_2 + \ldots + a_nX_n$.

On peut étendre encore cette définition en remplaçant les variables *X* par des vecteurs ***V*** à *p* dimensions de composantes $V_1, V_2\ldots V_p$, toutes définies sur le même

ensemble (par exemple le corps des réels ou des complexes), et où chaque composante V_j est une fonction, par exemple une fonction du temps $V_j(t)$.

Par définition, un vecteur ***V*** est dit combinaison linéaire des *k* vecteurs $\boldsymbol{V_1}, \boldsymbol{V_2} \ldots \boldsymbol{V_k}$ s'il existe *k* scalaires $a_1, a_2 \ldots a_k$ tels que

$$V = \sum_{j=1}^{j=k} a_j V_j$$

Considérons enfin une suite *infinie* de fonctions de plusieurs variables comme $F_1(x; y; z)$, $F_2(x; y; z)$, $F_3(x; y; z)$… On peut définir une combinaison linéaire *F*, elle-même fonction des mêmes variables, qui est combinaison linéaire à l'infini des fonctions F_1, F_2, F_3… par l'intermédiaire de coefficients a_1, a_2, a_3…

$$F(x; y; z) = a_1F_1(x; y; z) + a_2F_2(x; y; z) + a_3F_3(x; y; z)\ldots$$

6.2.7 Application linéaire, opérateur linéaire, valeur propre, vecteur propre

Les définitions ci-après ne prétendent pas à une rigueur mathématique absolue, mais simplement à éclairer suffisamment des termes utilisés dans cet ouvrage. Elles sont basées sur la notion et les propriétés des espaces vectoriels.

Application linéaire

On appelle application linéaire *L* dans l'espace vectoriel *A* une transformation qui à tout couple de vecteurs ***x*** et ***y*** de *A* et tout couple de scalaires *a* et *b* associe un vecteur de *A* noté $L(a\boldsymbol{x} + b\boldsymbol{y})$ tel que $L(a\boldsymbol{x} + b\boldsymbol{y}) = aL(\boldsymbol{x}) + bL(\boldsymbol{y})$.

Opérateur linéaire

On appelle opérateur linéaire *L* dans un espace vectoriel *E* un être mathématique qui transforme un vecteur ***v*** de *E* en un autre, noté $L(\boldsymbol{v})$, en respectant l'addition vectorielle et la multiplication par un scalaire, c'est-à-dire tel que, si ***x*** et ***y*** sont des vecteurs quelconques de *E* et λ est un scalaire, on ait toujours :

$$L(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}) = L(\boldsymbol{x}) + L(\boldsymbol{y}) \text{ et } L(\lambda\boldsymbol{x}) = \lambda L(\boldsymbol{x}).$$

On simplifie souvent la notation des opérateurs en supprimant les parenthèses lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté sur la quantité sur laquelle porte l'opération :
au lieu de $L(\boldsymbol{x})$ on écrit alors $L\boldsymbol{x}$.

Exemple 1 : opérateur de dérivation

L'opérateur de dérivation par rapport à une variable scalaire *u*, noté D_u ou ∂_u, transforme un vecteur $\boldsymbol{v}(u)$ dont les composantes sont des fonctions de *u* en un vecteur $D_u\boldsymbol{v}(u)$ dont chaque composante est la dérivée par rapport à *u* de la composante correspondante de $\boldsymbol{v}(u)$. Cet opérateur est bien linéaire, car la dérivée d'une somme est la somme des dérivées et la dérivée du produit par un scalaire est le produit de la dérivée par ce scalaire.

Exemple 2 : opérateur de rotation dans le plan d'un angle x

Soit dans un plan le vecteur $V = \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}$ et un angle *x*.

L'opérateur $R = \begin{vmatrix} cos\,(x) & -sin\,(x) \\ sin\,(x) & cos\,(x) \end{vmatrix}$ fait tourner le vecteur ***V*** d'un angle *x* en produisant un vecteur $\boldsymbol{W} = R\boldsymbol{V} = \begin{vmatrix} acos(x) - bsin(x) \\ asin(x) + bcos(x) \end{vmatrix}$.

Le produit ***W*** = *R**V***, dit « produit du vecteur ***V*** par la matrice *R* », se calcule ainsi :

- Pour la ligne 1 de ***W*** en faisant la somme des produits des éléments de la ligne 1 de *R* par les éléments de même rang de ***V*** : acos(x) - bsin(x) ;
- Pour la ligne 2 de ***W*** en faisant la somme des produits des éléments de la ligne 2 de *R* par les éléments de même rang de ***V*** : asin(x)+bcos(x).

L'opérateur de rotation inverse R^{-1} de *R* est $R^{-1} = \begin{vmatrix} cos\,(x) & sin\,(x) \\ -sin\,(x) & cos\,(x) \end{vmatrix}$ et on a le produit :

$$RR^{-1} = R^{-1}R = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{(matrice identité, notée } \mathbb{1}\text{)}$$

Opérateur auto-adjoint

Par définition, les *observables* associées en Mécanique quantique à des grandeurs physiques mesurables sont des opérateurs linéaires particuliers appelés *opérateurs auto-adjoints*.

Opérateur adjoint d'un opérateur linéaire

Considérons un opérateur linéaire *A* qui transforme le ket $|\psi\rangle$ en ket $|\psi'\rangle$:

$$|\psi'\rangle = A|\psi\rangle$$

$\langle\psi|$ étant la fonctionnelle linéaire ("vecteur horizontal") correspondant à $|\psi\rangle$ ("vecteur colonne"), on appelle *opérateur adjoint* $A^\dagger$ de *A* l'opérateur qui transforme le bra $\langle\psi|$ en bra $\langle\psi'|$ tel que :

$$\langle\psi'| = \langle\psi|A^\dagger$$

Opérateur unitaire

Un opérateur *U* est dit unitaire si son inverse U^{-1} est égal à son adjoint $U^\dagger$, c'est-à-dire si $U^\dagger U = UU^\dagger = \mathbb{1}$.

Exemples d'opérateurs unitaires :

- L'identité $\mathbb{I}$.
- La matrice unité $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$.
- Le déplacement (rotation ou translation, qui ne change pas la longueur d'un vecteur ou la valeur d'un angle).
- Dans l'espace vectoriel des nombres complexes $\mathbb{C}$ le produit par un nombre de module 1 ($e^{i\theta}$).

- Un opérateur *U* est unitaire si et seulement si il transforme les vecteurs d'une base orthonormée est une autre base orthonormée.
- L'évolution d'un système de l'instant t_0 à l'instant *t* selon l'équation de Schrödinger est unitaire :

$$|\psi(t)> = U(t, t_0)\,|\psi(t_0)>$$

où $U(t, t_0)$ est un opérateur unitaire. La norme du vecteur d'état ne change pas au cours du temps.

Valeurs propres et vecteurs propres

Etant donné un opérateur linéaire *L*, on appelle *vecteur propre **v*** de *L* un vecteur tel que $L\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$, où λ est un scalaire appelé *valeur propre associée au vecteur propre **v***. En somme, pour un vecteur propre, l'opérateur ne fait que le multiplier par sa valeur propre associée.

L'ensemble des valeurs propres d'un opérateur linéaire est appelé *spectre* de cet opérateur.

6.2.8 Observable

C'est une grandeur physique mesurable (énergie, position, composante du vecteur moment cinétique, etc.) représentée par un *opérateur linéaire auto-adjoint* défini sur l'espace des vecteurs d'état du système physique. Lors d'une mesure, une observable ne peut prendre que des valeurs qui sont valeurs propres de l'opérateur.

6.2.9 Opérateur vectoriel nabla (symbole ∇)

Définition

L'opérateur de dérivation nabla, représenté par le caractère ∇, est de type vecteur à 3 composantes :

$$\nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$$

Ces trois composantes représentent symboliquement les dérivées partielles d'une fonction *F(x, y, z)* dérivable par rapport à *x, y, z*.

Gradient d'une fonction scalaire

Ainsi, l'écriture ∇*F* (où *F* est une fonction scalaire de *x, y, z*) représente le vecteur de composantes $\nabla F = \{ \frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z} \}$, également connu sous le nom de *gradient de F* :

$$\nabla F = \mathbf{grad}\, F$$

(par convention, les variables de type vecteur sont en caractères gras).

∇ est ici un vecteur dont le produit par une fonction scalaire dérivable donne le vecteur gradient de la fonction.
Voir aussi le paragraphe *Potentiel et gradient*.

Divergence d'une fonction vectorielle

Soit ***V*** un vecteur, fonction vectorielle des 3 composantes *X, Y, Z*, chacune fonction des 3 coordonnées *x, y, z*, c'est-à-dire :

$$\boldsymbol{V}\,\{X(x, y, z), Y(x, y, z), Z(x, y, z)\}$$

L'opérateur **∇ .** (noter le point, symbole de produit scalaire) transforme le vecteur ***V*** en une fonction scalaire comme suit :

$\nabla\,.\mathbf{V} = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}$, également connu sous le nom de *divergence **V*** :

$$\nabla\,.\mathbf{V} = \mathrm{div}\,\mathbf{V}$$

<u>Rotationnel d'une fonction vectorielle</u>

L'opérateur de dérivation rotationnel $\nabla\wedge\mathbf{V}$ transforme le vecteur ***V***{*X(x, y, z), Y(x, y, z), Z(x, y, z)*} en vecteur **rot V** de coordonnées :

$$\mathbf{rot\ V}\left\{\frac{\partial Z}{\partial y}-\frac{\partial Y}{\partial z},\ \frac{\partial X}{\partial z}-\frac{\partial Z}{\partial x},\ \frac{\partial Y}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial y}\right\} = \nabla\wedge\mathbf{V}$$

$\nabla\wedge$ est le *produit vectoriel* du vecteur ∇ par un autre vecteur : voir *Produit vectoriel*.

6.2.10 Opérateur laplacien delta (symbole Δ) = ∇^2

L'opérateur laplacien Δ est le produit scalaire de l'opérateur ∇ par lui-même :

$$\Delta = \nabla.\nabla,\ \text{noté } \nabla^2,\ \text{qui calcule } \nabla^2 = \left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right\}$$

Exemple : $\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$ où *V(x, y, z)* est une fonction scalaire.

6.2.11 Transformées de Fourier et de Laplace

Une transformation de Fourier ou de Laplace est une opération mathématique qui transforme une fonction *F(x)* en une fonction *f(y)* en intégrant le produit *F(x)**.**K(x, y)* entre deux limites appropriées ; la fonction *K(x, y)* que l'on se donne pour cette transformation est appelée *noyau* et on prend :

- Pour la transformation de Fourier : $K(x,y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-ixy}$
- Pour la transformation de Laplace : $K(x,y) = e^{-xy}$

La transformation est alors : $f(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(x,y)F(x)dx$.
Exemple : voir paragraphe *Paquet d'ondes de probabilité*.

6.2.12 Convergence d'une suite ou d'une série

<u>Définitions mathématiques d'une suite et d'une série</u>

Une *suite* de nombres x_1, x_2, x_3… est définie par une loi de progression d'un terme au suivant ou de calcul des termes connaissant leur rang.
Exemple : $x_n = 2n$, qui produit la suite 2, 4, 6… pour n = 1, 2, 3…

Une *série* est une suite de sommes des termes d'une suite. Ainsi, la série $S_n=x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n$ construite à partir de la suite x_n précédente a pour termes :
$S_1=2$, $S_2=(2+4=6)$, $S_3=(6+6=12)$…

La suite $x_n = 2n$ et la série $S_n = x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n$ tendent vers l'infini avec n :
on dit qu'elles ne convergent pas, elles divergent.

Exemple de série convergente
Mais considérons la suite $x_n=1/2^n$: $x_1=½$, $x_2=1/2^2=1/4$, $x_3=1/2^3=1/8\ldots$
Lorsque n tend vers l'infini, la série correspondante S tend vers 1. Voici pourquoi.
Posons $½=a$. La série des n premiers termes est : $S_n=a^1+a^2+a^3+\ldots+a^n$.
En multipliant S_n par a puis en soustrayant S_n on trouve : $S_n(a-1)=a^{n+1}-a$, d'où :
$S_n=(a^{n+1}-a)/(a-1)$. Lorsque n tend vers l'infini $a^{n+1}=(½)^{n+1}$ tend vers zéro et S_n tend vers $(-½)/(-½)=1$: la série S_n converge vers 1, elle s'approche de 1 aussi près que l'on voudra en choisissant n assez grand.

Voir aussi : *Paradoxe d'Achille et de la tortue*.

Critère de convergence d'une suite
Une *suite* de nombres $x_1, x_2\ldots x_n\ldots$ est dite *convergente* lorsque son élément x_n tend vers une valeur finie L (appelée limite ou valeur de convergence) lorsque n tend vers l'infini. « Tend vers » signifie que quel que soit ε petit et positif il existe un rang r au-delà duquel la différence (en valeur absolue) entre x_n et L est inférieure à ε :
si $n>r$ alors $|x_n - L|<\varepsilon$.

> Exemple : lorsque n tend vers l'infini, la suite $x_n=2+1/n$ tend vers 2. Si $\varepsilon=0.001$ il faut prendre $n>1000$ pour avoir $(1/n)<0.001$ donc $|x_n-2|<0.001$.

Critère de convergence d'une série
Une *série* de sommes S_n des n premiers nombres d'une suite $x_1, x_2\ldots x_n\ldots$ ($S_n = x_1+x_2+\ldots+x_n$) est dite *convergente* lorsque son élément S_n tend vers une valeur finie (appelée limite ou valeur de convergence) lorsque n tend vers l'infini.

> Exemple : la série correspondant à la suite $x_n=1/2^n$: $\{x_1=½, x_2=1/2^2=1/4, x_3=1/2^3=1/8\ldots\}$ tend vers 1 lorsque n tend vers l'infini. (Démontré ci-dessus.)

Conclusion : la somme d'un nombre infini de termes qui décroissent peut tendre vers un nombre fini, ici 1. Contrairement à ce que croyaient certains Grecs, une telle somme ne tend pas nécessairement vers l'infini quand le nombre n de termes additionnés dans une somme S_n grandit indéfiniment.

6.2.12.1 Paradoxe d'Achille et de la tortue

Au Ve siècle avant J.-C. le philosophe grec Zénon « démontrait » que le mouvement n'existe pas objectivement en disant ceci :

> *« Le rapide Achille ne peut rattraper une tortue partie avant lui parce que, tandis qu'il parcourt la distance qui le sépare de la tortue, celle-ci avance et franchit un nouvel intervalle qu'Achille doit franchir à son tour, etc. Le nombre d'étapes de rattrapage d'Achille est donc infini, et il ne peut rattraper la tortue. »*

Et Zénon, qui ne connaissait pas les notions de suite et série convergentes, en déduisait que le mouvement n'existe pas objectivement ! Il est regrettable que des personnes pensent encore, de nos jours, qu'une suite infinie tend toujours vers l'infini, et que des philosophes comme Kant déplorent le caractère interminable des régressions à l'infini (comme la cause de la cause de la cause…) en ignorant que certaines convergent à distance finie.

6.3 Rappels de physique macroscopique

6.3.1 Energie

Définition : l'énergie est la capacité d'un corps ou d'un système à produire du travail.

L'énergie peut prendre plusieurs formes, toutes mesurées avec les mêmes unités : le joule (*j*) ou l'électronvolt *eV* (1eV = 1.6 .10^{-19} j). Ainsi :

- L'énergie *mécanique* se manifeste lorsque le point d'application d'une force *F* (en Newtons (N) se déplace de *L* (en mètres). L'énergie mise en jeu *E* (le travail de la force) est alors $E = FL$ (produit de la force par le déplacement).

  Elle se manifeste aussi lorsqu'une masse *M* poussée par une force *F* présente une inertie : la masse subit alors une accélération γ telle que $F = M\gamma$.

- L'énergie *cinétique E* est celle d'un corps de masse *M* se déplaçant à la vitesse *V*. On a alors $E = ½MV^2$.

  Température
  La température est une manifestation de l'énergie de la chaleur (dite énergie *thermique*). Celle-ci n'existe que sous forme d'énergie cinétique : dans un liquide ou un gaz les molécules se déplacent sans cesse, et dans un solide les atomes vibrent et oscillent autour d'une position moyenne. L'énergie cinétique ε de chaque molécule est donnée par $\varepsilon = (3/2)k_BT$, où *T* est la température en degrés Kelvin (abréviation K) et k_B est la constante de Boltzmann (k_B = 1.38 .10^{-23} joule par degré Kelvin).

  Il est remarquable que cette formule s'applique à toutes les molécules, quelle que soit leur masse, les petites comme les grosses ; à une température *T* donnée, une petite molécule de masse *m* se déplacera plus vite (vitesse *v*) qu'une grosse molécule de masse *M* (vitesse *V*), car : $(3/2)k_BT = ½mv^2 = ½MV^2$. Au zéro absolu ($T = 0$, soit -273.15 degrés Celsius) – température dont une molécule peut s'approcher mais pas l'atteindre - sa vitesse serait nulle.

  Conversion de l'énergie mécanique en énergie thermique
  L'énergie mécanique et l'énergie thermique sont deux formes de l'énergie, l'une pouvant se convertir en l'autre avec un rapport constant :

  1 calorie = 4.187 joules
  (la calorie est l'énergie nécessaire pour élever de 1 degré la température de 1 gramme d'eau à 14.5°C)

- L'énergie *potentielle E* est celle d'un objet qui subit l'action (la force) d'un champ de force (électrique, gravitationnel…) dans lequel elle est plongée. Exemple : une masse *M = 2 kg* située à *H = 1.5 m* au-dessus du sol subit une force verticale de haut en bas *P* (la force de la pesanteur, son poids) due à l'attraction qu'exerce le champ gravitationnel de la Terre.

  La pesanteur exerce sur une masse *M = 2 kg*, à la surface de la Terre, une force $P = Mg$, où le coefficient *g* est l'accélération de la pesanteur, $g = 9,81\ m/s^2$; donc $P = 2*9.81 = 19.62\ N$ (newtons).

  Si on lâche la masse, elle tombe jusqu'au sol en un temps *t* tel que :
  $H = ½\ gt^2$, c'est-à-dire $1.5 = ½ * 9.81 * t^2$, d'où $t = 0.55\ s$. Au moment de l'impact, sa vitesse *v* est $v = gt = 5.42\ m/s$ et son énergie cinétique $E = ½\ Mv^2$, d'où

$E = ½*2*5.42^2 = 29.4$ joules.

Cette énergie cinétique acquise par la masse *M* provient d'une diminution *E'* de son énergie potentielle initiale donnée par $E' = HP = 1.5*19.62 = 29.4$ joules. Donc $E' = E$: *l'énergie potentielle s'est transformée en énergie cinétique*.

Energie potentielle négative

L'énergie potentielle d'un champ de gravitation est négative.

[B176] pages 289, 290… l'explique (schématiquement) en montrant que la création d'un champ dans une région de l'espace où il était nul produit une énergie récupérable.

L'énergie potentielle négative d'une planète, due à la gravité, provient d'une diminution de la masse totale des objets qu'elle a rassemblé dans l'espace en se formant, masse qui était un peu plus grande avant sa formation qu'après. L'énergie perdue s'est transformée en chaleur de la planète et rayonnement émis. (voir *Energie négative en physique*).

Principe de conservation de l'énergie

Un corps en chute libre et une planète sur son orbite ont à la fois une énergie cinétique E_c et une énergie potentielle E_p, l'énergie totale $E_c + E_p$ étant constante pendant le déplacement du fait du Principe de conservation de l'énergie :

> **Quelles que soient les formes d'énergie intervenant dans un système fermé et leurs transformations, l'énergie totale est constante.**

En particulier : **Rien ne peut être créé à partir de rien**.

Energie potentielle d'un atome

L'énergie d'un atome est quantifiée par niveaux successifs des couches électroniques. Plus la couche est proche de l'atome, plus son énergie est négative (à l'infini elle est nulle) ; la couche la plus proche est celle du maximum de stabilité. Voir les paragraphes :

- *Energie négative en physique* ;
- *Atome de Bohr*.

- L'énergie *de masse* d'une masse *M* immobile est donnée par la célèbre équation qu'Einstein a établie dans sa théorie de la *Relativité restreinte* : $E = Mc^2$, où *c* est la vitesse de la lumière dans le vide, *c* = 299 792 458 m/s (un peu moins de 300 000 km/s).

Cette équation affirme qu'***une masse M équivaut à une énergie E***, en laquelle elle peut se transformer ; inversement, une énergie *E* peut se transformer en une masse *M*, par exemple lorsqu'un photon de rayonnement gamma se décompose en une particule et une antiparticule. Entre un kilogramme et des joules le rapport n'est qu'un choix d'unités.

Exemple : si on comprime un ressort avec une force constante *F* en déplaçant son extrémité de *L*, on fournit au ressort une énergie $E = FL$, qu'il peut restituer en se détendant. Lorsqu'il est comprimé, le ressort a une énergie potentielle égale à *E*, énergie qui se traduit par un accroissement de sa masse de $M = E/c^2$: si on pesait avec une grande précision le ressort comprimé, on le trouverait plus lourd de *M* qu'avant compression.

Principe de conservation de l'énergie

Considérée simultanément sous toutes ses formes (matière, rayonnement, énergie du vide) l'énergie totale d'un système fermé se conserve dans toute évolution ; c'est un principe fondamental de la physique.

En thermodynamique ce principe décrit l'équivalence de la chaleur et du travail : voir le sous-titre *1er principe* au paragraphe *Principes de la thermodynamique*.

Compléments importants :

- *Energie négative en physique* ;
- *L'Univers a peut-être été créé à partir de rien !*

6.3.2 Pression

La pression *P* (en N/m² = pascals Pa) résulte de l'action d'une force *F* s'exerçant sur une surface *S*. Si elle est uniformément répartie sur cette surface, $P = F/S$. En un point entouré d'un élément de surface *dS* sur lequel s'exerce une force *dF*, la pression est dF/dS.

Considérons un espace plein d'air fermé par une enveloppe, comme l'intérieur d'un pneu. Par convention, on attribue à la pression *de compression* s'exerçant sur le pneu de l'extérieur (due au poids de la voiture) un signe positif ; on attribue à la pression *de dilatation* s'exerçant de l'intérieur du pneu sur son enveloppe un signe négatif.

La notion de pression négative sera utile à propos de l'expansion de l'Univers.

La pression d'un fluide sur une surface est due aux chocs des molécules du fluide sur cette surface, chocs dus aux mouvements d'agitation incessants de ces molécules qui résultent de leur température.

Une telle pression existe même dans l'espace intergalactique où règne un vide poussé. On n'y trouve, en moyenne, qu'environ 6 atomes d'hydrogène par mètre cube : la température T d'un de ces atomes étant supérieure au zéro absolu, il a une énergie cinétique, donc aussi une vitesse capable de pousser une surface atteinte.

De même, au centre d'une étoile où la température (de l'ordre de 10 à 100 millions de degrés K) décompose les molécules et ionise les atomes, l'agitation thermique de la matière (ou les déplacements de l'énergie équivalente) crée une pression sur toute surface.

6.3.2.1 Pression de rayonnement

Le choc sur une surface d'une particule animée d'une certaine vitesse lui communique une impulsion *p* :

- $p=mv$ si c'est une particule de masse *m* se déplaçant à la vitesse *v* ;
  l'impulsion est alors aussi appelée *quantité de mouvement* ;
- $p=h/\lambda$ si c'est un rayonnement électromagnétique de longueur d'onde λ,
  h étant la constante de Planck.

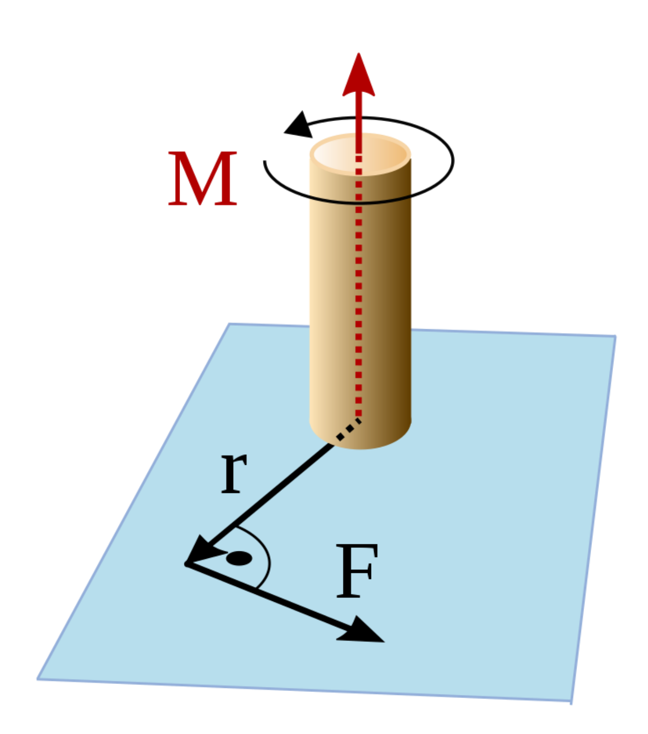
Si la particule rebondit sans perte d'énergie, l'impulsion est doublée.

De telles impulsions provoquent une pression sur une surface donnée :

- En 28 mois, l'orbite du satellite artificiel Vanguard 1 ("Pamplemousse"), de 16 cm de diamètre, a été déplacée de 1600 m par la pression du rayonnement solaire, selon [B7] page 823.
- L'une des méthodes envisagées pour protéger l'humanité contre un astéroïde qui risquerait de percuter la Terre consiste à y envoyer une équipe qui en recouvrirait une partie d'un matériau réfléchissant comme une feuille de plastique aluminisé, changeant ainsi la poussée de la lumière solaire sur lui, donc sa trajectoire.

6.3.3 Moment d'une force par rapport à un axe

Le moment ***M*** d'une force de vecteur ***F*** par rapport à un axe perpendiculaire situé à une distance *r* de son point d'application est le produit (vecteur) ***M*** = ***r***∧***f***.
Un moment de force se mesure en mètres**.**newtons (m.N).



6.3.4 Quantité de mouvement et impulsion

Le produit d'une masse par une vitesse, mesuré en kg.m/s est une *quantité de mouvement*. On l'exprime par un vecteur ***p*** = *m**v***, produit de la masse *m* par le vecteur vitesse ***v***.

La grandeur d'un vecteur **v** (appelée *module* ou *valeur absolue*) est |***v***| = *v*.
Le module de la quantité de mouvement ***p*** = *m**v*** est |***p***| = *mv* mesuré en kg**.**m/s.

En toute rigueur, on parle :

- *De quantité de mouvement* pour un corpuscule qui a une masse *m* non nulle ;
- *D'impulsion* pour une particule comme le photon qui a une masse nulle, mais a une impulsion $p = h/\lambda$, où h est la constante de Planck et λ est la longueur d'onde du photon.

La quantité de mouvement n'est pas une énergie
L'énergie cinétique d'une particule de masse *m* et vitesse *v* est $E = ½mv^2$ et s'exprime en joules, alors que sa quantité de mouvement est *mv* et s'exprime en kg.m/s.

6.3.5 Moment cinétique d'une masse en rotation

A un instant donné, une masse *m* en mouvement à la vitesse ***v*** a une quantité de mouvement $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$. Si ce mouvement est une rotation par rapport à un axe à une distance ***r***, le moment cinétique $\boldsymbol{m_c}$ (on dit aussi : angulaire) de cette masse est le produit vectoriel $\boldsymbol{m_c} = \boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{p}$ où le symbole $\wedge$ désigne un *produit vectoriel.* Un moment cinétique se mesure en kg.m^2/s ; il caractérise la rotation d'un objet pesant.

6.3.5.1 Moments magnétiques d'un électron

Les deux moments magnétiques d'un électron

- La charge électrique négative d'un électron se comporte comme un petit aimant, dont la "force" est mesurée par le *moment magnétique de spin*. Celui-ci a été déterminé avec une précision du cent-millionième (10^{-8}). Un spin se mesure d'habitude en multiple de $\hbar = h/2\pi$: dire que l'électron a un spin ½ signifie que son spin est $\pm ½\hbar$.
- Il y a aussi un *moment magnétique orbital* correspondant à la rotation de l'électron autour de son noyau.

La somme de ces deux moments magnétiques définit le moment magnétique *total* de l'électron dans son atome.

6.3.6 Lois du mouvement et de la gravitation universelle de Newton

Les lois de Newton, fondements de la *Mécanique classique* qui théorise les forces et les mouvements, sont *déterministes* : elles permettent la prévision et la prédiction des mouvements des systèmes macroscopiques connaissant des conditions initiales.

Elles sont aussi universelles : les mêmes partout, pour tous les corps (terrestres ou célestes), dans le passé, le présent et l'avenir.

- Mais ces lois ne s'appliquent pas telles quelles à l'échelle atomique, pour laquelle il y a la *Mécanique quantique* (qui relève du déterminisme statistique) ;
- Et elles ne s'appliquent pas pour les vitesses non négligeables par rapport à la vitesse de la lumière, pour lesquelles il y a la *Relativité restreinte* (en l'absence de champ de gravitation) et la *Relativité générale* en présence d'un tel champ.

Les trois lois du mouvement de Newton s'énoncent comme suit :

- 1re loi : **Un corps immobile ou se déplaçant en ligne droite à vitesse constante restera immobile ou gardera le même vecteur vitesse tant qu'une force n'agit pas sur lui** : c'est la *loi d'inertie*.

  En utilisant les concepts d'espace-temps et de ligne d'univers, cette loi est : **En l'absence de force, tout objet se déplace dans l'espace-temps en suivant une ligne d'univers rectiligne**. ([B173] page 68)

Au point de vue déterminisme, un mouvement linéaire uniforme est une situation stable, qui ne changera pas tant qu'une force n'agira pas sur le corps. Et une situation stable étant sa propre cause et sa propre conséquence est une abstraction humaine qui n'existe pas dans la nature ; l'homme l'a définie pour la commodité de certains raisonnements.

- 2e loi : **Un corps de masse M animé d'une vitesse de vecteur v et soumis à une force de vecteur F subit une accélération de vecteur a telle que :**

  $$\mathbf{F} = M\mathbf{a} = d\mathbf{p}/dt \text{ »}$$

  où on a appelé :

  - $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$ la dérivée du vecteur position $\mathbf{r}$ par rapport au temps ;
  - $\mathbf{p} = M\mathbf{v}$ le vecteur *quantité de mouvement*, $d\mathbf{p}/dt$ sa dérivée par rapport au temps ;
  - $\mathbf{a} = d^2\mathbf{r}/dt^2$ le vecteur accélération, dérivée de $d\mathbf{r}/dt$ par rapport au temps.

  C'est la loi de proportionnalité de la dérivée de la quantité de mouvement à la force, valable à tout instant *t*.

- 3e loi : **Quand deux corps interagissent, la force de vecteur $\mathbf{F}_{12}$ exercée par le premier sur le second est l'opposé de celle du second sur le premier, $\mathbf{F}_{21}$** :

  $$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

  C'est la loi d'égalité de l'action et de la réaction, valable à tout instant *t*.

Loi d'attraction universelle

A ces trois lois on doit ajouter une quatrième, due elle aussi à Newton, celle de *l'attraction universelle* : **deux points matériels de masses *M* et *M'* distants de *d* s'attirent avec une force *F* donnée par :**

$$F = G\frac{MM'}{d^2}$$

où *G* est la *constate universelle de gravitation*, $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg².

L'attraction universelle agit donc à distance sans contact. Mais si le point de masse *M* attire celui de masse *M'* avec une force représentée par le vecteur $\mathbf{F}$, le point de masse *M'* attire celui de masse *M* avec une force $-\mathbf{F}$, conformément à la 3e loi.

6.3.7 Loi de Coulomb

Une charge électrique crée dans l'espace environnant un champ électrique (on dit aussi : électrostatique) qui soumet toute autre charge électrique à une force.

Loi de Coulomb

Deux charges électriques Q_1 et Q_2 (mesurées en coulombs, chacune positive ou négative) séparées par une distance *d* (en mètres), s'attirent (si elles sont de signes opposés) ou se repoussent (si elles sont de même signe) avec une force *F* (en newtons) telle que :

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{d^2}$$

où ε_0 est la permittivité du vide $8.854 \cdot 10^{-12}$ coulombs par (volt **.**mètre)

et $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ = 8.988 **.**10^9 (unités SI).

Exemple : un électron (charge électrique e = -1.602 **.**10^{-19} coulomb) est attiré par un proton (noyau d'atome d'hydrogène, même charge e, mais positive) situé à la distance théorique dite "rayon de l'atome de Bohr" de 0.529 10^{-10}m avec une force F = 8.988 **.**10^9 x $(1.602\ 10^{-19})^2$ / $(0.529\ 10^{-10})^2$ = 8.24 10^{-8} newton.

6.3.8 Force de Lorentz et champ électromagnétique

La force de Coulomb ci-dessus ne prend en compte que les charges électriques et les suppose à des positions fixes. Si on suppose qu'une charge électrique q est en mouvement à la vitesse ***v*** et qu'elle est soumise à la fois à un champ électrique ***E*** et un champ magnétique ***B***, la force ***F*** qui s'exerce sur elle est la *force de Lorentz* donnée par la formule :

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q(\boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{B})$$

où ***F***, ***E***, ***v*** et ***B*** sont des vecteurs et l'opération $\wedge$ représente le produit vectoriel.

6.3.9 Mécaniques rationnelle, analytique et statistique

Mécanique rationnelle

C'est un ensemble d'outils mathématiques de description et calcul des mouvements des corps dérivée de la Mécanique de Newton, décrite dans son ouvrage *Principia* [B145].

Mécanique analytique

C'est une présentation de la Mécanique rationnelle basée sur le *Principe de moindre action de Maupertuis* (1698-1759). Ses applications sont importantes en Mécanique statistique, Mécanique relativiste et Mécanique quantique.

La Mécanique analytique a bénéficié des travaux de Lagrange, William Rowan Hamilton, Joseph-Louis Bertrand et de Benjamin Peirce.

Mécanique statistique

Source : [B5]
La mécanique statistique a pour but d'expliquer les propriétés de la matière, en particulier ses propriétés thermiques, à partir des lois de la mécanique auxquelles obéissent les atomes et molécules dont elle est formée - et, plus généralement, d'expliquer les propriétés des systèmes composés d'un grand nombre de particules.

> Exemple : la Mécanique statistique explique et calcule l'énergie thermique à partir de l'énergie de particules atomiques animées de mouvements désordonnés ; elle déduit la température de l'énergie d'ensemble de ces particules.

Pour éviter de calculer à partir des propriétés individuelles des milliards de particules d'un système liquide ou solide, la Mécanique statistique utilise des lois de probabilité pour trouver les valeurs moyennes pour des particules de même type. Ainsi, elle interprète l'énergie cinétique moyenne des molécules sous forme de température moyenne du système, et déduit les lois de la thermodynamique de telles propriétés

statistiques. Elle contourne donc la difficulté de calculer séparément l'évolution dans le temps (position, vitesse) de chaque molécule en ne s'intéressant qu'aux moyennes des vitesses dans leur population.

6.3.9.1 Principe d'additivité vectorielle des vitesses

Deux trains qui roulent l'un vers l'autre sur des voies parallèles à des vitesses respectives v_1 et v_2 par rapport à ces voies se rapprochent à la vitesse $v_1 + v_2$.

En d'autres termes, si un repère *R'* parallèle à un repère *R* se déplace par rapport au repère *R* à la vitesse *V* parallèlement à son axe des *x*, et si un mobile se déplace à la vitesse *v'* par rapport à *R'* parallèlement à l'axe *x*, le principe d'additivité des vitesses valable dans tout repère galiléen affirme que le mobile se déplace par rapport à *R* à la vitesse *v' + V*.

$$v = v' + V$$

Mais la Relativité restreinte nous apprend que lorsque les vitesses *v'* et/ou *V* croissent, et que l'une au moins n'est pas négligeable par rapport à la vitesse de la lumière *c*, la vitesse *v* du mobile par rapport à *R* est :

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}$$

La vitesse *v* n'est donc plus *v'+V*. Si par exemple *v'=V=c/2*, alors *v=0.8c*, et non *c*.

6.3.10 Thermodynamique

6.3.10.1 Température absolue

C'est une température mesurée à partir du zéro absolu, -273.15 degrés Celsius. On la mesure en degrés kelvin (abréviation °K). La relation entre température Celsius T_C et température absolue T_K est donnée par la formule :

$$T_K = T_C + 273.15$$

C'est ainsi que la température absolue d'une chambre à coucher à 20°C est 293.15°K.

6.3.10.2 Entropie thermodynamique

Variation d'entropie

Soit un système matériel que l'on met en contact avec plusieurs sources de chaleur, de températures absolues T_1, T_2,.., etc. Il échange alors avec ces sources des quantités de chaleur Q_1, Q_2,…, etc. Chacune de ces quantités peut être positive ou négative, selon le sens du transfert de chaleur. *Lorsque l'échange de chaleur du système se fait de manière réversible*, on définit la *variation d'entropie* ΔS du système par la somme des rapports :

$$\Delta S = Q_1/T_1 + Q_2/T_2 + \dots \text{ en joules par degré Kelvin.}$$

Dans un échange de chaleur non réversible, l'égalité ci-dessus devient *l'inégalité de Clausius* :

$$\Delta S \geq Q_1/T_1 + Q_2/T_2 + \ldots$$

Cette inégalité **L'entropie ne peut que croître** exprime de façon concise le 2ème principe de la thermodynamique.

Voir aussi ci-dessous les paragraphes *Entropie de Boltzmann* et *Entropie statistique*.

Transformation adiabatique d'un système

Considérons un système matériel isolé. Une transformation (par exemple une compression) de ce système est dite *adiabatique* si elle a lieu sans échange de chaleur avec l'extérieur. Si en plus elle a lieu assez lentement pour être *réversible* (c'est-à-dire si c'est une succession d'états proches de l'équilibre thermodynamique), alors cette transformation *conserve l'entropie du système*.

6.3.10.3 Définitions de la Thermodynamique

- *La Thermodynamique est la branche de la physique macroscopique* qui traite :
  - Des échanges entre les diverses formes d'énergie, notamment la chaleur et le travail ;
  - Des états et des propriétés de la matière ;
  - Des changements d'état et des phénomènes de transport.
- *La Thermodynamique statistique* est la partie de la thermodynamique qui s'attache à retrouver les propriétés des corps et les fonctions de la thermodynamique en appliquant les méthodes statistiques, classiques ou quantiques, aux assemblages moléculaires que constituent ces corps.
- *La Thermodynamique des phénomènes et des processus irréversibles* est la branche de la thermodynamique qui étudie les processus de passage d'un état d'équilibre à un autre.

6.3.10.4 Principes de la thermodynamique

- Principe zéro : ***Si deux systèmes sont en équilibre thermique avec un même troisième, alors ils sont en équilibre entre eux***. Ce principe sert à fonder la température en tant que notion universelle, valable pour un solide comme le fer, un liquide comme l'eau, ou un gaz comme l'air. Un thermomètre, étalonné par rapport à deux situations comme le point triple de l'eau et son ébullition à pression normale, peut ensuite mesurer la température d'un autre corps.
- 1er principe : ***Equivalence de la chaleur et du travail***, qui peuvent être échangés car ils sont tous deux des formes d'énergie. La variation d'énergie à l'intérieur du volume d'un système est égale au travail reçu par le système.

  Ce principe a pour conséquence *la conservation de l'énergie d'un système isolé*, donc aussi de l'énergie de l'Univers dans son ensemble (voir *Symétries et lois de conservation des 4 types fondamentaux d'interaction*).

  On ne peut ni créer de l'énergie, ni en détruire.
  On peut seulement convertir de l'énergie en une autre forme d'énergie.

- 2e principe : ***Le transfert de chaleur ne peut se faire que dans un seul sens, d'un corps chaud vers un corps froid***.

  (Lire ci-dessus le paragraphe *Entropie thermodynamique*.)

Le transfert de chaleur communique l'agitation plus intense des molécules et atomes du corps chaud aux molécules et atomes moins agités du corps froid. Dans ce transfert, les molécules se heurtent et se poussent, cédant et recevant de l'énergie cinétique. Celles qui cèdent de l'énergie cinétique voient leur température baisser, celles qui en reçoivent voient leur température augmenter.

Un corps moins agité (moins chaud) est plus organisé, plus structuré qu'un corps plus agité (plus chaud). Donc le transfert de chaleur ne peut aller que dans le sens qui désorganise ce qui est organisé : la variation d'entropie mesure l'accroissement de la désorganisation.

Un corps chaud qui se refroidit au contact d'un corps froid se structure : son désordre diminue au détriment de l'ordre du corps froid à qui il a cédé de la chaleur ; mais le désordre global du système des deux corps ne peut que croître, d'après le 2ème principe.

Entropie
L'inégalité de Clausius fournit d'autres formulations du 2e principe de la thermodynamique ; exemples :

- **L'entropie d'un système isolé qui subit des transformations est toujours croissante** ;
- « **L'énergie disponible pour une conversion en travail dans l'Univers s'épuise peu à peu**.

L'entropie ne peut être constante que pour un système en état d'équilibre thermodynamique, à partir duquel toute petite transformation est réversible.

La croissance de l'entropie d'un système mesure sa désorganisation
L'entropie d'un système est une mesure de sa désorganisation : plus l'entropie est faible, plus le système est organisé, structuré ; plus elle est forte, moins il est organisé ; on peut considérer philosophiquement l'entropie d'un système comme la « quantité de hasard » présente dans l'information qui le décrit, puisque le hasard est un désordre, l'opposé de l'organisation.

Exemple : quand de l'eau liquide gèle, elle s'organise en cristaux de glace et son entropie diminue ; quand elle s'évapore, ses molécules sont moins liées par une force de viscosité s'opposant à toute déformation, elle se désorganise et son entropie augmente.

La désorganisation d'un système s'interprète aussi comme *un manque d'information descriptive*. Le 2ème principe affirme qu'un système isolé tend toujours vers la désorganisation (et l'entropie) maximum. Il y a là une irréversibilité, obligeant le temps à avoir un sens d'écoulement, une « flèche », du présent vers l'avenir :

Le temps ne peut s'écouler que du présent vers l'avenir.

- 3e principe : ***Aucun système ne peut être porté à une température égale au zéro absolu en degrés Kelvin*** (environ -273.15 degrés C), température à laquelle son entropie serait nulle. Ce principe permet de définir une échelle absolue de l'entropie, c'est-à-dire de la désorganisation d'un système.

6.3.10.4.1 Comprendre le deuxième principe de la thermodynamique

Le deuxième principe de la thermodynamique affirme que *l'entropie d'un système matériel macroscopique isolé qui se transforme ne peut qu'augmenter, traduisant*

ainsi un désordre toujours croissant et une énergie susceptible d'être transformée en travail utile toujours décroissante.

L'énergie se dégrade toujours, se transformant en chaleur.

Ce principe n'est valable qu'au voisinage de l'équilibre thermodynamique

On oublie souvent que *cette affirmation n'est valable que pour un système au voisinage de l'équilibre*, dont les variables d'état (énergie, forme géométrique, masse, etc.) sont pratiquement constantes dans le temps.

- A l'équilibre, le système qui se transforme n'échange avec l'extérieur ni chaleur (qui est une forme d'énergie), ni masse ; son entropie est constante.
- Au voisinage de l'équilibre, les propriétés d'une petite région donnée du système varient de manière continue : sur de petites distances elles ne changent jamais beaucoup, ce qui suppose que les forces agissant sur la région sont faibles.

Au voisinage de l'équilibre thermodynamique, un système évolue donc toujours dans le sens qui fait croître son entropie, sa désorganisation ; *le temps a donc un sens unique d'écoulement, une « flèche » du présent vers le futur* qui est peut-être due à ce que l'expansion à sens unique de l'Univers se manifeste en tous ses points (c'est là une conjecture, pas une vérité scientifique prouvée).

Un système dans un état déséquilibré peut avoir des parties équilibrées

Un système globalement loin de l'équilibre peut comporter des zones proches de l'équilibre auxquelles le deuxième principe de la thermodynamique s'applique. L'évolution d'un système en déséquilibre global peut faire passer l'état d'une de ses régions d'une situation de déséquilibre (par exemple chaotique ou turbulent) à une situation d'équilibre, ou inversement ; les états stables correspondent à des minima locaux d'énergie, certains en équilibre et d'autres en déséquilibre [B101]. Contrairement à ce que croient certains, ***la thermodynamique n'exclut pas l'évolution du désordre vers l'ordre en certaines régions d'un système loin de l'équilibre***.

Complément : relation de causalité entre variation d'entropie et destruction d'information [B102], [B103]. Voir aussi *Principe de Landauer : coût thermodynamique de l'effacement de mémoire*.

6.3.10.4.2 L'irréversibilité est une réalité, pas une apparence

D'après [B24] pages 29-30, des savants comme le prix Nobel de physique 1969 Murray Gell-Mann (auteur de la théorie des quarks), ont soutenu que l'irréversibilité n'était qu'une apparence, un résultat de notre connaissance insuffisante des phénomènes. Cette opinion était basée sur le fait que l'entropie mesure effectivement un manque d'information, manque qui pourrait cesser - espéraient-ils - avec les progrès de la science.

Einstein avait fait la même erreur en considérant les théories probabilistes de la Mécanique quantique comme une représentation provisoire des phénomènes masquant notre ignorance, représentation destinée selon lui à être remplacée un jour par une modélisation déterministe ; la représentation de l'évolution des systèmes par fonctions d'onde est une image fidèle de la réalité, pas un artifice.

L'irréversibilité est une propriété réelle de certains processus naturels. Dans certains phénomènes physiques, la croissance de l'entropie traduit une évolution naturelle de l'ordre vers le désordre, évolution irréversible bien réelle qu'aucun progrès de nos connaissances ne saurait interpréter différemment. C'est le cas, par exemple, de la radioactivité naturelle.

A l'échelle macroscopique, une évolution réversible ne peut exister que dans un système théorique, idéal et stable, car proche de son équilibre thermodynamique où il n'y a plus d'échange extérieur d'énergie. Mais un système réel est instable, évolutif. La croissance de l'entropie n'y est pas inéluctable, et *l'irréversibilité peut exister même si l'évolution du système le conduit vers plus d'ordre, plus d'organisation*.

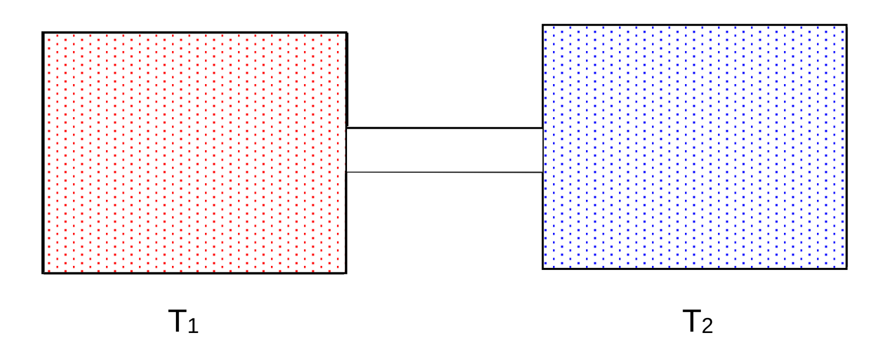
La flèche du temps, dans l'évolution naturelle irréversible de systèmes qui échangent de l'énergie avec leur environnement, peut dans certains cas conduire à moins d'entropie, c'est-à-dire plus d'organisation : voir *Décroissance de l'entropie. Structures dissipatives. Auto-organisation*.

Nous avons déjà évoqué la relation entre relativité et irréversibilité au paragraphe *Relativité et irréversibilité*.

6.3.10.4.3 Décroissance de l'entropie. Structures dissipatives. Auto-organisation

Voici un exemple, cité par [B24] page 31, de système qui échange de la chaleur avec son environnement et évolue de manière irréversible vers plus d'organisation, c'est-à-dire moins d'entropie - contrairement à ce qu'une compréhension superficielle du déterminisme thermodynamique pourrait croire possible.

Considérons un système de deux boîtes closes reliées par un tuyau (figure ci-dessous). Mettons-y au départ un mélange de deux gaz, hydrogène H_2 et azote N_2. Ces deux gaz se mélangent jusqu'à ce qu'il y ait, dans chaque boîte, la même proportion d'azote par rapport à l'hydrogène et la même température *T*, opération qui fait croître l'entropie jusqu'à un maximum obtenu à l'équilibre thermique.



Chauffons alors la boîte de gauche de à la température T_1 tout en refroidissant l'autre à la température $T_2 < T_1$. Le flux de chaleur, phénomène irréversible, détruit l'homogénéité du mélange, diminuant ainsi l'entropie et augmentant l'organisation : la concentration en hydrogène devient plus élevée dans la partie chaude, et la concentration en azote plus élevée dans la partie froide.

Explication

A une température donnée *T*, où toute molécule a une énergie cinétique $\frac{3}{2}kT$, la vitesse moyenne d'une molécule H_2 (plus légère) est plus grande que celle d'une

molécule N_2 (plus lourde). Si on augmente T dans une boîte jusqu'à $T_1 > T$, la vitesse des molécules H_2 croît plus que celle des molécules N_2, qui sont donc repoussées lors des chocs entre molécules et ont tendance à passer dans l'autre boîte. Inversement, dans l'autre boîte le refroidissement de T à $T_2 < T$ fait diminuer la vitesse des molécules H_2 plus que celle des molécules N_2, ce qui favorise l'expulsion de molécules H_2 vers la boîte la plus chaude. La proportion de molécules H_2 croît donc dans la boîte à température T_1 et décroît dans l'autre.

Conclusions
Un échange de chaleur avec l'extérieur peut faire évoluer un système vers plus d'organisation (moins d'entropie) ; *l'irréversibilité peut avoir un rôle constructif ! Le déterminisme peut, selon le cas, conduire vers moins ou davantage de désordre*. Comme le souligne [B24] page 32, les processus irréversibles jouent un rôle *constructif* dans la nature, ce qu'une mauvaise compréhension de la thermodynamique fait considérer comme impossible.

Loin de son équilibre thermique, et notamment si un système échange de l'énergie et de la matière avec son environnement (s'il est dissipatif) et s'il est non linéaire, la croissance de son entropie n'est plus obligatoire, l'entropie peut décroître et le système peut évoluer vers plus d'organisation *:* c'est ce que nous apprennent les travaux d'Ilya Prigogine sur la convergence dans l'espace des phases vers des points attracteurs.

(De toute manière l'entropie du système macroscopique *global*, comprenant le système qui échange de l'énergie et son environnement, doit croître : *une création d'ordre quelque part est toujours compensée par une création au moins aussi grande de désordre ailleurs*, c'est une loi thermodynamique.)

Voici des extraits de [B24] pages 76 à 78, qui illustrent le comportement de certaines réactions chimiques loin de l'équilibre thermodynamique :

"…un ensemble de nouveaux phénomènes se produit : nous pouvons avoir des réactions chimiques oscillantes, des structures spatiales de non-équilibre, des ondes chimiques. Nous avons nommé « structures dissipatives » ces nouvelles organisations spatio-temporelles."

"…les structures dissipatives augmentent généralement la production d'entropie."

"Je ne décrirai pas ici cette réaction. Je veux seulement évoquer notre émerveillement lorsque nous vîmes cette solution réactive devenir bleue, puis rouge, puis bleue à nouveau […] Des milliards de molécules évoluent ensemble, et cette cohérence se manifeste par le changement de couleur de la solution. Cela signifie que des corrélations à longue portée apparaissent dans des conditions de non-équilibre, des corrélations qui n'existent pas à l'équilibre."

(Lorsque des milliards de molécules évoluent ensemble, leur synchronisme témoigne *d'un déterminisme global, à longue portée*, phénomène décrit au chapitre *Chaos*.)

Ces citations montrent une possibilité d'auto-organisation des composants d'une solution chimique, auto-organisation qui peut, par exemple, être oscillante ou

traversée par des ondes de réaction chimique… L'oscillation rappelle alors celle que nous avons constatée dans *La fonction logistique*.

Voici un dernier extrait de [B24] page 79, qui montre que les structures dissipatives de non-équilibre sont un phénomène très général, une caractéristique du déterminisme étendu appliqué aux processus irréversibles :

> *"…les structures dissipatives de non-équilibre ont été étudiées dans beaucoup d'autres domaines, par exemple en hydrodynamique, en optique ou dans les cristaux liquides."*

6.3.10.5 Discussion philosophique de la qualité des prévisions

Source : [B217] pages 45 et 46

L'entropie existe parce que nous décrivons le monde de façon floue (Mécanique quantique…). Elle mesure le nombre de configurations différentes que notre vision floue ne distingue pas. Décrire un système par son entropie, c'est admettre que nous n'en connaissons pas tout et évaluer numériquement cette ignorance.

Un système fermé serait parfaitement déterminé si nous en connaissions tous les détails et toutes les lois d'évolution et d'interruption. Nous pourrions alors en prédire l'évolution : *parfaitement* pour un système ne relevant que de lois de l'état macroscopique (les lois du déterminisme scientifique) et *de manière probabiliste* s'il relève de la Théorie des systèmes dynamiques ou de la physique quantique (en appliquant des lois relevant du déterminisme statistique, et même du déterminisme étendu si on veut prendre en compte les circonstances et conditions les plus complexes).

Si ce système n'était pas fermé, s'il interagissait avec son environnement, la prévision d'évolution ne pourrait se faire que pas à pas, en prenant en compte chaque fois l'environnement du moment : *notre déterminisme ne s'applique qu'à des systèmes supposés parfaitement connus, et une loi d'évolution à la fois*.

Comme l'implique le déterminisme philosophique de Laplace, une connaissance parfaite d'un système et des lois d'évolution abolit l'obstacle du temps : on peut en prévoir l'avenir et en reconstituer en pensée le passé. Mais hélas ce sont là des conditions inaccessibles, spéculatives, à cause de deux problèmes incontournables :

- les évolutions dispersives, que leurs échanges d'énergie rendent imprévisibles,
- les évolutions probabilistes, où le choix d'une valeur finale dans l'ensemble des résultats-valeurs propres dépend de paramètres échappant à la loi d'évolution.

6.3.10.6 Entropie de Boltzmann

Boltzmann présenta en 1872 une nouvelle théorie : la Mécanique statistique (voir le paragraphe *Mécaniques rationnelle, analytique et statistique*) qui reliait les états d'énergie individuels des atomes à l'entropie thermodynamique *S*. Voici comment.

Un système macroscopique d'entropie thermodynamique *S* comprend des particules, chacune dans un certain état d'énergie cinétique due à son agitation thermique. Un ensemble particulier de ces énergies correspondant à l'entropie *S* constitue par définition une *configuration* du système.

Chaque configuration a au moins une propriété qui la caractérise, qui la rend unique. Mais, selon le critère de l'entropie globale de ses particules, plusieurs ensembles de particules d'un système donné peuvent avoir la même configuration.

Le nombre de particules d'un système macroscopique étant immense, il existe un très grand nombre – appelons-le *W* – de configurations susceptibles d'avoir, pour ce système, l'entropie particulière *S*. La relation entre *W* et *S* est donnée par la formule de Boltzmann :

$$S = k_b \, lnW$$, où

- *S* est l'entropie thermodynamique du système, en joules par degré Kelvin ;
- k_b est la constante de Boltzmann, $k_b = 1.38066 \, .10^{-23}$ joules par degré K ;
- *lnW* est le logarithme naturel (appelé aussi népérien) de *W* (c'est-à-dire tel que $e^{lnW} = W$, avec $e = 2.71828…$).

Interprétation du concept d'entropie thermodynamique d'un système

- Le logarithme *lnW* est une *mesure* du nombre de configurations (ensembles) de particules du système ayant l'énergie totale *S*.
- Chacun de ces ensembles regroupe des particules selon le critère particulier « leur entropie globale est *S* » ; il définit une configuration.
- L'entropie thermodynamique est une mesure du nombre de ces configurations.

  Dans la mesure où une configuration représente une information descriptive possible du système étudié (comme le fait que la variable $X = X_0$), *l'entropie est une mesure de cette information (exprimée par exemple en nombre de bits)*.

S'il n'y a qu'une seule configuration ayant l'énergie donnée, son logarithme est zéro et l'entropie thermodynamique est $S = 0$. Donc une entropie nulle correspond à une certitude (ou une absence d'incertitude) sur la configuration du système : on en connaît tout ce qu'il y a à connaître.

Une entropie élevée correspond à une structure « au hasard » au niveau microscopique. Voir dans *Hasard* le sous-titre *Définition par la quantité d'information*.

Ordres de grandeur d'une entropie

Pour qu'une entropie thermodynamique *S* soit de l'ordre de quelques joules par degré Kelvin (pour que son utilisation nous paraisse commode), le logarithme de *W* multiplié par le minuscule k_b doit être de l'ordre du nombre d'Avogadro : $N = 6 \, .10^{23}$. *W* lui-même est alors de l'ordre de e^N, nombre immense que nous n'aurons jamais à écrire ou même à pouvoir évaluer avec précision.

Généralisation

On peut utiliser le concept d'entropie pour des systèmes faits d'autre chose que des particules, et avec des critères de regroupement en ensembles autres que l'énergie : *l'entropie d'un tel système est toujours une mesure du nombre de ses configurations*.

On peut alors définir le niveau d'incomplétude de la connaissance d'un système par son entropie : si celle-ci est nulle, la connaissance est parfaite, car une seule configuration est possible ; plus l'entropie augmente, plus on manque d'informations sur le système : *l'entropie est une mesure de la quantité d'informations de détail absentes*. Selon la thermodynamique :

L'entropie et l'ignorance des détails augmentent toujours avec le temps.

6.3.10.6.1 Entropie relative

Source : [B217] pages 170 et 171

Définition
L'entropie de *A* par rapport à *B* compte le nombre de configurations de *A* que les interactions physiques entre *A* et *B* ne distinguent pas.

Exemple
L'interaction physique entre moi et un verre d'eau (ce que je peux faire avec le verre d'eau, mes actions possibles) est indépendante des détails du mouvement de chaque molécule d'eau, donc de son énergie. L'entropie du verre d'eau par rapport à moi compte le nombre de configurations d'énergie des molécules du verre d'eau qui n'interviennent pas dans mes actions possibles sur le verre, entre lesquelles je ne peux distinguer.

6.3.10.7 Entropie statistique

Les *W* états microscopiques du système précédent ont chacun la même probabilité d'être réalisés : *1/W*, puisque leur probabilité totale est 1. « On a une distribution équiprobable à *W* états du système » constitue tout ce qu'on peut savoir de son état, on ne peut en savoir plus : *l'évolution de ce système relève du déterminisme statistique*.

Si, pour le même système, on a une distribution différente de probabilités d'états $\{P_1, P_2, \ldots P_N\}$, notre connaissance a un certain manque d'informations : n'importe lequel des *N* états peut se réaliser, certains étant peut-être plus probables que d'autres. Par définition, le manque d'informations est mesuré par *l'entropie statistique S* telle que :

$$S = -k \sum_{n=1}^{N} P_n \ln P_n, \quad \text{où } 0 \leq P_n \leq 1, \quad \text{et } \sum_{n=1}^{N} P_n = 1$$

La constante positive *k* est arbitraire, on la choisit égale à k_b (Boltzmann) en mécanique statistique.

Les diverses probabilités P_n sont toutes positives et inférieures à 1, donc leur logarithme est négatif et l'entropie statistique *S* est toujours positive.

Dans le cas particulier où toutes les probabilités P_n sont égales à *1/N*, leur somme *S* a la valeur définie pour l'entropie de Boltzmann : $S = k \ln N$. On démontre que c'est dans ce cas, où aucun état n'est privilégié, que l'entropie statistique est maximale - c'est-à-dire que le manque d'informations est maximum.

Interprétation de l'entropie thermodynamique
En mécanique statistique on interprète donc l'entropie thermodynamique comme le manque d'informations existant au niveau microscopique pour un état macroscopique donné d'un système physique.

6.3.10.8 Rayonnement du corps noir

Définition d'un corps noir

On appelle *corps noir* un corps qui absorbe toute l'énergie de rayonnement qu'il reçoit, ne réfléchissant rien ; c'est pourquoi il paraît noir. En fait, à part l'horizon des trous noirs il n'y a pas de corps absolument noir, mais le concept de corps noir est indispensable dans l'étude des rayonnements.

> Comme la surface du Soleil ne réfléchit aucune lumière non plus, bien qu'elle en émette beaucoup, *le Soleil est un corps noir d'après la définition des physiciens* ; ceux-ci ont l'habitude de ce paradoxe et ne songent pas à changer cette définition.

Le rayonnement émis par un corps noir n'est pas de la lumière réfléchie, il résulte du fait que **tout corps qui n'est pas au zéro absolu émet un rayonnement électromagnétique** dont la fréquence (donc aussi l'énergie) dépend de la température absolue T. Cette énergie est proportionnelle à T^4 (loi de Stefan-Boltzmann) :

$$E = \sigma T^4, \text{ où :}$$

- E est l'énergie en joules/seconde/m^2 (watts / mètre carré) ;
- σ est la constante de Stefan-Boltzmann, $\sigma = 5.6704 \,.10^{-8}$ watt / mètre carré $.K^4$;
- T est la température absolue en degrés Kelvin.

6.3.10.9 Rayonnement de tous les corps

Il est important de savoir que :

Tout corps émet du rayonnement électromagnétique du fait de sa température

En pratique, un corps autre que le corps noir théorique émet une énergie thermique proportionnelle à celle du corps noir, le coefficient de proportionnalité ε (appelé *émissivité*) dépendant de ce corps. Sa puissance émise par mètre carré est donc donnée par la formule :

$$E = \varepsilon\sigma T^4, \text{ où } \varepsilon \text{ est l'émissivité du corps émetteur.}$$

En émettant ainsi continuellement de la chaleur, le corps perd de l'énergie et se refroidit. Mais il reçoit aussi continuellement l'énergie rayonnée par les corps (solides, liquides, gazeux, plasmas…) qui l'entourent : sa température finit donc par se stabiliser, un *équilibre thermodynamique* s'étant établi.

Equilibre thermodynamique

L'émission de rayonnement électromagnétique fait perdre à un corps de l'énergie, donc de la masse car $E = mc^2$. Mais le corps reçoit, en même temps, de l'énergie rayonnée par les corps voisins, et à l'équilibre thermodynamique du corps l'énergie reçue par lui à chaque seconde est égale à l'énergie rayonnée.

Tout corps émet et absorbe continuellement de la chaleur par rayonnement, sa température évoluant vers celle de l'équilibre thermodynamique.

6.3.11 Unités fréquemment utilisées

- Angström : 1 Å = $.10^{-10}$ m
- Fermi (femtomètre) : 1 fm = 10^{-15} m
- Electronvolt : 1 eV = 1.602189 $.10^{-19}$ joule
  - 1MeV = 10^6 eV = 1.602 $.10^{-13}$ joule
  - 1GeV = 10^9 eV = 1.602 $.10^{-10}$ joule

6.3.12 Système d'unités RG

Le système d'unités RG (RG=Relativité générale) est le même que le Système International (SI) sauf que son unité de temps est le mètre, distance parcourue par la lumière en 1/299 792 458e de seconde (environ 3.34 ns), où 1 ns = 10^{-9} s.
Donc : 1 µs= 299.8m ; 1 s = 299 792km ; 1 an = 9.461 **.**10^{15}m.

Dans le système RG :

- La vitesse de la lumière est *c* = 1 et les vitesses sont mesurées en tant que fraction de *c*, c'est-à-dire *v/c* - ou *v* (en mètres/s) divisé par *c* (299 792 458 m/s).
- Le rapport *v/c* étant sans dimension, la masse *m*, la quantité de mouvement *mv* et l'énergie mc^2 ont la même unité : le kg.
- 1 joule (dimension mètres x vitesse^2) s'exprime donc en mètres, car la vitesse (fraction de *c*) est sans dimension.

  Donc 1 joule = $(1/299\ 792\ 458)^2$ = 1.112 $.10^{-17}$kg.

6.3.13 Principales constantes de l'Univers

- Charge de l'électron : -1.602189 **.**10^{-19} coulombs
- Constante de Coulomb $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$
  où ε_0 est la permittivité du vide 8.854 **.**10^{-12} coulombs par (volt **.**mètre)
- Masse au repos de l'électron : m_e = 0.910953 **.**10^{-30} kg = 0.511 MeV
- Masse au repos d'un proton : M_p = 1.67265 **.**10^{-27} kg = 0.938 GeV
- Diamètre d'un proton (de sa charge électrique) : 1.7 **.**10^{-15} m
- Masse au repos d'un neutron : M_n = 1.67495 **.**10^{-27} kg = 0.940 GeV
- Vitesse de la lumière dans le vide : *c* = 2.99792458 $.10^8$ m/s
  - 1 année-lumière= 9461 $.10^{12}$ m (près de 10 000 milliards de km)
- Constante de Planck : *h* = 6.62618 **.**10^{-34} joule **.**seconde
  et $\hbar = h/2\pi$ = 1.054589 **.**10^{-34} joule **.**seconde
- Constate universelle de gravitation : *G* = 6.67259 **.**10^{-11} Nm^2/kg^2
- Constante de Boltzmann : k_b = 1.38066 $.10^{-23}$ joules/degré K

6.3.14 Nombre d'Avogadro

Une quantité d'un élément chimique de masse (en grammes) égale à sa masse atomique contient le même nombre d'atomes quel que soit l'élément. Ce nombre est appelé *nombre d'Avogadro* et vaut $N = 6.02205 \,\mathbf{.}10^{23}$. Exemples :

- L'hydrogène a pour masse atomique 1 ; donc 1 gramme d'hydrogène contient $6.0221367 \,\mathbf{.}10^{23}$ atomes.
- Le fer a pour masse atomique 56 ; donc 56 grammes de fer contiennent $6.0221367 \,\mathbf{.}10^{23}$ atomes.
- L'eau H_2O a pour masse moléculaire 18 ; donc 18 grammes d'eau contiennent $6.0221367 \,\mathbf{.}10^{23}$ molécules, etc.

6.3.15 Photon

Le photon est le quantum d'énergie électromagnétique, seul vecteur de la force électromagnétique.

L'énergie E_{ph} d'un photon de fréquence ν est :

$$E_{ph} = h\nu$$

où h est la constante de Planck, $h = 6.6261 \,\mathbf{.}10^{-34}$ joule **.**seconde.
Le photon a un spin (moment cinétique intrinsèque) de $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

On peut se représenter un photon de fréquence ν comme une suite d'alternances d'une onde électromagnétique voyageant à la vitesse de la lumière (*c* dans le vide) et transportant une énergie $h\nu$. La durée de cette onde est celle de la transition de l'atome qui l'a émise entre l'état d'énergie de départ et l'état de moindre énergie à la fin de l'émission : c'est le temps que met l'atome à émettre le photon.

Une transition d'énergie d'un atome provient le plus souvent d'un changement d'orbite d'un électron : lorsque l'atome *absorbe* un photon, l'électron passe d'une orbite proche du noyau à une orbite plus éloignée ; lorsque l'atome *émet* un photon, l'électron passe d'une orbite plus éloignée du noyau à une orbite plus proche.

Mais la transition d'énergie peut aussi provenir d'une inversion du sens du spin de l'électron par rapport à celui du noyau ; lorsque ces deux spins sont de sens opposés l'énergie de l'atome est plus faible que lorsqu'ils sont de même sens, et il est plus stable. C'est ainsi que, lorsqu'un atome d'hydrogène dont les spins du noyau et de l'électron sont de sens opposés reçoit un photon de 21 cm de longueur d'onde, le spin de l'électron bascule, s'alignant sur celui du noyau ; l'atome pourra ensuite revenir à son état de basse énergie à spins opposés, plus stable, en émettant un photon de 21 cm de longueur d'onde.

Un photon a une masse nulle et n'est jamais arrêté, il se déplace toujours. Se déplaçant à la vitesse de la lumière, *il reste toujours à la même heure (celle de son émission), il ne voit pas passer le temps !* (Voir *Diagramme d'espace-temps*.)

A l'échelle humaine l'énergie d'un photon est minuscule. Exemple : une lampe de 25W émettant 12.5 % de l'énergie électrique sous forme de lumière jaune orangée,

produit ~10^{19} photons/seconde. Cette petitesse vient de celle de la constante de Planck, $h = 6.6261 \,.\, 10^{-34}$ joule **.**seconde, que la fréquence élevée de la lumière jaune-orangée, $0.5 \,.\, 10^{15}$ Hz, ne parvient pas à compenser.

Malgré sa masse nulle, un photon de longueur d'onde λ a une impulsion $p = h/\lambda$.

Compléments : *Théorie quantique des champs*.

6.3.16 Potentiel et gradient

Lire d'abord les définitions *Vecteur, espace vectoriel, base, produit scalaire, module*.

Définitions

Considérons un espace où règne un champ électrique ***E****(x, y, z)* fonction des coordonnées *(x, y, z)* de chacun de ses points. Ce champ est représenté, en chaque point, par un vecteur dont les composantes sont (E_x, E_y, E_z), fonctions de *x, y, z*.

Circulation

On appelle *circulation* du champ ***E*** le long d'une courbe *C* entre les points *A* et *B* la somme intégrale des produits scalaires $\int_A^B \boldsymbol{E.ds}$ où ***E.ds*** est le produit scalaire de ***E*** par ***ds***, qui représente un vecteur déplacement élémentaire de composantes *(dx, dy, dz)*.

Différence de potentiel entre deux points

Cette circulation étant indépendante du chemin choisi (la forme de la courbe) entre *A* et *B*, on peut l'utiliser pour définir une quantité scalaire $V_{AB} = -\int_A^B \boldsymbol{E.ds}$ appelée *différence de potentiel* entre *A* et *B*. Lorsque ***E*** est un champ électromagnétique, **V_{AB} est le *travail* nécessaire pour amener une charge positive unitaire de *A* à *B***.

Si le champ électrique *E* est mesuré en volts par mètre (V/m) et les longueurs sont en mètres, la différence de potentiel V_{AB} est en volts.

Si on amène de *A* à *B* une charge électrique positive de *Q* coulombs, le travail nécessaire (en joules) est $W = V_{AB}Q$, où $W < 0$; si la même charge va de *B* à *A*, elle fournit un travail $W = - V_{AB}Q$ positif car $V_{AB} < 0$.

Potentiel

En prenant le point *A* comme origine, la différence de potentiel d'un point *B* (x, y, z) quelconque par rapport à *A* est appelée *potentiel de B* (en ne rappelant plus, pour chaque point de l'espace, qu'il s'agit du potentiel par rapport à *A*) ; on mesure ce potentiel en volts. Le potentiel est une fonction scalaire *V(x, y, z)*.

Attention : le potentiel d'un champ de vecteurs n'est pas son énergie potentielle !

Gradient

A partir d'un champ ***E****(x, y, z)* nous venons de définir sa fonction potentiel *V(x, y, z)*. On peut faire l'inverse : à partir d'un champ de potentiel *V(x, y, z)* on définit le vecteur *gradient* par ses composantes $\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}$, dérivées partielles de *V(x, y, z)* par rapport aux variables, que l'on note **grad** V ou ∇V, où ∇ est l'opérateur vectoriel $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$.

En un point donné, la direction du gradient est celle qu'il faut suivre pour voir la fonction *V(x, y, z)* varier le plus : c'est la "ligne de plus grande pente" pour "descendre" ou "monter" à partir de ce point.

6.3.17 Equations de Maxwell

En leur ajoutant la loi de la *force de Lorentz* du paragraphe *Force de Lorentz et champ électromagnétique*, les quatre équations de Maxwell décrivent avec précision l'ensemble des phénomènes électromagnétiques à l'échelle macroscopique. Publiées par James Clerk Maxwell en 1864, ces équations fondamentales constituent une description complète de la production et de l'interaction des champs électrique et magnétique :

$$\mathbf{rot}\ \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B}/\partial t$$
$$\mathbf{rot}\ \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \partial \mathbf{E}/\partial t$$
$$div\ \mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0$$
$$div\ \mathbf{B} = 0$$

où, à un instant *t* donné :

- ***E*** est le vecteur champ électrique, fonction du temps ;
- ***B*** est le vecteur champ magnétique, fonction du temps ;
- ***J*** est le vecteur densité de charges en mouvement ;
- μ_0 est la perméabilité du vide, $4\pi\ .10^{-7}$ newtons par ampère carré
 (rapport densité de flux magnétique / intensité du champ magnétique) ;
- ε_0 est la permittivité du vide, $8.854\ .10^{-12}$ coulombs/volt/mètre,
 (le même ε_0 que dans la loi de Coulomb) ;
- ρ est la densité de charge électrique immobile.

Opérateurs :

- $\partial/\partial t$ désigne la dérivée partielle par rapport au temps *t* ;
- **rot** désigne le vecteur rotationnel d'un vecteur ;
- div désigne le scalaire (nombre) divergence d'un vecteur.

Ces équations sont valables pour des champs dans le vide, en présence d'une densité de charge immobile ρ et d'une densité de charges en mouvement ***J***.

La loi $div\ \mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0$ est équivalente à la loi d'attraction de Coulomb.

La loi $div\ \mathbf{B} = 0$ signifie qu'il n'y a pas d'autre source de champ magnétique que les courants.

Vitesse de la lumière dans un milieu donné caractérisé par des valeurs de μ_0 et ε_0 :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad \text{ou} \quad \varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$$

μ_0 et ε_0 étant des constantes, la vitesse *c* de toute onde électromagnétique (dont la lumière, pour toutes ses couleurs) est une constante.

Le champ magnétique n'est qu'un effet relativiste

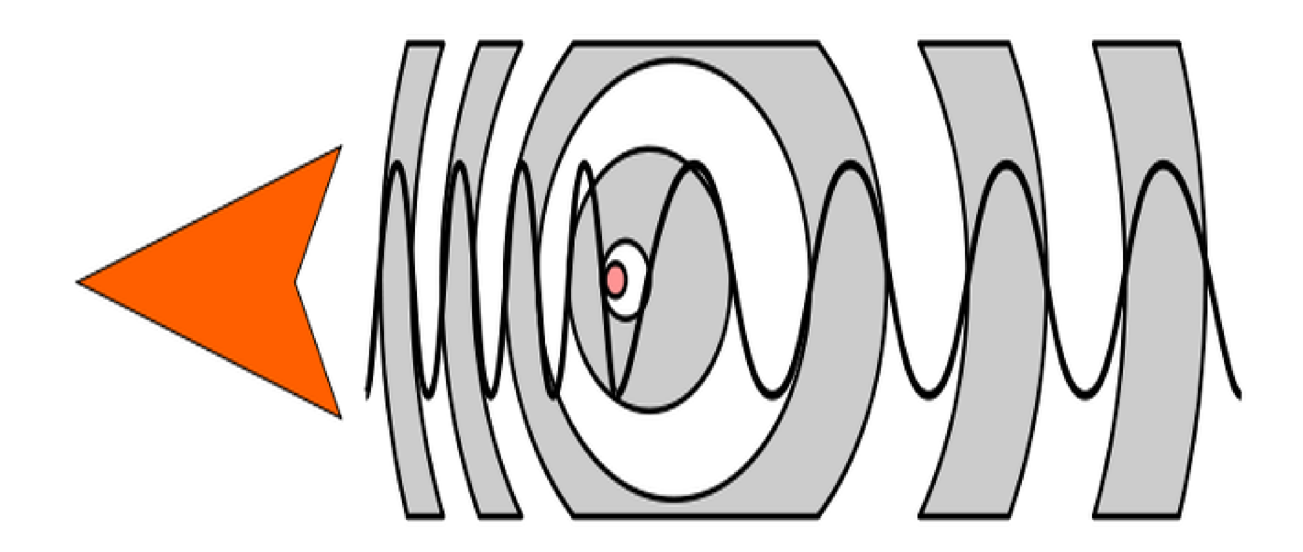
Le champ magnétique n'existe qu'en tant qu'artifice pour décrire comment des particules chargées en mouvement interagissent : c'est un effet relativiste de l'interaction de Coulomb entre de telles charges.

6.3.18 Effet Doppler

Lorsqu'un observateur regarde une source de vibrations (ondes sonores ou électromagnétiques, par exemple) en mouvement par rapport à lui, il observe une fréquence f_{obs} différente de la fréquence f_{src} émise par la source.

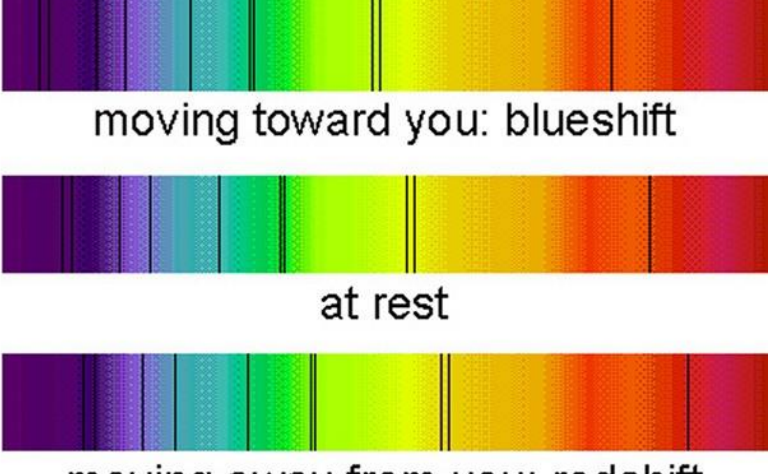
> Exemple : le bruit d'un avion qui se rapproche paraît plus aigu que celui perçu lorsqu'il est juste au-dessus et que sa vitesse relative est très faible ; lorsqu'il s'éloigne le bruit devient plus grave.

L'explication est simple : les ondes qui se rapprochent d'un observateur subissent une compression de longueur d'onde augmentant leur fréquence, alors que celles qui s'éloignent subissent une dilatation diminuant la fréquence.



Effet Doppler : la source se déplaçant vers la gauche par rapport à l'observateur, les ondes qui se rapprochent lui paraissent comprimées, alors que celles qui s'éloignent lui paraissent dilatées. © Wikipédia Creative Commons.

> Application : l'effet Doppler décale les longueurs d'onde reçues d'une étoile. En décomposant sa lumière à l'aide d'un prisme, le spectre de raies reçu est décalé vers le rouge ou le bleu selon le sens et la vitesse du déplacement relatif de l'étoile par rapport à la Terre. Cette méthode permet une mesure précise de la vitesse relative même si l'étoile ou la galaxie est lointaine. Elle permet aussi à des radars de police de mesurer la vitesse de véhicules.



Décalage d'un spectre de raies par effet Doppler - © Microsoft Bing Creative Commons

6.4 Définitions de mécanique quantique

6.4.1 Densité de probabilité

C'est une fonction de point *p(Q)* telle que la probabilité associée à un volume *dV* entourant le point *Q* est le produit *p(Q)dV*.

Exemple (voir Loi normale de probabilités)
Soit un espace à une dimension, où la position d'un point *Q* est repérée par son abscisse *x*. La fonction connue sous les noms de "Loi de Laplace-Gauss" ou "Loi de distribution normale" :

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

représente une *densité de probabilité* au voisinage du point d'abscisse *x* telle que la probabilité de trouver *Q* entre *x* = *a* et *x* = *b* est :

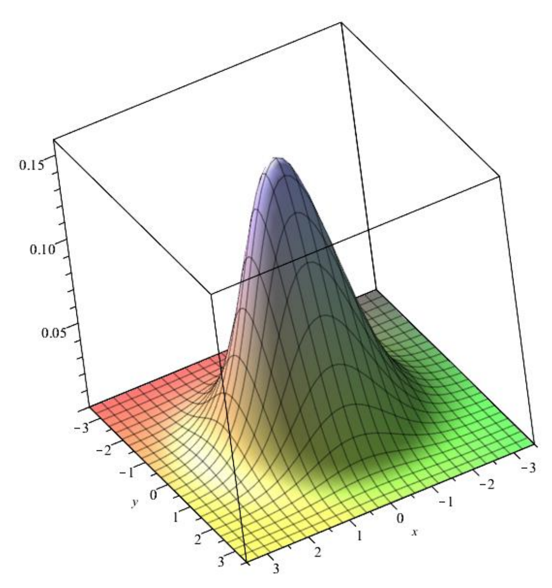
$$p(a \leq x \leq b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{x^2}{2}}\, dx$$

La certitude de trouver x *quelque part* (-∞<x<+∞) résulte de l'égalité :

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}}\, dx = 1$$

Une densité de probabilité peut se définir pour un espace à plusieurs dimensions. Exemple à deux dimensions, x et y :

$$p(x,y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}, \text{ telle que } \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} dxdy = 1$$

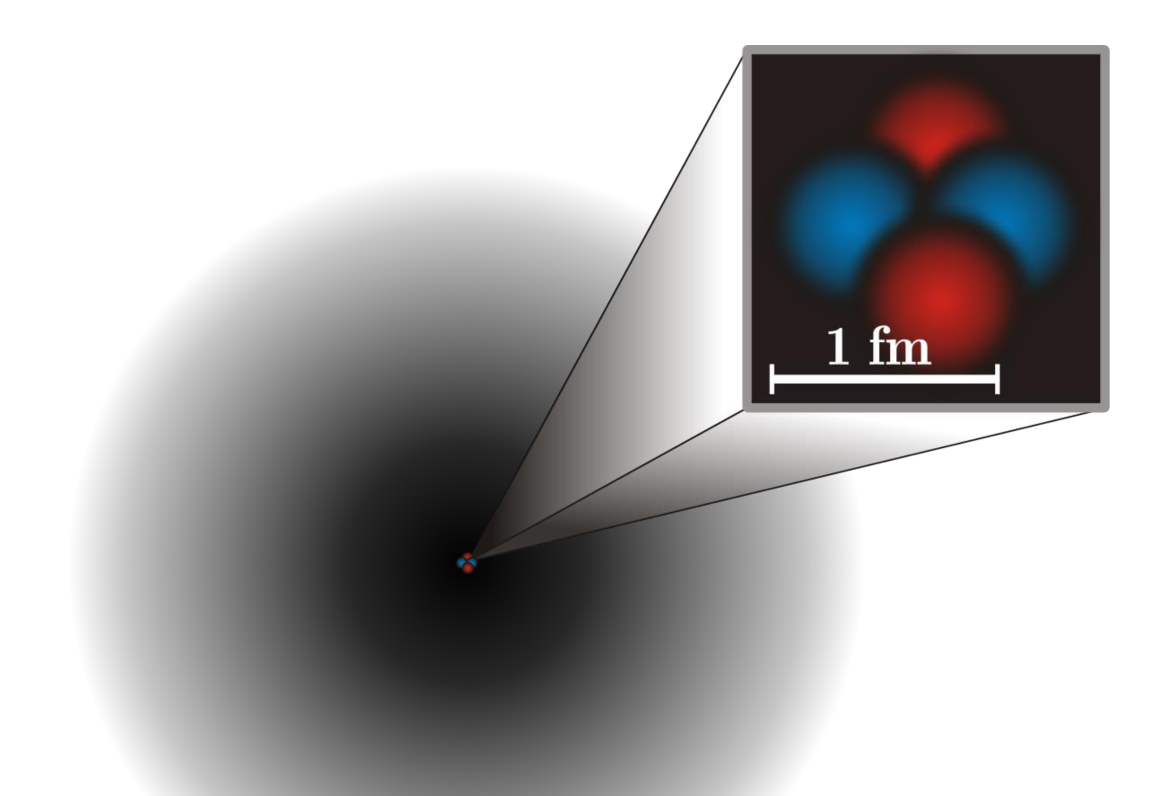


Densité de probabilité pour un espace à 2 dimensions x et y : $p(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$

Densité de probabilité du nuage électronique d'un atome d'hélium ^{2}He

Dans la figure ci-dessous, la densité de probabilité de présence des deux électrons de la première couche dans une zone est d'autant plus forte qu'elle est plus foncée (qu'elle comprend plus de points). Le noyau (2 protons + 2 neutrons) est au centre.

Le carré en haut à droite représente la densité de probabilité de présence des deux protons dans le noyau. Un atome d'hélium a une taille de l'ordre de l'angström (10^{-10} m), tandis que son noyau est 100 000 fois plus petit, avec une taille de l'ordre du fermi (10^{-15} m).



Atome d'hélium : densité de probabilité de présence
des électrons de la première couche autour du noyau - © Wikimédia Commons

Voir aussi :

- Dans *Trajectoires d'un électron autour d'un noyau atomique : orbitales* le sous-titre *Exemple : Orbitales de l'eau H_2O* ;
- *Les 6 postulats de la Mécanique quantique*.

6.4.2 Résumé des cas d'imprédictibilité

Type d'imprédictibilité	Détermination ou évolution impactée	Probabilité de choix ou imprécision
Hasard (déterminisme statistique, Mécanique quantique seulement), éliminé par l'interprétation à univers multiples de Hugh Everett	Choix d'un élément dans un ensemble de valeurs propres par décohérence, solution stationnaire, etc. lors d'une mesure (interaction entre échelles atomique et macroscopique)	Probabilité selon le 4ème principe de la Mécanique quantique : - Spectre discret : $P(a_n) = \sum_{i=1}^{g_n} \lvert < u_n^i \lvert \Psi > \rvert^2$ - Spectre continu non dégénéré : $dP(\alpha) = \lvert < v_\alpha \lvert \Psi > \rvert^2 d\alpha$
Imprécision à l'échelle atomique (Mécanique quantique seulement)	• Etat d'un corpuscule dans son paquet d'ondes : Corpuscule en mouvement ou stationnaire, orbitale électronique	Imprécision = demi-largeur d'un paquet d'ondes d'équation : $\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(k) e^{-i(kx-\omega t)} dk$ d'où aspect flou, étalement dans le temps du paquet d'ondes de position
	• Extension spatiale de la fonction d'onde associée au corpuscule	Erreur possible sur la position ou la dimension de l'ordre de la longueur d'onde de Compton : $\lambda_c = \frac{h}{mc}$
Indétermination ("incertitude") à l'échelle atomique et contextualisme (en Mécanique quantique seulement)	• Détermination de variable(s) lorsque des observables ne commutent pas (Heisenberg, Kochen-Specker) • Instabilité énergétique : noyaux atomiques, fluctuation quantique…	$\Delta x . \Delta p_x \geq \frac{1}{2}\hbar$ $\Delta E . \Delta t \geq \frac{1}{2}\hbar$ $\Delta \alpha . \Delta L \geq \frac{1}{2}\hbar$ Violation temporaire de la conservation d'énergie ; rayonnement de Hawking des trous noirs
Sensibilité aux conditions initiales (à l'échelle macroscopique)	Amplification mathématique d'une erreur physique (chaos déterministe)	L'erreur possible croît avec l'éloignement du début de l'évolution
Erreur physique (à l'échelle macroscopique)	Connaissance des constantes ou paramètres, erreurs de mesure	Prédiction de variables statistiques si on a un modèle et un nombre de déterminations suffisant
Calcul ou raisonnement algorithmique impossible	• Complexité (nombre de processus ou d'interactions entre eux) • Algorithme non convergent ou trop lent • Proposition prouvée indécidable • Problème ou nombre prouvé non calculable • Phénomène extérieur à l'Univers	-

6.5 Vocabulaire

Affect

Sentiment subjectif, vague et inanalysable, résultant d'une émotion, d'une peur, d'un désir, d'une aversion, etc. Ce sentiment produit automatiquement des données qui en constituent une représentation, à laquelle l'esprit peut ou non être sensible consciemment. Dans le psychisme, toute représentation comprend un affect décrivant son effet psychologique perçu. Toute pensée consciente est "jugée" automatiquement sous forme d'affect "bon" ou "mauvais".

Ame

Pour Jung, l'âme est un complexe psychique demi-conscient au fonctionnement partiellement autonome [B43] page 150. C'est un ensemble d'images virtuelles : parents, conjoint, enfants, naissance et mort, images qui préexistent à la naissance et ne deviennent visibles par la conscience que lorsqu'apparaissent des exemples particuliers. Ces images virtuelles proviennent, par héritage génétique, des expériences des ancêtres ; elles structurent nos représentations et nos fonctions psychiques. Exemples :

- L'inconscient de l'homme a hérité génétiquement d'une image collective de la femme, avec laquelle il appréhende l'essence féminine.
- Le premier réceptacle de l'image de l'âme pour l'homme est pratiquement toujours la mère.

L'autonomie de l'âme (due à celle de l'inconscient) incite à se la représenter (à l'imaginer) instinctivement comme une entité invisible, personnelle, qui existe en soi dans un monde à part, inaccessible car « au-delà de la vie consciente » : [B43] page 151.

L'immortalité de l'âme résulte du caractère intemporel de l'héritage génétique de ce complexe. C'est une abstraction qui représente un ensemble de propriétés virtuelles et jouit de la « continuité éternelle » de l'espèce humaine.

Compléments : voir l'article *Ame* dans [B32].

Anima / Animus

L'anima est l'archétype de la femme dans l'inconscient de l'homme, l'animus l'archétype de l'homme dans l'inconscient de la femme.

Ce sont des complexes autonomes dont le rôle est de rendre possible la relation entre le Moi et l'inconscient ; ils ne devraient pas être mêlés aux fonctions conscientes de relation : [B43] page 193. Dans la hiérarchie de l'inconscient, *l'anima* est simplement l'échelon le plus bas, ainsi que l'une des formes possibles de l'inconscient : [B43] page 236. Voir aussi l'article *Mana*.

L'anima et l'animus sont projetés pendant l'enfance sur le parent du sexe opposé. Puissances inconscientes, leur pouvoir croît avec leur degré d'inconscience. La projection de l'animus et de l'anima crée une fascination réciproque.

Aperception (synonyme de *conscience de soi)*, pure ou empirique

Définitions

L'aperception est une *conscience de soi*, tantôt une faculté, tantôt un état psychique.

Kant écrit dans [B46] page 61 : "Si nous nous représentons avec conscience les deux actes constitués par l'action intérieure (spontanéité) grâce à laquelle un *concept* (une pensée) devient possible, à savoir la *réflexion,* et l'impressionnabilité (réceptivité) par quoi une *perception,* c'est-à-dire une *intuition empirique*, est possible, à savoir *l'appréhension, la* conscience de soi peut alors être divisée en *conscience de la réflexion* et *conscience de l'appréhension*. La première est une conscience de l'entendement, la seconde est le sens interne ; celle-là est l'aperception *pure,* celle-ci l'aperception *empirique...*"

Kant dit là que l'homme a spontanément conscience de soi dans deux circonstances :

- Quand il *pense* un objet sous forme d'entendement, pour le décrire en lui attribuant un prédicat sous forme de catégorie. Il utilise alors sa faculté spontanée *d'aperception pure*, faculté de pensée logique qui subsume le concept de l'objet sous une catégorie. Il a alors *conscience de sa réflexion*.
- Quand il *appréhende* un objet en examinant (avec son sens interne) sa représentation ; il utilise alors sa faculté psychologique *d'aperception empirique* et il a *conscience de son appréhension*.

Une aperception a sa représentation

L'homme qui a conscience d'un objet a, présente à l'esprit, une *représentation de l'objet* (la *conscience de* quelque chose est un *état psychique* résultant de l'interprétation d'une représentation). Donc *l'aperception (conscience de soi) a une représentation*.

L'aperception *originaire*, conscience d'exister en tant que sujet pensant

Selon Kant dans [B12] pages 198-199 : l'homme a conscience de soi par son sens interne. Il a alors conscience d'exister en tant que sujet pensant : « Je pense, donc je suis » ; quand l'homme a conscience de lui-même, l'aperception est perception de soi *en tant que sujet pensant*.

Cette aperception pure est *l'aperception originaire*. Sa représentation « Je pense » :

- Doit pouvoir accompagner toutes les autres ;
- Ne peut être accompagnée d'aucune autre ;
- Est une et identique dans toute conscience.

  K199 - Kant appelle l'unité de cette représentation *l'unité transcendantale de la conscience de soi*, pour désigner la possibilité de la connaissance *a priori* qui en procède. Les diverses représentations d'une certaine intuition étant *mes* représentations, appartiennent toutes à *ma* conscience de soi : elles doivent donc nécessairement pouvoir se réunir en une *conscience générale de soi*.

L'aperception originaire est donc une fonction spontanée de la conscience. Elle est associée à toute représentation et à son concept de la même façon que ces notions sont associées entre elles. Une représentation ne peut exister dans la conscience qu'accompagnée de son aperception originaire et réciproquement, et ce tant que la conscience est à l'état d'éveil et qu'elle demeure donc identique à elle-même.

La conscience de soi nécessite une représentation de représentation

Exemple - Je vois ma maison. Dans mon esprit il y a sa représentation, *R*. Mais *je sais* que je suis en train de voir ma maison, *j'en suis conscient*. Cette conscience est nécessairement elle-même une représentation, *S*, la *représentation de la représentation R*.

Cette interprétation du fonctionnement cognitif (faculté de se représenter la représentation d'un objet) est conforme à la connaissance scientifique actuelle.

Appareil psychique

Synonyme de psychisme. On parle parfois de ses deux composantes, l'appareil conscient (synonyme de *conscience tout court*) et l'appareil inconscient (synonyme du mot inconscient). C'est un *processeur d'informations* : représentations, impressions et archétypes de l'inconscient, et pensées diverses.

Archétype

Chez Jung, ce terme désigne un petit nombre d'imagos, représentations et idées présentes dans l'inconscient collectif de tous les hommes. Exemples : anima et animus, persona. Chaque représentation d'une autre personne peut être biaisée par l'influence d'un archétype ; exemple : un homme choisit instinctivement sa femme en prenant en compte dans son jugement l'archétype de la Mère et l'exemple de sa propre mère.

Assertion

Proposition, de forme affirmative ou négative, qui énonce un jugement et que l'on soutient comme vraie absolument.

Astronomie

- Unités astronomiques : voir *Paramètre et constante de Hubble – Densité critique Ω*.

Attention

Source : [B39] page 23

- En psychologie cognitive, c'est un processus avancé de réaction à des perceptions.
- En neuroscience, c'est un processus de traitement de données par interactions entre neurones et signaux du cerveau.

L'attention implique une compétition pour la *conscience de* ; elle construit dans la conscience des descriptions de l'objet et du processus d'attention.

L'attention lie toutes les propriétés de son objet en une représentation unifiée [B43] page J115.

Ça

Ça (anciennement *système inconscient* ou *appareil inconscient*) : partie la plus ancienne de l'appareil psychique et réservoir des pulsions. Ne tient pas compte de la réalité, la logique, le temps, la causalité : donc imprévisible. Le ça est une instance de la 2ème topique de Freud (1923).

Chose en soi

Ce qui existe par soi-même, sans supposer autre chose.
Il y a beaucoup de détails sur ce sujet dans [B32] (Internet), article *Chose en soi*.

Catégorie

Définition : classe d'attributs définie par l'un des sens de « est ».
Exemple : le basset est un chien.

Table des catégories de l'entendement de Kant, prédicats les plus généraux qui peuvent être affirmés (« est ») à propos des entités nommables :

- Quantité : Unité, Pluralité, Totalité
- Qualité : Réalité, Négation, Limitation
- Relation : Inhérence (substance et accident), Cause et effet, Action réciproque ou communauté
- Modalité : Possibilité ou impossibilité, Existence ou non-existence, Nécessité ou contingence

Compléments dans [B32].

Cognition

Processus d'acquisition, de gestion et d'utilisation des connaissances : c'est la fonction mémoire. Elle traduit des représentations d'objets réels en symboles et effectue des calculs sur ces symboles, par exemple par l'approche connexionniste.

La psychologie cognitive est la science de la cognition. Voir aussi : *Mnésique*.

Cognitivisme et Connexionnisme

Cognitivisme

Approche de l’étude de l’acquisition des connaissances et du traitement de l’information orientée vers la résolution des problèmes.

Le cognitivisme considère les comportements *observables* comme des signes dont l’étude permet de trouver des structures sous-jacentes, *décrites sous forme calculable d’algorithmes, d’automates ou d’heuristiques*. Ces comportements sont propres au sujet, alors que pour le béhaviorisme ils dépendent de règles extérieures au sujet.

La recherche prouve que le système nerveux central ne fonctionne pas tout à fait comme un ordinateur, mais plutôt comme un réseau d'automates connexionnistes.

Connexionnisme

Doctrine de modélisation et de simulation des systèmes cognitifs (processus psychiques, opérations mnésiques, etc.). Le connexionnisme considère qu'on peut modéliser le système cognitif par un réseau neuronal d'automates à deux états simulant des neurones du cerveau, l'état de l'un d'eux étant calculable à partir des messages activateurs ou inhibiteurs des autres.

Compensation

En psychopathologie, c'est la manière dont se développent ou se renforcent automatiquement des comportements, des sentiments, des désirs ou des croyances pour compenser un déséquilibre source de déplaisir. Exemples :

- Compensation d'un sentiment d'infériorité, d'un déficit de capacités physiques ou cognitives ;
- [B43] page 54 : *Loi des compensations psychiques* : une grande humilité n'est jamais sans s'accompagner d'une grande présomption. […] derrière la superbe des uns nous pouvons facilement découvrir des traits d'un sentiment craintif d'infériorité.

L'emploi de ce mot exige de préciser les mécanismes de la compensation.

Complexe – Complexe d'Œdipe

- En psychanalyse et chez Jung : ensemble de représentations et de souvenirs à forte charge affective, contradictoires, partiellement ou totalement inconscients, et qui conditionnent en partie le comportement d'un individu. Formé après la naissance du sujet, c'est un constituant normal de la psyché normale. Exemples : complexe d'Œdipe, anima, âme. Voir aussi *Psyché*.

  En langage courant :
  - Trouble de caractère, particulièrement inquiétude ou timidité.
  - Goût, attirance plus ou moins maladifs pour quelque chose.
- Complexe d'Œdipe : ensemble de souhaits inconscients d'un homme de voir mourir son père et d'inceste avec sa mère. Découvert par Freud et nommé d'après la tragédie Œdipe-Roi de Sophocle.

Concept

Voir paragraphe *Concept*.
Compléments : [B32].

Conscience (tout court) - Conscience de

Voir paragraphes *Conscience* (tout court) et *La conscience.*

Champ de conscience
Ensemble des objets psychiques dont une personne a conscience à un instant donné.

Diachronique
Qui concerne l'appréhension d'un fait ou d'un ensemble de faits dans son évolution à travers le temps. Opposé : synchronique

Dialectique

- Adjectif :
  - Qui se rapporte au raisonnement.
  - Qui raisonne correctement, notamment pour convaincre.
  - Chez Hegel : mouvement, processus dialectique de la pensée comportant 3 moments : thèse et antithèse, aboutissant à la synthèse.
  - Caractère d'une philosophie qui fait du dynamisme, du mouvement par contradiction ou opposition, le principe d'évolution du monde et de la pensée humaine ; ex : matérialisme dialectique (Karl Marx).
- Nom féminin : action de raisonner, ensemble des règles du raisonnement.
- Philosophie :
  - Art d'interroger et de répondre.
  - Art d'argumenter en dialoguant, notamment à partir des opinions de l'interlocuteur ou d'opinions admises (Socrate, Platon, Aristote).

Discursif
Adjectif : issu d'un raisonnement, donc éventuellement démontrable et universel.
Exemples : connaissance discursive, jugement discursif (dynamique).

[B149] page 64 – "De la part de l'entendement, la connaissance humaine est *discursive* c'est-à-dire qu'elle se produit par des représentations qui fondent la connaissance sur ce qui est commun à plusieurs choses, par conséquent au moyen de *caractères*, comme tels. Donc nous ne connaissons les choses qu'*au moyen de caractères* et cela s'appelle précisément *reconnaître,* qui vient de *connaître*."

[B83] §46 page 135 – "La nature spécifique de notre entendement consiste à tout penser de manière discursive, c'est-à-dire par concepts, donc également uniquement par prédicats…"

Opposés : intuitif ou non discursif (non issu d'un raisonnement), donné, a priori.

Dissonance cognitive
Conflit qui naît dans l'esprit d'une personne lorsque quelque chose qu'elle croit est contredit par une information certaine qu'elle vient de comprendre. Ce conflit produit une tension psychologique souvent difficile à supporter, voire insupportable, car la personne se sent rabaissée à ses propres yeux et peut-être aux yeux des autres. Souvent la personne rejette ou ignore la nouvelle information, allant alors jusqu'à nier

l'évidence avec une irrationalité et une mauvaise foi totales ; parfois elle invente une justification de sa croyance antérieure en la prétendant compatible avec la nouvelle information, attitude également irrationnelle et de mauvaise foi. La dissonance cognitive a été observée aussi chez des jeunes enfants et même chez des singes capucins.

Cette incapacité pour bien des gens d'accepter d'avoir eu tort et de changer d'avis est source de nombreux conflits dans notre société.

> Exemple : le président Chirac n'a pas accepté d'avoir eu tort de laisser son premier ministre De Villepin faire voter la loi sur le CPE (Contrat Première Embauche). Cette loi a été rejetée massivement par les jeunes qu'elle concernait, parce qu'elle leur déniait le droit de savoir pourquoi on les licenciait, et qu'elle leur imposait une période d'essai après embauche si longue (2 ans) qu'elle constituait un soupçon méprisant à leur égard. *Incapable d'accepter de reconnaître son erreur, le président Chirac a promulgué la loi en même temps qu'il demandait à la télévision qu'on ne l'applique pas, préférant se réfugier ainsi dans l'incohérence plutôt que reconnaître publiquement son erreur*.

Pour ma part, lorsque j'ai pris conscience vers vingt ans du problème de la dissonance cognitive, je me suis entraîné à rester intellectuellement honnête, à reconnaître mes erreurs, à énoncer clairement et publiquement si nécessaire la nouvelle réalité à laquelle j'adhérais. L'entraînement a consisté à me persuader que je me grandissais, aux yeux des autres comme à mes propres yeux, en reconnaissant m'être trompé et en adhérant à la réalité, au lieu de persister dans l'erreur. A force d'entraînement j'ai réussi, dans chaque débat, à chercher *la vérité* par la prise en compte de l'opinion des autres et pas à chercher *le triomphe de mon opinion de départ* ; et chaque fois que je découvrais ainsi une vérité nouvelle je me sentais plus riche, et les gens avec qui je débattais m'estimaient davantage pour mon ouverture et mon honnêteté.

L'inconscient cognitif

Contrairement au cas du refoulement *où le sujet sait mais ne veut pas savoir*, il y a des cas *où le sujet sait mais ne sait pas qu'il sait*. Dans ce dernier cas, appelé inconscient cognitif, la personne a appris à son insu ; elle est alors capable d'utiliser cette connaissance sans avoir fait d'effort pour l'acquérir, sans même savoir qu'elle en dispose. Sa réaction face à certaines situations est inexplicable, puisque basée sur un savoir caché. De nombreuses idées toutes faites sont des inconscients cognitifs.

Doctrine

Substantif - Ensemble de principes et/ou d'énoncés, formant ou non un système, traduisant une certaine conception de l'Univers, de l'existence humaine, de la société, etc., accompagnés souvent, pour le domaine envisagé, de la formulation de modèles de pensée, de règles de conduite.

Dopamine

Les sensations *positives* de désir, d'euphorie, etc. sont régulées dans le cerveau humain par une molécule, *la dopamine* ; (ne pas confondre *désir* et *plaisir* : ce dernier utilise d'autres mécanismes que le premier).

Les sensations *négatives* sont associées à *l'acétylcholine*, neurotransmetteur qui a des effets vasodilatateurs sur le système cardiovasculaire et agit sur le rythme cardiaque, des effets sur le système gastro-intestinal, des effets inhibiteurs sur l'activité du système nerveux central, etc.

Retenons aussi que dans notre cerveau, *la comparaison à une valeur produit la présence détectable et l'abondance mesurable d'une molécule organique*. *La création de valeur (agréable=bon, désagréable=mauvais) en tant que conséquence d'une perception ou de pensées, et son utilisation dans les comparaisons nécessaires aux jugements, sont des phénomènes physiques automatiques, inévitables - bref déterministes - expliqués sans aucune intervention transcendante.*

Dualisme

Système spiritualiste de croyance ou de pensée qui, dans un domaine déterminé, pose la coexistence de deux principes premiers, opposés et irréductibles. Exemples :

- Pour Descartes, le monde et l'homme se réduisent à 2 substances distinctes :
  - *la substance étendue* (la matière, qui a une certaine étendue et obéit aux lois de la mécanique) ;
  - *la substance pensante* (l'âme, immatérielle et sans étendue, qui pense, imagine, ressent et veut).

  Descartes séparait ces deux substances sauf dans le cas de l'homme, qu'il pensait soumis à son âme, dont la volonté est capable d'agir sur lui autant que sur la pensée (doctrine appelée *interactionnisme*). Mais il n'a pas résolu le problème de savoir *comment* une action de l'âme sur le corps matériel est possible…

  L'interactionnisme de Descartes est à l'origine d'une doctrine un peu différente, *l'occasionnalisme*. Celle-ci postulait que toutes les actions de l'Univers suivent le modèle de l'interaction entre l'âme et le corps de l'homme : les causes paraissant naturelles ne sont en réalité qu'occasionnelles, la cause véritable de toute action étant toujours la volonté de Dieu.

  Une autre doctrine, *le parallélisme psychophysique*, postule aussi une différence de nature entre le cerveau et l'esprit, mais nie toute interaction causale entre eux. Enfin, Leibniz voyait une *coordination d'origine divine* qui synchronise le corps et l'esprit, par ailleurs distincts…

- Pour expliquer l'origine des objets le matérialisme s'oppose à l'idéalisme.
- En matière de valeurs morales le Bien s'oppose au Mal.

Entendement

- Faculté de comprendre, de saisir intellectuellement ou par le cœur la nature, la portée, la signification d'un être ou d'une chose.
- Ensemble des facultés de raisonnement, notamment logique.
- Fonction mentale qui ordonne les intuitions présentes à l'esprit du sujet selon des catégories générales (par exemple celles définies par Kant) pour qu'il puisse les interpréter et raisonner sur elles.

L'entendement est le sous-ensemble des facultés de l'intelligence orientées vers la compréhension.

Qu'est-ce qu'avoir compris une chose ?

C'est pouvoir intuitivement (donc instantanément) rendre présentes à l'esprit les relations de la chose avec des choses que l'on connaît déjà :

- Sur le plan (statique) du contenu, ses relations peuvent être des catégories (au sens de Kant), des représentations, des concepts, des structures, le gestalt… : sur ce plan là, *avoir compris, c'est pouvoir analyser*.
- Sur le plan (dynamique) de la création, la liste des étapes ou l'algorithme qui expliquent son existence à partir d'états connus ou de transformations précises : *avoir compris, c'est proposer des historiques de (re)constitution possibles*.

Comment comprendre une chose ?

- Sur le plan statique, il s'agit de décomposer la chose à comprendre en composantes comprises en décrivant les relations qui apparaissent. On peut chercher ces relations en passant en revue des propriétés qu'elle a et en cherchant, pour chacune, des composantes comprises qui l'ont aussi. On peut aussi, connaissant certaines des composantes, chercher des relations avec d'autres choses "candidates".
- Sur le plan dynamique, il s'agit de reconstituer les étapes (l'historique, l'algorithme) de sa création. On peut chercher, pour chaque propriété ou composante précédente, des causes d'évolution vers la chose à comprendre.

Un ordinateur peut-il « comprendre » ?

Au sens de la décomposition analytique précédente, connaissant les propriétés et relations d'un ensemble de choses un ordinateur peut chercher de manière heuristique des décompositions possibles : un esprit humain n'est pas indispensable. Même lorsque l'on ignore certaines propriétés ou relations, qu'il faut alors imaginer et avec lesquelles il faut tenter une décomposition, c'est encore possible.

L'homme commence à devenir indispensable lorsqu'il faut utiliser des analogies plus ou moins vagues ou surprenantes, parce qu'il est difficile d'avoir prévu alors toutes les règles de rapprochement ou d'invraisemblance à donner à un ordinateur, sauf peut-être s'il a un programme d'intelligence artificielle qui a beaucoup appris de cas.

Au sens de l'historique, et connaissant des situations passées et les lois d'évolution applicables, on peut en principe proposer des explications de situations constatées. Cela se fait, par exemple, avec des logiciels d'aide aux enquêtes criminelles, et des applications de recherche de risques terroristes à partir d'écoutes téléphoniques et de messages interceptés…

Ergodique

Selon le dictionnaire de l'Académie [B60]

Hypothèse, postulat ou principe qui permet de déterminer statistiquement toutes les réalisations d'un processus stochastique à partir d'une réalisation de ce processus.

Espace de travail neuronal global
Voir dans *Représentation* le sous-titre *Utilisation d'une représentation d'objet - Mémoire de travail et mémoire à long terme*.

Esprit

- Principe de vie ;
- Ame individuelle ;
- Réalité pensante et créatrice ;
- Psychisme, ensemble des processus mentaux ;
- Sujet de la conscience.

On ne peut appréhender ces concepts *non scientifiques* que par l'intuition, car ils échappent à l'expérience pratique. Et quoi qu'on fasse, ils seront peu précis.

Théorie de l'esprit (Theory of Mind)
Etude des aptitudes :

- A modéliser ses propres pensées, émotions, désirs et croyances, ainsi que celles d'autrui : [B39] page 86 ;
- A prédire l'action de l'autre.

Ces aptitudes favorisent les relations sociales et la communication. (Détails : [B45])

Essence
Philosophie : ensemble des propriétés d'un être, quasi-synonyme de *chose en soi*, « cahier des charges » de sa conception considéré indépendamment de son existence. Contrairement à un concept, cet ensemble n'est pas nommable lui-même : on parle, par exemple, de l'essence *de* l'homme.

Falsifiable
Une affirmation, une hypothèse ou une théorie est dite falsifiable si on peut imaginer (ou mieux, créer expérimentalement) une situation où elle est prise en défaut, même si on ne peut pas imaginer de situation où elle se réalise - notamment parce qu'elle est indécidable ou spéculative. Exemples :

- La loi d'Ohm « L'intensité de courant électrique à travers une résistance est proportionnelle à la différence de potentiel entre ses bornes » est falsifiable ;
- L'affirmation « Ce feu de forêt a pour origine la volonté de Dieu » est infalsifiable.

Fonctions psychiques
Jung distingue *quatre fonctions psychiques* cardinales, s'opposant deux à deux (pensée et sentiment, sensation et intuition), dont l'une, selon l'individu, deviendra petit à petit, au cours de l'enfance et de l'adolescence, son « outil de prédilection », sa *fonction principale ;* parallèlement, la fonction antagoniste de celle-ci se trouvera alors reléguée dans l'inconscient du sujet, ce pourquoi Jung l'appelle *fonction*

inférieure, tandis qu'aux deux autres, partiellement conscientes - d'où partiellement à la disposition du sujet - il donne le nom de *fonctions auxiliaires.*

Gestalt

- Ensemble structuré ou structure formant un tout qui influence les perceptions plus que ses éléments constitutifs. Exemple : une mélodie est identifiable quelle que soit la clé si les rapports de hauteur entre notes sont respectés.
- La *Gestalttheorie (gestalt-theorie)* est une doctrine affirmant que les « formes » sont les données premières de la psychologie. Synonyme : *théorie de la forme*. Des propriétés de régularité, de symétrie, de simplicité rendent un ensemble reconnaissable et prégnant.

  Un seul trait suffit pour changer notre impression globale sur autrui, *s'il a un poids suffisant* ou *s'il apparaît en premier* dans l'ensemble des qualités perçues.

Idéal du moi

Défini dans la 2ème topique de Freud, c'est une représentation de soi cherchant à accéder à des représentations idéalisées (parents, personnes admirées, projets ou activités valorisés).

Idéalisme

Voir *Idéalisme* en annexe au paragraphe *Idéalisme, matérialisme et réalisme*.

Idée

<u>Sens courant du substantif *idée*</u>

- *Une idée est un concept pur de la raison*
  Une idée (nom commun, *i* minuscule dans ce texte) est une représentation que la raison *conçoit* consciemment en tant que concept pur, par opposition aux représentations issues de perceptions de phénomènes.
- Ce qui n'existe que dans l'esprit, dans l'imagination, par opposition à ce qui existe en fait, dans la réalité.
- (Avec mise en œuvre de la puissance créatrice de l'intelligence) : conception de quelque chose à réaliser.

<u>Sens de *Idée* donné par les Grecs (Platon, etc. : I majuscule dans ce texte)</u>

Pour les Grecs l'Idée (*I* majuscule) est ce que Kant appelle une idée transcendantale, concept de la raison pure (détails : [B32], article *Idée transcendantale*). C'est une réalité d'un domaine supérieur, parfaite, intemporelle, indépendante du monde physique et de l'homme.

> (Ne pas chercher à préciser cette supériorité et cette perfection, qualificatifs traduisant une analogie avec le Ciel *au-dessus* de la Terre et *plus estimable* qu'elle parce qu'*incorruptible*.)

Kant confirme que, pour les Grecs, c'est dans l'Idée que réside l'absolue nécessité, la matière n'étant que le substrat des phénomènes :

[B12] page 545 – [C'est dans la pensée (le concept) de l'Idée] "que résidait aussi, pour eux, l'absolue nécessité."

(L'existence d'une Idée ne reposant sur aucun préalable, aucune cause ou condition naturelle, est donc une nécessité absolue : indépendante du temps, elle a toujours existé et existera toujours ; indépendante d'un homme qui la conçoit, elle est objective : *une Idée est une chose en soi*.)

Ainsi, pour un idéaliste comme un croyant, l'âme d'un homme (incorruptible et éternelle) est une Idée considérée comme une réalité objective.

<u>L'Idée est un concept métaphysique associé à un objet réel particulier</u>

Idée objective

Une Idée peut servir de modèle à un objet physique qui en serait une copie, avec sa forme distincte de sa matière : *c'est un concept métaphysique représentant un objet réel particulier*, alors qu'habituellement un concept représente une classe d'objets.

L'existence dans l'Idée de la forme d'un objet implique un encombrement (l'espace qu'il occuperait), mais pas son existence physique qui est seulement possible. *Une Idée permet donc une connaissance d'objet par concept, sans intuition* ; bien entendu, cette connaissance n'est pas factuelle comme une connaissance par intuition, elle est imaginaire et Kant souligne sa nature illusoire.

Une Idée ne peut être un concept de phénomène

L'Idée serait un concept de phénomène si ce concept pouvait contenir toutes les informations d'une description exhaustive et parfaitement fidèle du phénomène, ce qui est impossible. C'est parce qu'ils croyaient une telle description possible pour le Dieu créateur (et lui seul) que certains penseurs ont cru à tort que Celui qu'ils imaginaient existait réellement.

Une Idée peut avoir un sens spirituel et être nommée

Intelligible, l'Idée peut avoir un sens spirituel (comprenant des valeurs) et être nommée.

Comment Kant comprenait la définition d'une Idée utilisée par Platon

(Citation de la *Critique de la raison pure* [B12] page 342)

"Platon se servait du terme d'Idée de manière telle qu'on voit bien qu'il a compris par là quelque chose qui,

- non seulement n'est jamais emprunté aux sens,
- mais va même largement au-delà des concepts de l'entendement dont se servait Aristote, dans la mesure où jamais rien qui y corresponde ne se rencontre dans l'expérience.

Les Idées sont, chez Platon, des archétypes des modèles originaux des choses elles-mêmes, et non pas simplement des clefs pour des expériences possibles, comme le sont les catégories.

Selon son opinion, elles découlaient de la raison suprême, à partir de quoi elles étaient devenues partie intégrante de la raison humaine…"

(Fin de citation)

Identification

Identifier quelque chose c'est reconnaître :

- Soit sa nouveauté, soit sa ressemblance à une chose connue ;
- Soit son appartenance à une classe ou une catégorie ;
- Soit l'équivalence entre certaines de ses propriétés et des propriétés d'objets distincts.

L'identification d'un objet suppose de mettre en correspondance des indices (propriétés) de l'objet avec des images, schèmes ou concepts connus.

Imagerie cérébrale fonctionnelle (IRM, IRMf, TEP)

Enregistre les augmentations locales d'activité cérébrale pendant une tâche cognitive :

- Imagerie par résonance magnétique nucléaire : IRM. Imagerie fonctionnelle, l'IRMf met en évidence les zones actives pour une fonction donnée. Elle montre l'activité du cerveau en 3 dimensions, à raison de plusieurs images par seconde, jusqu'à l'échelle 1mm ; cette technique est indolore et sans danger.
- Tomographie par émission de positrons : TEP.

Toute fonction mentale fait intervenir un ensemble précis de régions, distribuées dans tout le cerveau et constituant un réseau neuronal fonctionnel.

Imago

Terme créé par Jung : image inconsciente d'objet (représentation-archétype), forgée précocement et origine de pulsions. Exemples : imago parentale (archétype des parents), imago paternelle, maternelle, fraternelle. Une imago joue le rôle de modèle pour les choix d'objets, qui tendent à reproduire les relations aux objets primitifs de l'enfance.

Immanent

Qui est impliqué dans quelque chose ou impliqué par cette chose.
Opposé de *transcendant*.

Immatérialisme

Source : [B152], article Immatérialisme
Mot créé par Berkeley pour désigner sa doctrine métaphysique, qu'il considère comme l'exacte antithèse du matérialisme : il n'existe réellement que des esprits, ce qu'on nomme ordinairement matière n'ayant d'autre existence que d'être perçue, et cette perception ayant pour cause directe la volonté de Dieu.

Inconscient

- <u>Substantif</u> : ensemble des phénomènes physiologiques et neuropsychiques inaccessibles à la conscience du sujet, qu'il soit éveillé ou non. L’inconscient a aussi une activité permanente de réorganisation de ses contenus. Enfin, il coopère avec le conscient dans des processus de compensation.

- Adjectif : sont inconscientes :
  - certaines activités du Moi (exemple : les mécanismes de défense) ;
  - certaines activités du Surmoi (exemple : jugement, prescriptions) ;
  - des représentations, sensations et affects qui n'ont pas atteint la valeur, l'intensité qui leur permettraient de franchir le seuil de conscience.
    Exemple : perceptions sensorielles *subliminales*.

L'inconscient est le complément psychique de la conscience dans le Soi.

Inconscient collectif

Partie de l'inconscient commune à tous les humains, donc *innée*. C'est sa partie la plus ancienne et la plus profonde (archaïque), la base de l'inconscient personnel. Contenu : fantasmes, imagos, catégories héritées, archétypes. Exemple d'archétype : l'image de Dieu héritée du passé de l'humanité [B43] pages 45-46.

Inconscient personnel

Partie de l'inconscient qui contient l'acquis de l'individu, représentations qui pourraient être conscientes et passer dans la conscience. Cet acquis fait partie de la personnalité.

Indécidable

Une affirmation qui ne peut être que toujours vraie ou toujours fausse est dite indécidable s'il n'existe pas de démonstration prouvant qu'elle est vraie, et s'il n'existe pas, non plus, de démonstration prouvant qu'elle est fausse.

> Exemple : étant donné un programme exécutable dans un ordinateur et l'affirmation « Ce programme s'arrêtera », il n'existe pas, *en général*, de démonstration prouvant que l'exécution s'arrêtera au bout d'un certain temps, ni de démonstration prouvant qu'elle ne s'arrêtera jamais. La seule façon certaine de savoir si le programme s'arrêtera est de lancer l'exécution et d'attendre…

Infalsifiable

Infalsifiable qualifie une affirmation dont on ne peut prouver la fausseté éventuelle. C'est le contraire de falsifiable. Une hypothèse (ou une théorie) est dite falsifiable si on peut imaginer (ou mieux, créer expérimentalement) une situation où elle est prise en défaut, même si on ne peut pas imaginer de situation où elle se réalise - notamment parce qu'elle est indécidable ou spéculative. Exemples :

- La loi d'Ohm "*L'intensité de courant électrique à travers une résistance est proportionnelle à la différence de potentiel entre ses bornes*" est falsifiable ;
- L'affirmation "*Ce feu de forêt a pour origine la volonté de Dieu*" est infalsifiable.

Les situations testées sont des conséquences démontrables ou des prédictions vérifiables de la théorie. Mais attention :

- Lorsqu'un phénomène prévu *ne se produit pas, son absence ne suffit pas pour réfuter la théorie* car des circonstances perturbatrices inattendues peuvent être intervenues, et il est impossible de raisonner sur quelque chose qui ne s'est pas produit.

Lorsqu'une théorie prédit une certaine valeur d'une variable et que les mesures expérimentales en fournissent une autre, la différence doit être expliquée et provenir de circonstances hors du champ de la théorie (comme la précision des mesures), sinon celle-ci doit être considérée comme fausse.

- Les prédictions testées doivent être strictement déductives (par un algorithme de calcul des prédicats ou de calcul mathématique) ; on ne peut tester aucune prédiction utilisant une induction, ni utiliser une induction pour réfuter une prédiction de la théorie.

Information

C'est un renseignement qui décrit un objet, un processus ou un événement sous forme d'une relation entre deux représentations. Exemple :

- 5 ne représente pas une information ; c'est un chiffre, représentation du nombre cinq ou du rang cinq dans une liste ordonnée.
- x=5 est une chaîne de 3 caractères, représentation de l'information :
« Il y a une relation d'égalité entre la variable représentée par x et le nombre représenté par 5. » x=5 représente bien une information.

Dans notre esprit, une relation porteuse d'information prend elle-même la forme d'une représentation, automatiquement munie de son affect. Elle est déterministe, car construite dans l'*espace de travail neuronal global* (voir *Représentation*) par raisonnement logique (l'inconscient ne manipule pas d'informations).

Toute information connue avec précision peut être écrite et manipulée dans un ordinateur sous forme de caractères, lettres et chiffres.

Introspection

Opération de la conscience lorsqu'elle s'observe elle-même.
Exemple : quand je pense à mon frère, je suis conscient de penser à mon frère.

Instances de la personnalité (systèmes psychiques) - Topiques

Dans les mécanismes du rêve

La déformation de la situation latente en situation rêvée résulte du conflit entre deux instances (systèmes) psychiques :

- *Le système qui perçoit la réalité,* qui en construit une représentation accompagnée d’un souhait à l’origine du rêve ;
- *Le système d’évaluation de la réalité en fonction des valeurs*, qui éventuellement *censure* ce souhait.

Cette structuration simplifiée du psychisme en deux parties est nécessaire pour expliquer la formation du rêve ([B47] page 593). En réalité, une structuration plus fine définit un ensemble global de « systèmes Ψ » ([B47] page 590).

Dans les mécanismes du psychisme : 1ère topique

Instances (systèmes) de cette topique :

- Système inconscient : voir Ça

- Système préconscient (chez Freud, pas Jung) : mécanismes et représentations psychiques non conscients mais susceptibles de devenir conscients.
- Système préconcient/conscient : le Moi :
  - perception ;
  - motricité volontaire ;
  - conscience de soi et morale, rattachée aussi à l'idéal du moi ;
  - critique donc censure, rattachée aussi à l'idéal du moi.

Dans la personnalité : 2ème topique

Instances (systèmes) de cette topique :

- Ça (anciennement "système inconscient") : partie la plus ancienne de l'appareil psychique et réservoir des pulsions. Ne tient pas compte de la réalité, de la logique, du temps, de la causalité.
- Moi : construit progressivement à partir du Ça, inconscient qui coopère avec la couche consciente du Moi.
- Surmoi : issu d'une division du Moi, qu'il juge et censure. Communique avec le Ça par ses parties archaïques. Comprend deux parties :
  - L'idéal du moi : représentations idéalisées des parents et personnes admirées ; projets ou activités valorisés.
  - Instance critique d'interdiction de prise de conscience et d'accomplissement des désirs.

  Instance corrélative au déclin du complexe d'Œdipe : identification aux parents, refoulements intériorisant leurs interdits, adoption des représentations des parents et de l'entourage. En outre, adaptation aux exigences sociales et culturelles.

Intelligence

- Fonction mentale d'organisation du réel en pensées, notamment en passant de perceptions intuitives à des représentations.
- L'intelligence permet à l'homme d'acquérir des connaissances, de créer des abstractions et des modèles. Cela lui permet de s'adapter à son milieu, d'adapter sa conduite aux circonstances et de poursuivre des buts conformes à ses valeurs (en l'absence de tels critères de jugement, l'intelligence n'a pas de sens).

La partie de l'intelligence orientée vers la compréhension est l'entendement.

Par l'adaptabilité qu'elle confère l'intelligence s'oppose à l'instinct, qui ne propose que des conduites héritées adaptées à des situations précises.

Intelligence artificielle

Ensembles de techniques informatiques de modélisation de certains aspects de l'intelligence. Exemples d'application : démonstration automatique de théorèmes, apprentissage d'une logique à partir de nombreux exemples, reconnaissance

d'images appliquée à la détection des faux billets de banque, diagnostics médicaux, pilotage automatique, etc.

Intemporel

Qui est étranger au temps et n'a pas non plus durée.

Intuition

Connaissance directe et immédiate, qui paraît être une vérité claire et évidente.

Item

- Linguistique : Elément d'un glossaire, consistant en un mot ou syntagme juxtaposé à sa traduction (mot ou périphrase).
- Psychométrie : Elément d'appréciation dans un test, un questionnaire. Synonyme : un item est une question élémentaire.

Libido - Energie psychique

- Chez Freud : la libido est l'énergie psychique vitale ayant sa source dans la sexualité au sens large, c'est-à-dire incluant génitalité et amour en général (de soi, des autres, des objets, des idées).
- Chez Adler, la libido vient de la volonté de puissance et du besoin de sécurisation.
- Chez Jung : la libido est une valeur énergétique caractérisant un domaine quelconque : puissance, haine, sexualité, religion, force créatrice etc., sans être une tendance spécifique.

Mana

Jung parle indifféremment de « libido » et d'« énergie psychique » ; il parle aussi de « mana, degré élémentaire du concept d'énergie psychique et très probablement d'énergie en général. » Le mana est la puissance *occulte* de l'anima. La composante *mana* de la personnalité est une des *dominantes* de l'inconscient collectif, l'archétype bien connu de l'homme fort.

L'énergie psychique a une valeur ou une intensité mesurable par la fonction psychique *sentiment*. Dans l'ensemble du psychisme l'énergie psychique a un potentiel énergétique à peu près constant. Chacun des archétypes et des instincts a une certaine énergie psychique qui lui confère une autonomie.

Mémoire de travail - Mémoire à long terme - Espace de travail neuronal global

[B40] propose dans son chapitre 5 une *Théorie de l'espace de travail neuronal global* qui rend compte du fonctionnement de la *conscience de*. Cet espace de travail virtuel reçoit des informations des systèmes d'attention, d'évaluation de valeur, de perception et de mémorisation à long terme. Il constitue la mémoire de travail, mémoire qui forme une représentation cohérente des informations reçues et la retient le temps de la transmettre aux dizaines de processeurs psychiques spécialisés interconnectés susceptibles de l'utiliser, et éventuellement aux systèmes de

commande des muscles moteurs. Une information arrivée dans l'espace de travail est immédiatement disponible.

Métacognition

Pensée sur sa propre pensée, permettant de l'analyser, de la comprendre et de la contrôler.

Métaconscience

Conscience d'avoir conscience de quelque chose.

Mnésique

Adjectif : qui a trait à la mémoire. Qualifie trois processus : la mémorisation, la rétention et la récupération. La mémorisation conserve en mémoire la trace des processus mis en œuvre par le sujet (le schéma d'attention).

Moi

Complexe de représentations corporelles et d'affects constituant le champ de la *conscience de soi*. Il se forme tout au long d'une vie pour s'adapter aux circonstances. L'adaptation utilise des fonctions psychiques : pensée ou affect, intuition ou sensation.

Le Moi est un *centre de décisions*, notamment pour les choix éthiques du sujet, et un *centre de connaissances*, notamment pour distinguer le sujet de son environnement.

Le Moi ignore l'inconscient, qui fait partie du Soi défini comme « le sujet dans la totalité de sa psyché ». Mais certaines activités du Moi sont inconscientes ; exemple : les mécanismes de défense.

Neurophysiologie

Etude de la structure et des fonctions du système nerveux ; fait partie des neurosciences.

Neurosciences

Ensemble des sciences qui étudient la structure, le fonctionnement et les fonctions du système nerveux. A l'heure actuelle, les sciences cognitives se développent en utilisant des modèles informatiques d'intelligence artificielle.

Neurotransmetteur

Message chimique d'un neurone destiné à stimuler ou inhiber l'activité d'un autre neurone. La dopamine, par exemple, est un neurotransmetteur.

Ontogenèse

Ensemble des processus qui conduisent de la cellule œuf d'un être vivant à l'adulte reproducteur.

Ontologie
Substantif utilisé en philosophie. Significations :

- Partie de la philosophie qui a pour objet l'étude des propriétés les plus générales de l'être, telles que l'existence, la possibilité, la durée, le devenir.
  Synonyme : *philosophie première*.
- Etude ou connaissance de ce que sont les choses en elles-mêmes en tant que substances par opposition à l'étude de leurs apparences ou de leurs attributs.
- Par extension : théorie sur l'être ; ensemble de vérités fondamentales de l'être.
- Chez Kant : science qui prétend connaître Dieu par déductions (analyse) à partir de son concept, sans passer par l'expérience, et qui tombe sous le coup de la *critique de la preuve ontologique* :

  > Citation de [B12] page 536 : "…la malheureuse preuve ontologique, qui ne véhicule avec elle rien qui pût satisfaire ni l'entendement naturel et sain ni l'examen méthodique."

Perception
Opération par laquelle l'esprit, en organisant les données sensorielles, se forme une représentation des objets extérieurs et prend connaissance du réel. Cette opération met en œuvre les mécanismes psychiques d'intuition, d'intelligence et d'entendement. La représentation ainsi construite est appelée *perception*.

Persona
Chez Jung : fragment de la psyché collective d'un individu à travers lequel se met en place le rapport avec les objets. C'est un dispositif d'adaptation au monde développé dans ses rapports avec lui.

La persona est ce que chacun représente pour lui-même et pour son entourage ; c'est une apparence, un masque à travers lequel s'expriment des représentations et valeurs de la psyché collective. Le Moi conscient s'identifie à sa persona.

Personnalité
Ensemble de conduites stable, considéré sous un angle qui fait son unité.

Phénomène
Un phénomène est un fait objectif, observé ou observable, susceptible de se reproduire. C'est une réalité extérieure perçue ou perceptible par l'homme, qui peut la comprendre et la décrire.

En langage courant, le mot phénomène désigne :

- Tantôt *une situation* (l'état d'un système à un instant donné) ;
- Tantôt *une évolution* dans le temps et/ou l'espace, tous deux observables et susceptibles de se reproduire ; exemple : le phénomène des marées.

1er sens (scientifique)

Fait objectif, observé, susceptible de se reproduire, donc appartenant à une classe. Exemples : la physique est basée sur des phénomènes, qu'elle décrit par des lois ; la chute d'une pierre est un phénomène de la classe des effets de la pesanteur.

2ème sens (philosophique)

Quelque chose dont on a conscience, qui peut se reproduire, acquérir une valeur objective et faire l'objet d'une connaissance. C'est une *classe* dont les objets partagent des propriétés. Exemple : phénomènes de propagation de la lumière, d'attraction universelle.

Plasma

Un plasma est un fluide, comme les liquides et les gaz, mais constitué en tout ou en partie de particules électriquement chargées (électrons, ions positifs). On les obtient spontanément en chauffant la matière à des températures de l'ordre de 10 000 degrés. Les interactions entre particules chargées sont régies par la loi de Coulomb (potentiel d'interaction en $1/r$) et la décroissance très lente de ce potentiel en fonction de la distance confère aux plasmas des propriétés particulières : interactions lointaines et multiples dominantes, effets « collectifs ».

Postulat

Substantif

Philosophie : proposition qui n'est pas évidente par elle-même, mais qu'on est conduit à recevoir parce qu'on ne voit pas d'autre *principe* auquel on puisse rattacher soit une vérité qu'on ne saurait mettre en doute, soit une opération ou un acte dont la légitimité n'est pas contestée. Exemple : postulat du déterminisme.

Par extension : Règle qui est admise de façon implicite et sur laquelle se fonde un système de pensée.

Ne pas confondre avec axiome : le postulat se distingue de l'axiome en ce que son évidence n'est pas reconnue ; il n'est qu'une hypothèse.

Postuler (verbe) c'est affirmer ou supposer un postulat.

D'après le *Dictionnaire de l'Académie* [B60], en philosophie postulat est synonyme de *principe* et de *prémisse* (synonymie inexacte, hélas).

Préconscient

Partie de l'inconscient qui contient des mécanismes et représentations susceptibles de devenir conscients. Son contenu reste non conscient tant qu'il n'a pas été transmis à la conscience. Un mécanisme de censure basé sur des valeurs peut bloquer les passages entre inconscient et préconscient, et entre préconscient et conscience.

Prédicat

Qualité, propriété en tant qu'elle est affirmée ou niée d'un sujet. Synonyme : *attribut*.

Primaire (adjectif)
Qualifie certains types de processus, de mécanismes de défense, d'identification, etc. que l'on rencontre dans le Ça. Qualifie aussi des modes d'organisation : hystérie primaire, analité primaire, etc. Synonymes : précoce, profond.

Selon Freud, les processus primaires ont pour but l'adéquation de la pensée inconsciente au *principe de plaisir*.

En psychanalyse, primaire désigne aussi l'irreprésentable, ce dont on ne peut se souvenir mais qu'il faut reconstruire. C'est aussi le premier stade du développement psychique, où ce qui est primaire existe à la naissance, alors que ce qui est secondaire est acquis ultérieurement et en dérive.

Principe

Définitions d'un principe du dictionnaire de l'Académie [B60]

- Proposition posée au début d'une déduction, ne se déduisant elle-même d'aucune autre dans le système considéré, et par suite mise, jusqu'à nouvel ordre, en dehors de toute discussion : c'est donc une hypothèse.
- Loi de portée générale relative à une science, notamment la physique, non démontrée mais vérifiée par ses conséquences.

Exemples : principe de conservation de l'énergie ; principe de Carnot ; principe de causalité ; principe de contradiction ; principe d'identité ; principe du milieu exclu ; principe de la raison suffisante, etc.

Définitions selon un dictionnaire philosophique
Un principe est un commencement, un point de départ :

- Au point de vue de l'existence due à une cause, un principe est l'origine d'un effet.
- Au point de vue logique, c'est une proposition posée au début d'une déduction ou une des propositions directrices d'une science.
- Au point de vue d'une action, c'est une formule qui la régit, comme dans « Procéder par principes ».

Principe de plaisir
Source : [B271]
Principe énoncé par Freud : les processus psychiques inconscients tendent à l'obtention du plaisir ; l'activité psychique se retire des opérations qui peuvent susciter du déplaisir. Ce principe s'oppose au principe de réalité.

Principe de réalité (test de réalité)
Source : [B271]
Principe énoncé par Freud en 1911 : le psychisme primitif tendait à la satisfaction hallucinatoire des désirs ; c'est la déception due à la non-satisfaction par l'hallucination qui conduit le psychisme à se représenter le réel tel qu'il est.

Ce principe apparaît postérieurement au principe de plaisir, pour en limiter la toute-puissance ; il instaure un processus secondaire.

Processus

Mécanisme mental mis en œuvre par un sujet, enchaînement d'opérations mentales :

- Elaboration de concepts ;
- Jugements d'une affirmation (jugements vrai/faux et jugements de valeur) ;
- Raisonnements (déduire une affirmation d'autres, tenues pour vraies) ;
- Organisation par l'entendement de connaissances présentes à l'esprit :
  - Classification : affirmer qu'un objet fait partie d'un ensemble (exemple : le fromage est un aliment, le chocolat aussi), ou qu'un objet a une certaine propriété.
  - Comparaison : comparaison d'éléments (plus petit, plus grand, égal, différent) et proportionnalité.
  - Sériation : ordonner des éléments selon une dimension croissante ou décroissante.
  - Dénombrement : compter des objets quel que soit leur ordre.
  - Opérations formelles : raisonner sur des abstractions, des propositions logiques et des hypothèses, et faire des déductions.

Psychanalyse

- Procédé d'investigation des phénomènes inconscients ;
- Méthode thérapeutique des troubles névrotiques ;
- Partie de la psychologie.

Psyché

Psychologie : Ensemble des comportements individuels conscients et inconscients, par opposition à ce qui est purement organique. C'est un assemblage de *complexes* contradictoires.

Le conscient est la frange adaptative de la psyché. Au conscient incombe l'adaptation au monde, ses soucis, ses difficultés, ses tensions. Le reste de la psyché est déroulement végétatif, voire végétal de la vie. ([B43] page 207 - Note du Traducteur)

Selon Jung, la psyché est un système autorégulateur : si le conscient est dans une position trop unilatérale, l'inconscient tend spontanément à en rétablir l'équilibre en créant un symbole.

Psychiatrie

Partie de la médecine qui étudie et traite les maladies mentales et les troubles du psychisme.

Psychisme

Ensemble, conscient ou inconscient, considéré dans sa totalité ou partiellement, des phénomènes et processus relevant de l'esprit, de l'intelligence et de l'affectivité, et constituant la vie psychique. Cet ensemble comprend les phénomènes conscients,

relevant de l'état d'éveil, et les phénomènes non conscients présents que le sujet soit éveillé ou non.

Synonyme : appareil psychique.

Psychologie

A l'origine branche de la philosophie qui étudiait l'âme, aujourd'hui discipline scientifique qui étudie le psychisme. Comprend une dizaine de branches : psychanalyse, psychologie clinique, psychologie expérimentale, psychopathologie, psychologie du développement, psychologie de l'éducation, psychologie cognitive, neuropsychologie, psychologie sociale, psychologie du travail et des organisations…

Psychologie cognitive

Science de la cognition.

Psychopathologie

Science des maladies et des troubles psychiques.

Psychose

Affection psychique grave, dont le malade n'a pas conscience, caractérisée par une désintégration de la personnalité accompagnée de troubles de la perception, du jugement et du raisonnement.

Psychosomatique

Adjectif : qui se rapporte à l'influence du psychisme sur l'organisme.

Pulsion

Psychanalyse : Poussée du *somatique* s'imposant à l'appareil psychique. La pulsion crée dans l'organisme un état de tension propre à orienter sa vie fantasmatique et sa vie de relation vers des objets, et suscitant des besoins dont la satisfaction est nécessaire pour que la tension tombe.

La pulsion a une *source* somatopsychique, un *but* dont dépendent satisfaction et décharge d'énergie, et un *objet* par rapport auquel le but peut être atteint. Si le but n'est pas atteint, il y a frustration et accroissement désagréable de la tension.

Qualité (propriété, en anglais : quale)

Quale (pluriel : *qualia*) est une propriété donnée considérée indépendamment d'objets auxquels elle s'applique ou s'appliquerait ; c'est l'essence d'une propriété particulière.

Réductionnisme

On appelle *réductionnisme* un principe d'explication d'un phénomène complexe par une seule de ses composantes, censée suffire à rendre compte des autres. Cette définition s'applique notamment au vivant, lorsque les phénomènes de niveau supérieur sont expliqués à partir du niveau inférieur : le psychisme est expliqué à partir de la seule biologie, et celle-ci à partir de la chimie et de la physique. Le

réductionnisme est donc une méthode d'explication par schématisation, approche scientifique nécessairement analytique.

Avec une approche réductionniste, les propriétés d'un tout doivent se déduire de celles *d'une* de ses parties.

Exemple de réductionnisme : la théorie de l'évolution

Cette théorie, publiée par Darwin en 1859, a été approfondie depuis par l'apport de la génétique et de la théorie des attracteurs de Prigogine. Elle constitue un bon exemple de réductionnisme : l'évolution de toutes les espèces vivantes peut s'expliquer à l'aide d'un seul mécanisme de la vie, la transmission génétique, dont les « accidents » observés lors des mutations sont dus à l'existence de solutions à faible probabilité des équations linéaires décrivant l'évolution des vecteurs d'état en Mécanique quantique ; ces accidents affectent les liaisons moléculaires du génome. A ce mécanisme de mutation s'ajoutent deux autres phénomènes : l'expression des gènes et la sélection naturelle.

Refoulement

Mécanisme de défense par lequel le sujet repousse ou maintient dans l'inconscient des pensées, images ou souvenirs en conflit avec une valeur consciente.

Représentation

Voir paragraphe *Représentation*.

Réseau neuronal

Ensemble de neurones interconnectés, c'est l'organisation fondamentale du tissu nerveux. Chaque neurone communique, par signaux d'excitation et d'inhibition, avec d'autres neurones.

Par extension, c'est un ensemble d'ordinateurs interconnectés exécutant une application d'intelligence artificielle (exemples : reconnaissance d'images ou de billets de banque faux ; simulation de réseau de neurones cérébraux : voir [B49]).

Schéma d'attention

Voir cette expression dans *Mémorisation des étapes d'une action - Schéma d'attention*.

Schème

- Type, principe ou catégorie dont relève quelque chose ; principe général d'organisation.
- En psychologie : forme générale ayant une organisation interne ainsi qu'une action organisatrice et structurante. Exemples : schème de pensée, schème perceptif.
- Schème transcendantal de Kant : représentation intermédiaire entre les phénomènes perçus par les sens et les catégories de l'entendement.

Exemple : le nombre est le schème de la catégorie "unité, pluralité, totalité".

Secondaire (adjectif ou nom de système)
En psychologie : besoin ou renforcement d'un besoin dérivant du primaire.

Selon Freud, les processus secondaires ont pour but l'adéquation de la pensée consciente au *principe de réalité*. Modifications des processus primaires de l'inconscient, ils coopèrent avec eux pour les réguler ou les inhiber.

Sémantique
Dans ce texte, c'est un adjectif, mot savant pour *signification*. Un texte peut être syntaxiquement correct (on dit *bien formé*) tout en n'ayant pas de signification ou en étant absurde.

Seuil de conscience
(Selon les expériences de [B40] pages 185 et 196-197)

La *conscience de* possède un seuil temporel, un point de non-retour : un stimulus bref va rester *subliminal*, tandis qu'un autre à peine plus long sera pleinement visible. La prise de conscience a un fonctionnement tout-ou-rien : avant il n'y a pas de *conscience de*, après il y a *conscience de*. L'état de la conscience change, preuve supplémentaire que la *conscience de* est un état, pas une action ; c'est la transmission du stimulus qui est une action. Une prise de conscience excite des neurones dans l'ensemble du cerveau, pas dans une petite partie comme le fait un stimulus resté subliminal.

Le cerveau est parcouru d'incessantes fluctuations aléatoires. Ce « bruit » neuronal s'ajoute à l'activité sensorielle et fait varier les chances de franchir le seuil. […] Lorsque les fluctuations spontanées s'alignent avec le stimulus sensoriel, les chances de celui-ci d'être perçu augmentent ; lorsque l'activité spontanée entre en compétition avec l'image entrante, la probabilité de celle-ci d'être détectée diminue.

Soi
Définit la personne dans son unité et son individualité. Siège de l'ensemble de l'activité psychique, « sujet dans la totalité de sa *psyché* ». Ensemble de la personnalité *englobant le conscient et l'inconscient*. L'influence du Soi se manifeste dans la nature particulière des éléments de l'inconscient qui viennent compenser et contrebalancer la situation consciente [B43] page 13.

Somatique (système nerveux)
Source : [B271], article *Système nerveux*
Sur le plan fonctionnel, le système nerveux comporte :

- *Le système nerveux autonome* (ou végétatif, ou neuro-végétatif, ou viscéral), qui comprend le système sympathique et le système parasympathique ;
- *Le système nerveux de la vie de relation* (ou système somatique) qui comprend les systèmes sensoriels (depuis la prise de relation par les récepteurs jusqu'à l'intégration centrale dans les aires de projection puis d'association), et le système neuromusculaire.

L'adjectif somatique signifie donc : qui a trait au système nerveux de la vie de relation.

Spiritualisme

En tant que doctrine, le spiritualisme affirme :

- La spiritualité (immatérialité) de l'âme, distincte et indépendante du corps ;
- La possibilité d'une action de l'esprit sur la matière, l'esprit étant supérieur à la matière bien que son activité puisse en être dépendante.

Le mot spiritualisme est souvent entendu au sens philosophique d'idéalisme. La doctrine spiritualiste affirme alors que seul l'esprit est absolu, que c'est la seule réalité, et que toute matière et toute vie en dépendent.

Au sens psychologique, le spiritualisme postule que les phénomènes psychiques ne peuvent se réduire à des phénomènes physiologiques : ce sont des facultés de l'âme.

Au sens moral, la primauté de l'esprit sur la matière fait que c'est l'esprit qui crée spontanément les valeurs morales, sans intervention de la nature ou de l'homme. Ces valeurs sont absolues et régissent l'activité de l'homme.

Critique

On appréciera le caractère vague des notions d'esprit et d'âme, ainsi que le caractère arbitraire des croyances en une supériorité (?) de l'esprit et l'existence de valeurs morales absolues, indépendantes des circonstances historiques et culturelles.

Subconscient (nom et adjectif)

Souvent synonyme d'inconscient. Le subconscient est une *conscience* dont les phénomènes psychiques sont perçus avec moins d'intensité, plus faiblement que ceux de la conscience proprement dite ; l'adjectif subconscient s'applique donc à *tous* les actes psychiques. Une pensée ou représentation subconsciente n'a donc pas de seuil à franchir pour devenir consciente : la conscience y a toujours accès. Au contraire, l’inconscient est inaccessible à la conscience immédiate.

L'expression « inconscient cognitif » est synonyme de subconscient ; c'est le siège des opérations *subliminales*.

Subliminal

[En parlant d'un stimulus] Qui n'atteint pas un seuil suffisant pour provoquer une excitation sensorielle. Ainsi, une même image est *subliminale* (invisible) lorsqu'elle apparaît moins de 40 ms (millisecondes) et *supraliminale* (visible) lorsqu'elle apparaît plus de 60 ms.

Subsumer, subsomption

Subsumer c'est penser un cas particulier sous un concept (classe générale) : une variété sous une espèce, une espèce sous un genre ; c'est aussi considérer un fait (une expérience) comme régi(e) par une loi. Un jugement est une *subsomption*.

Exemple de raisonnement : syllogisme avec conditionné et inconditionné

« Un chien est un animal ; Médor est un chien ; donc Médor est un animal. »

Proposition majeure (sujet : chien)	Proposition mineure (sujet : Médor)	Conclusion

Une relation de subsomption est ensembliste

- Dans « Un chien est un animal » l'ensemble des chiens est inclus dans l'ensemble des animaux.
- Dans « Médor est un chien » Médor est un élément de l'ensemble des chiens.
- Dans « Médor est un animal » Médor est un élément de l'ensemble des animaux, car l'inclusion de l'ensemble des chiens dans celui des animaux fait que tout chien est un animal.

Surmoi

Voir *Instances de la personnalité (systèmes psychiques) - Topiques*.

Synchronique

Qui étudie ou présente des événements, des éléments, des objets d'analyse en tant qu'ils sont contemporains, en dehors de leur évolution. Opposé : diachronique.

Syntaxe

En logique, dans un langage formalisé : la syntaxe décrit l'alphabet utilisé, les règles de construction des expressions bien formées, ainsi que les règles de déduction opérant à partir des axiomes. Connaître la syntaxe d'un langage permet d'écrire un texte correctement, pas d'en connaître le sens, qui relève de la sémantique.

Système

Selon le *Dictionnaire de l'Académie* [B60]

Construction de l'esprit

- Ensemble de propositions, de principes et de conclusions, qui forment un corps de doctrine ;
- Construction théorique cohérente, structurée, qui rend compte d'un ensemble de phénomènes. Cette définition est souvent utilisée pour désigner un objet physique, plus ou moins complexe, avec ou sans les liaisons internes entre ses parties.

Exemples

- Mathématiques : système d'équations que les valeurs des variables doivent satisfaire toutes simultanément.
- Physique : un pendule, masse oscillant autour d'un axe sous l'action de la pesanteur ou d'un ressort.

- Astronomie : le système solaire est un ensemble de satellites du soleil (planètes, astéroïdes, comètes) dont les orbites et mouvements sont régis par les trois lois de Kepler et la Relativité générale.
- Logique : un système formel est composé d'un vocabulaire, d'un ensemble d'axiomes et d'un ensemble de règles de déduction. C'est un langage permettant d'écrire et de déduire des propositions logiques.

Chez Kant

Définition et structure d'un système

(Citation de *Critique de la raison pure* [B12] page 674)

"J'entends par système l'unité des diverses connaissances sous une *Idée*.

Cette dernière [(l'Idée)] est le concept rationnel de la forme d'un tout, en tant que, à travers ce concept, la sphère du divers [(l'ensemble des informations des connaissances)] aussi bien que la position des parties les unes par rapport aux autres [(les relations entre les connaissances)] sont déterminées a priori.

Le concept scientifique de la raison [les informations de cette Idée, son essence idéelle] contient donc le but et la forme du tout qui est congruent avec ce but.

[Exhaustivité, non-redondance et structure des relations, et leur extension précise]

L'unité du but auquel toutes les parties se rapportent et dans l'Idée duquel elles se rapportent aussi les unes aux autres fait que l'absence de chaque partie peut être repérée à partir de la connaissance des autres [complétude des connaissances et des liens entre elles], et qu'aucun ajout contingent ne peut y trouver une place [il ne faut ni redondance ni hors-sujet], ni aucun *quantum* indéfini de perfection qui ne possède ses limites déterminées *a priori.*

> [Critique : le jugement de valeur « perfection » surprend dans la définition d'un système qui se voudrait objectif.]

Le tout est donc articulé [structuré], et non pas produit par accumulation ;"

(Fin de citation)

Importance de cette définition d'un système

La définition de Kant est exactement celle d'une base de données, publiée pour la première fois dans [B50]. La présence de millions de bases de données accessibles aux utilisateurs d'Internet est une des raisons de l'intérêt de ce réseau mondial.

Cette définition est aussi un exemple de règle architectonique de connaissances, et les 5 opérateurs ensemblistes cités dans [B50] constituent un ensemble complet de recherche de données informatiques connaissant leur contenu (indépendamment de leur structure).

Téléologie - Téléologiste

Philosophie : doctrine qui considère que dans le monde tout objet ou être vivant :

- a été créé dans un but précis par la volonté d'un Etre originaire ;
- et que les êtres organisés ont reçu une constitution « optimisée » pour la vie.

Cette doctrine conçoit le monde comme un système de relations, de rapports entre des moyens et des fins. Synonyme : *finalisme*. - Opposé : *mécanisme*.

Les *téléologistes* (ceux qui professent la téléologie, par exemple les chrétiens) justifient leur doctrine par le refus de croire que l'ordre et l'harmonie qu'ils constatent dans le monde puissent être dus à un hasard aveugle (voir *Principe de fatalisme*). C'est là une justification psychologique : « Je crois cela parce que je serais choqué qu'il en fût autrement » ; elle n'a aucune valeur rationnelle, mais elle rassure les esprits que le froid déterminisme effraie.

Commentaire
La doctrine téléologique est incompatible avec l'attitude scientifique, qui n'explique jamais une disposition ou une loi naturelle en invoquant une finalité ou un étonnement. Sur ce point la foi des religions monothéistes est incompatible avec la science.

Tétrapodes

Ensemble de tous les vertébrés, surtout aériens et terrestres, primitivement munis de quatre membres marcheurs (Amphibiens, Reptiles, Oiseaux et Mammifères).

Topique

Freud a défini deux topiques, points de vue particuliers du psychisme. Une *topique* est un sujet du discours, défini comme « ce dont on dit quelque chose », « ce qui est donné comme thème », par la question d'un interlocuteur ou par la situation, par opposition au *commentaire*, qui est « ce qui est dit de la personne ou de la chose » :

- 1ère topique : inconscient, préconscient et conscience.
- 2ème topique : Ça, Moi et Surmoi.

Transcendant

Adjectif (philosophie) :
Qui se situe au-delà de toute expérience physique, qui est externe à l'Univers.
Sont transcendants : Dieu créateur du monde et l'âme humaine. Une éventuelle intervention divine dans l'Univers serait transcendante.

Certains philosophes croient que l'esprit de l'homme a une origine transcendante, parce qu'en tant qu'ensemble d'abstractions les pensées ne peuvent provenir de causes matérielles (aucune cause physique ne produit d'abstraction).

Cette opinion est erronée : toute pensée est quelque chose dont un individu se rend compte lorsque ses neurones interprètent des représentations issues de sa conscience ou des impressions issues de son inconscient : il est conscient de penser. Descartes écrivait : je pense, donc je suis (c'est-à-dire j'existe).

Une pensée résulte d'une transmission d'excitations entre neurones interconnectés : un cerveau vivant a un réseau de neurones qui génère continuellement des pensées interprétant son propre état. Ce que perçoit notre psychisme à un instant donné est un état du cerveau (voir *Conscience de*).

Une pensée humaine est abstraite comme toute interprétation, exactement comme les résultats produits par un ordinateur dont un programme interprète les données de sa mémoire, certaines appartenant au programme lui-même.

Quant à la notion d'esprit humain, c'est aussi une abstraction, synthèse de fonctions construite par l'homme à partir d'autres abstractions, et sans rapport avec une propriété physique. Ce n'est pas parce que l'homme peut *imaginer* des objets ou des causes *externes* à l'Univers (transcendantes) qu'elles existent *dans* l'Univers ou y exercent une influence : pour des raisons de transmission d'énergie et de vitesse d'expansion de l'Univers, aucune situation ou action physique dans l'Univers ne peut résulter d'une cause extérieure à l'Univers ou avoir un effet extérieur à l'Univers. Seule la pensée humaine peut franchir les frontières de l'Univers, parce qu'elle ne manipule pas d'énergie, et elle ne peut le faire que par imagination.

Ne pas confondre transcendant et transcendantal (défini dans *Qu'entend Kant par transcendantal ?* [D2]).

Transcendantal
Voir article *Qu'entend Kant par transcendantal ?* [D2]
http://www.danielmartin.eu/Philo/Transcendantal.pdf

Transmigration
Philosophie : Passage d'une âme d'un corps dans un autre.
Synonyme : métempsycose (métempsychose).

Valeur

Selon le *Dictionnaire de l'Académie*

- Evaluation d'une chose, en fonction de son utilité ou par comparaison à un étalon ou une unité ;
- Qualité objective correspondant à un effet souhaité, à un but donné ;
- Qualité de ce qui est désiré ou estimé, ou au contraire rejeté, redouté.

Exemples de valeurs : vérité, justice, amour, beauté, etc.

Toute valeur est en même temps objet d'un désir et objet d'un jugement : le désir est la cause, le jugement, l'arbitre ; si l'un de ces deux facteurs disparaît, il n'y a plus de valeur.

Dans l'esprit humain, chaque valeur est automatiquement associée à un ou plusieurs *affects* sur lesquels le jugement peut se baser.

En plus des valeurs positives précédentes, il y a des valeurs négatives correspondant à ce qui est détesté, craint, etc.

Une valeur « secondaire » peut être créée par une réflexion ou une interprétation de situation, en respectant d'éventuelles valeurs plus fortes.

Les valeurs d'une personne qui s'appliquent à une situation donnée sont ordonnées ; en cas de choix entre deux valeurs, le jugement se base toujours sur la plus forte.

Les valeurs d'une personne sont toujours accompagnées d'apriori issus de son héritage génétique, de sa culture ou de son expérience, et agissant dans son subconscient. En France, par exemple, beaucoup de gens craignent les OGM et les retombées de la science ou de la mondialisation.

Chez Kant

Kant se méfie des inclinations car elles peuvent influencer la raison vers le mal.

(Citation de *Métaphysique des mœurs* (1797) - Tome II page 107)
"Tous les objets des inclinations ont simplement une valeur conditionnelle ; car si les inclinations et si les besoins qui s'y enracinent n'existaient pas, leur objet serait sans valeur.

[Kant postule l'existence d'une valeur absolue de certaines choses]
Mais les inclinations elles-mêmes, en tant que sources du besoin, ont si peu une valeur absolue, telle qu'on puisse souhaiter les ressentir, que le souhait universel de tout être raisonnable doit être bien plutôt de s'en voir totalement libéré.

Ainsi la valeur de tous les objets susceptibles d'être acquis par notre action est-elle toujours conditionnée.

[En effet, la valeur qu'un sujet attribue à un objet ou service achetable est le montant maximum qu'il est prêt à payer pour l'acquérir.]

Les êtres dont l'existence repose en vérité, non sur notre volonté [comme lors d'un achat], mais sur la nature, n'ont toutefois, s'il s'agit d'êtres dépourvus de raison, qu'une valeur relative, en tant que moyens*,* et se nomment par conséquent des choses *;*

en revanche, les êtres raisonnables sont appelés des personnes*,* parce que leur nature les distingue déjà comme des fins en soi, c'est-à-dire comme quelque chose qui ne peut pas être utilisé simplement comme moyen, et par conséquent, dans cette mesure, limite tout arbitre (et constitue un objet de respect)."
(Fin de citation)

La valeur absolue de l'homme
Métaphysique des mœurs page 122 – "L'essence des choses ne se transforme pas en fonction de leurs rapports externes, et ce qui, sans que ceux-ci soient pris en compte, constitue à lui seul la valeur absolue de l'homme, c'est aussi ce par référence à quoi il doit être jugé par qui que ce soit, y compris par l'Être suprême."

La raison n'est pas non plus une valeur
La raison n'est pas non plus une valeur, contrairement à l'opinion de Kant et de Descartes : la raison n'est qu'un outil au service des instincts, pulsions et désirs dominants du moment.

Structure axiomatique hiérarchisée des valeurs d'un individu

La structure des valeurs d'un individu constitue une axiomatique hiérarchisée. *Les axiomes de base sont des valeurs incorporées à l'inconscient*, considérées par l'individu comme allant de soi. L'individu les tient de son patrimoine génétique, de la

culture dont il hérite, de son éducation et de son expérience. Bien qu'elles puissent changer avec le temps et l'expérience de la vie, la conscience ne peut y accéder ; elle ne peut ni les créer ni les modifier. Les axiomes de base sont accompagnés de règles d'application non explicites permettant des jugements de valeur et la déduction par la conscience de *valeurs secondaires*.

La conscience peut connaître n'importe quelle valeur en se posant des questions du type : « Est-ce bien ou mal de… ? », « Est-ce que j'apprécie… ? » ou « Est-ce que je dois… ». Elle peut aussi, en réfléchissant, se créer des valeurs secondaires à partir des valeurs de base, et elle peut les enregistrer dans la mémoire pour s'y référer ultérieurement.

Lorsqu'un individu peut baser une décision d'action sur une valeur, *A*, ou une autre, *B*, c'est celle qui est placée le plus haut dans la hiérarchie qui prévaut. Si j'ai le choix entre gagner un million et préserver ma vie, par exemple, je choisis de vivre.

6.6 Notes, ouvrages et articles cités

[B1] Albert Einstein – *La relativité – Théorie de la Relativité restreinte et générale (1916) – La Relativité et le problème de l'espace* – Traduit d'après la quatorzième édition allemande - Petite Bibliothèque Payot (2001)

[B2] Université de Berkeley – *Cours de physique* (éditions Dunod) - 5 tomes :
1 – *Mécanique* ; 2 – *Electricité et magnétisme* ; 3 – *Ondes* ; - 4 – *physique quantique* ; 5 – *Physique statistique*.

[B3] Cours *Mécanique quantique* par Claude Cohen-Tannoudji (prix Nobel de physique 1997), Bernard Diu et Franck Laloë, éditions Hermann.

C'est le seul cours que je connaisse qui soit *parfait* : aucune erreur scientifique, aucune faute de français ou d'orthographe, pédagogie si exemplaire que c'est un des très rares cours de physique français traduits en anglais, texte si clair qu'on peut l'étudier seul (je l'ai fait : compter deux mille heures pour ses 1480 pages, si on a le niveau mathématique suffisant, notamment une bonne compréhension des espaces de Hilbert).

[B4] Cours *Relativité générale* par Thomas A. Moore – Traduit par Richard Taillet – Editions De Boeck Supérieur (2014) – 481 pages. – Excellent cours, vivement recommandé aux personnes qui veulent apprendre la Relativité générale.
Il y a aussi un site d'accompagnement http://pages.pomona.edu/~tmoore/grw/ et un manuel d'exercices http://pages.pomona.edu/~tmoore/grw/studentmanual.pdf .

[B5] *Encyclopédie Universalis 2012*

[B6] *Encyclopædia Britannica 2012*

[B7] *Handbook of Physics* – Editions Springer (2006) – 1181 pages – 71.35€
Aide-mémoire très complet de la physique : lois, formules, expériences, mesures et valeurs des constantes. Une mine de renseignements qui sert constamment.

[B8] *Chaos and Fractals – An Elementary Introduction* par David P. Feldman
Oxford University Press (2014) – 408 pages – Recommandé pour débuter car sa pédagogie est excellente. - Niveau nécessaire : anglais lu ; mathématiques : classe de seconde.

[B8-2] *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science* par Peitgen, Jürgens et Saupe – Springer (2ème édition, 2004) – 864 pages

[B8-3] *Hasard et chaos* par David Ruelle – Odile Jacob (2010)

[B8-4] *In the Wake of Chaos* par Stephen H. Kellert – The University of Chicago Press (1993)

[B8-5] Livre *The Essence of Chaos* par Edward N. Lorenz (1993) (University of Washington Press).

[B9] Effet Casimir - http://math.ucr.edu/home/baez/physics/Quantum/casimir.html

[B10] *Some Frequently Asked Questions About Virtual Particles*
http://math.ucr.edu/home/baez/physics/Quantum/virtual_particles.html

[B11] Livre *De la quadruple racine du principe de la raison suffisante* par Arthur Schopenhauer (1813, remanié en 1847), publié par Librairie Germain Baillière et Cie en 1882 - http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5400813b

[B12] Livre *Critique de la raison pure* (1781 et 1787) par Emmanuel Kant (traduction Alain Renaut - Flammarion, 3e édition, 2006 - 749 pages – 9.30€).

[B13] Livre *Our Mathematical Universe* par Max Tegmark – Editeur : Alfred A. Knopf, New York (2014)

[B14] Site Astronomie & Astrophysique - https://www.astronomes.com/

Chat de Schrödinger : https://www.astronomes.com/le-big-bang/chat-schrodinger/

[B15] Article *Démonstration élémentaire du théorème de M. Borel sur les nombres absolument normaux et détermination effective d'un tel nombre* par W. Sierpinski – Bulletin de la S.M.F., tome 45 (1917), p. 125-132.
http://archive.numdam.org/article/BSMF_1917__45__125_1.pdf

[B16] Article *Randomness as a resource* (2001) dans American Scientist Volume 89 n° 4 July-August 2001 pages 300-304
http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download;jsessionid=3B575D38F4192FB0A4D45DDF09141B23?doi=10.1.1.365.1498&rep=rep1&type=pdf

[B17] Article de Dominique Lefebvre - *Le modèle de Lotka-Volterra - Un modèle de dynamique des populations* http://www.tangentex.com/LotkaVolterra.htm

[B18] Article de Florin Diacu *Henri Poincaré et la découverte du chaos*
http://archimede.mat.ulaval.ca/amq/bulletins/mai13/06-Fe.pdf

[B19] Article de Peter Grassberger et Itamar Proccaria *Measuring the strangeness of strange attractors* (Physica D: volume 9, octobre 1983, pages 189-208)
https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167278983902981?via%3Dihub

[B20] Doublement périodique vers le chaos : voir chapitre 10 de *Does God Play Dice ? The New Mathematics of Chaos (2nd edition)* de Ian Steward (2002, Wiley-Blackwell)

[B21] Article *Halte au hasard, silence au bruit* publié dans *La querelle du déterminisme* (1990), éditions Gallimard. Cet article a été écrit par René Thom, mathématicien médaille Fields.

[B22] Animations montrant de la turbulence :

- Site efluids media galleries
  http://media.efluids.com/galleries/turbulence?filter_by=image

- CENTER FOR TURBULENCE RESEARCH:
    - https://ctr.stanford.edu/image-gallery
    - https://ctr.stanford.edu/ctr-video

[B23] Livre d'André Comte-Sponville *L'être-temps* publié en 1999 aux PUF dans la collection "Perspectives Critiques".

[B24] Livre *La fin des certitudes* par Ilya Prigogine, prix Nobel de chimie 1977*,* publié chez Odile Jacob en 1996.

[B25] Livre de Margaret Mitchell - *Complexity - A Guided Tour* (Oxford University Press, 2009) - Ouvrage très instructif, décrivant de nombreuses découvertes récentes sur des problèmes de complexité et des méthodes pour les résoudre.

[B26] Article *Bekenstein-Hawking entropy* (2008) par – Jacob D. Bekenstein, Racah Institute of Physics, The Hebrew University of Jerusalem, Jerusalem, Israel http://www.scholarpedia.org/article/Bekenstein-Hawking_entropy

[B27] Article *Sur une courbe qui remplit toute une aire plane* par Giuseppe Peano, Math Ann. 36, (1890) pages 157-160.

[B28] Article *Über die stetige Abbildung einer Linie auf ein Flächenstück* par David Hilbert, Math Ann. 38, (1891) pages 459-460.

[B29] Thèse de A. M. LIAPOUNOV (1892) *Sur la stabilité des figures ellipsoïdales d'équilibre d'un mouvement de rotation* - http://archive.numdam.org/article/AFST_1904_2_6_1_5_0.pdf

[B30] Articles :

- *Amplitude Instability and Ergodic Behavior for Conservative Nonlinear Oscillator Systems* – par G. H. Walker et J. Ford - Physical Review 188 (December 1969) pages 416-432
- *A universal instability of many-dimensional oscillator systems* par B. Chirikov – Physics Report 52 (1979)

[B31] Ouvrages de Pierre-Simon de Laplace

1 Livre *Essai philosophique sur les probabilités* (1814) - http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k96200351/f1n294.pdf?download=1

2 Livre *Théorie analytique des probabilités* – Troisième édition 1820 - (gallica.bnf)

3 Livre *Exposition du système du monde*" (1798)
http://fr.wikisource.org/wiki/Exposition_du_syst%C3%A8me_du_monde/Livre_premier
Citation du Livre premier, chapitre II :

> *"En interrogeant ainsi la nature, et soumettant ses réponses à l'analyse nous pouvons, par une suite d'inductions bien ménagées, nous élever aux causes des phénomènes, c'est-à-dire, les ramener à des lois générales dont tous les phénomènes particuliers dérivent. C'est à découvrir ces lois, et à les réduire au*

plus petit nombre possible, que doivent tendre nos efforts ; car les causes premières et la nature intime des êtres nous seront éternellement inconnues."

[B32] *Dictionnaire des idées de Kant - Vocabulaire de la Critique de la raison pure,* des *Prolégomènes,* du cours *Logique* et de la *Fondation de la métaphysique des mœurs* – par Daniel Martin (2017) - http://www.danielmartin.eu/Philo/Vocabulaire.pdf
Ce texte fait référence au texte de Kant [B12].

[B33] Livre *Thinking, Fast and Slow*, par Daniel Kahneman, Prix Nobel d'économie 2002 - Penguin Press, 10 mai 2012

[B34] Livre *Emmanuel Kant – Œuvres philosophiques* – Tome 1 (1747-1781), Gallimard (La Pléiade) – *Recherche sur l'évidence des principes de la théologie naturelle et de la morale* (1764)

[B35] Livre *Economie du bien commun* par Jean TIROLE, prix Nobel d'économie 2014 (mai 2016) - Editions PUF
Cet ouvrage présente les problèmes actuels d'économie (chômage, déficit, inégalités, fiscalité, marchés…) dans un style remarquablement facile et agréable à lire. La principale difficulté des décisions économiques venant aujourd'hui d'une information insuffisante des décideurs, il présente ce sujet dans l'extrait ci-dessous.

(Citation de la page 32)

Nous croyons ce que nous voulons croire,
nous voyons ce que nous voulons voir

Nous croyons souvent ce que nous voulons croire, pas ce que l'évidence nous conduirait à croire. Comme l'ont souligné des penseurs aussi divers que Platon, Adam Smith ou le grand psychologue américain du XIXe siècle William James, la formation et la révision de nos croyances servent aussi à conforter l'image que nous voulons avoir de nous-même ou du monde qui nous entoure. Et ces croyances, agrégées au niveau d'un pays, déterminent les politiques économiques, sociales, scientifiques ou géopolitiques.

Non seulement nous subissons des biais cognitifs, mais qui plus est, il arrive assez fréquemment que nous les recherchions. Nous interprétons les faits au prisme de nos croyances, nous lisons les journaux et recherchons la compagnie de personnes qui nous confortent dans nos croyances, et donc nous nous entêtons dans ces croyances, justes ou erronées. Confrontant des individus à des preuves scientifiques du facteur anthropique (c'est-à-dire lié à l'influence de l'homme) dans le réchauffement climatique, Dan Kahan, professeur de droit à l'université de Yale, observa que les Américains qui votent démocrate ressortent encore plus convaincus de la nécessité d'agir contre le réchauffement climatique, tandis que, confrontés aux mêmes données, de nombreux républicains se voyaient confortés dans leur posture climatosceptique[1]. Plus étonnant encore, ce n'est pas une question d'instruction ou d'intelligence : statistiquement, le refus de faire face à l'évidence est au moins aussi ancré chez les républicains disposant d'une éducation supérieure que chez les républicains moins instruits ! Personne n'est donc à l'abri de ce phénomène.

1 - Dans son article «*Ideology, Motivated Reasoning, and Cognitive Reflection*, *Judgment and Decision Making», 2013, n° 8, page 407-424. Plus précisément,

Kahan montre que les capacités de calcul et d'analyse réflexive n'augmentent pas la qualité de la révision des croyances sur le facteur anthropique. Rappelons qu'en 2010 seulement 38% des [électeurs] républicains acceptaient l'idée d'un réchauffement climatique depuis l'ère préindustrielle et seulement 18% y voyaient un facteur anthropique (c'est-à-dire une cause humaine).

(Fin de citation)

[B36] Article *Avicenne* dans le *Dictionnaire biographique* Imago Mundi
http://www.cosmovisions.com/Avicenne.htm .

[B37] Article *Shadowing Theorem* par Eric W. Weisstein - *MathWorld*--A Wolfram Web Resource. http://mathworld.wolfram.com/ShadowingTheorem.html

[B38] Livre *Dynamics: The Geometry of Behavior* par R. Abraham et C. Shaw – Santa Cruz: Aerial Press. – Part 1: Periodic Behavior (2016 – 25.85€)
Part 2: Chaotic Behavior (1983 – 46.71€) – Part 3: Global Behavior (1985 – 25.36€)
Part 4: Bifurcation Behavior (1988 – 17.21€)

[B39] Livre *Consciousness and the Social Brain* par Michael S. A. Graziano - Oxford University Press (2013).

[B40] Livre *Le code de la conscience* par Stanislas Dehaene - Odile Jacob, (2014 427 pages) - Le professeur Dehaene est normalien (mathématiques), docteur en sciences cognitives et titulaire de la chaire de Psychologie cognitive expérimentale au Collège de France.

[B41] Livre *La conscience a-t-elle une origine ? : Des neurosciences à la pleine conscience : une nouvelle approche de l'esprit* par Michel Bitbol - Flammarion (10/02/2014 - 748 pages)

[B42] Livre *Méditations métaphysiques* par René Descartes (1641)
http://abu.cnam.fr/cgi-bin/donner_html?medit3

[B43] Livre *Dialectique du moi et de l'inconscient* par C. G. Jung - Gallimard collection Folio/Essais (2014, 287 pages).

[B44] Livres *Phédon ou De l'âme* par Platon
http://remacle.org/bloodwolf/philosophes/platon/cousin/phedon.htm

Citations :

> « N'est-ce pas la séparation de l'âme et du corps, de manière que le corps demeure seul d'un côté et l'âme seule de l'autre ? N'est-ce pas là ce qu'on appelle la mort ? »
>
> « Il te paraît donc en général, dit Socrate, que l'objet des soins d'un philosophe n'est point le corps, mais au contraire de s'en séparer autant qu'il est possible, et de s'occuper uniquement de l'âme ? »
>
> « N'est-ce pas alors que l'âme du philosophe méprise le corps, qu'elle le fuit, et cherche à être seule avec elle-même ? »

[B45] Théorie de l'esprit
Définition selon http://homeweb4.unifr.ch/scarpatt/pub/Théorie-esprit-2-définition.pdf :

> « Un individu a une théorie de l’esprit quand il est capable de se faire une opinion à propos de ses états mentaux et de ceux d’autrui. Cette capacité intuitive favorise les relations sociales, affectives et communicatives : elle nous permet d’interpréter et prédire les comportements d’autrui, et d'en tirer des conclusions. En des termes plus simples, la théorie de l’esprit est la capacité de prendre en compte le point de vue d’autrui, qui peut être différent du nôtre. »

Un esprit humain et un ordinateur ont en commun de traiter de l'information : l'esprit humain pour réaliser les buts provenant de ses valeurs, l'ordinateur pour exécuter un logiciel. Mais il ne faut pas croire que l'esprit humain fonctionne *exactement* comme un ordinateur, il y a seulement des analogies lors des raisonnements déductifs et des calculs ; en particulier, l'inconscient humain est imprévisible, alors qu'un ordinateur n'exécute que des programmes déterministes.

[B46] Livre *Anthropologie du point de vue pragmatique* par Emmanuel Kant (1798) Flammarion (1993, 350 pages)

[B47] Livre *L'interprétation du rêve* par S. Freud - PUF (2013, 751 pages)

[B48] Livre *La sagesse des Modernes - Dix questions pour notre temps* par André Comte-Sponville et Luc Ferry (Robert Laffont, 1998) – Citation pages 21-22 de *De la vraie nature du matérialisme et de la séduction légitime qu'il exerce*.

[B49] Recherche en cours - *Human Brain Project* - Projet de l'Union européenne : *Theoretical Neuroscience, Euromorphic Computing Platform, Achieve a unified, multi-level understanding of the human brain*, etc. https://www.humanbrainproject.eu/

[B50] Livre *Bases de données – Méthodes pratiques* - Daniel Martin (Dunod, 1977)
On y trouve la première définition publiée d'une base de données :

> « On appelle base de données sur un certain sujet un ensemble de données sur ce sujet qui est exhaustif, non redondant, et structuré en vue des traitements informatiques prévus. »

Les quatre exigences de la définition d'une base de données sont donc :

- Extension précise (domaine de définition : le sujet de la base de données) ;
- Exhaustivité (toutes les informations sur le sujet) ;
- Non-redondance (aucune information dupliquée ou hors sujet) ;
- Structure (liens relationnels entre informations du sujet bien définis).

Un tel ensemble d'informations a un immense avantage lorsqu'il est géré par un SGBD (Système de Gestion de Bases de Données) relationnel comme Oracle, DB2 ou SQL Server.

Ce genre de logiciel est complet au sens fonctionnel : il offre l'ensemble des 5 opérateurs ensemblistes nécessaire et suffisant pour effectuer toute recherche *de*

contenu de données concevable par l'esprit humain : sélection, projection, jointure, union et différence relationnelle. Les seules recherches qu'il ne sait pas faire sont celles où il faut reconnaître *une structure* ; exemple : « trouver les clients dont le chiffre d'affaires est en baisse constante depuis au moins 3 ans », où il faut reconnaître la structure d'ordre décroissant.

C'est en partie grâce aux SGBD relationnels qu'Internet apporte la plupart des informations structurées de domaines comme la gestion d'entreprises, les ressources humaines et l'économie.

[B51] Expériences sur les interférences

1. *Interference with correlated photons: Five quantum mechanics experiments for undergraduates* – par E. J. Galvez, C. H. Holbrow, M. J. Pysher, J. W. Martin, N. Courtemanche, L. Heilig, and J. Spencer (2004)

   http://www.colgate.edu/portaldata/imagegallerywww/98c178dc-7e5b-4a04-b0a1-a73abf7f13d5/ImageGallery/interference-with-correlated-photons.pdf

2. *Single Photon Interference*

   http://www.hajim.rochester.edu/optics/workgroups/lukishova/QuantumOpticsLab/homepage/lab_2_manual_oct_08.pdf

3. *Quantum interference experiments with large molecules*
   American Journal of Physics 71, 319 (2003); doi: 10.1119/1.1531580
   https://www.pdx.edu/nanogroup/sites/www.pdx.edu.nanogroup/files/%282003%29_Quantum%20interference%20experiments%20with%20large%20molecules.pdf

[B52] Article *Cette étonnante Mécanique quantique*, discours d'Alain Aspect du 17/06/2002 - http://www.academie-sciences.fr/pdf/membre/s170602_aspect.pdf .
Deux photons jumeaux, dits « intriqués » car produits ensemble d'une façon qui leur confère un état quantique global, *se comportent comme une particule unique, inséparable* : toute mesure de l'état de l'un correspond toujours à l'état de l'autre, quelle que soit leur distance ; et une action sur l'un d'eux se répercute sur l'autre en un temps nul – donc inférieur au temps qu'il faudrait à la lumière pour l'atteindre.

> L'état quantique décrivant les deux photons est unique : il ne s'agit pas de deux états identiques, mais d'un état représentant les deux photons *ensemble* ; c'est ainsi, par exemple, que leurs directions de polarisation opposées sont prises en compte toutes deux en tant qu'ensemble. Lorsqu'une expérience agit sur la polarisation de l'un des photons, elle agit aussi instantanément celle du second photon, même s'il est loin du premier, car la polarisation de l'ensemble doit rester la même. Si on mesure les polarisations des deux photons, les résultats sont toujours corrélés, conformément aux équations de la Mécanique quantique.
>
> On sait même produire des groupes de plus de 2 photons intriqués, puisqu'en 2004 on a réussi à produire un tel groupe avec 6 photons
>
> (Source: *Scientific American* - August 2007 pages 78-79, article *The Gedanken Experimenter- Quantum Weirdness*)

C'est ainsi que des chercheurs ont réussi à transmettre l'un des photons à 144 km de l'autre sans détruire l'intrication avec son jumeau resté au laboratoire.

Par contre, *cette propriété de corrélation préservée lors d'une évolution d'un des photons ne peut servir à transmettre instantanément un message* : le récepteur d'une suite de photons ne peut en déduire quoi que ce soit concernant le message de l'émetteur du fait de la corrélation ; celle-ci se constate après coup, en comparant l'émission à la réception, elle ne permet aucune transmission instantanée d'information. La transmission instantanée de messages n'existe qu'en science-fiction !

L'expérience d'Alain Aspect prouve que pour certains phénomènes, certaines propriétés, *l'espace n'est pas séparable, c'est-à-dire qu'il existe des phénomènes pour lesquels la notion de lieux différents ne s'applique pas* (voir le paragraphe *Le paradoxe philosophique de non-séparabilité*). C'est là une modification fondamentale du principe de causalité et du déterminisme, phénomène abordé au paragraphe *Indépendance entre deux événements et relation de causalité*.

Cette expérience illustre le *Principe de correspondance* (voir ce paragraphe) selon lequel *certaines équations et certains modèles de raisonnement de la physique quantique sont également valables à l'échelle macroscopique*. Dans l'expérience précédente, tout se passe comme s'il existait une propriété fondamentale de la physique appelée « conservation de l'intrication des photons d'une paire indépendamment de leur distance », propriété due au fait que ces photons sont décrits par la même fonction d'onde de Mécanique quantique.

Le raisonnement du paragraphe *Indépendance entre deux événements et relation de causalité* montre que l'ordre dans lequel on a mesuré la polarisation des deux photons est sans importance, puisque lorsque l'intervalle entre deux événements *A* et *B* est *du genre espace* (notion expliquée dans ce paragraphe de l'annexe), des observateurs différents peuvent voir deux événements dans l'ordre *A puis B* pour l'un et *B puis A pour l'autre* !

[B53] Article *A SPECTROSCOPIC REDSHIFT MEASUREMENT FOR A LUMINOUS LYMAN BREAK GALAXY AT Z = 7.730 USING KECK/MOSFIRE* - 3 mai 2015 - http://arxiv.org/pdf/1502.05399v2 - Annonce de la découverte d'une galaxie extrêmement lointaine, la plus lointaine connue à ce jour : elle est à 30 milliards d'années-lumière et sa lumière a mis environ 13 milliards d'années à nous parvenir compte tenu de l'expansion de l'Univers.

[B54] Livre et article de Max Tegmark (professeur de physique au M.I.T.)

1. Livre *Our Mathematical Universe* - (Alfred A. Knopf, New York, 2014)
2. Article *Parallel Universes* (2003)
   http://space.mit.edu/home/tegmark/multiverse.pdf

[B55] *The Hidden Reality - Parallel Universes and the Deep Laws of the Cosmos* par Brian Greene (Vintage Books - Random House - 2011)

[B56] Livre *Mathematical Methods of Statistics* par Harald J. Cramer, 10ème edition – Princeton University Press (1948)

[B57] NASA - Foundations of Big Bang Cosmology (January 2014).
http://wmap.gsfc.nasa.gov/universe/bb_concepts.html

[B58] Articles Wikimédia Commons :
1 Chaîne proton-proton https://fr.wikipedia.org/wiki/Cha%C3%AEne_proton-proton
2 Cycle carbone-azote-oxygène (cycle de Bethe)
https://fr.wikipedia.org/wiki/Cycle_carbone-azote-oxyg%C3%A8ne

[B59] Article *Dying Supergiant Stars Implicated in Hours-long Gamma-Ray Bursts* (NASA, 16/04/2013) - https://www.nasa.gov/mission_pages/swift/bursts/supergiant-stars.html

[B60] Dictionnaire sur PC du CNRTL (CNRS), comprenant les dictionnaires de l'Académie française jusqu'à la 9ème édition. Outil professionnel très complet, clair et gratuit, supportant des recherches puissantes et le copier-coller.
http://www.cnrtl.fr/definition/ .

[B61] Livre *L'esprit de l'athéisme - Introduction à une spiritualité sans Dieu* par André Comte-Sponville, résumé et commenté dans
http://www.danielmartin.eu/Textes/EspritAtheisme.htm.

[B62] Texte sur le site du Vatican - Position officielle de l'Eglise catholique sur l'origine du monde –
http://www.vatican.va/holy_father/benedict_xvi/speeches/2007/july/documents/hf_ben-xvi_spe_20070724_clero-cadore_fr.html

Extrait de la réponse du pape Benoît XVI à une question posée le 24/07/2007 :

> *"Je vois actuellement en Allemagne, mais aussi aux Etats-Unis, un débat assez vif entre ce qu'on appelle le créationnisme et l'évolutionnisme, présentés comme s'ils étaient des alternatives qui s'excluent : celui qui croit dans le Créateur ne pourrait pas penser à l'évolution et celui qui en revanche affirme l'évolution devrait exclure Dieu. Cette opposition est une absurdité parce que, d'un côté, il existe de nombreuses preuves scientifiques en faveur d'une évolution qui apparaît comme une réalité que nous devons voir et qui enrichit notre connaissance de la vie et de l'être comme tel. Mais la doctrine de l'évolution ne répond pas à toutes les questions et surtout, elle ne répond pas à la grande question philosophique : d'où vient toute chose ? et comment le tout s'engage-t-il sur un chemin qui arrive finalement à l'homme ? Il me semble très important et c'est également cela que je voulais dire à Ratisbonne dans ma Conférence, que la raison s'ouvre davantage, qu'elle considère bien sûr ces éléments, mais qu'elle voit également qu'ils ne sont pas suffisants pour expliquer toute la réalité. Cela n'est pas suffisant, notre raison est plus ample et on peut voir également que notre raison n'est pas en fin de compte quelque chose d'irrationnel, un produit de l'irrationalité, mais que la raison précède toute chose, la raison créatrice, et que nous sommes réellement le reflet de la raison créatrice. Nous sommes pensés et voulus et, donc, il existe une idée qui me précède, un sens qui me précède et que je dois découvrir, suivre et qui donne en fin de compte un sens à ma vie."*

Sa Sainteté Benoît XVI dit qu'il faut accepter la réalité scientifique de l'évolutionnisme darwinien, mais que l'Eglise catholique est résolument idéaliste : l'Idée résulte d'une volonté créatrice et précède toute réalité matérielle. *L'Eglise catholique croit donc en un Dieu créateur*.

[B63] Livre *L'Etre et le néant* par Jean-Paul Sartre - Gallimard (1943)

[B64] Livre *Satisfaction: The Science of Finding True Fulfillment* par Gregory Berns - chez Henry Holt & Company, New York (2005)

[B65] Compte-rendu de recherches *The Electric Sense of Sharks and Rays - Journal of Experimental Biology* 55, pages 371-383 (19/03/1971)

[B66] Comptes-rendus de recherches sur la sensibilité rétinienne à un seul photon, cités par [B67] page 516 :

- (Œil de crapaud) "*Responses of retinal rods to single photons*" par Baylor D. A., Lamb T. D. et Yau K.-W. (1979) http://www.pubmedcentral.nih.gov/articlerender.fcgi?artid=1281447
- (Œil humain) "*Energy, quanta and vision*" par Hecht S., Schlaer S., Pirenne M. H. (1942)

[B67] Livre *The Emperor's New Mind* par Roger Penrose, mathématicien et physicien anglais célèbre pour ses travaux sur les trous noirs en collaboration avec Stephen Hawking (1989 - Oxford University Press)

[B68] Article *What is a Wormhole?* par Nola Taylor Redd
https://www.space.com/20881-wormholes.html

[B69] Article *Black Hole Explosions?* par Stephen Hawking (Nature, 1974)
https://www.nature.com/articles/248030a0

[B70] Article *The World as a Hologram* par Leonard Susskind (09/1994)
https://arxiv.org/pdf/hep-th/9409089 .
Citation: "According to 't Hooft the combination of quantum mechanics and gravity requires the three dimensional world to be an image of data that can be stored on a two dimensional projection much like a holographic image. The two dimensional description only requires one discrete degree of freedom per Planck area and yet it is rich enough to describe all three dimensional phenomena. […] Instead of a three dimensional lattice, a full description of nature requires only a two dimensional lattice at the spatial boundaries of the world. In a certain sense the world is two dimensional and not three dimensional as previously supposed."

[B71] Article *The Holographic Principle for General Backgrounds* par Raphael Bousso, 1999 - http://arxiv.org/abs/hep-th/9911002
Cet article montre que le principe holographique est une loi générale de l'information du volume interne une surface.

[B72] Problème des mesures contradictoires de la dimension du proton

- Article *How big is a proton? No one knows exactly, and that's a problem* (08/2016) - https://www.newscientist.com/article/2100834-how-big-is-a-proton-no-one-knows-exactly-and-thats-a-problem/
- Article *Proton size still perplexes despite a new measurement* (11/2017) - https://www.sciencenews.org/article/proton-size-still-perplexes-despite-new-measurement?mode=magazine&context=194026

[B73] Complexité et variété des flocons de neige :

- Site de vulgarisation sur les flocons de neige http://snowcrystals.com/ :
- Desert Research Institute https://www.dri.edu/stories-in-the-snow/photo-gallery

[B74] Livre *Le monde comme volonté et représentation* par Arthur Schopenhauer, 2 volumes, Galimard 2009

[B75] Article *Qu'est-ce que les Lumières ?* par Kant (1784)
http://www.danielmartin.eu/Philo/Lumieres.htm
Les philosophes des Lumières rêvaient d'apporter, grâce aux approches fondées sur la raison, le bonheur aux hommes et la liberté à leur société. Le mot « Lumières » a été choisi en tant qu'opposé de l'obscurantisme né de la crainte de l'homme de penser par lui-même et de son habitude de penser comme le lui commandent l'Eglise ou le tyran au pouvoir. En somme, ces philosophes promettaient à l'humanité de sortir de l'enfance où l'on obéit sans discuter et d'accéder à un âge adulte, où un individu peut réfléchir et décider par lui-même, et une société peut se gérer elle-même au lieu d'obéir aveuglement à un prince. La valeur de la raison vient d'une foi dans la Science, dont on pouvait attendre le pouvoir par la connaissance.

[B76] Idéalisme transcendantal de Kant

Principe d'idéalisme transcendantal

« Tout objet réel n'existe pour l'homme que sous forme de représentation de phénomène ».

Citation de Kant dans [B12] page 376

« J'entends alors par *idéalisme transcendantal* de tous les phénomènes la position doctrinale selon laquelle nous les regardons tous, globalement, comme de simples représentations, et non pas comme des choses en soi, et conformément à laquelle espace et temps ne sont que des formes sensibles de notre intuition, mais non pas des déterminations données pour elles-mêmes ou des conditions des objets en tant que choses en soi. »

> Kant ne cherche pas à décrire la réalité physique et ses éventuelles lois d'évolution. Pour lui, l'homme *perçoit* des phénomènes et *imagine* des lois qui semblent en rendre compte et en prévoir l'évolution ; il comparera ensuite ses futures prévisions avec des perceptions et ne conservera que celles des lois qui ne sont pas contredites par des phénomènes perçus. L'exigence de rigueur est absolue : une loi que l'homme formule n'a pas d'exception, toute exception la remettant en cause.

La doctrine de Kant s'impose dans les sciences comme la physique quantique, où la petitesse des particules interdit à jamais l'accès de nos sens à leur image ; même remarque pour la cosmologie, où la théorie du Big Bang n'a été construite que par des déductions d'observations interprétées en Relativité générale et Mécanique quantique.

[B77] Livre *Introduction à la logique standard – Calcul des propositions, des prédicats et des relations* par Denis Vernant - Flammarion (2011)

[B78] Article *Le Hasard des Nombres* par Gregory J. Chaitin - *La Recherche*, N° 232 (mai 1991) pages 610-615

[B79] Livre *Information, Randomness & Incompleteness – Papers on Algorithmic Information Theory – Second Edition* par Gregory J. Chaitin

[B80] Livre *Karl Popper ou le rationalisme critique* par Renée Bouveresse, librairie Vrin, 2e édition, 3e tirage 1998. L'auteur est une normalienne, maître de conférences de philosophie. Ce livre est une merveille de clarté et d'honnêteté intellectuelle, dont le texte français a été approuvé par Karl Popper lui-même en 1978.

[B81] Textes sur les théorèmes de Gödel et Goodstein :

- Livre *Gödel's Proof* par Ernest Nagel et James R. Newman – Revised Edition – New York University Press, 2001
- Article *Tâches herculéennes ou sisyphéennes ? Un regard neuf sur le phénomène d'incomplétude en logique mathématique*" *Mathématiques d'hier et d'aujourd'hui*, Modulo éditeur, 2000, pages 62–68 https://www.mat.ulaval.ca/fileadmin/mat/documents/bhodgson/Hodgson_MathHierAujourdhui_2000.pdf
- *Gödel, Escher, Bach : les brins d'une guirlande éternelle* par Douglas Hofstadter. Editions Dunod, 1985 - republié en 2000.
- Goodstein's Theorem
  - http://www.fact-index.com/g/go/goodstein_s_theorem.html
  - http://en.wikipedia.org/wiki/Goodstein's_theorem

[B82] *Eléments* d'Euclide – Livre premier
http://jfgilles.club.fr/mathematiques/bibliotheque/euclide/elements/livre_1.htm

[B83] Livre *Prolégomènes à toute métaphysique future qui pourra se présenter comme science* par Emmanuel Kant http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5506525m

[B84] Livre *Traité des huit chapitres* – Sous-titre *Accepte la vérité de quiconque l'a énoncée* par Maimonide (rabbin, philosophe, médecin et savant juif, né en 1135 et mort en1204)

[B85] Article *Sur l'électrodynamique des corps en mouvement* par Albert Einstein (1905). Ce petit texte à la portée d'un élève de terminale jetait les bases de la Relativité restreinte, qui a révolutionné toute la physique à l'exception de la thermodynamique.

[B86] Exemple de site acceptant les publications de scientifiques professionnels : http://arxiv.org/ (Cornell University).

[B87] Livre *Miscellanea Analytica* par Abraham de Moivre (1730), où apparaît pour la première fois l'intégrale de probabilité de la loi normale.

[B88] Article *The scattering of electrons by a single crystal of nickel*, par C. Davisson et L. Germer - Nature (London) 119, 558–560 (1927).

[B89] Orbitales de l'eau H_2O - https://archive.cnx.org/contents/d66bef54-c39a-4b1c-a9fd-985ac997422e%404/hybrid-atomic-orbitals#CNX_Chem_08_02_H2Ovb

[B90] Article sur la téléportation - *Quantum Teleportation* - *IBM Research* http://researcher.watson.ibm.com/researcher/view_group.php?id=2862

[B91] Article *100 Years of Quantum Mysteries* par Mark Tegmark et John Archibald Wheeler (2001) - http://space.mit.edu/home/tegmark/PDF/quantum.pdf

[B92] Article *Orbital momentum of light* - University of Glasgow - http://www.gla.ac.uk/schools/physics/research/groups/optics/research/orbitalangularmomentum

[B93] Article *In First, Software Emulates Lifespan of Entire Organism* - *The New York Times*, 20 juillet 2012. http://www.nytimes.com/2012/07/21/science/in-a-first-an-entire-organism-is-simulated-by-software.html?_r=1&nl=todaysheadlines&emc=edit_th_20120721&pagewanted=print

[B94] Articles :

3. *Economie : rationalité des décisions et validité des théories traditionnelles* par Daniel Martin (2009) -http://www.danielmartin.eu/Economie/RatDecEco.htm
1. *Incapacité des modèles mathématiques à prendre en compte l'irrationnel* - http://www.danielmartin.eu/Economie/RatDecEco.htm#Irrationnel
2. *Analyse des erreurs des économistes selon Von Hayek*" http://www.danielmartin.eu/Economie/RatDecEco.htm#Hayek
3. *Loi de l'offre et de la demande dans une économie de marché* http://www.danielmartin.eu/Economie/RatDecEco.htm#LoiOffreDemande

[B95] Programme Java de calcul des *n* premiers nombres premiers.
Pour avoir un aperçu du calcul des nombres premiers, voici un petit programme Java http://www.danielmartin.eu/Philo/Nombres_Premiers.txt écrit dans l'environnement gratuit NetBeans IDE de Oracle sous Windows 7.

[B96] Livre *De l'origine des espèces* par Charles Darwin (1859) disponible gratis en français à l'adresse http://www.danielmartin.eu/Arg/Darwin.pdf .

Darwin n'a étendu qu'en 1869 la théorie de la sélection naturelle à l'évolution de l'homme, en publiant une première édition de :
La descendance de l'homme et la sélection sexuelle
http://classiques.uqac.ca/classiques/darwin_charles_robert/descendance_homme/descendance_homme.html

[B97] Mutations génétiques artificielles
L'article *Useful Mutants, Bred With Radiation*
http://www.nytimes.com/2007/08/28/science/28crop.html?th=&emc=th&pagewanted=print publié dans *The New York Times* du 28/08/2007 est une interview du docteur Pierre Lagoda, de l'Agence Internationale de l'Energie Atomique à Vienne, où il dirige l'unité de recherches sur la génétique et la culture des plantes ; il fait aussi partie de Biodiversity International - GMGC (37 institutions dans 24 pays) - http://www.bioversityinternational.org/

[B98] Article NPR.org - Article *Teaching Evolution: A State-by-State Debate* (L'enseignement de l'évolution en débat dans un ensemble d'états des Etats-Unis) - (20/12/2005) - http://www.npr.org/templates/story/story.php?storyId=4630737
Extrait :

> *Policymakers in at least 16 states are currently examining the controversy. (Les responsables politiques d'au moins 16 états des Etats-Unis discutent de ce sujet controversé en ce moment.)*

(La liste des situations dans 14 de ces états des Etats-Unis suit).

[B99] Article *The New York Times*, citant le Cardinal Schönborn :
"Leading Cardinal Redefines Church's View on Evolution" (09/07/2005)
http://select.nytimes.com/search/restricted/article?res=FB0D13FE3E590C7A8CDDAE0894DD404482
Citations :

> *"The cardinal, Christoph Schönborn, archbishop of Vienna, a theologian who is close to Pope Benedict XVI, staked out his position in an Op-Ed article in The New York Times on Thursday, writing, 'Evolution in the sense of common ancestry might be true, but evolution in the neo-Darwinian sense -- an unguided, unplanned process of random variation and natural selection -- is not.' "*
>
> *"In his essay, Cardinal Schönborn asserted that he was not trying to break new ground but to correct the idea, 'often invoked,' that the church accepts or at least acquiesces to the theory of evolution."*

[B100] Article *From a Few Genes, Life's Myriad Shapes*
The New York Times du 26/06/2007
http://www.nytimes.com/2007/06/26/science/26devo.html?th=&emc=th&pagewanted=print

[B101] Article *Thermodynamics beyond local equilibrium* (Feb. 1, 2008)
http://arxiv.org/abs/cond-mat/0110614

[B102] Principe de Rolf Landauer : Le coût thermodynamique de l'oubli

Les calculs d'un ordinateur peuvent en principe se faire de manière thermodynamiquement réversible, donc sans dépense d'énergie. Une telle dépense n'est inévitable que lorsqu'on efface l'information d'une mémoire, rendant ainsi des calculs irréversibles.

Charles Bennett, collègue de Landauer chez IBM, montra qu'on peut contourner la difficulté et faire des calculs réversibles sans dépense d'énergie, en refaisant à l'envers tout calcul terminé jusqu'à reconstituer l'état initial de la mémoire.
Voir l'article *Rolf Landauer, Pioneer in Computer Theory, Dies at 72* - http://www.nytimes.com/1999/04/30/nyregion/rolf-landauer-pioneer-in-computer-theory-dies-at-72.html

(Citation de cet article)
[L'information est une grandeur physique du monde réel]
''Information is inevitably physical,'' the kindly but irascible Dr. Landauer often admonished colleagues. ''The ones and zeroes coursing through a computer may seem abstract and ethereal, but,'' he told researchers at every turn, ''information is rooted in the real world, and must be understood by applying the no-nonsense laws of physics.''

''Rolf Landauer did more than anyone else to establish the physics of information processing as a serious subject for scientific inquiry,'' said Dr. Charles Bennett, his colleague at I.B.M.'s Thomas J. Watson Research Center in Yorktown Heights, N.Y.
[…]
Engineers concern themselves with practical limitations of squeezing more and more circuitry onto tiny chips. Dr. Landauer was interested in theoretical limits: given that technology will improve indefinitely, how soon will it run into the insuperable barriers set by nature?

Until Dr. Landauer's landmark work in the early 1960's, it was widely believed that processing a single bit of information, each 1 or 0 of binary code, inevitably consumed some energy, placing a fundamental constraint on computer power. Dr. Landauer showed, to many people's surprise, that this was not true. As computer technology becomes ever more efficient, calculations can be done with less energy per computation.

[Le coût thermodynamique de l'oubli]
But there is still a cost. At some point, the bits must be flushed from the computer's memory so that the machine can be reset for another computation. It is then, when the information is erased, Dr. Landauer demonstrated, that a certain irreducible amount of energy is lost. This result, now called Landauer's principle, has been described as ''the thermodynamic cost of forgetting.''
(Fin de citation)

[B103] Correction d'une petite erreur de Maxwell
Article *On the Decrease in Entropy in a Thermodynamic System by the Intervention of Intelligent Beings* - par Leo Szilard (1929)
http://www.sns.ias.edu/~tlusty//courses/InfoInBio/Papers/Szilard1929.pdf

Dans ce célèbre article, Leo Szilard (un ami d'Einstein) montre que le "Démon de Maxwell" qui arrivait à diminuer l'entropie d'un système (à organiser le gaz d'une boîte à deux compartiments en y séparant les molécules "chaudes" des molécules "froides") augmente nécessairement l'entropie globale {système + démon} en dépensant de l'énergie lors des mesures de celles des molécules.

Le paradoxe proposé par Maxwell selon lequel son démon peut diminuer une entropie sans dépenser d'énergie ne tient donc pas, et les variations d'entropie d'un système sont nécessairement accompagnées d'échanges d'information. Voir ci-dessus [B102].

[B104] Article *How many genes are in a genome?* par Ron Milo et Rob Philips
http://book.bionumbers.org/how-many-genes-are-in-a-genome/
extrait du livre *Cell Biology by the Numbers* (décembre 2015).

[B105] Selon *l'Encyclopédie Universalis* [B5], article *Génome - introduction*
La notion de cellule s'applique aux systèmes où coexistent deux types différents d'acides nucléiques liés à des structures protéiques [l'ADN et l'ARN]. Dans ce cas, c'est l'ADN d'un chromosome qui va être *le dépositaire* de l'information génétique, tandis que l'ARN interviendra dans *l'expression* de cette information, en fait sa traduction en protéines au niveau de ribosomes, particules cytoplasmiques chargées d'ARN. L'ARN agit comme un interrupteur marche-arrêt pour autoriser ou inhiber l'expression de chaque gène. Il peut agir comme un enzyme en catalysant des réactions.

Comme l'ADN, l'ARN est composé de nucléotides, mais c'est une classe de molécules dont la forme est tantôt un brin replié (comme une protéine), tantôt une double hélice comme l'ADN.

[B106] Livre *Genes and Behavior – Nature-Nurture Interplay Explained* (Gènes et comportement – Interactions entre inné et acquis, mars 2008) par Sir Michael Rutter, publié chez Blackwell Publishing. Extraits traduits :

- Page 14 :

  …l'action des gènes étant indirecte il n'est pas possible de réduire tous les phénomènes au niveau moléculaire. Les organismes sont organisés sous forme de hiérarchie de niveaux. Il y a une chaîne causale précise reliant le produit d'un gène aux actions de ce gène dans l'organisme, mais cette chaîne causale passe par divers niveaux organisationnels. A chaque niveau, la chaîne est transformée et suit des règles différentes. La complexité commence avec le fait qu'un gène donné quelconque peut avoir plusieurs effets assez différents.

  […] Les protéines produites par l'interprétation des gènes n'agissent pas de manière isolée ; elles participent à la formation de réseaux et structures complexes intégrés à leur tour dans une organisation hiérarchique. De plus, dans le cadre des caractéristiques multifactorielles de l'individu (qui expliquent la grande majorité des comportements intéressants) il y a des interactions avec l'environnement qui peuvent mettre en jeu des corrélations gène-environnement, des influences génétiques sur la sensibilité à l'environnement, et des effets de l'environnement sur l'expression des gènes.

- Page 82

  De même, la probabilité qu'une personne divorce un jour dépendra, entre autres, du fait qu'elle s'est mariée ou non très jeune (circonstance favorable au divorce), de la qualité de ses rapports avec son conjoint, de sa tendance à avoir des liaisons extraconjugales, et de sa tendance à réagir aux difficultés conjugales en optant pour un divorce ou une séparation. Autrement dit, s'il est inconcevable qu'il existe un gène du divorce, il n'est pas ridicule de penser que des influences génétiques sur le comportement jouent un rôle dans la probabilité qu'une personne divorce un jour.

- Page 83

  …l'influence de ses gènes peut rendre une personne plus ou moins émotive dans son comportement, plus ou moins impulsive dans ses réactions, plus ou moins sociable et extravertie, d'humeur plus ou moins stable ou labile (sujet à changer ou à se transformer), et plus ou moins assurée ou agressive dans ses rapports avec autrui. Tous ces traits de caractère sont quantitatifs plutôt que présents ou absents. Autrement dit, la population ne se subdivise pas en individus agressifs et individus que ne le sont pas ; mais d'une personne à une autre, la probabilité qu'elle soit agressive varie.

- Page 222

  Le fonctionnement de l'esprit est nécessairement basé sur celui du cerveau, dont la structure et le développement sont façonnés à la fois par les gènes et l'environnement, comme ceux de tout organe. Nous devons à tout prix nous débarrasser de l'idée que certains comportements résultent de causes externes au corps, idée sans fondement biologique. Les effets des gènes sont omniprésents – ce qui n'implique pas, bien entendu, qu'ils prennent le pas sur ceux de l'environnement.

Voir aussi [B107].

[B107] Gènes et participation aux votes

- Compte-rendu de recherches *Genetic Variation in Political Participation* (mai 2008) - http://papers.ssrn.com/sol3/Delivery.cfm/SSRN_ID1082665_code646904.pdf?abstractid=1008036&mirid=3
- *Scientific American* de novembre 2007, article *The Genetics of Politics - A study finds that biology strongly governs voter turnout.*
- *The New York Times* - 8 juillet 2014, article *How Much Do Our Genes Influence Our Political Beliefs?* - http://www.nytimes.com/2014/07/09/opinion/thomas-edsall-how-much-do-our-genes-influence-our-political-beliefs.html?mabReward=RI%3A5&action=click&pgtype=Homepage&region=CColumn&module=Recommendation&src=rechp&WT.nav=RecEngine

[B108] *Newsweek* du 04 juin 2007 - Interview de James Dewey Watson, prix Nobel de médecine 1962 pour la découverte de la structure de l'ADN.
A Nobel Winner Pioneers the Personal Genome - http://www.newsweek.com/id/34370 - Extrait :

« If personal-genome sequencing becomes widespread, » he says, «it will make people more compassionate.

We'll understand why people can't do certain things,» he continues. «Instead of asking a child to shape up, we'll stop having unrealistic expectations. If a child's genome shows that his awkwardness or inattention or limited intelligence has a genetic basis, we'll want to help rather than be mad. If a child doesn't finish high school, we treat that as a failure, as his fault. But knowing someone's full genetic information will keep us from making him do things he'll fail at. »

[B109] Gènes et comportement

- Livre *The Science of Good and Evil - Why People Cheat, Gossip, Care, Share, and Follow the Golden Rule*" par Michael Shermer (Times Books, 2004).
  Ce livre est un compte-rendu de recherches récentes sur l'avènement des règles morales.
- Article citant des recherches qui confirment celles de ce livre : "*Is 'Do Unto Others' Written Into Our Genes?*" - *The New York Times* du 18/09/2007, http://www.nytimes.com/2007/09/18/science/18mora.html?th=&emc=th&pagewanted=print

[B110] Article *Proceedings of The Royal Society* - 22/07/2007 - Compte-rendu de recherches *Drd4 gene polymorphisms are associated with personality variation in a passerine bird* - http://www.pubmedcentral.nih.gov/articlerender.fcgi?artid=1914334

[B111] Mort et renouvellement des neurones
En général un neurone vit aussi longtemps que l'organisme qui l'abrite.
Il a cependant deux façons de mourir :

- par nécrose résultant d'un traumatisme aigu, mécanique ou chimique ;
- ou par apoptose, sorte de suicide ou de mort programmée pour ne pas endommager le tissu voisin.

Un neurone qui disparaît n'est remplacé dans un organisme adulte que lorsqu'il reste une cellule-souche capable de se différencier en neurone, ce qui est assez rare. Le cerveau adulte continue de produire des neurones, mais en deux endroits seulement : le bulbe olfactif et l'hippocampe.

[B112] La femme ayant deux chromosomes X et l'homme un seul, plusieurs maladies neurologiques sont plus répandues chez l'homme que chez la femme, car celle-ci a moins de chances d'avoir subi des mutations des deux exemplaires d'un même gène. Il y a là un effet réparateur : chez la femme, la présence de l'exemplaire sain d'un gène annule parfois l'effet d'une mutation de l'autre.

[B113] Logiciel d'application MAPLE 2017 - http://www.maplesoft.com/ - Ce logiciel permet de faire des calculs mathématiques formels comme la dérivation de fonctions ou la résolution de systèmes d'équations différentielles. MAPLE interprète des chaînes de caractères tapées au clavier en y reconnaissant des commandes (ordres d'exécution) et des données, et en affichant à l'écran le résultat de l'exécution de ces

commandes avec ces données. C'est ainsi que si on lui demande la dérivée de la fonction ax^2 par rapport à x, MAPLE répond $2ax$.

Autre programme d'application du même genre :
MATLAB - https://fr.mathworks.com/products/matlab.html

[B114] Article *Genome Transplantation in Bacteria: Changing One Species to Another* - *Science* du 28/06/2007 - http://www.sciencemag.org/cgi/content/abstract/1144622v1?maxtoshow=&HITS=20&hits=20&RESULTFORMAT=&andorexacttitle=or&andorexacttitleabs=or&fulltext=Venter+genome+%22bacterial+cell%22&andorexactfulltext=and&searchid=1&FIRSTINDEX=0&sortspec=relevance&fdate=7
(*Transplantation du génome entre bactéries : changement d'une espèce en une autre*) - Résumé :
As a step toward propagation of synthetic genomes, we completely replaced the genome of a bacterial cell with one from another species by transplanting a whole genome as naked DNA. Intact genomic DNA from Mycoplasma mycoides large colony (LC), virtually free of protein, was transplanted into Mycoplasma capricolum cells by polyethylene glycol-mediated transformation. Cells selected for tetracycline resistance, carried by the M. mycoides LC chromosome, contain the complete donor genome and are free of detectable recipient genomic sequences. These cells that result from genome transplantation are phenotypically identical to the M. mycoides LC donor strain as judged by several criteria.

[B115] Génomes synthétiques (J. Craig Venter)

- First Minimal Synthetic Bacterial Cell Designed and Constructed by Scientists at Venter Institute and Synthetic Genomics, Inc. (2016)
- Venter Institute Scientists Create First Synthetic Bacterial Genome (2008)
- First Self-Replicating Synthetic Bacterial Cell (2010)

[B116] Article *In First, Software Emulates Lifespan of Entire Organism* - *The New York Times*, 20 juillet 2012. http://www.nytimes.com/2012/07/21/science/in-a-first-an-entire-organism-is-simulated-by-software.html?_r=1&nl=todaysheadlines&emc=edit_th_20120721&pagewanted=print

Cet article rend compte de la simulation de *toutes* les fonctions d'un microorganisme dont le génome comprend 525 gènes, sur 128 ordinateurs calculant en parallèle.
A partir de la connaissance des mécanismes individuels de niveau moléculaire, y compris ceux de l'ADN, de l'ARN, des protéines et des métabolites, on a simulé ainsi *tous* les événements et processus de la vie de ce microorganisme, un microbe pathogène autonome. Les conséquences de cette possibilité de modélisation sont considérables :

- On peut ainsi désormais remplacer des tests biologiques de laboratoire par des simulations informatiques, processus plus rapide et moins coûteux ;
  la compréhension des comportements du vivant et la mise au point de médicaments efficaces en sera considérablement facilitée.
- On a une preuve matérielle de la possibilité, avec une grande puissance de calcul et une architecture logicielle à processus parallèles, de simuler tous les

processus du vivant, des fonctions cellulaires de bas niveau à celles des neurones de la pensée, en décomposant chacun en niveaux hiérarchiques dont le plus bas est celui de la biologie moléculaire, complètement déterministe.
Avec le temps et la croissance de la puissance informatique disponible, on pourra constituer une bibliothèque de fonctions et comportements de base du vivant, sur laquelle on basera la compréhension de comportements de plus en plus complexes.

[B117] Universaux

- Article *The Moral Instinct* - *The New York Times* du 13/01/2008 http://www.nytimes.com/2008/01/13/magazine/13Psychology-t.html?_r=1&th=&oref=slogin&emc=th&pagewanted=print.
- [B109] page 60.

[B118] Citation de Nietzsche dans *La Généalogie de la morale* Avant-propos §8

"Si d'aucuns trouvent cet écrit incompréhensible, si l'oreille est lente à en percevoir le sens, la faute, me semble-t-il, n'en est pas nécessairement à moi. Ce que je dis est suffisamment clair, à supposer, et je le suppose, que l'on ait lu au préalable, sans s'épargner quelque peine, mes ouvrages antérieurs : car, j'en conviens, ceux-ci ne sont pas d'un abord très facile. […]

Dans d'autres cas la forme aphoristique de mes écrits présente une certaine difficulté : mais elle vient de ce qu'aujourd'hui l'on ne prend pas cette forme assez au sérieux. Un aphorisme dont la fonte et la frappe sont ce qu'elles doivent être n'est pas encore « déchiffré » parce qu'on l'a lu ; il s'en faut de beaucoup, car l'interprétation ne fait alors que commencer et il faut tout un art de l'interprétation. […]

Il est vrai que, pour élever ainsi la lecture à la hauteur d'un art, il faut posséder avant tout une faculté qu'on a précisément le mieux oubliée aujourd'hui, […] une faculté qui exigerait presque que l'on ait la nature d'une vache et non point, en tous les cas, celle d'un « homme moderne » : j'entends la faculté de ruminer."

(Fin de citation)

[B119] Livre *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences* par René Descartes (1637)
Extrait dit des « quatre préceptes » :

"Le premier était de ne recevoir jamais aucune chose pour vraie que je ne la connusse évidemment être telle ; c'est-à-dire, d'éviter soigneusement la précipitation et la prévention, et de ne comprendre rien de plus en mes jugements que ce qui se présenterait si clairement et si distinctement à mon esprit que je n'eusse aucune occasion de le mettre en doute.

Commentaire sur ce premier précepte : cette approche est erronée sur un point, la certitude par évidence : Descartes la pense fiable si elle est prégnante, remplaçant ainsi une preuve factuelle ou démontrée absente par une absence de doute, et excluant la possibilité qu'un homme sérieux puisse se tromper de bonne foi. Cette doctrine de la validité des certitudes personnelles est appelée *innéisme ;* Locke en 1690, puis Kant en 1781, ont

montré à quel point elle est illusoire. Et Sartre a montré en 1943 à quel point l'homme peut être de mauvaise foi quand sa compréhension lui fournit une représentation qu'il n'aime pas, par exemple parce qu'elle l'incite à faire quelque chose qu'il déteste ou parce qu'elle crée une *dissonance cognitive* (voir cette expression dans le Vocabulaire). Les erreurs d'intuition, de mémoire ou de raisonnement sont hélas fréquentes.

Le second, de diviser chacune des difficultés que j'examinerais en autant de parcelles qu'il se pourrait, et qu'il serait requis pour les mieux résoudre.

Le troisième, de conduire par ordre mes pensées, en commençant par les objets les plus simples et les plus aisés à connaître, pour monter peu à peu comme par degrés jusques à la connaissance des plus composés, et supposant même de l'ordre entre ceux qui ne se précèdent point naturellement les uns les autres.

Et le dernier, de faire partout des dénombrements si entiers et des revues si générales, que je fusse assuré de ne rien omettre."

[B120] Calcul des propositions ou des prédicats
Ces sujets de logique formelle sont abordés dans l'ouvrage [B32] au paragraphe *Logique – Compléments modernes et critique des idées de Kant sur ce sujet*.

[B121] Article *Computer Eyesight Gets a Lot More Accurate* (18-08-2014)
The New York Times - http://bits.blogs.nytimes.com/2014/08/18/computer-eyesight-gets-a-lot-more-accurate/?module=BlogPost-Title&version=Blog Main&contentCollection=Robotics&action=Click&pgtype=Blogs&region=Body

[B122] Stanford University – *The Church-Turing Thesis* (version du 19/08/2002)
http://plato.stanford.edu/entries/church-turing/

Extrait de ce texte sur la calculabilité à l'aide d'un ordinateur :

"La thèse de Church-Turing concerne la notion de méthode de calcul mécanique [nous dirions « automatique »] *appliquée à la logique et aux mathématiques. Par définition, une procédure ou méthode M destinée à l'obtention d'un résultat est dite « mécanique »* [nous dirions calculable]*, si et seulement si :*

- *M est un algorithme comprenant un nombre <u>fini</u> d'instructions, chacune exprimée avec un nombre <u>fini</u> de symboles* [chaque symbole représentant une opération ou une donnée] *;*
- *Une exécution sans erreur de M produit le résultat désiré en un nombre <u>fini</u> d'étapes ;*
- *L'exécution de M pourrait être effectuée par un homme avec du papier et un crayon sans l'aide d'aucune machine ;*
- *L'exécution de M n'exige de l'homme aucune donnée externe, aucune perspicacité ou invention particulière."*

Tout ordinateur peut exécuter tout algorithme défini ci-dessus comme "mécanique" ou "calculable". Mais aucun ordinateur ne peut *écrire* automatiquement (par calcul) l'algorithme de résolution d'un problème donné quelconque, c'est-à-dire imaginer puis traduire une solution de ce problème en liste d'instructions susceptible d'un

calcul automatique : comprendre un problème, puis en imaginer une méthode de résolution n'est pas un processus algorithmique, il faut de l'invention, de l'intuition, de l'analogie…

[B123] Article *IS WAVE PROPAGATION COMPUTABLE OR CAN WAVE COMPUTERS BEAT THE TURING MACHINE?*
http://journals.cambridge.org/action/displayAbstract;jsessionid=64E637A7273855F16C9DA940957B4681.tomcat1?fromPage=online&aid=113911 - Citation :

> *"En 1983 Pour-El et Richards ont défini une onde tridimensionnelle u(t,x) dont l'amplitude u(0,x) à l'instant t=0 est calculable et l'amplitude u(1,x) à l'instant t=1 est continue mais non calculable."*

Article *An ordinary differential equation defined by a computable function whose maximal interval of existence is non-computable*
https://www.researchgate.net/publication/251299818_An_ordinary_differential_equation_defined_by_a_computable_function_whose_maximal_interval_of_existence_is_non-computable

[B124] *Encyclopædia Britannica 2007 Ultimate Reference Suite*, article *Quasiperiodicity*, schémas *Penrose pattern* et *icosahedron*

[B125] Articles :

- *Aperiodic Tilings* http://www.mathpages.com/home/kmath540/kmath540.htm
- *Non-Periodic Tilings With N-fold Symmetry* http://www.mathpages.com/home/kmath539/kmath539.htm

[B126] Valeurs infinies, d'après [B67] pages 245-247
Dans les équations de mouvement des particules ponctuelles chargées électriquement dans un champ électromagnétique proposées par Lorentz en 1895, il apparaît un problème dû à une valeur infinie de champ au voisinage d'une particule elle-même (l'action du champ varie comme l'inverse du carré de la distance).
Ce problème a été résolu par Dirac en 1938, mais au prix d'hypothèses très contraignantes : il fallait connaître à l'instant t=0 l'accélération d'une particule, en plus de sa vitesse et de sa position ; et même alors, pour certaines accélérations initiales une particule atteint pratiquement la vitesse de la lumière.

[B126-2] Cas de non calculabilité de la valeur d'une fonction de propagation d'onde
Une fonction de propagation d'onde a des points où elle n'est pas calculable *lorsqu'à l'instant t=0 elle n'est pas deux fois dérivable*. Numériquement, cela peut arriver lorsqu'on a des fonctions à variations très rapides dont les valeurs sont calculées avec beaucoup de chiffres significatifs. Dans les cas « habituels » de la physique, la fonction est partout calculable et deux fois dérivable.

[B127] Livre *Enquête sur l'entendement humain* par David Hume (1748) traduit du texte anglais *An Enquiry Concerning Human Understanding*
http://classiques.uqac.ca/classiques/Hume_david/enquete_entendement_humain/Enquete_entende_humain.pdf.

[B128] Convergence d'une théorie et vérisimilitude selon Karl Popper
Selon [B80] pages 77 et suivantes, Popper a formulé le processus de la connaissance en termes de proximité croissante de la vérité. Il appelle la qualité de proximité de la vérité d'une théorie « vérisimilitude », terme qui ressemble à vraisemblance mais n'a aucun rapport avec ce dernier. Il évalue la vérisimilitude d'une théorie à partir de son « contenu de vérité » et de son « contenu de fausseté », grandeurs qu'il traite comme si elles étaient mesurables.

Je considère cette approche comme irréaliste. Je pense notamment que dès qu'une théorie a un contenu de fausseté non nul, elle est fausse. Je préfère la notion de *convergence d'une théorie vers la vérité par versions successives* à la notion de vérisimilitude. Pour moi, la convergence d'une théorie empirique vers l'inaccessible vérité est évaluée à partir des connaissances strictement croissantes qu'elle apporte en évoluant, connaissances dont le progrès doit être de plus en plus insignifiant si elle converge.

> Exemple : les théories successives sur le mouvement des planètes autour du Soleil comportent des termes correctifs de plus en plus petits par rapport à l'ellipse moyenne, et permettent la prévision du mouvement avec de plus en plus de précision, jusqu'à une limite due aux perturbations chaotiques non calculables. Au fil des siècles, les théories successives (Ptolémée et ses épicycles ; puis Kepler et ses lois sur les orbites ; enfin Einstein et sa Relativité Générale) ont aujourd'hui convergé, leur précision n'étant plus limitée que par des phénomènes mathématiques de *chaos*.

[B129] Citation du livre *Le gai savoir* de Nietzsche, texte 276 :
"Je veux apprendre toujours plus à voir dans la nécessité des choses le beau : je serai ainsi l'un de ceux qui embellissent les choses. Amor fati…" (amour du destin).

[B130] Livre *Subtle Is the Lord: The Science and the Life of Albert Einstein* par Abraham Pais, Clarendon Press, Oxford (1982, page 444) cité par [B67] page 393.

[B140] Page Internet : *Quantum Computing: The state of the art* (18/01/2018)
https://www.tokendesk.io/quantum-computing-state-art/

[B141] Edmund Husserl (1859-1938), mathématicien et philosophe de la science, fondateur de la Phénoménologie (méthode pour décrire et analyser sans présuppositions les phénomènes présents à la conscience ; cette méthode fait de la philosophie de la logique une science rigoureuse).
Livre *Recherches logiques - Tome 1 : Prolégomènes à la logique pure*, PUF.

[B142] Livre *L'Ethique* par Baruch Spinoza – (1677)
http://classiques.uqac.ca/classiques/spinoza/ethique/ethique_de_Spinoza.pdf

[B143] Théorie cosmologique de la gravitation quantique :

- Dossier *Vers une gravitation quantique* – La Recherche n° 458, décembre 2011
- Abhay Ashtekar :
  - Page d'accueil de ses articles sur la gravitation quantique : http://gravity.psu.edu/people/Ashtekar/articles.html

- Conférence *The Big Bang and the Quantum*
- "*QUANTUM NATURE OF THE BIG BANG IN LOOP QUANTUM COSMOLOGY*" http://gravity.psu.edu/people/Ashtekar/articles/solvaynet.pdf

[B144] *The future of the universe*", par Sean M. Caroll (26/01/2006) - http://cosmicvariance.com/2006/01/26/the-future-of-the-universe/

Extrait traduit :

> *"…l'hypothèse que le seul composant important de l'Univers est la matière ou le rayonnement est trop restrictive. Puisque nous pensons aujourd'hui qu'il existe de l'énergie sombre, la relation simple entre la courbure de l'espace et l'évolution de l'Univers est complètement erronée. Il est possible que des Univers à courbure positive soient en expansion perpétuelle, que des Univers à courbure négative se contractent après la phase actuelle d'expansion, etc."*

Commentaire

Voir [D3].
L'hypothèse qu'il existe un Univers *extérieur* à notre Univers observable est raisonnable mais infalsifiable. L'expansion est même telle que les galaxies lointaines visibles aujourd'hui disparaîtront de notre vue, leur lumière ne nous parvenant plus. A terme, il ne restera plus dans notre ciel que les galaxies de notre amas local, que la gravitation fera fusionner puis finir leur vie sous forme de trou noir…

[B145] Livre *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica,* (Principes mathématiques de la philosophie naturelle) par Isaac Newton (1687).
Ce livre est la base de la physique classique (théories de l'espace et du temps, forces, lois fondamentales du mouvement, gravitation, optique…) et une contribution essentielle aux mathématiques (calcul infinitésimal, géométrie analytique).

[B146] Livre *Les somnambules* par Arthur Koestler, éditions Calmann-Lévy, 1959, republié en 1994. Dans ce monumental ouvrage, l'auteur raconte comment l'humanité a réussi à séparer la science de la religion et de la philosophie, la rendant objective et productrice d'affirmations vérifiables.

[B147] Méthode du double aveugle
Dans certains cas on ne peut mesurer objectivement l'effet thérapeutique d'un médicament, parce que c'est difficile ou parce que le médecin prescripteur peut avoir un a priori. On utilise alors la méthode du double aveugle, où à la fois le médecin et les malades ignorent si le produit administré est le médicament testé ou un placebo. La population de malades, tirée au sort, a été divisée en deux groupes, dont l'un reçoit le médicament et l'autre le placebo (ou un médicament témoin).

[B148] Discussion philosophique du déterminisme : *Causal Determinism* – par Carl Hoefer (21/01/2016) - Stanford Encyclopedia of Philosophy - https://plato.stanford.edu/entries/determinism-causal/
ou https://plato.stanford.edu/archives/spr2016/entries/determinism-causal/
Excellent texte, professionnel et clair.

[B149] Livre *Logique* par Emmanuel Kant – Librairie Vrin (2007)

[B150] Aristote – *La métaphysique* –Livre V §2

[B151] Le trou noir le plus colossal - *Discovery of the most ultra-luminous QSO using Gaia, SkyMapper and WISE* - https://arxiv.org/pdf/1805.04317
QSO signifie Quasi-Stellar Object (en français : quasar). C'est un noyau galactique actif ultra-lumineux.

- Ce trou noir a une masse d'environ 20 milliards de fois celle du Soleil.
- Il absorbe l'équivalent de 2 étoiles par jour.
- Il est sans doute 10 000 fois plus lumineux que sa galaxie, c'est-à-dire 7.10^{14} fois plus que le Soleil.

Les records de taille précédents sont détenus par les objets J0306+1853 avec 10 milliards de masses solaires et J0100+2802 avec 12 milliards de masses solaires.

[B152] *Vocabulaire technique et critique de la philosophie* par André Lalande Editions PUF collection Quadrige (2002) – Un excellent dictionnaire philosophique.

[B153] Température de supraconductivité utilisée dans la technologie mémoire de l'ordinateur quantique Rigetti : environ 1°K (-272.15°C), la température critique de supraconductivité de l'aluminium étant de 1.175°K d'après [B7].

[B154] Article *Problème de la mesure quantique* le 21/05/2018 à 08h44mn : http://fr.wikipedia.org/wiki/Probl%C3%A8me_de_la_mesure_quantique de Wikipédia en français (auteurs) Contenu soumis à la licence CC-BY-SA 3.0.

[B155] Article *Bohmian Mechanics* par Sheldon Goldstein (2017) https://plato.stanford.edu/entries/qm-bohm/

[B156] Académie des sciences – Notice biographique de Serge Haroche http://www.academie-sciences.fr/pdf/membre/HarocheS_bio0510.pdf
(Citation)
« Depuis le début des années 1990, Serge Haroche se consacre à des tests fondamentaux des concepts quantiques et à la démonstration d'opérations d'information quantique. En couplant un atome avec un champ cohérent constitué de quelques photons, Serge Haroche [prix Nobel de physique 2012] et ses collègues ont préparé en 1996 un état du rayonnement superposition de deux états associés à des phases différentes, réalisant une situation de type "chat de Schrödinger". Ils ont observé la décohérence de ce système dans des expériences jetant un éclairage nouveau sur la frontière entre les mondes classique et quantique. »
(Fin de citation)

[B157] Tests de la force de gravitation, notamment pour évaluer le rapport m_G/m_I de la masse gravitationnelle à la masse inertielle :
The Eöt-Wash Group - https://www.npl.washington.edu/eotwash/

Voir aussi l'observation d'ondes gravitationnelles *Physical Review Letters* :
GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral
https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.119.161101

[B158] Fusion de deux étoiles à neutrons en 2017 (avec schéma vidéo)
Viewpoint: Neutron Star Merger Seen and Heard
https://physics.aps.org/articles/v10/114

[B159] Livre *Science et méthode* par Henri Poincaré, Livre I, chapitre IV :
Citation : "Le hasard n'est que la mesure de notre ignorance."
https://fr.wikisource.org/wiki/Science_et_m%C3%A9thode/Livre_premier,_%C2%A7_IV

[B160] Livre *L'invention de la topologie – Poincaré* – Collection « Génies des mathématiques » - RBA Coleccionables, Barcelone, Espagne

[B161] Article *La théorie qualitative des équations différentielles* par Philippe Nabonnand, Laboratoire d'histoire des sciences et de philosophie - Archives Henri Poincaré, UMR 7117 (CNRS / Université de Lorraine)
http://www.cnrs.fr/cw/dossiers/dospoincare/contenu/etp2/img_cuepoint/savoirPlus2_1.html

[B162] Articles par Henri Poincaré :

- *Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (I)*, Journal de mathématiques pures et appliquées, (III) 7 (1881), p. 375-422.
http://sites.mathdoc.fr/JMPA/PDF/JMPA_1881_3_7_A20_0.pdf
- *Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (II)*, Journal de mathématiques pures et appliquées, (III) 8 (1882), p. 251-296.
https://www.google.fr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0ahUKEwjFhv2lsMvbAhXH1xQKHbhyCUUQFggrMAA&url=http%3A%2F%2Fsites.mathdoc.fr%2FJMPA%2FPDF%2FJMPA_1882_3_8_A10_0.pdf&usg=AOvVaw2SUXmjGt_C4Eoht8VXGcaX

[B163] Site d'astronomie de Olivier Esslinger :
https://www.astronomes.com/le-big-bang/ere-hadronique/
Site très intéressant d'un astronome doué pour la vulgarisation – vivement recommandé ! Voir notamment : *L'échelle des distances dans l'Univers*
https://www.astronomes.com/divers/lechelle-des-distances-dans-lunivers/

[B164] Site du CERN – *Matter/antimatter asymmetry*
https://press.cern/backgrounders/matterantimatter-asymmetry

[B165] *The New York Times* du 10 novembre 1919 – Article sur le triomphe de la Relativité générale -
https://timesmachine.nytimes.com/timesmachine/1919/11/10/118180487.html?pageNumber=17 – Citation :

> "LIGHTS ALL ASKEW IN THE HEAVENS
> Men of Science More or Less Agog Over Results of Eclipse Observations.
> EINSTEIN THEORY TRIUMPHS Stars Not Where They Seemed or Were Calculated to be, but Nobody Need Worry. A BOOK FOR 12 WISE MEN No More in All the World Could Comprehend It, Said Einstein When His Daring Publishers Accepted It."

Voir aussi : *Einstein, Eddington and the 1919 Eclipse*
https://archive.org/download/arxiv-astro-ph0102462/astro-ph0102462.pdf

[B166] Applications du logiciel mathématique MAPLE pour la Relativité
https://fr.maplesoft.com/applications/Category.aspx?cid=182 (17 applications)
https://fr.maplesoft.com/applications/view.aspx?SID=4974
https://fr.maplesoft.com/applications/view.aspx?SID=154163&view=html , etc.

[B167] Article *Gravitational Collapse: the Role of General Relativity* par Roger Penrose - Rivista del Nuovo Cimento, Numero Speziale I, 252 (1969)
http://adsabs.harvard.edu/abs/1969NCimR...1..252P

[B168] Article *The Question of Cosmic Censorship* par Roger Penrose dans *Black Holes & Relativistic Stars* pages 103-122 (1998)

[B169] Article *Universe Older Than Previously Thought* de la NASA du 21/03/2013.
https://science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/2013/21mar_cmb/
L'engin Planck a mesuré les fluctuations de température du fond diffus cosmologique avec une précision meilleure que toutes les mesures précédentes, et ce pendant 15.5 mois.

[B170] Article *Liste de galaxies satellites de la Voie lactée*
https://fr.wikipedia.org/wiki/Liste_de_galaxies_satellites_de_la_Voie_lact%C3%A9e

[B171] 2dF Galaxy Redshift Survey: étude de la distribution d'environ 220 000 galaxies : http://www.2dfgrs.net/ ; http://www.2dfgrs.net/Public/Pics/2dFzcone_big.gif

[B172] Article *Is Space Finite?* par J-P Luminet, G. D. Starkman et J. R. Weeks Scientific American, avril 1999.

[B173] Livre *Trous noirs – La guerre des savants* par Leonard Susskind (2010)

[B174] L'engin Hipparcos (HIgh Precision PARallax COllecting Satellite, satellite de mesure de parallaxe à haute précision) a mesuré la distance de 2.5 millions d'étoiles situées à moins de 150 parsecs de la Terre (150x3.26 = 489 al)
Voir *The Hipparcos and Tycho Catalogues, ESA SP-1200* (1997)
https://www.cosmos.esa.int/web/hipparcos/catalogues

[B175] Articles:

- *Expanding Universe and the Origin of Elements* par G. Gamow - Physical Review 70, 572 – 1 October 1946
https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.70.572.2
- *The Origin of Chemical Elements* par R. A. Alpher, H. Bethe and G. Gamow - Physical Review April 1, 1948
https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.73.803

  C'est le premier article proposant une théorie du Big Bang, après une suggestion de George Gamow dans Physical Review 70. Citation :

  "…various nuclear species must have originated not as the result of an equilibrium corresponding to a certain temperature and density, but rather as a consequence of a continuous building-up process arrested by a rapid expansion

and cooling of the primordial matter. According to this picture, we must imagine the early stage of matter as a highly compressed neutron gas (overheated neutral nuclear fluid) which started decaying into protons and electrons when the gas pressure fell down as the result of universal expansion. The radiative capture of the still remaining neutrons by the newly formed protons must have led first to the formation of deuterium nuclei, and the subsequent neutron captures resulted in the building up of heavier and heavier nuclei."

[B176] Livre *The Inflationary Universe: The Quest for a New Theory of Cosmic Origins* par Alan Guth (1998). Tout savoir sur l'inflation, par celui qui en a fait la théorie.

[B177] Textes sur le Principe anthropique

- *Mind of God: The Scientific Basis for a Rational World* par Paul Davies, publié chez Touchstone (New York, USA) en mars 1993.
- *Cosmic Jackpot: Why Our Universe Is Just Right for Life* par Paul Davies, physicien et cosmologiste, publié chez Houghton Mifflin (Boston, USA) en avril 2007.

[B178] Livre *Dreams of a Final Theory: The Scientist's Search for the Ultimate Laws of Nature* par Steven Weinberg (Pantheon Books, 1992).

[B180] Page Internet *The First Binary Pulsar and Einstein's General Theory of Relativity* https://people.carleton.edu/~jweisber/binarypulsar/First-Binary-Pulsar.html

[B181] Article *Testing General Relativity with Pulsar Timing* par Stairs, I.H. Living Rev. Relativ. (2003) 6: 5. https://link.springer.com/article/10.12942/lrr-2003-5

[B182] Site LIGO *Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory*
https://www.ligo.caltech.edu/
Les fondateurs de LIGO ont reçu le Prix Nobel de physique 2017 après la première détection directe d'une onde gravitationnelle le 14/09/2015.

Futura sciences - Ondes gravitationnelles : leur détection expliquée en une minute
https://www.futura-sciences.com/sciences/definitions/physique-ligo-4005/

[B183] Détection d'une fusion de deux trous noirs par VIRGO
https://groups.lal.in2p3.fr/virgo/premiere-detection-pour-virgo/

[B184] *A NEW TEST OF GENERAL RELATIVITY: GRAVITATIONAL RADIATION AND THE BINARY PULSAR PSR 1913+16* par J. H. Taylor et J. M. Weinberg – The *Astrophysical Journal*, 253:908-920, 1982 February 15

[B185] Article La masse d'un pulsar déterminée juste avant sa disparition
https://www.futura-sciences.com/sciences/actualites/etoile-neutrons-masse-pulsar-determinee-juste-avant-disparition-56792/
Article intéressant muni de deux vidéos explicatives de Joeri van Leeuwen, Astron, CNRD-INSU

[B186] Article *Focus issue: Gravity Probe B* – Classical and Quantum Gravity
http://iopscience.iop.org/journal/0264-9381/page/Focus-issue-on-Gravity-Probe-B
Article très complet avec de nombreuses références.

[B187] Wikipédia *Précession de Thomas*
https://fr.wikipedia.org/wiki/Pr%C3%A9cession_de_Thomas

[B188] Article *Nonspherical Perturbations of Relativistic Gravitational Collapse. I. Scalar and Gravitational Perturbations* par Richard H. Price - *Physical Review* (15 mai 1972) - https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.5.2419

[B189] Article *The Four laws of black hole mechanics* par James M. Bardeen, B. Sarter et S. W. Hawking – Nature 226 (1970) pages 64-65.
https://link.springer.com/article/10.1007%2FBF01645742 et
http://adsabs.harvard.edu/abs/1970Natur.226...64B

[B190] Articles : *No Way Back: Maximizing survival time below the Schwarzschild event horizon* par Geraint F. Lewis and Juliana Kwan

- (15/05/2007) - https://arxiv.org/pdf/0705.1029
- (05-03-2013) Publications of the Astronomical Society of Australia Vol. 24, Issue 2, pp. 46-52 - https://www.cambridge.org/core/journals/publications-of-the-astronomical-society-of-australia/article/no-way-back-maximizing-survival-time-below-the-schwarzschild-event-horizon/2A1CCF5CB13E7BEFA6441B3038C635A3

[B191] Un trou noir en tant que machine à voyager dans le futur
Citation de [B173] page 75
"Un vaste trou noir serait aussi une machine à voyager dans le temps très pratique. Cela fonctionnerait ainsi : tout d'abord, il vous faudrait une station spatiale en orbite autour de lui et un grand câble pour vous descendre au voisinage de son horizon. Il ne faudrait pas s'approcher trop près ; pas question non plus de traverser l'horizon : il faut donc que le câble soit très solide. Un treuil sur la station spatiale permettrait de le dérouler pour vous descendre puis, après une durée bien précise, de l'enrouler pour vous remonter.

Supposons que vous vouliez vous projeter mille ans dans le futur et que vous soyez prêt à rester suspendu au câble pendant un an mais sans ressentir trop d'inconfort du fait de l'accélération de la pesanteur. C'est possible, à condition de trouver un trou noir dont l'horizon aurait à peu près la taille de notre galaxie. Si une situation inconfortable ne vous dérange pas, on peut aussi y arriver avec le trou noir bien plus petit qui se trouve au centre de notre galaxie. L'inconvénient serait que vous ressentirez un poids de cinq millions de tonnes durant cette année passée près de l'horizon. Mais après un an au bout du câble, le retour vous ferait découvrir qu'un millénaire est passé. En principe au moins, les trous noirs sont vraiment des machines à voyager vers le futur.

Le retour ? Pour cela, il vous faudrait une machine à remonter le temps. Hélas ! Remonter le temps est probablement impossible. Il arrive que des physiciens évoquent la possibilité de le faire en empruntant des trous de ver quantiques, mais

remonter le temps conduit toujours à des contradictions logiques. Mon sentiment est que vous resteriez planté dans le futur sans rien pouvoir y faire."
(Fin de citation)

[B192] Article *Planck Units* de Wikipedia https://en.wikipedia.org/wiki/Planck_units
Excellent article, complet et clair.

[B193] Article *Black Hole Information Paradox* de Wikipedia
https://en.wikipedia.org/wiki/Black_hole_information_paradox#Black_hole_war

[B194] Article *Particle Creation by Black Holes* par S. Hawking (1975)
https://doi.org/10.1007/BF02345020

[B195] Article *Susskind Quashes Hawking in Quarrel Over Quantum Quandary* - CALIFORNIA LITERARY REVIEW 09 juillet 2008
https://web.archive.org/web/20120402185759/http://richarddawkins.net/articles/2846

[B196] Article *Holographic Principle* de Wikipedia
https://en.wikipedia.org/wiki/Holographic_principle

[B197] Article *The Stretched Horizon and Black Hole Complementarity*
par L. Susskind, L. Thoracius et J. Uglum - *Physical Review D* (15/10/1993)
https://doi.org/10.1103/PhysRevD.48.3743

[B198] *Article Can two galaxies move away from each other faster than the speed of light? (Intermediate)* - Université Cornell – 1er février 2016 – Mike Jones
http://curious.astro.cornell.edu/the-universe/cosmology-and-the-big-bang/104-the-universe/cosmology-and-the-big-bang/expansion-of-the-universe/1066-can-two-galaxies-move-away-from-each-other-faster-than-light-intermediate

Citation
"The short, and possibly surprising, answer to this question is yes.

The Hubble constant is the measure of how fast the Universe is expanding today and its value has been measured to be 70 km/s per Megaparsec (a parsec is just a unit of distance equal to about 3.26 light-years, and a Megaparsec is a million parsecs). This means that on average, for every Megaparsec two galaxies are separated by, they are moving away from each other by 70 km/s. Therefore, to be moving away from each other at the speed of light, two galaxies would need to be separated by a distance of about 4,300 million parsecs. This is smaller than the radius of the observable Universe, therefore not only are there galaxies in the Universe that are moving away from us faster than light, but we can still see them!

This raises two additional questions:

1. If another galaxy is moving away from us faster than light, how can we still see it?
2. Isn't it a violation of the theory of relativity to have two things moving apart faster than the speed of light?

The answer to the first of these questions is that the light the distant galaxy is emitting today will never reach us, so we will never know what it looks like today. This is because today it is moving away from us faster than light, so the light it emits

doesn't travel fast enough to ever reach us. However, the light that it emitted billions of years ago, when the Universe was smaller (remember it has been expanding all along) and when that galaxy wasn't receding from the Milky Way as fast, is what we are seeing today. In other words, we are seeing that galaxy as it was billions of years ago.

The second question is an interesting one that confuses many people. The theory of relativity does indeed state that nothing can travel faster than light, however this refers to motion in the traditional sense, meaning you can't launch a spaceship and travel through space faster than light. The two galaxies we've been discussing are not travelling through space, it is the space between them that is expanding. Or put in another way, they are stationary and all the space around them is being stretched out. This is why it doesn't violate the theory of relativity, because it is not motion in the traditional sense.

Note that this question is closely related to: Is the Universe expanding faster than the speed of light? - http://curious.astro.cornell.edu/the-universe/cosmology-and-the-big-bang/104-the-universe/cosmology-and-the-big-bang/expansion-of-the-universe/616-is-the-universe-expanding-faster-than-the-speed-of-light-intermediate "

(Fin de citation)

[B199] Article *Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems* par Alan H. Guth – Physical Review D (15/01/1981)
https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.23.347

[B200] Article *Is the Universe a Vacuum Fluctuation?* par Edward P. Tryon
Nature 246, pages 396-397 (14/12/1973) - https://www.nature.com/articles/246396a0
Résumé :
"The author proposes a big bang model in which our Universe is a fluctuation of the vacuum, in the sense of quantum field theory. The model predicts a Universe which is homogeneous, isotropic and closed, and consists equally of matter and anti-matter. All these predictions are supported by, or consistent with, present observations."
(Fin de citation)

La possibilité de cette conjecture résulte du fait que le total en énergie des masses de l'Univers pourrait être équilibré par une énergie négative de gravitation. Mais son auteur n'a pas évalué la probabilité d'existence d'une fluctuation d'une telle énergie, notamment parce qu'il ne savait pas que l'inflation allait être découverte et expliquerait l'immense majorité de l'énergie actuelle.

[B201] Article *Spatial Curvature* par Ned Wright (UCLA) et son sous-titre *Flatness-Oldness Problem* - http://www.astro.ucla.edu/~wright/cosmo_03.htm

[B202] Conférence *The Hoyle state and the fate of carbon-based life* de Ulf-G. Meißner - http://www4.ncsu.edu/~djlee3/SpecialEvents/Ulf_Colloquium_Slides.pdf

[B203] Article *On the Instability of Einstein's Spheroidal World* par Arthur Eddington (1930) - http://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-iarticle_query?1930MNRAS..90..668E&data_type=PDF_HIGH&whole_paper=YES&type=PRINTER&filetype=.pdf

[B204] Article *Cosmic Blackbody Radiation* par Dicke, R. H; Peebles, P. J. E; Roll, P. G; Wilkinson, D. T. – American Astronomical Society (07/1965) http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/148306

[B205] Article *Pourquoi 13 TeV ?* – CERN https://home.cern/fr/about/engineering/restarting-lhc-why-13-tev

[B206] Article Evidence for the 2π Decay of the K_2^0 Meson – par Christensen, Cronin, Fitch et Turlay – Physical Review Letters 13, 138 - https://journals.aps.org/prl/pdf/10.1103/PhysRevLett.13.138

[B207] Livre *Theory of Superunification* par Vladimir Leonov (Viva books, India – 2011) http://leonov-leonovstheories.blogspot.com/2011/07/theory-of-superunification.html

Voir aussi le livre *Quantum Energetics* – Vol. 1 *Theory of Superunification* (gratuit) https://drive.google.com/file/d/1PNclxVYBuD1BkBOaGlndyjulHc_coNvb/view

[B208] Article *Unity of All Elementary-Particle Forces* par Howard Georgi et S. L. Glashow – Physical Review Letters 23, 438 – 25/02/1974 https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.32.438

Citation de la Théorie de Grande unification : *The New York Times* du 19/09/1982 : Article *Physics sometimes takes G. U. T.s* *https://www.nytimes.com/1982/09/19/weekinreview/physics-sometimes-takes-guts.html*

[B209] Livre *Particle Physics Booklet* 2016 – Particle Data Group, Lawrence Berkeley https://www.pdfdrive.com/particle-physics-booklet-particle-data-group-lawrence-berkeley-d25322981.html

[B210] Livre *Modern Particle Physics* - Mark Thomson, Cambridge University Press https://www.pdfdrive.com/modern-particle-physics-d33702078.html

[B211] Livre *REVIEW OF PARTICLE PHYSICS* – Particle Data Group (2016)

[B212] Article *Fate of the false vacuum: Semiclassical theory* par Sidney Coleman Physical Review D, 15/05/1977 - https://fr.scribd.com/document/345218973/1977-the-Fate-of-the-False-Vacuum-1-Semiclassical-Theory-ColemanColeman

[B213] Article *Cosmology for Grand Unified Theories with Radiatively Induced Symmetry Breaking* par Andreas Albrecht et Paul J. Steinhardt – Physical Review Letters 48, 1220 (26/04/1982)

[B214] Article *The Inflation Debate: Is the theory at the heart of modern cosmology deeply flawed?* par Paul J. Steinhardt – Scientific American, avril 2011 http://www.physics.princeton.edu/~steinh/0411036.pdf

[B215] Article *Birth of Inflationary Universes* par Alexander Vilenkin – Physical Review, vol. D27, pages 2848-2855 (15/06/1983)

https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.27.2848

[B216] Articles sur la génération et l'évolution des univers soumis à inflation :

- *The Global Structure of the Inflationary Universe* – International Journal of Modern Physics, vol. A2, pages 561-591 (1987)
https://web.stanford.edu/~alinde/1986300yrsgrav.pdf
Cet article va jusqu'à des considérations philosophiques…
- *The Fractal Dimension of Inflationary Universe* par Mukunda Aryal et Alexander Vilenkin – Physics Letters, vol. 199B, pages 351-357 (1987) - https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269387909324?via%3Dihub
- *The Self-Reproducing Inflationary Universe - Recent versions of the inflationary scenario describe the universe as a self-generating fractal that sprouts other inflationary universes* par Andrei Linde – Scientific American November 1994
http://web.stanford.edu/~alinde/1032226.pdf

[B217] Livre *L'ordre du temps* par Carlo Rovelli – Flammarion (février 2018)
Excellent livre de vulgarisation de la physique théorique. Mais pour en profiter pleinement, mieux vaut avoir des bases en Mécanique quantique et Relativité.

[B218] Article *Around-the-World Atomic Clocks: Observed Relativistic Time Gains* par J. C. Hafele et Richard E. Keating – Science, vol. 177, issue 4044, pages 168-170 (14/07/1972) - http://science.sciencemag.org/content/177/4044/168
Citation : "Four cesium beam clocks flown around the world on commercial jet flights during October 1971, once eastward and once westward, recorded directionally dependent time differences which are in good agreement with predictions of conventional relativity theory. Relative to the atomic time scale of the U.S. Naval Observatory, the flying clocks lost 59 ± 10 nanoseconds during the eastward trip and gained 273 ± 7 nanoseconds during the westward trip, where the errors are the corresponding standard deviations. These results provide an unambiguous empirical resolution of the famous clock « paradox » with macroscopic clocks."
(Fin de citation)

[B219] *Relational Quantum Mechanics* par C. Rovelli – International Journal of Theoretical Physics n° 35, 1996 page 1637. http://arxiv.org/abs/quant-ph/9609002v2
Citation
"I suggest that the common unease with taking quantum mechanics as a fundamental description of nature (the « measurement problem ») could derive from the use of an incorrect notion, as the unease with the Lorentz transformations before Einstein derived from the notion of observer-independent time. I suggest that this incorrect notion is the notion of observer-independent state of a system (or observer-independent values of physical quantities). I reformulate the problem of the "interpretation of quantum mechanics" as the problem of deriving the formalism from a few simple physical postulates. I consider a reformulation of quantum mechanics in terms of information theory. All systems are assumed to be equivalent, there is no observer-observed distinction, and the theory describes only the information that systems have about each other; nevertheless, the theory is complete."
(Fin de citation)

[B220] Interprétations de la Mécanique quantique

Source : [B219]

- Interprétation de Copenhague (Heisenberg 1927, Bohr 1935) ;
- Histoires cohérentes (Griffiths 1984, Griffiths 1996, Omnes 1988, Gell-Mann et Hartle 1990) ;
- Univers multiples (Everett 1957, Wheeler 1957, DeWitt 1970) ;
- Evénement quantique [Huges 1989);
- Esprits multiples (Albert et Lower 1988, 1989, Lockwood 1986, Donald 1990) ;
- Modale (Shimony 1969, van Frassen 1991, Fleming 1992) ;
- Mécanique quantique relationnelle (Rovelli, 2008).

[B221] Article *Quantum Theory of Gravity. I. The Canonical Theory* par Bryce S. DeWitt - Physical Review. 160, 1113 – Published 25 August 1967 https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.160.1113

[B222] Article *Forget Time* par Carlo Rovelli (08/2008) - https://arxiv.org/pdf/0903.3832

[B223] Article *Memory systems, computation, and the second law of thermodynamics* par David H. Wolpert - International Journal of Theoretical Physics (04/1992) Vol. 31, Issue 4, pages 743-785. https://link.springer.com/article/10.1007%2FBF00670829

[B224] Article *Rousseau : Du Contrat Social (résumé)* – La-Philo https://la-philosophie.com/contrat-social-rousseau-resume

[B225] Livre *Critique de la raison pure* par Kant (traduction Alain Renaut) - Flammarion, 3e édition, 2006 - 749 pages

[B226] Livre *Œuvres philosophiques* d'Emmanuel Kant – Tome 1 (1747-1781), Gallimard (La Pléiade), 1980 - D.1770 *« Dissertation de 1770 » – De la forme et des principes du monde sensible et du monde intelligible*, pages 623 et suivantes.

[B227] Thèse de doctorat *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics*" Hugh Everett (1957) http://www.pbs.org/wgbh/nova/manyworlds/pdf/dissertation.pdf

[B228] Article *Apparent wave function collapse caused by scattering* par Max Tegmark (1993) - http://arxiv.org/abs/gr-qc/9310032v2

[B229] Quelques textes sur l'Univers, l'inflation et le Big Bang

- *Before the Beginning - Our Universe and Others* par Sir Martin Rees (Perseus Books, 1998)
- *The Accelerating Universe - Infinite Expansion, the Cosmological Constant, and the Beauty of the Cosmos par* Mario Livio (John Wiley and Sons, 2000)
- *The Whole Shebang - A State-of-the Universe(s) Report* par Timothy Ferris (Simon & Schuster, 1998)

- *Dernières nouvelles du cosmos - Vers la première seconde* par Hubert Reeves (Seuil, 1994)
- *La première seconde - Dernières nouvelles du cosmos. 2* par Hubert Reeves (Seuil, 1995)

[B230] Livre *Le tao de la physique*, par Fritjof Capra. Editeur : Eric Koehler, réédité en 2004, dont voici la présentation par l'éditeur trouvée chez Amazon http://www.amazon.fr/tao-physique-Fritjof-Capra/dp/2710707136 :

> *"Les lois de la physique moderne confirment les concepts qui régissent les mystiques de l'Asie : Hindouisme, Bouddhisme, Taoïsme. Le Dr Capra met à notre portée le langage de la physique et nous entraîne dans un fabuleux voyage à travers l'univers des atomes et le monde de la sagesse orientale. Il fait table rase de notre représentation fragmentaire et mécaniste du monde. L'univers devient alors un tout cohérent et harmonieux. Cadre philosophique pour la physique la plus avancée, la spiritualité orientale nous propose un " lieu " dans lequel notre être peut prendre toute sa dimension"*

Pourvu qu'il n'y ait pas trop de gens qui en déduisent que le mysticisme oriental a une base scientifique, ou que la physique quantique est basée sur ces croyances.

[B231] Article *Du monde quantique au monde macroscopique : la décohérence prise sur le fait* (CNRS - 15/12/1996) - http://casar.pagesperso-orange.fr/Du%20monde%20quantique%20au%20monde%20macroscopique%20%20la%20decoherence%20prise%20sur%20le%20fait.htm

[B232] Article *The Crystallographic Restriction* http://www.mathpages.com/home/kmath547/kmath547.htm prouvant que les seules symétries de rotation dans un réseau plan à mailles régulières sont d'ordre 2, 3, 4 ou 6.

[B233] Article *Quasiperiodicity*, schémas "Penrose pattern" et "icosahedron" - *Encyclopædia Britannica 2007 Ultimate Reference Suite.*

[B234] Article *Randomness and Gödel's Theorem* par G. J. Chaitin - Mondes en Développement, No. 54-55 (1986), pages 125-128

[B235] Livre *Prolégomènes à toute métaphysique future qui pourra se présenter comme science* par Emmanuel Kant – Librairie Vrin (2ème édition, 2016) et http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5506525m (gratuit)

[B236] Karl Popper (1902-1994) était un philosophe qui rejetait l'induction en tant que méthode scientifique valable pour trouver la vérité empirique. Il a proposé d'accepter comme vérité provisoire tout texte dont aucun spécialiste ne peut prouver le caractère erroné, par déduction théorique ou contre-exemple expérimental.
Cette approche est aujourd'hui universellement acceptée par les scientifiques sous le nom de *Rationalisme critique de Karl Popper.*

[B237] Article *Sur la théorie des quanta* par H. Poincaré – Journal de physique théorique et appliquée 2, 5-34 (1912)
https://doi.org/10.1051/jphystap:0191200200500

[B238] Article *Ignoramus et ignorabimus* (Wikipédia) concernant une affirmation de du Bois-Reymond contestée par le mathématicien David Hilbert.
https://en.wikipedia.org/wiki/Ignoramus_et_ignorabimus

[B239] INSEE - *Note de conjoncture, décembre 2013 - Reprise poussive - Conjoncture française* - Page 76
https://www.insee.fr/fr/statistiques/1408524?sommaire=1408528

[B240] Article *On the Norming Constants in the Feller-Khintchine-Lévy Central Limit Theorem* par André Adler, Andrew Rosalsky (1991)
http://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/0008068319910111

[B241] Livre *Métaphysique des mœurs* par Emmanuel Kant (1785) - Tome I *Fondation – Introduction* - Traduit par Alain RENAUT – GF-Flammarion (1994)

[B242] Ouvrages sur la Théorie des systèmes dynamiques :

- *Systèmes dynamiques - 2e ed - Cours et exercices corrigés* par Jean-Louis Pac Editions Dunod (2016)
- *Modeling and Analysis of Dynamic Systems* par Ramin S. Efsandiari et Bei Lu éditeur : CRC Press (2018)

[B243] Article *Nombres de Feigenbaum* Wikipédia
https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombres_de_Feigenbaum

[B244] Article *Pierre François Verhulst* - Wikipédia
https://fr.wikipedia.org/wiki/Pierre_Fran%C3%A7ois_Verhulst

[B245] Article *Self-Organization in the Physico-Chemical and Life Sciences* (29/03/1996) http://pubman.mpdl.mpg.de/pubman/faces/viewItemFullPage.jsp?itemId=escidoc:601715
Abstract: Experimental and theoretical analysis have by now established the existence of self-organization, from the molecular (e.g. self-assembly) to the macroscopic level (e.g. chemical oscillations and pattern formation). There is increasing awareness that self-organization is likely to provide the key to understanding the marked polymorphism of matter in the mesoscopic and macroscopic levels as well as many phenomena in the life sciences such as evolutionary processes, the development of patterns and the principles underlying the brain function. This publication concentrates on phenomena observed in the life sciences that take place far from equilibrium. Also included are oscillating chemical reactions because they provide a well characterized paradigm for self-organization of direct relevance to biology. Furthermore, some specific ordering processes operating near chemical equilibrium, such as molecular recognition, are included in the essay because they are a prerequisite for the biological function.

[B246] Article *Lots of Animals Learn, but Smarter Isn't Better*
The New York Times du 06/05/2008 -
http://www.nytimes.com/2008/05/06/science/06dumb.html?_r=1%26th=%26oref=slogin%26emc=th%26pagewanted=print

[B247] La femme ayant deux chromosomes X et l'homme un seul, plusieurs maladies neurologiques sont plus répandues chez l'homme que chez la femme, car celle-ci a moins de chances d'avoir subi des mutations des deux exemplaires d'un même gène. Il y a là un effet réparateur : chez la femme, la présence de l'exemplaire sain d'un gène annule parfois l'effet d'une mutation de l'autre.

[B248] Article *Effect of active smoking on the human bronchial epithelium transcriptome - BMC Genomics* du 29/08/2007
http://www.biomedcentral.com/1471-2164/8/297
Extrait traduit:

> "Fumer altère de manière irréversible l'expression de certains gènes, notamment parmi ceux qui contribuent à la réparation des chaînes ADN et ceux qui combattent le développement du cancer du poumon. Cette altération se produit chez certains fumeurs en quelques années. Elle est accompagnée d'altérations réversibles et d'altérations partiellement réversibles."

[B249] Compte-rendu de recherches *Genetic Variation in Political Participation* (mai 2008) - http://papers.ssrn.com/sol3/Delivery.cfm/SSRN_ID1082665_code646904.pdf?abstractid=1008036&mirid=3
Voir aussi [B106] et :

- *Scientific American* de novembre 2007, article *The Genetics of Politics - A study finds that biology strongly governs voter turnout*.
- *The New York Times* - 8 juillet 2014, article *How Much Do Our Genes Influence Our Political Beliefs?* - http://www.nytimes.com/2014/07/09/opinion/thomas-edsall-how-much-do-our-genes-influence-our-political-beliefs.html?mabReward=RI%3A5&action=click&pgtype=Homepage&region=CColumn&module=Recommendation&src=rechp&WT.nav=RecEngine

Des chercheurs ont montré que l'héritage génétique explique entre 40 % et 60 % de la propension de certaines personnes à voter, et plus généralement à participer à des activités politiques. Compte tenu du fait que les études ont comparé le comportement de paires de vrais et de faux jumeaux, il est possible que le développement simultané dans l'organisme d'une même mère fasse partie, avec le génome, du contexte qui encourage ou non deux vrais jumeaux à voter et à s'impliquer politiquement. (Rappel : deux *vrais* jumeaux ont la totalité de leurs ADN identiques, alors que les *faux* jumeaux n'en partagent qu'environ la moitié.)

Mais pour couper court à toute interprétation fantaisiste de ces résultats de recherche, aucune recherche à ce jour n'a établi une propension génétique à voter pour un parti politique plutôt qu'un autre…

[B250] Compte-rendu de recherches *A Changing Portrait of DNA*
Newsweek du 17/12/2007.
https://www.newsweek.com/changing-portrait-dna-94585

[B251] Définition de la vie utilisées en astrobiologie
https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3005285/

Exemple : *Life is a self-sustaining chemical system capable of Darwinian evolution*

[B252] Livre de Steven Pinker *How the Mind Works* (Penguin books 2015, 660 pages) - L'auteur est professeur de psychologie à Harvard et chercheur en psychologie cognitive. Il a enseigné au MIT et à Stanford.

[B253] *Newsweek International* du 04 juin 2007 - 3 articles :

- *Scientists Push the Boundaries of Human Life*
  https://www.newsweek.com/scientists-push-boundaries-human-life-101723
- *Q&A: Craig Venter's Next Quest*
  https://www.newsweek.com/qa-craig-venters-next-quest-101789
- *A Nobel Winner Pioneers the Personal Genome*.
  https://www.newsweek.com/nobel-winner-pioneers-personal-genome-101811

[B254] Article *A Simpler Origin for Life - Scientific American* du 12 février 2007
https://www.scientificamerican.com/article/a-simpler-origin-for-life/

Voir aussi, dans la revue *Nature* : *Carbon isotope composition of individual amino acids in the Murchison meteorite*
http://www.nature.com/nature/journal/v348/n6296/abs/348047a0.html .

[B255] Article *Scientists Equip Bacteria With Custom Chemo-Navigational System*
Emory University - Woodruff Health Sciences Center (11/05/2007).
http://whsc.emory.edu/press_releases2.cfm?announcement_id_seq=10123

[B256] Articles sur l'enseignement du créationnisme aux Etats-Unis :

- *Map: Publicly Funded Schools That Are Allowed to Teach Creationism*
  Thousands of schools in states across the country can use taxpayer money to cast doubt on basic science (2014)
  http://www.slate.com/articles/health_and_science/science/2014/01/creationism_in_public_schools_mapped_where_tax_money_supports_alternatives.html?via=gdpr-consent
- *In U.S., 42% Believe Creationist View of Human Origins*
  Americans' views related to religiousness, age, education (2014)
  https://news.gallup.com/poll/170822/believe-creationist-view-human-origins.aspx

[B257] Livre *Raum und Zeit* par Hermann Minkowski (1907)
http://web.mit.edu/redingtn/www/netadv/SP20130311.html
Ce livre propose la notion d'espace-temps et les constructions géométriques qui en facilitent la compréhension.

[B258] Coordonnées d'Eddington-Finkelstein
https://www.davidritzfinkelstein.com/eddingtonfinkelstein.html
Ce système de coordonnées sert à comprendre le phénomène des trous noirs.

[B259] Métrique de Kruskal-Szekeres
Source Wikipédia sous licence CC-BY-SA 30.
https://www.techno-science.net/definition/2863.html

La métrique de Kruskal-Szeres est le prolongement analytique maximal de la métrique de Schwarzschild. L'introduction de la métrique de Kruskal-Szekeres apporte des solutions supplémentaires à celles de Schwarzschild, on y retrouve notamment un domaine dual à celui correspondant aux trous noirs : les trous blancs.

[B260] Article *On the history of the so-called Lense-Thirring effect* par Herbert Pfister (2006) - http://philsci-archive.pitt.edu/2681/1/lense.pdf

[B261] Article *Effet Lense-Thirring* de Wikipédia
https://fr.wikipedia.org/wiki/Effet_Lense-Thirring

[B262] Article *Expanding Confusion: Common Misconceptions of Cosmological Horizons and the Superluminal Expansion of the Universe* par Tamara M. Davis et Charles H. Lineweaver - https://www.cambridge.org/core/services/aop-cambridge-core/content/view/EFEEEFD8D71E59F86DDA82FDF576EFD3/S132335800000607Xa.pdf/expanding_confusion_common_misconceptions_of_cosmological_horizons_and_the_superluminal_expansion_of_the_universe.pdf

[B263] Article *La désintégration du Higgs en quarks b enfin observée* (CERN, 2018)
https://home.cern/fr/about/updates/2018/08/long-sought-decay-higgs-boson-observed

[B264] Impossibilité d'une preuve physico-théologique de l'existence de Dieu : raisonnement de Kant dans la *Critique de la raison pure* extrait de [B32].

1 – Enoncé du problème (Citation des pages 546-547)
"Chercher si une *expérience déterminée,* par conséquent celle des choses appartenant au monde présent autour de nous, si la façon dont elle est constituée et structurée ne fournissent pas un argument probant qui pût nous procurer avec sûreté la conviction de l'existence d'un être suprême. Une telle preuve, nous l'appellerions *physico-théologique*."
(Fin de citation)

2 – Problème prévisible de cette recherche : une Idée ne peut être validée empiriquement (Citation de la page 547)
"Comment une expérience peut-elle jamais être donnée qui soit adéquate à une Idée ? C'est justement le propre des Idées que nulle expérience ne puisse jamais leur correspondre.

L'idée transcendantale d'un être originaire qui soit nécessaire et totalement suffisant est si démesurément grande, elle dépasse de si haut tout ce qui est empirique et se trouve toujours conditionné, que

- d'une part on ne peut jamais dégager de l'expérience assez de matière pour remplir un tel concept,
- et que d'autre part on tâtonne toujours au milieu du conditionné en ne cessant de chercher en vain l'inconditionné, dont aucune loi de quelque synthèse empirique que ce soit ne nous fournit un exemple ou ne procure le moindre indice."

(Fin de citation)

3 - Relation de l'être suprême nécessaire et totalement suffisant cherché avec la chaîne de conditions d'une expérience (Citation de la page 547)
"S'il *faisait partie* de cette chaîne (sans en être le début infiniment lointain), il faudrait chercher ce début pour trouver un être absolument nécessaire ; il ne fait donc pas partie de cette chaîne.

S'il ne fait pas partie de la chaîne, son action sur l'expérience donnée a dû être *transcendante*, ce qui est contraire aux lois de la nature que nous postulons."
(Fin de citation)

4 – Conclusion : *l'être suprême absolument nécessaire et suffisant cherché en tant que cause non-transcendante d'une expérience donnée n'existe pas* ; la preuve physico-théologique cherchée par une approche empirique est tout aussi impossible que celles cherchées par une approche transcendantale.
(Citation de la page 549)
"Je soutiens donc que la preuve physico-théologique ne saurait jamais à elle seule démontrer l'existence d'un être suprême…"
(Fin de citation)

[B265] Article *Effet Shapiro* Wikipédia https://fr.wikipedia.org/wiki/Effet_Shapiro

[B266] Liste de quelque 200 universaux parmi 373 identifiés par Donald E. Brown extraite de l'ouvrage Human universals. New York: McGraw-Hill http://condor.depaul.edu/~mfiddler/hyphen/humunivers.htm.

[B267] *Déclaration universelle des droits de l'homme des Nations unies* http://www.ohchr.org/EN/UDHR/Documents/UDHR_Translations/frn.pdf.

[B268] Article *The Computational Theory of Mind* par Michael Rescorla (Stanford) https://plato.stanford.edu/entries/computational-mind/

[B269] Article *Scientists Find Giant Wave Rolling Through the Perseus Galaxy Cluster* (NASA, Chandra X-ray 05/2017)
https://www.nasa.gov/feature/goddard/2017/scientists-find-giant-wave-rolling-through-the-perseus-galaxy-cluster

Citation de cet article :
"A wave spanning 200,000 light-years is rolling through the Perseus galaxy cluster, according to observations from NASA's Chandra X-ray Observatory coupled with a computer simulation. The simulation shows the gravitational disturbance resulting from the distant flyby of a galaxy cluster about a tenth the mass of the Perseus cluster. The event causes cooler gas at the heart of the Perseus cluster to form a vast expanding spiral, which ultimately forms giant waves lasting hundreds of millions of years at its periphery. Merger events like this are thought to occur as often as every three to four billion years in clusters like Perseus."

Voir aussi : *Is there a giant Kelvin–Helmholtz instability in the sloshing cold front of the Perseus cluster?* - https://academic.oup.com/mnras/article/468/2/2506/3072192

Le superamas de Persée est décrit dans l'article Wikipédia *Perseus Cluster* - https://en.wikipedia.org/wiki/Perseus_Cluster

[B270] La mission Kepler a découvert plus de 1000 planètes extrasolaires au 23/07/2015, et 2662 à la fin de sa mission en octobre 2018. Les 1000 premières sont représentées avec leurs orbites animées dans la page https://archive.nytimes.com/www.nytimes.com/interactive/science/space/keplers-tally-of-planets.html .

Voir aussi https://www.nytimes.com/2018/10/30/science/nasa-kepler-exoplanet.html?action=click&module=Well&pgtype=Homepage&section=Science .

[B271] *Dictionnaire de psychologie*, sous la direction de Roland Doron et Françoise Parot – Editions puf (2013)

[B272] Livre *Prolégomènes à une lecture philologique de Nietzsche* par Eric Blondel, page 6 - http://www.philopsis.fr/IMG/pdf_nietzsche_blondel_proleg.pdf

6.7 Textes complémentaires de Daniel Martin sur Internet

(dans le site d'accompagnement du livre : http://www.danielmartin.eu/dh.htm).

[D1] *Conscience et conscience de soi* -
http://www.danielmartin.eu/Psychologie/Conscience.pdf.

[D2] *Qu'entend Kant par transcendantal ?* -
http://www.danielmartin.eu/Philo/Transcendantal.pdf

[D3] *Inflation, Big Bang et Multivers - L'Univers selon nos connaissances début 2014* - http://www.danielmartin.eu/Physique/Inflation.pdf

[D4] *Axiomatique et théorèmes de Gödel*
http://www.danielmartin.eu/Philo/Axiomatique.pdf

[D5] *Economie : rationalité des décisions et validité des théories traditionnelles*" (2009) http://www.danielmartin.eu/Economie/RatDecEco.htm

- [301-a] *Incapacité des modèles mathématiques à prendre en compte l'irrationnel* http://www.danielmartin.eu/Economie/RatDecEco.htm#Irrationnel
- [301-b] *Analyse des erreurs des économistes selon Von Hayek* http://www.danielmartin.eu/Economie/RatDecEco.htm#Hayek
- [301-c] *Loi de l'offre et de la demande dans une économie de marché* http://www.danielmartin.eu/Economie/RatDecEco.htm#LoiOffreDemande

Cours de philosophie *Nietzsche en langage clair* – 553 pages (2018, gratuit)
http://www.danielmartin.eu/Philo/volontepuissance.pdf

[B32] *Dictionnaire des idées de Kant - Vocabulaire de la Critique de la raison pure,* des *Prolégomènes,* du cours *Logique* et de la *Fondation de la métaphysique des mœurs* – 1309 articles, 1401 pages - (2017, gratuit) -
http://www.danielmartin.eu/Philo/Vocabulaire.pdf

6.8 Philosophes, scientifiques et politiciens cités dans le texte

Sources : [B5], [B6], articles sur Internet dont Wikipédia, etc.

Adler, Alfred : 1870-1937, psychiatre et psychothérapeute

Albrecht, Andreas Johann : cosmologiste

Aristote : né en 384 avant J.-C., mort en 322 après J.-C., philosophe

Arnold, Vladimir Igorevitch : 1937-2010, mathématicien

Aspect, Alain : né en 1947, normalien, physicien

Avicenne, Ibn Sina : 980-1037, philosophe

Avogadro, Amedeo, conte di Quaregna e Cerreto : 1776-1856, physicien

Becquerel, Antoine-Henri : 1852-1908, physicien, prix Nobel de physique 1903

Bekenstein, Jacob : 1947-2015, physicien (selon Wikipédia)

Bell, John Stewart : 1928-1990, physicien

Bendixson, Ivar : 1961-1935 : mathématicien

Berger, Robert : 1938- mathématicien

Berkeley, George : 1685-1753, évêque anglican, philosophe

Bertrand, Joseph-Louis-François : 1822-1900, mathématicien

Bethe, Hans Albrecht : 1906-2005, physicien, prix Nobel de physique 1967

Bohm, David : 1917-1992, physicien

Bohr, Niels : 1885-1962, physicien, prix Nobel de physique 1922

Bohr, Aage Niels : 1922-2009, physicien, prix Nobel de physique 1975

Boltzmann, Ludwig : 1844-1906, physicien

Boole, George : 1815-1864, mathématicien

Borel, Emile : 1871-1956, mathématicien et philosophe

Born, Max : 1882-1970, physicien, prix Nobel de physique 1954

Bose, Satyendra Nath : 1894-1974, mathématicien et physicien

Bouveresse, Renée : normalienne, docteur en philosophie et en psychologie

Boyer, Robert Hamilton : 1932-1966, mathématicien

Boyle, Robert : 1627-1691, philosophe de la science et théologien

Brahe, Tycho : 1546-1601 : astronome

Brighelli, Jean-Paul : né en 1953, normalien, professeur

Broglie, Louis de : 1892-1987, physicien, prix Nobel de physique 1929

Brout, Robert : 1928-2011, physicien

Brouwer, Luitzen : 1881-1966, mathématicien

Cantor, Georg : 1845-1918, mathématicien

Casimir, Hendrik : 1909-2000, physicien

Celsius, Anders : 1701-1744, astronome

Chandrasekhar, Subrahmanyan : 1910-1995, astrophysicien, prix Nobel de physique 1983

Churchill, Sir Winston : 1874-1965, homme d'état, tribun, auteur et Premier ministre

Clausius, Rudolf : 1822-1888, physicien

Compton, Arthur Holly : 1892-1962, physicien, prix Nobel de physique 1927
Comte-Sponville, André : né en 1952, normalien, philosophe (selon Wikipédia)
Cornell, Eric : né en 1961, physicien, prix Nobel de physique 2001
Coulomb, Charles-Augustin de : 1736-1806, physicien
Crommelin, Andrew : 1865-1939, astronome
Darwin, Charles Robert : 1809-1882, naturaliste
Davisson, Clinton Joseph : 1881-1958, physicien, prix Nobel de physique 1937
Dedekind, Richard : 1831-1916 : mathématicien
Delambre, Jean-Baptiste Joseph : 1749-1822, astronome et géographe
Descartes, René : 1596-1650, mathématicien, physicien et philosophe
DeWitt, Bryce Seligman : 1923-2004, physicien
Dicke, Robert : 1916-1997, physicien et cosmologiste
Dirac, Paul : 1902-1984, physicien, prix Nobel de physique 1933
Doppler, Christian : 1803-1853, physicien
Duhem, Pierre : 1861-1916, physicien, mathématicien et philosophe des sciences
Eddington, Sir Arthur Stanley : 1882-1944, astrophysicien et mathématicien
Einstein, Albert : 1879-1955, physicien, prix Nobel de physique 1921
Englert, François : né en 1932, physicien
Ephrussi, Boris : 1901-1979, généticien (d'après Wikipédia)
Euclide : né vers 300 avant J.-C., mathématicien
Euler, Leonhard : 1707-1783, mathématicien et physicien
Everett, Hugh : 1930-1982, physicien
Faraday, Michael : 1791-1867, physicien et chimiste
Feigenbaum, Mitchell : né en 1944, physicien
Feller, William : 1906-1970, mathématicien
Fermat, Pierre de : 1601-1665, mathématicien
Feynman, Richard Phillips : 1918-1988, physicien prix Nobel de physique 1965
Finkelstein, David Ritz : 1929-2016, physicien
Fourier, Joseph : 1768-1830, mathématicien
Freud, Sigmund : 1856-1939, médecin neurologue, psychanalyste
Friedmann, Alexandr Alexandrovich : 1888-1925, mathématicien et cosmologiste
Galilée (Galileo Galilei) : 1564-1642, physicien
Gamow, Georgy : 1904-1968, physicien et cosmologiste
Gauss, Carl Friedrich : 1777-1855, mathématicien
Georgi, Howard : né en 1947, physicien
Germer, Lester Halbert : 1896-1971, physicien
Glashow, Sheldon Lee : né en 1932, physicien, prix Nobel de physique 1979
Gödel, Kurt : 1906-1978, mathématicien
Goodstein, Reuben Louis : 1912-1985, mathématicien et logicien (selon Wikipédia)
Guth, Alan Harvey : né en 1947, physicien et cosmologiste
Hamilton, William Rowan : 1805-1865, mathématicien

Haroche, Serge : 1944-…, physicien, prix Nobel de physique 2012
Hawking, Stephen William : 1942-2018, physicien
Hegel, Georg Wilhelm Friedrich : 1770-1831, philosophe
Heisenberg, Werner : 1901-1976, physicien, prix Nobel de physique 1932
Hertz, Heinrich : 1857-1894 : physicien
Higgs, Peter : né en 1929, physicien, prix Nobel de physique 2013
Hilbert, David : 1862-1943, mathématicien
Hobbes, Thomas : 1588-1679 : philosophe, scientifique et historien
Hoyle, Sir Fred : 1915-2001, mathématicien et astronome
Hubble, Edwin Powell : 1889-1953, astronome
Hume, David : 1711-1776, philosophe
Husserl, Edmund : 1859-1938 : philosophe
Jordan, Ernst Pascual : 1902-1980, physicien
Julia, Gaston Maurice : 1893-1978, mathématicien
Jung, Carl Gustav : 1875-1961, psychologue et psychiatre
Kahneman, Daniel : né en 1934, psychologue, Prix Nobel d'économie 2002
Kant, Emmanuel : 1724-1804, philosophe
Kelvin, Sir William Thomson : 1824-1907, mathématicien et physicien
Kepler, Johannes : 1571-1630, astronome
Kerr, Roy Patrick : né en 1934, mathématicien et cosmologiste
Ketterle, Wolfgang : né en 1957, physicien, prix Nobel de physique 2001
Khintchine, Alexandre : 1894-1959, mathématicien
Kochen, Simon B.: né en 1934, mathématicien
Kruskal, Martin : 1925-2006, mathématicien et physicien
Kutta, Martin : 1867-1944, mathématicien
Lagrange, Joseph Louis : 1736-1813, mathématicien
Landauer, Rolf : 1927-1999, physicien
Laplace, Pierre-Simon de : 1749-1827, mathématicien et astronome
Leibniz, Gottfried Wilhelm : 1646-1716, mathématicien et philosophe
Lemaître, Georges : 1894-1966, astrophysicien
Lennard-Jones, John Edward : 1894-1954, mathématicien
Lense, Josef : 1890-1985, physicien
Lévy, Paul Pierre : 1886-1971, mathématicien
Liapounov, Alexandre : 1857-1918, mathématicien
Lifshitz, Evgueny : 1915-1985, physicien
Linde, Andreï Dmitrievitch : né en 1948, physicien, cosmologiste
Lindquist, Richard W.: mathématicien
Liouville, Joseph : 1809-1882, mathématicien
Lorentz, Hendrik Antoon : 1853-1928, physicien, prix Nobel de physique 1902
Lorenz, Edward Norton : 1917-2008, météorologue
Lotka, Alfred James : 1880-1949, mathématicien

Machin, John : 1680-1751, mathématicien
Mariotte, Edme : 1620-1684, physicien
Marx, Karl Heinrich : 1818-1883, philosophe, historien, économiste, sociologue
Maupertuis, Pierre Louis Moreau de : 1698-1759, mathématicien
Maxwell, James Clerk : 1831-1879, physicien
Méchain, Pierre-François André : 1744-1804, astronome et géographe
Mendeleev, Dmitry Ivanovitch : 1834-1907, chimiste
Michelson, Albert Abraham : 1852-1931, physicien
Minkowski, Hermann : 1864-1909, mathématicien
Moivre, Abraham de : 1667-1754, mathématicien
Morley, Edward Williams : 1838-1923, chimiste
Navier, Claude-Louis : 1785-1836, ingénieur, mathématicien et économiste
Newton, Sir Isaac : 1642-1727, mathématicien et physicien
Nietzsche, Friedrich : 1844-1900, philosophe
Noether, Emmy : 1882-1935, mathématicienne
Ohm, Georg Simon : 1789-1854, physicien
Olbers, Heinrich Wilhelm Matthäus : 1758-1840, physicien et astronome
Oscar II : 1829-1907, roi de Suède et de Norvège
Pavlov, Ivan Petrovitch : 1849-1936, physiologiste, prix Nobel de physiologie ou médecine 1904
Pauli, Wolfgang : 1900-1958, physicien, prix Nobel de physique 1945
Peano, Giuseppe : 1858-1932, mathématicien
Peirce, Benjamin : 1809-1880, mathématicien et astronome
Penrose, Sir Roger : né en 1931, mathématicien et cosmologiste
Planck, Max : 1858-1947, physicien - prix Nobel de physique 1918
Platon : né en 428 ou 427 avant J.-C., mort en 348 ou 347, philosophe
Poincaré, Henri : 1854-1912, mathématicien
Popper, Sir Karl : 1902-1994, philosophe père du Rationalisme critique
Prandtl, Ludwig : 1875-1953, physicien de la mécanique des fluides
Prigogine, Ilya : 1917-2003, prix Nobel de chimie 1977
Ptolémée, Claude : ~100-~170, mathématicien et astronome
Pythagore né vers 580 avant J.-C., mort vers 500 avant J.-C., mathématicien et philosophe
Quine, Willard Van Orman : 1908-2000, logiciel et philosophe
Rayleigh, John William Strutt, 3rd baron Rayleigh: 1842-1919, physicien, prix Nobel de physique 1904
Reynolds, Osborne : 1842-1912, ingénieur et physicien
Ricci-Curbastro, Gregorio : 1853-1925, mathématicien
Rössler, Otto : né en 1940, biochimiste
Rousseau, Jean-Jacques : 1712-1778, philosophe
Rovelli, Carlo : né en 1956, physicien et cosmologiste
Runge, Carl : 1856-1927 : mathématicien

Russell, Sir Bertrand : 1872-1970, philosophe, logicien, prix Nobel de littérature 1950
Rutherford, Sir Ernest : 1871-1937, physicien, prix Nobel de chimie 1908
Salam, Abdus : 1926-1996, physicien, prix Nobel de physique 1979
Sartre, Jean-Paul : 1905-1980, philosophe, prix Nobel de littérature 1964 (refusé)
Schechtman, Daniel : né en 1941- prix Nobel de chimie 2011
Schopenhauer, Arthur : 1788-1860, philosophe
Schrödinger, Erwin : 1887-1961, physicien, prix Nobel de physique 1933
Shapiro, Irwin Ira : né en 1929, astrophysicien (selon Wikipédia)
Sierpiński, Waclaw : 1882-1969, mathématicien
Socrate : né en 470 avant J.-C., mort en 399 avant J.-C., philosophe
Sophocle : né vers 496 avant J.-C., mort en 406 avant J.-C., dramaturge
Specker, Ernst Paul : 1920-2011, mathématicien
Spinoza, Baruch : 1632-1677, philosophe
Stefan, Josef : 1835-1893, physicien
Steinhardt, Paul : né en 1952, cosmologiste
Stokes, Sir George Gabriel : 1819-1903, physicien et mathématicien
Susskind, Leonard : né en 1940, physicien
Szekeres, George : 1911-2005, mathématicien
Tarski, Alfred : 1902-1983, mathématicien et logicien
Taylor, Brook : 1685-1731, mathématicien
Thirring, Hans : 1888-1976, physicien
Thom, René Frédéric : 1923-2002, mathématicien médaille Fields 1958
Thomas d'Aquin, Saint : 1224/1225-1274, théologien scolastique
Thomson, Sir Joseph John : 1856-1940, physicien, prix Nobel de physique 1906
Tirole, Jean : né en 1953, économiste, prix Nobel d'économie 2014
Turing, Alan Mathison : 1912-1954, mathématicien et logicien
Van der Pol, Balthasar : 1889-1959, physicien
Verhulst, Pierre-François : 1804-1849, mathématicien
Volterra, Vito : 1860-1940 : mathématicien
Weinberg, Steven : né en 1933, physicien, prix Nobel de physique 1979
Wheeler, John Archibald : 1911-2008, physicien
Wieman, Carl : né en 1951, physicien, prix Nobel de physique 2001
Wiles, Andrew John : né en 1953, mathématicien
Zénon d'Elée : né vers 500 avant J.-C., philosophe